СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 8206

Л.А.Малов, В.О.Нестеренко

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СТРУКТУРЫ ВЫСОКОВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР К СЛУЧАЮ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ, СОДЕРЖАЩЕЙ ТРЕХФОНОННУЮ КОМПОНЕНТУ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P4 - 8206

Л.А.Малов, В.О.Нестеренко

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СТРУКТУРЫ ВЫСОКОВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР К СЛУЧАЮ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ, СОДЕРЖАЩЕЙ ТРЕХФОНОННУЮ КОМПОНЕНТУ

Малов Л.А., Нестеренко В.О.

Р4 - 8206

Применение модели для описания структуры высоковозбужденных состояний деформированных ядер к случаю волновой функции, содержащей трехфононную компоненту

В рамках полумикроскопической модели для описания высоковозбужденных состояний деформированных ядер получено приближенное аналитическое решение для энергии и волновых функций высоковозбужденных неротационных состояний нечетных деформированных ядер. Волновая функция включает компоненту квазичастица плюс три фотона.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1974

Malov L.A., Nesterenko V.O.

P4 - 8206

Application of Model for Description of Structure of Highly Excited States of Deformed Nuclei to the Case of a Wave Function Containing a Three-Phonon Component

An approximate analytical solution for energies and wave functions of highly excited rotational states of odd-mass deformed nuclei within the framework of semi-microscopic model is derived for description of highly excited states of deformed nuclei. The wave function contains a component of a quasipaticle plus three phonons.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1974

I. Введение

В работе /1/ была предложена и затем получила дальнейшее развитие /2/ модель для описания структуры неротационных состояний промежуточной энергии возбуждения и высоковозбужденных состояний в нечетных деформированных ядрах. Гамильтониан состоял из потенциала среднего поля, взаимодействий, приводящих к парным корреляциям, и мультиполь-мультипольного взаимодействия:

$$H = H_{av} + H_{paIr} + H_{Q} \qquad (1)$$

Было показано, что одной из причин фрагментации и перемешивания состояний ядра является взаимодействие квазичастиц с фононами.

На основе вариационного принципа в /1/ были получены системы уравнений для двух случаев, различающихся сложностью используемой волновой функции. В /2/ предложен метод, позволяющий найти приближенное решение этих систем уравнений в аналитическом виде. При этом был исследован случай, когда в волновой функции возбужденных состояний учитывались компоненты, по сложности не превышающие компоненты типа квазичастица плюс два фонона. Было показано, что приближенное решение хорошо согласуется с решением точной системы уравнений /1/.

Расчеты плотности уровней деформированных ядер в редкоземельной и трансурановой областях показали /4/, что при энергиях, близких к энергии связи нейтрона, число состояний с тремя фононами может достигать 50%. Это указывает на необходимость учета влияния трехфононных компонент при исследовании возбужденных состояний деформированных ядер вблизи энергии связи нейтрона.

Поэтому в данной работе с помощью метода [2] исследован случай, когда волновая функция состояния имеет более сложный вид и включает компоненты типа квазичастица плюс три фонона. Найдено в аналитическом виде приближенное решение системы уравнений [I]. Полученные формулы позволяют найти энергии и волновые функции высоковозбужденных неротационных состояний нечетных деформированных ядер.

2. Система основных уравнений

Рассмотрим взаимодействие квазичастиц с фононами в нечетном по А деформированном ядре. Будем считать, что фононы в нечетном по А ядре такие же, как в четно-четном ядре с А-I. Константы мультиполь-мультипольного взаимодействия фиксируем при определении фононов в четно-четном ядре с А-I. Поэтому при вычислении взаимодействия квазичастиц с фононами нет ни одного свободного параметра.

Волновую функцию нечетного ядра, описывающую состояние с данным значением K^{π}, возьмем в виде [I]

$$\Psi_i(K^{\pi}) = \frac{1}{\sqrt{2}} C_{\rho}^{i} \sum_{\sigma} \Big\{ \alpha_{\rho\sigma}^{+} + \sum_{g,\nu} \mathcal{D}_{\rho\nu\sigma}^{gi} \alpha_{\nu\sigma}^{+} Q_g^{+} + \sum_{g,g_2,\nu} F_{\rho\nu\sigma}^{gg_2 i} \alpha_{\nu\sigma}^{+} Q_g^{+} Q_{g_2}^{+} + \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{g,g_2,g_3,\nu} R_{\rho\nu\sigma}^{gg_2g_3 i} \alpha_{\nu\sigma}^{+} Q_g^{+} Q_{g_2}^{+} Q_{g_3}^{+} \Big\} \Psi_0. \quad (2)$$

Здесь $\alpha_{\nu\sigma}^{+}$ и Q_g^{+} — операторы рождения квазичастицы и фонона в состоянии $(\nu\sigma)$ и g.

В данной работе, как и в [I,2], используются следующие обозначения: Ψ_0 — волновая функция основного состояния четно-четного ядра, i — номер состояния, ω_g, Y_g — энергия и характеристика (см. (3) в [I]) фонона, через g обозначено $\lambda\mu j$, причем $q \equiv \lambda\mu$, j — номер корня секулярного уравнения для фонона, $\varepsilon(\nu) = \sqrt{C^2 + (E(\nu)-\lambda)^2}$, $E(\nu)$ — одночастичная энергия, C — корреляционная функция, λ — химический потенциал, $(\nu\sigma)$ — совокупность квантовых чисел, характеризующих одночастичный уровень среднего поля, $(\rho\sigma)$ — то же для уровней с данным K^{π}, $\sigma = \pm 1$, $v_{\nu\nu'} = u_{\nu}u_{\nu'} - v_{\nu}v_{\nu'}$, где u_{ν}, v_{ν} — коэффициенты преобразования Боголюбова.

Матричный элемент от оператора мультипольного момента с $q = \lambda\mu$ обозначим как (см. [3]) :

$$f_{\sigma\nu_1\nu_2}^{q} = \begin{cases} f_{\nu_1\nu_2}^{q}, & \text{если } K_1 \pm \mu = K_2 \\ \sigma \bar{f}_{\nu_1\nu_2}^{q}, & \text{если } K_1 + K_2 = \pm\mu, \end{cases} \quad (3)$$

где K — проекция углового момента на ось симметрии ядра.

В [I] вычислено среднее значение H по состоянию (2) и с помощью вариационного принципа получена система основных уравнений модели (см. (5), (8), (9), (I0), (II) в [I]). В этой системе уравнений можно устранить зависимость от σ (которую легко восстановить) и не делать различия между $f_{\nu\nu'}^{q}$ и $\bar{f}_{\nu\nu'}^{q}$, а учесть его с помощью фазовых множителей $\delta_0, \delta_1, \delta_2$. После ряда преобразований и перехода к функциям

$\mathcal{D}^{gi}_{\rho\nu}$, $F^{gg_2i}_{\rho\nu}$, $R^{gg_2g_3i}_{\rho\nu}$, не зависящим от σ, система основных уравнений будет иметь вид:

$$\varepsilon(\rho) - \eta_i - \sum_{g,\nu} \Gamma^{g}_{\rho\nu} \mathcal{D}^{gi}_{\rho\nu} = 0, \tag{4}$$

$$\begin{aligned} &\sum_{g_4,g_5,\nu''} F^{g_4g_5i}_{\rho\nu''} \Big\{ \delta_{\nu,\nu''} \delta_{g,g_4} \delta_{g_2,g_5} \left(P^{gg_2}_{\nu} - \eta_i\right) - \\ &- \sum_{g_3,\nu'} \delta_1 \Bigg[\Gamma^{g_3}_{\nu''\nu'} \left[\frac{\Gamma^{g_2}_{\nu\nu'}}{P^{g}_{\nu'} - \eta_i} \delta_{g,g_4} \delta_{g_3,g_5} + \frac{\Gamma^{g}_{\nu\nu'}}{P^{g_2}_{\nu'} - \eta_i} \delta_{g_2,g_4} \delta_{g_3,g_5} \right] + \\ &+ \frac{\Gamma^{g_3}_{\nu\nu'}}{P^{gg_2g_3}_{\nu'} - \eta_i} \Big[\Gamma^{g_3}_{\nu''\nu'} \delta_{g,g_4} \delta_{g_2,g_5} + \Gamma^{g_2}_{\nu''\nu'} \delta_{g_3,g_4} \delta_{g,g_5} + \\ &+ \Gamma^{g}_{\nu''\nu'} \delta_{g_2,g_4} \delta_{g_3,g_5} \Big] \Bigg] \Big\} = B^{gg_2}_{\rho\nu}, \end{aligned} \tag{5}$$

$$\mathcal{D}^{gi}_{\rho\nu} = \frac{1}{P^{g}_{\nu} - \eta_i} \left[\Gamma^{g}_{\rho\nu} + 2 \sum_{g_2,\nu'} \delta_2 \Gamma^{g_2}_{\nu\nu'} F^{gg_2i}_{\rho\nu'} \right], \tag{6}$$

$$\begin{aligned} R^{gg_2g_3i}_{\rho\nu} = \frac{1}{\sqrt{3}\left(P^{gg_2g_3}_{\nu} - \eta_i\right)} \sum_{\nu'} \delta_1 \Big[\Gamma^{g_3}_{\nu\nu'} F^{gg_2i}_{\rho\nu'} + \Gamma^{g_2}_{\nu\nu'} F^{g_3gi}_{\rho\nu'} + \\ + \Gamma^{g}_{\nu\nu'} F^{g_2g_3i}_{\rho\nu'} \Big], \end{aligned} \tag{7}$$

$$\left(C^{i}_{\rho}\right)^2 \Big\{ 1 + \sum_{g,\nu} \left(\mathcal{D}^{gi}_{\rho\nu}\right)^2 + 2 \sum_{g,g_2,\nu} \left(F^{gg_2i}_{\rho\nu}\right)^2 + 2 \sum_{g,g_2,g_3,\nu} \left(R^{gg_2g_3i}_{\rho\nu}\right)^2 \Big\} = 1, \tag{8}$$

где

$$B^{gg_2}_{\rho\nu} = \frac{1}{2} \sum_{\nu'} \delta_0 \left[\frac{\Gamma^{g_2}_{\nu\nu'} \Gamma^{g}_{\rho\nu'}}{P^{g}_{\nu'} - \eta_i} + \frac{\Gamma^{g}_{\nu\nu'} \Gamma^{g_2}_{\rho\nu'}}{P^{g_2}_{\nu'} - \eta_i} \right], \tag{9}$$

$$\Gamma^{g}_{\nu_1\nu_2} = \frac{v_{\nu_1\nu_2}}{2\sqrt{Y_g}} f^{q}_{\nu_1\nu_2},$$

$\delta_{\nu,\nu'}$ – символ Кронекера.

$$\begin{aligned} P^{g}_{\nu} &= \varepsilon(\nu) + \omega_g, \\ P^{gg_2}_{\nu} &= \varepsilon(\nu) + \omega_g + \omega_{g_2}, \\ P^{gg_2g_3}_{\nu} &= \varepsilon(\nu) + \omega_g + \omega_{g_2} + \omega_{g_3}. \end{aligned} \tag{10}$$

Для нахождения энергий η_i нужно решить систему уравнений (5) относительно $F^{gg_2i}_{\rho\nu}$ и подставить полученное выражение в уравнение (4). Решив уравнение (4), т.е. найдя корни η_i, нетрудно, пользуясь формулами (6), (7), (8), найти выражения для $\mathcal{D}^{gi}_{\rho\nu}$, $R^{gg_2g_3i}_{\rho\nu}$, C^{i}_{ρ}.

В принципе система уравнений (5) решается точно по теореме Крамера. Но в реальных случаях, когда учитывается большое число одночастичных состояний и фононов, такой путь становится практически невозможным, поскольку приходится иметь дело с определителями очень высокого порядка. Применим для решения системы уравнений (5) приближенный метод, предложенный в /2/.

3. Приближенное решение

При решении системы основных уравнений важную роль играют полюса типа (I0). Эти полюса названы в [2] фундаментальными. Как отмечалось в [1], для состояний с данным значением K^{π} число корней секулярного уравнения (4) равно числу фундаментальных полюсов типа (I0), удовлетворяющих правилам отбора. Поэтому каждому корню η_i секулярного уравнения можно поставить в соответствие фундаментальный полюс. Вблизи каждого фундаментального полюса найдем свое приближение для системы уравнений (5), в которой учтем все когерентные, а также полюсные некогерентные члены.

Найдем приближенное решение системы (5) вблизи фундаментального полюса

$$P_{\nu_0}^{g_1^\circ g_2^\circ g_3^\circ} = \mathcal{E}(\nu_0) + \omega_{g_1^\circ} + \omega_{g_2^\circ} + \omega_{g_3^\circ} .$$

Для того, чтобы учесть возможность циклических перестановок, введем величину g_0, которая принимает значения g_1°, g_2° и g_3° и сопряженные ей $\bar{g}_0$ и $\bar{\bar{g}}_0$, которые равны, соответственно, $g_2^\circ, g_3^\circ, g_1^\circ$ и $g_3^\circ, g_1^\circ, g_2^\circ$.

Запишем систему (5) в приближенном виде: оставим когерентные члены, а также полюсные слагаемые $\sim (P_{\nu_0}^{g_0\bar{g}_0\bar{\bar{g}}_0} - \eta_i)^{-1}$ некогерентных членов. Тогда из полной системы уравнений (5) выделится подсистема уравнений вида:

$$\sum_{\substack{\nu'' \\ g = g_0, \bar{g}_0, \bar{\bar{g}}_0}} F_{\rho\nu''}^{g\bar{g}i_0} \left[\delta_{\nu'',\nu}\, \delta_{g,g_0} - \delta_1 \frac{\Gamma_{\nu\nu_0}^{\bar{\bar{g}}_0}\, \Gamma_{\nu''\nu_0}^{\bar{\bar{g}}}}{(P_{\nu_0}^{g_0\bar{g}_0\bar{\bar{g}}_0} - \eta_i)\, \beta_{\nu}^{g_0\bar{g}_0}(\nu_0\bar{\bar{g}}_0)} \right] = \tag{II}$$

$$= \frac{B_{\rho\nu}^{g_0\bar{g}_0}}{\beta_{\nu}^{g_0\bar{g}_0}(\nu_0\bar{\bar{g}}_0)} ,$$

где

$$\beta_{\nu}^{g_0\bar{g}_0}(\nu_0\bar{\bar{g}}_0) = P_{\nu}^{g_0\bar{g}_0} - \eta_{i_0} - \Bigg\{ \sum_{\nu'} \left[\frac{(\Gamma_{\nu\nu'}^{\bar{g}_0})^2}{P_{\nu'}^{g_0} - \eta_{i_0}} + \frac{(\Gamma_{\nu\nu'}^{g_0})^2}{P_{\nu'}^{\bar{g}_0} - \eta_{i_0}} \right] + \sum_{\substack{g_3,\nu' \\ (\nu' g_3) \neq (\nu_0 \bar{\bar{g}}_0)}} \frac{1}{P_{\nu'}^{g_0\bar{g}_0\bar{\bar{g}}_0} - \eta_{i_0}} \Big[(\Gamma_{\nu\nu'}^{g_3})^2 + (\Gamma_{\nu\nu'}^{\bar{g}_0})^2 \delta_{g_3,\bar{g}_0} + (\Gamma_{\nu\nu'}^{g_0})^2 \delta_{g_3,g_0} \Big] \Bigg\} . \tag{I2}$$

Здесь $(\nu' g_3) \neq (\nu_0 \bar{\bar{g}}_0)$ означает, что в сумме по ν' и g_3 отсутствует только один член с $\nu' = \nu_0$ и $g_3 = \bar{\bar{g}}_0$. Заметим, что $\beta_{\nu}^{g_0\bar{g}_0}(\nu_0\bar{\bar{g}}_0)$ не содержит полюсных членов.

Решение остальных уравнений системы (5) (со свободными членами $B_{\rho\nu}^{gg_2}$, где $(gg_2) \neq (g_0\bar{g}_0), (\bar{g}_0 g_0)$), можно записать сразу:

$$F_{\rho\nu}^{gg_2 i_0} = \frac{B_{\rho\nu}^{gg_2}}{P_{\nu}^{gg_2} - \eta_{i_0} - S_{\nu}^{gg_2}} , \tag{I3}$$

где

$$S_v^{g g_2} = \sum_{v'} \left[\frac{\left(\Gamma_{vv'}^{g_2}\right)^2}{P_{v'}^{g} - \eta_{i_0}} + \frac{\left(\Gamma_{vv'}^{g}\right)^2}{P_{v'}^{g_2} - \eta_{i_0}} \right] + \tag{13'}$$

$$+ \sum_{g_3, v'} \frac{1}{P_{v'}^{g g_2 g_3} - \eta_{i_0}} \left[\left(\Gamma_{vv'}^{g_3}\right)^2 + \left(\Gamma_{vv'}^{g_2}\right)^2 \delta_{g_2, g_3} + \left(\Gamma_{vv'}^{g}\right)^2 \delta_{g, g_3} \right].$$

Детерминант системы (II) во много раз более низкого порядка, чем детерминант системы (5). Поэтому даже в реальных случаях систему (II) можно решать по теореме Крамера.

В [2] была рассмотрена система n уравнений

$$\sum_{j=1}^{n} (\delta_{ij} + a_{ij}) X_j = y_i \tag{14}$$

с n неизвестными $X_1, \ldots, X_n$. Было показано, что если коэффициенты a_{ij} удовлетворяют условию

$$a_{ij} a_{i'j'} = a_{i'j} a_{ij'}, \tag{14'}$$

то

$$\det\{\delta_{ij} + a_{ij}\} = 1 + \sum_{i=1}^{n} a_{ii}, \tag{15}$$

$$X_{i_0} = y_{i_0} - \frac{\sum_{i=1}^{n} a_{i_0 i} y_i}{1 + \sum_{i=1}^{n} a_{ii}}. \tag{16}$$

Легко показать, что коэффициенты системы (II) удовлетворяют условию (I4'). Тогда по формуле (I5) детерминант системы (II) будет иметь вид:

$$\Delta_{v_0}^{g_0 \bar{g}_0 \bar{\bar{g}}_0} = 1 - \frac{1}{P_{v_0}^{g_0 \bar{g}_0 \bar{\bar{g}}_0} - \eta_{i_0}} \sum_{\substack{v, \\ g = g_0, \bar{g}_0, \bar{\bar{g}}_0}} \frac{\left(\Gamma_{vv_0}^{\bar{\bar{g}}}\right)^2}{b_v^{g\bar{g}}(v_0 \bar{\bar{g}})}. \tag{17}$$

Полюса секулярного уравнения определяются из условия равенства нулю детерминанта (I7). Обозначим полюс секулярного уравнения вблизи фундаментального полюса $P_{v_0}^{g_0 \bar{g}_0 \bar{\bar{g}}_0}$ через $\eta_{i_0}^{pol}$. Из условия равенства детерминанта (I7) нулю находим, что

$$P_{v_0}^{g_0 \bar{g}_0 \bar{\bar{g}}_0} - \eta_{i_0}^{pol} = \sum_{\substack{v, \\ g = g_0, \bar{g}_0, \bar{\bar{g}}_0}} \frac{\left(\Gamma_{vv_0}^{\bar{\bar{g}}}\right)^2}{b_v^{g\bar{g}}(v_0 \bar{\bar{g}})}. \tag{18}$$

Произведем в выражении для $b_v^{g\bar{g}}(v_0\bar{\bar{g}})$ замену $\eta_{i_0} \to \eta_{i_0}^{pol}$. При этом функция $b_v^{g\bar{g}}(v_0\bar{\bar{g}})$ практически не изменится, поскольку выражение для $b_v^{g\bar{g}}(v_0\bar{\bar{g}})$ не содержит полюсных членов, а величина $|\eta_{i_0} - \eta_{i_0}^{pol}|$ очень мала. После такой замены по формуле (I8) можно найти полюс $\eta_{i_0}^{pol}$ и записать детерминант системы (II) в виде:

$$\Delta_{v_0}^{g_0 \bar{g}_0 \bar{\bar{g}}_0} = 1 - \frac{P_{v_0}^{g_0 \bar{g}_0 \bar{\bar{g}}_0} - \eta_{i_0}^{pol}}{P_{v_0}^{g_0 \bar{g}_0 \bar{\bar{g}}_0} - \eta_{i_0}}. \tag{19}$$

Пользуясь формулами (I6) и (I9), запишем решение системы (II) в виде:

$$F_{\rho v}^{g_0 \bar{g}_0 i_0} = \frac{B_{\rho v}^{g_0 \bar{g}_0}}{b_v^{g_0 \bar{g}_0}(v_0 \bar{\bar{g}}_0)} + \frac{1}{\eta_{i_0}^{pol} - \eta_{i_0}} \cdot \frac{\Gamma_{vv_0}^{\bar{\bar{g}}_0}}{b_v^{g_0 \bar{g}_0}(v_0 \bar{\bar{g}}_0)} \sum_{\substack{v'', \\ g = g_0, \bar{g}_0, \bar{\bar{g}}_0}} \delta_1 \frac{\Gamma_{v''v_0}^{\bar{\bar{g}}} B_{\rho v''}^{g\bar{g}}}{b_{v''}^{g\bar{g}}(v_0 \bar{\bar{g}})}. \tag{20}$$

Итак, формулы (I3) и (20) дают приближенное решение системы (5) вблизи фундаментального полюса $P_{v_0}^{g_0 \bar{g}_0 \bar{\bar{g}}_0}$.

Подставляя (I3) и (20) в уравнение (6), получим выражение для

$\mathcal{D}_{\rho\nu}^{g i_0}$. Подставим это выражение в секулярное уравнение. В результате получим:

$$\varepsilon(\rho)-\eta_{i_0}-\sum_{g,\nu}\frac{\Gamma_{\rho\nu}^{g}}{P_{\nu}^{g}-\eta_{i_0}}\Big[\Gamma_{\rho\nu}^{g}+2\cdot\sum_{g_2,\nu'}\delta_2\frac{\Gamma_{\nu\nu'}^{g_2}B_{\rho\nu'}^{g g_2}}{P_{\nu'}^{g g_2}-\eta_{i_0}-S_{\nu'}^{g g_2}}\cdot$$
$$(1-\delta_{g,g_0}\delta_{g_2,\bar{g}_0})(1-\delta_{g,\bar{g}_0}\delta_{g_2,g_0})+\frac{2\delta_{g,g_0}}{1+\delta_{\bar{g},\bar{\bar{g}}}}\sum_{\nu'}\delta_2\Big[\frac{\Gamma_{\nu\nu'}^{\bar{g}}B_{\rho\nu'}^{g\bar{g}}}{b_{\nu'}^{g\bar{g}}(\nu_0\bar{\bar{g}})}+ \tag{21}$$
$$+\frac{\Gamma_{\nu\nu'}^{\bar{\bar{g}}}B_{\rho\nu'}^{g\bar{\bar{g}}}}{b_{\nu'}^{g\bar{\bar{g}}}(\nu_0\bar{g})}\Big]\Big]-\frac{2}{\eta_{i_0}^{poe}-\eta_{i_0}}\sum_{\substack{\nu,\\ g=g_1^0,g_2^0,g_3^0}}\frac{\Gamma_{\rho\nu}^{g}}{(P_{\nu}^{g}-\eta_{i_0})(1+\delta_{\bar{g},\bar{\bar{g}}})}\cdot$$
$$\cdot\sum_{\nu'}\Big[\frac{\Gamma_{\nu\nu'}^{\bar{g}}\Gamma_{\nu'\nu_0}^{\bar{\bar{g}}}}{b_{\nu'}^{g\bar{g}}(\nu_0\bar{\bar{g}})}+\frac{\Gamma_{\nu\nu'}^{\bar{\bar{g}}}\Gamma_{\nu'\nu_0}^{\bar{g}}}{b_{\nu'}^{g\bar{\bar{g}}}(\nu_0\bar{g})}\Big]\cdot\sum_{\substack{\nu'',\\ g_3=g_1^0,g_2^0,g_3^0}}\delta_1\frac{\Gamma_{\nu'\nu_0}^{\bar{\bar{g}}_3}B_{\rho\nu''}^{g_3\bar{g}_3}}{b_{\nu''}^{g_3\bar{g}_3}(\nu_0\bar{\bar{g}}_3)}=0$$

Уравнение (2I) можно упростить, произведя в нем везде, кроме члена $(\eta_{i_0}^{poe}-\eta_{i_0})^{-1}$, замену $\eta_{i_0}\to\eta_{i_0}^{poe}$. В результате получим решение уравнения (2I) в первом приближении. Можно искать более точное решение уравнения (2I) методом последовательных приближений, используя полученное первое приближение. Разумеется, уравнение (2I) можно решать сразу, не прибегая к приближению $\eta_{i_0}\to\eta_{i_0}^{poe}$.

Решив уравнение (2I) и подставив найденное значение уравнения (6), (7), (8), (I3), (20), можно найти функции $C_{\rho}^{i_0}$, $\mathcal{D}_{\rho\nu}^{g i_0}$, $F_{\rho\nu}^{g g_2 i_0}$, $R_{\rho\nu}^{g g_2 g_3 i_0}$, которые определяют волновую функцию (2) в состоянии с энергией η_{i_0} вблизи фундаментального полюса $\varepsilon(\nu_0)+\omega_{g_1^0}+\omega_{g_2^0}+\omega_{g_3^0}$.

Найдем решение системы уравнений (5) вблизи фундаментального полюса

$$P_{\nu_0}^{g_1^0 g_2^0}=\varepsilon(\nu_0)+\omega_{g_1^0}+\omega_{g_2^0}.$$

В (5) полюсные слагаемые $\sim(P_{\nu_0}^{g_1^0 g_2^0}-\eta_{i_0})^{-1}$ отсутствуют. В этом случае, взяв функцию $F_{\rho\nu}^{g g_2 i_0}$ в виде (I3) и подставив ее в (6), получим выражение для $\mathcal{D}_{\rho\nu}^{g i_0}$. Подставив это выражение в секулярное уравнение, получим

$$\varepsilon(\rho)-\eta_{i_0}-\sum_{g,\nu}\frac{\Gamma_{\rho\nu}^{g}}{P_{\nu}^{g}-\eta_{i_0}}\Big[\Gamma_{\rho\nu}^{g}+2\sum_{g_2,\nu'}\delta_2\frac{\Gamma_{\nu\nu'}^{g_2}B_{\rho\nu'}^{g g_2}}{P_{\nu'}^{g g_2}-\eta_{i_0}-S_{\nu'}^{g g_2}}\Big]\cdot \tag{22}$$

Полюс уравнения (22) вблизи фундаментального полюса $P_{\nu_0}^{g_1^0 g_2^0}$ находится из уравнения

$$P_{\nu_0}^{g_1^0 g_2^0}-\eta_{i_0}^{poe}-S_{\nu_0}^{g_1^0 g_2^0}=0. \tag{23}$$

Запишем уравнение (22) в приближении $\eta_{i_0}\to\eta_{i_0}^{poe}$:

$$\varepsilon(\rho)-\eta_{i_0}^{poe}-\sum_{g,\nu}\frac{(\Gamma_{\rho\nu}^{g})^2}{P_{\nu}^{g}-\eta_{i_0}^{poe}}-$$
$$-2\frac{B_{\rho\nu_0}^{g_1^0 g_2^0}}{\eta_{i_0}^{poe}-\eta_{i_0}}\sum_{\substack{\nu,\\ (g g_2)=(g_1^0 g_2^0),(g_2^0 g_1^0)}}\delta_2\frac{\Gamma_{\rho\nu}^{g}\Gamma_{\nu\nu_0}^{g_2}}{P_{\nu}^{g}-\eta_{i_0}^{poe}}- \tag{24}$$
$$-2\sum_{\substack{g,g_2,\nu,\nu'\\ (\nu' g g_2)\neq(\nu_0 g_1^0 g_2^0),(\nu_0 g_2^0 g_1^0)}}\delta_2\frac{\Gamma_{\rho\nu}^{g}\Gamma_{\nu\nu'}^{g_2}B_{\rho\nu'}^{g g_2}}{(P_{\nu}^{g}-\eta_{i_0}^{poe})(P_{\nu'}^{g g_2}-\eta_{i_0}^{poe}-S_{\nu'}^{g g_2})}=0.$$

Отсюда легко найти решение секулярного уравнения η_{i_0} вблизи фундаментального полюса $\varepsilon(v_0) + \omega_{g_1^0} + \omega_{g_2^0}$. Это будет решение в первом приближении.

Найдем решение системы уравнений (5) вблизи фундаментального полюса $P_{v_0}^{g_1^0} = \varepsilon(v_0) + \omega_{g_1^0}$. Путь нахождения решения такой же, как и в случае трехфононного фундаментального полюса. Запишем систему (5) в приближенном виде: оставим когерентные члены, а также полюсные слагаемые $\sim (P_{v_0}^{g_1^0} - \eta_{i_0})^{-1}$ некогерентных членов. Тогда из системы уравнений (5) выделится подсистема уравнений вида:

$$\sum_{g_2, v''} F_{\rho v''}^{g_1^0 g_2 i_0} \left[\delta_{g_2, g} \delta_{v'', v} - \delta_1 \frac{\Gamma_{v v_0}^{g} \Gamma_{v'' v_0}^{g_2} (1 + \delta_{g_1^0, g})}{(P_{v_0}^{g_1^0} - \eta_{i_0})\, b_v^{g_1^0 g}(v_0)} \right] = \frac{B_{\rho v}^{g_1^0 g}}{b_v^{g_1^0 g}(v_0)}, \tag{25}$$

где

$$b_v^{g_1^0 g}(v_0) = P_v^{g_1^0 g} - \eta_{i_0} -$$

$$- \left[\sum_{\substack{v' \\ v' \neq v_0}} \left[\frac{(\Gamma_{v v'}^{g})^2}{P_{v'}^{g_1^0} - \eta_{i_0}} + \frac{(\Gamma_{v v'}^{g_1^0})^2}{P_{v'}^{g} - \eta_{i_0}} \right] + \frac{(\Gamma_{v v_0}^{g_1^0})^2}{P_{v_0}^{g} - \eta_{i_0}} (1 - \delta_{g, g_1^0}) + \right. \tag{26}$$

$$\left. + \sum_{g_3, v'} \frac{1}{P_{v'}^{g_1^0 g g_3} - \eta_{i_0}} \left[(\Gamma_{v v'}^{g_3})^2 + (\Gamma_{v v'}^{g_1^0})^2 \delta_{g_3, g_1^0} + (\Gamma_{v v'}^{g})^2 \delta_{g_3, g} \right] \right].$$

Решение остальных уравнений системы (5) (со свободными членами $B_{\rho v}^{g g_2}$, где $g \neq g_1^0$, $g_2 \neq g_1^0$) будет иметь вид (I3). Далее, используя формулы (I5) и (I6) и учитывая, что

свободные члены уравнений (25) имеют полюсные слагаемые, найдем детерминант системы (25)

$$\Delta_{v_0}^{g_1^0} = 1 - \sum_{g, v} \frac{(\Gamma_{v v_0}^{g})^2 (1 + \delta_{g_1^0, g})}{(P_{v_0}^{g_1^0} - \eta_{i_0})\, b_v^{g_1^0 g}(v_0)} \tag{27}$$

и решение системы (25)

$$F_{\rho v}^{g g_1^0 i_0} = F_{\rho v}^{g_1^0 g i_0} = \frac{B_{\rho v}^{g_1^0 g}(v_0)}{b_v^{g_1^0 g}(v_0)} + \frac{1}{\eta_{i_0}^{\rho v e} - \eta_{i_0}} \frac{\Gamma_{v v_0}^{g} M_{\rho v}^{g_1^0 g}(v_0)}{b_v^{g_1^0 g}(v_0)} (1 + \delta_{g_1^0, g}), \tag{28}$$

где

$$B_{\rho v}^{g_1^0 g}(v_0) = \frac{1}{2} \sum_{\substack{v' \\ v' \neq v_0}} \delta_0 \left[\frac{\Gamma_{v v'}^{g_1^0} \Gamma_{\rho v'}^{g}}{P_{v'}^{g} - \eta_{i_0}} + \frac{\Gamma_{v v'}^{g} \Gamma_{\rho v'}^{g_1^0}}{P_{v'}^{g_1^0} - \eta_{i_0}} \right] + \frac{\delta_0 \Gamma_{v v_0}^{g_1^0} \Gamma_{\rho v_0}^{g}}{2 (P_{v_0}^{g} - \eta_{i_0})} (1 - \delta_{g, g_1^0}), \tag{29}$$

$$M_{\rho v}^{g_1^0 g}(v_0) = \frac{\delta_0}{2} \Gamma_{\rho v_0}^{g_1^0} + \sum_{g_2, v''} \delta_1 \frac{\Gamma_{v'' v_0}^{g_2} B_{\rho v''}^{g_1^0 g_2}(v_0)}{b_{v''}^{g_1^0 g_2}(v_0)} . \tag{30}$$

$\eta_{i_0}^{\rho v e}$ — полюс секулярного уравнения, соответствующий фундаментальному полюсу $\varepsilon(v_0) + \omega_{g_1^0}$, найденный из условия равенства нулю детерминанта (27). Заметим, что $B_{\rho v}^{g_1^0 g}(v_0)$ не содержит полюсных членов.

Подставляя (I3) и (28) в (6), получим выражение для $\mathcal{D}_{\rho v}^{g i_0}$. Подставив это выражение в секулярное уравнение (4), получим:

$$\varepsilon(\rho) - \eta_{i_0} - \sum_{g, v} \frac{\Gamma_{\rho v}^{g}}{P_v^{g} - \eta_{i_0}} \left[\Gamma_{\rho v}^{g} + 2 (1 - \delta_{g_1^0, g}) \sum_{g_2, v'} \delta_2 \frac{\Gamma_{v v'}^{g_2} B_{\rho v}^{g g_2} (1 - \delta_{g_1^0, g_2})}{P_v^{g g_2} - \eta_{i_0} - S_v^{g g_2}} + \right.$$

$$+2\,\delta_{g_i^\circ,g}\sum_{g_2,\nu'}\delta_2\frac{\Gamma^{g_2}_{\nu\nu'}B^{g_i^\circ g_2}_{\rho\nu'}(\nu_0)}{\mathcal{B}^{g_i^\circ g_2}_{\nu'}(\nu_0)}+2(1-\delta_{g_i^\circ,g})\sum_{\nu'}\delta_2\frac{\Gamma^{g_i^\circ}_{\nu\nu'}B^{g_i^\circ g}_{\rho\nu'}(\nu_0)}{\mathcal{B}^{g_i^\circ g}_{\nu'}(\nu_0)}\Bigg]-$$

$$-\frac{1}{\eta^{poe}_{i_0}-\eta_{i_0}}\cdot 2\cdot\sum_{g,\nu}\frac{\Gamma^{g}_{\rho\nu}}{P^{g}_{\nu}-\eta_{i_0}}\Bigg[\delta_{g_i^\circ,g}\sum_{g_2,\nu'}\delta_2\frac{\Gamma^{g_2}_{\nu\nu'}\Gamma^{g_2}_{\nu'\nu_0}M^{g_i^\circ g_2}_{\rho\nu'}(\nu_0)}{\mathcal{B}^{g_i^\circ g_2}_{\nu'}(\nu_0)}(1+\delta_{g_i^\circ,g_2})+ \tag{31}$$

$$+(1-\delta_{g_i^\circ,g})\sum_{\nu'}\delta_2\frac{\Gamma^{g_i^\circ}_{\nu\nu'}\Gamma^{g}_{\nu'\nu_0}M^{g_i^\circ g}_{\rho\nu'}(\nu_0)}{\mathcal{B}^{g_i^\circ g}_{\nu'}(\nu_0)}(1+\delta_{g_i^\circ,g})\Bigg]=0.$$

Произведя в уравнении (3I) везде, кроме члена $(\eta^{poe}_{i_0}-\eta_{i_0})^{-1}$, замену $\eta_{i_0}\to\eta^{poe}_{i_0}$, можно получить решение η_{i_0} в первом приближении и далее решать уравнение (3I) методом последовательных приближений. Уравнение (3I) можно также решать сразу, не пользуясь приближением $\eta_{i_0}\to\eta^{poe}_{i_0}$.

В случае, когда ищем решение системы уравнений (5), соответствующее фундаментальному полюсу $\mathcal{E}(\rho)$, секулярное уравнение имеет вид (22) и решается численно.

В заключение рассмотрим случай, когда два трехфононных фундаментальных полюса $P^{g_0\bar{g}_0\bar{\bar{g}}_0}_{\nu_0}$ и $P^{g_0'\bar{g}_0'\bar{\bar{g}}_0'}_{\nu_0'}$ расположены рядом, причем $g_0\neq g_0'$, $\bar{g}_0\neq\bar{g}_0'$, $\bar{\bar{g}}_0\neq\bar{\bar{g}}_0'$ или $g_0=g_0'$, $\bar{g}_0\neq\bar{g}_0'$, $\bar{\bar{g}}_0\neq\bar{\bar{g}}_0'$. Тогда в нашем приближении система уравнений (5) распадается на две независимые замкнутые подсистемы вида (II) и уравнения вида (I3), и все вышеприведенные рассуждения остаются в силе. Все остальные случаи, когда два фундаментальных полюса находятся вблизи друг

от друга, заслуживают отдельного рассмотрения.

4. Заключение

Основным результатом данной работы является получение конечных аналитических формул для энергий и волновых функций высоковозбужденных неротационных состояний нечетных деформированных ядер в случае, когда волновая функция имеет трехфононную компоненту (2). Приближенные секулярные уравнения (2I), (24), (3I) и (22) выписаны в явном виде и не содержат лишних решений. Данная работа показывает, что метод [2] применим и для новой функции с трехфононной компонентой (2).

В заключение благодарим В.Г.Соловьева за полезные обсуждения.

Литература

I. V.G.Soloviev, L.A.Malov, Nucl.Phys. A196 (1972) 433.

2. Л.А.Малов, В.Г.Соловьев, Препринт ОИЯИ Р4-7639, Дубна, 1973.

3. В.Г.Силовьев, Теория сложных ядер. М., Наука, 1971.

4. L.A.Malov, V.G.Soloviev, V.V.Voronov, Nucl. Phys. A224 (1974) 396.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 августа 1974 г.