

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

37/2-82

У/1-82

P4-81-697

М.К.Волков, Д.В.Креопалов

КВАРКОВЫЕ ПЕТЛИ
В КИРАЛЬНЫХ ЛАГРАНЖИАНАХ
И ВЕКТОРНЫЕ МЕЗОНЫ

1981

§1. ВВЕДЕНИЕ

Как показали многочисленные расчеты в киральной теории с мезон-мезонными и мезон-кварковыми эффективными взаимодействиями^{/1,2/}, а также в других моделях с кварковыми петлями^{/3-6/}, использование однопетлевого приближения позволяет описать многие важные низкоэнергетические характеристики псевдоскалярных мезонов основного октета. Прежде всего это относится к описанию различных электромагнитных процессов и свойств мезонов. Электромагнитные радиусы мезонов, формфакторы и вероятности радиационных распадов вполне удовлетворительно описываются при рассмотрении простейших кварковых петель, несмотря на наличие сильных вершин. Косвенное обоснование однопетлевого приближения недавно получило при изучении многоцветной хромодинамики в пределе бесконечного числа цветов^{/7/}. Оказалось, что в такой теории в основном приближении остаются лишь планарные графики с минимальным числом фермионных петель. Так что становится понятным, почему однопетлевого приближения с кварковыми петлями может содержать в себе основную информацию об изучаемых процессах.

С другой стороны, неоднократно отмечалось^{/8/}, что многие результаты однопетлевого приближения очень близки к результатам модели ρ -доминантности^{/9/}. Особенно это свойство присуще радиационным процессам, идущим через кварковые петли аномального типа^{/2-5/} /рис.1/.^{*} Аналогичная ситуация наблюдается и при описании электромагнитных формфакторов мезонов^{/6,10,11/}, хотя кварковые петли здесь не имеют аномального характера /рис.2/. Можно привести и другие примеры дуальности: кварковая петля - ρ -мезон.

Однако оказалось, что существует ряд процессов, где векторные мезоны не описываются на языке кварковых петель /во всяком случае в однопетлевом приближении/. Это радиационные распады, в которых в однопетлевом приближении возникают кварковые петли обычного неаномального типа и где наряду с фотонами участвуют нейтральные псевдоскалярные мезоны. Примером могут служить такие распады, как $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$, $\eta' \rightarrow \omega \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \gamma$ ($\pi^0 \gamma \gamma$). Из

^{*} В этом и следующих рисунках всегда предполагаются различные перестановки внешних концов диаграмм.

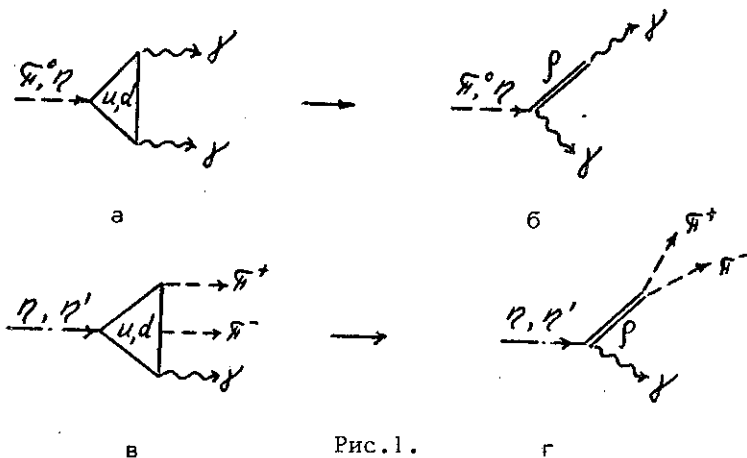


Рис.1.

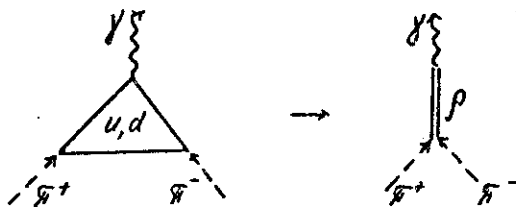


Рис.2.

алгебры токов следует, что вероятность этих распадов равна нулю, поскольку электромагнитный ток коммутирует с током π^0 -мезона. Ситуация подобна той, которая встречалась при описании в алгебре токов распада $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ /теорема Сазерленда-Вельтмана /СВ//12//. Там согласие с экспериментом достигалось учетом аномальных членов в дивергенции аксиального тока, поскольку процесс $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ идет в однопетлевом приближении через петлю аномального типа. В случае же вышеуказанных процессов в однопетлевом приближении мы встречаем только петли обычного типа, которые не могут дать никаких отклонений от результатов стандартной алгебры токов /см. рис.3,4/. Поэтому вклады от таких петель в амплитуды соответствующих распадов полностью взаимно сокращаются в полном согласии с теоремой СВ.

Но при рассмотрении промежуточных векторных мезонов здесь опять появляются аномальные диаграммы, правда, уже в двухпетлевом приближении /рис.5,6/. Поэтому и здесь становится возможным отклонение от стандартных результатов алгебры токов и вероятность распадов $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma\gamma$, $\eta' \rightarrow \omega \gamma$ оказывается отличной от нуля.

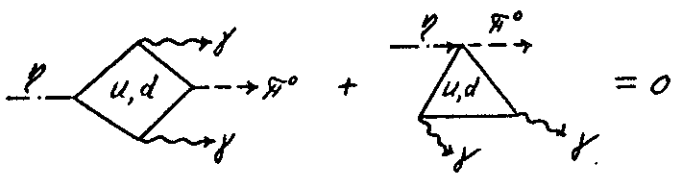


Рис. 3.

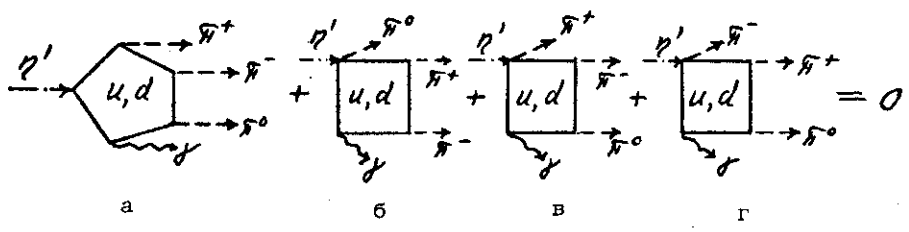


Рис. 4.

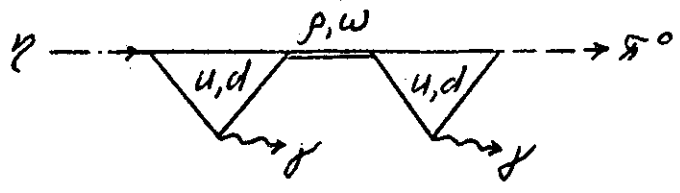


Рис. 5.

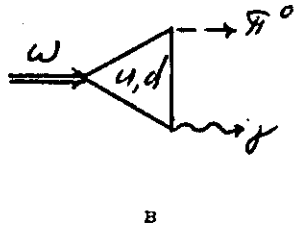
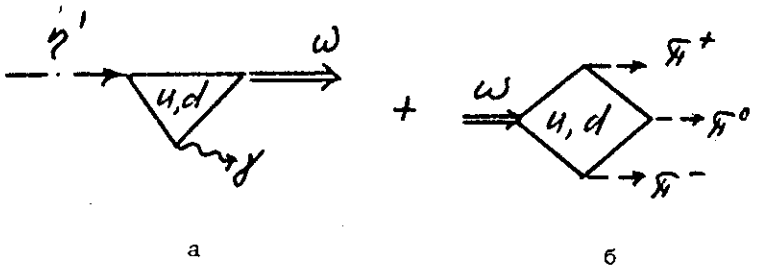


Рис. 6.

В следующем параграфе мы более подробно с этой точки зрения рассмотрим процессы $\eta' \rightarrow \omega \gamma$, $\omega \rightarrow 3\pi$, $\omega \rightarrow \pi^0 \gamma$. В §3 обсудим также процесс $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ и поляризуемость π^0 -мезона.

§2. РАСПАДЫ $\eta' \rightarrow \omega \gamma$, $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$, $\omega \rightarrow \pi^0 \gamma$

При описании в квантовой киральной теории распадов псевдоскалярных мезонов основного октета в конечных продуктах распада не могли встречаться векторные мезоны. Однако возможное их участие в промежуточных этапах реакции косвенно учитывалось при рассмотрении кварковых /или барионных/ петель /12,13/, как было указано во Введении. Покажем, как это происходило на примере распада $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$.

Рассмотрим кирально-инвариантный лагранжиан, описывающий взаимодействие псевдоскалярных мезонов друг с другом и с полями кварков в эффективных локальных вершинах /2/:

$$\mathcal{L} = \frac{F^2}{2} D^\mu \xi_i D_\mu \xi_i + \bar{q} (i \gamma^\mu D_\mu - m) q + g_A (\bar{q} \gamma^5 \gamma^\mu V_k q) D_\mu \xi_k. \quad /1/$$

Здесь $\xi_i = \Phi_i / F$, Φ_i и q - поля мезонов и кварков; $F \approx 95$ МэВ - константа распада пиона; $g_A \approx 1$; $V_k = \frac{\lambda_k}{2}$; λ_k - матрицы Гелл-Манна; $D_\mu \xi_i$, $D_\mu q$ - ковариантные производные /см. /2/ /. Распад $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ хорошо описывается в однопетлевом приближении, при рассмотрении кварковых петель, показанных на рис. 1в /2,5/. Эти петли имеют аномальный характер.

С другой стороны, распад $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ столь же хорошо описывается в модели векторной доминантности при рассмотрении промежуточного ρ -мезона и эффективных вершин $\rho \pi \pi$ и $\rho \eta \gamma$ /рис. 1г/. Еще один способ описания этого процесса связан с одновременным рассмотрением промежуточного ρ -мезона и кварковой петли /14/ /рис. 7/* . Этот способ позволяет в какой-то мере описать внутреннюю структуру эффективных вершин типа $\rho \eta \gamma$. Взаимодействие векторных мезонов с кварками описывается эффективным локальным лагранжианом вида

$$\mathcal{L}_V = \frac{g_\rho}{2} \{ \bar{p}_\mu \bar{q} \gamma^\mu \vec{\tau} q + \omega_\mu \bar{q} \gamma^\mu q - \sqrt{2} \phi_\mu \bar{s} \gamma^\mu s + \sqrt{2} \bar{q} \gamma^\mu s K_\mu + \sqrt{2} \bar{K}_\mu \bar{s} \gamma^\mu q \}, \quad /2/$$

* Авторы работы /14/ назвали эту гибридную модель моделью доминирующей треугольной кварковой аномалии - ДТКА. В дальнейшем так и будем на нее ссылаться.

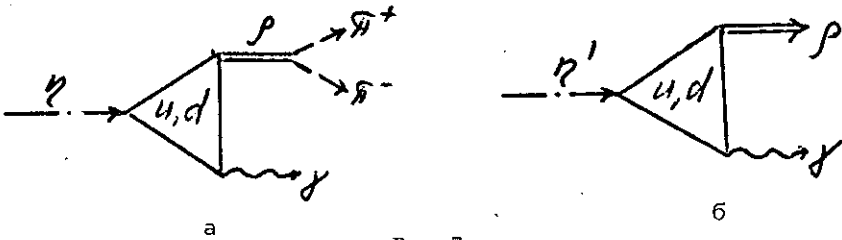


Рис. 7.

где $q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$, g_ρ - константа распада $\rho \rightarrow 2\pi$,

$$\alpha_\rho = g_\rho^2 / 4\pi \approx 3.$$

13/

В этих моделях, в отличие от первой, мы должны вводить дополнительные произвольные параметры /константы $g_{\rho\pi\pi}, g_{\rho\eta\eta}$ и др. в модели векторной доминантности или константу α_ρ в ДТКА/.

Аналогично описывается распад $\eta' \rightarrow \rho^0 \gamma (\pi^+ \pi^- \gamma)$ /2, 14/.

Прежде чем перейти к обсуждению распада $\eta' \rightarrow \omega \gamma$, сравним диаграммы, изображенные на рис. 1в и 7б. В первом случае мы имеем дело только с псевдоскалярными частицами, а ρ -мезон в конечном состоянии можно описать как резонансное состояние пары пионов. В последнем случае явно вводится взаимодействие ρ -мезона с кварковой петлей /2/. Но легко видеть, что в обоих случаях мы имеем дело с диаграммами аномального типа.

Совершенно иная ситуация возникает при описании распада $\eta' \rightarrow \omega \gamma \rightarrow (\pi^+ \pi^- \pi^0) \gamma$ в этих двух моделях. Если мы хотим использовать только лагранжиан /1/, то должны рассмотреть набор однопетлевых диаграмм, изображенных на рис. 4, и учесть, что конечные три пиона должны находиться в резонансном состоянии, соответствующем ω -мезону.

В результате получаем, что вклад пятиугольных диаграмм в амплитуду этого процесса равен

$$T_\Delta^\mu = i \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \frac{e\pi^2}{F^4} q [p_0(p_+ - p_-)^\mu + p_+(p_- - p_0)^\mu + p_-(p_0 - p_+)^\mu]. \quad /4/$$

Здесь q - импульс фотона, p_0, p_+, p_- - импульсы пионов, e - электрический заряд. Вклад четырехугольных диаграмм, содержащих парные мезонные вершины /рис. 4б-г/, оказывается равен тому же значению, но с противоположным знаком. Таким образом их совместные вклады в амплитуду полностью сокращаются, что соответствует требованию теоремы СВ в алгебре токов *. Поскольку

* Ненулевыми будут только вклады в амплитуду от диаграмм дровесного типа. Эти диаграммы подобны тем, которые описывают распад $\eta' \rightarrow 3\pi$. Но вклад их в амплитуду очень мал, пропорционален разности масс u - и d -кварков.

ку диаграммы рис. 4 не являются аномальными, то и отклонения от требований теоремы СВ не может произойти.

Перейдем теперь к модели ДТКА. Заменяя три пиона одним ω -мезоном /рис. 6а/, мы сразу получаем вместо обычной диаграммы диаграмму аномального типа. Поэтому теорема СВ перестает работать, и вклад в амплитуду петлевой диаграммы становится отличным от нуля. Элементарные расчеты приводят к результату /14/

$$\Gamma_{\eta' \rightarrow \omega \gamma} = \frac{a a_\rho}{3(8\pi F)^2} \frac{(m_\eta^2 - m_\omega^2)^3}{m_\eta^3} \left(\cos \phi + \frac{\sin \phi}{\sqrt{2}} \right)^2 \approx 9 \text{ кэВ.} \quad /5/$$

Здесь угол смешивания ϕ равен $\sim -11^\circ$, $a = 1/137$. Экспериментальное значение равно /15/:

$$\Gamma_{\eta' \rightarrow \omega \gamma}^{\text{эксп.}} = 5,9 \pm 2,4 \text{ кэВ.} \quad /6/$$

Итак, мы видим, что при описании распада $\eta' \rightarrow \omega \gamma (\pi^+ \pi^- \pi^0 \gamma)$ в киральной модели /1/ мы сталкиваемся со случаем скрытой аномалии. На уровне однопетлевых диаграмм с псевдоскалярными концами, изображенных на рис. 4, ее невозможно обнаружить. Но при введении ω -мезона в явной форме эта аномалия сразу же себя проявляет /см. рис. 6а/. Тем самым дуализм: кварковая петля с псевдоскалярными концами - векторный мезон - здесь явно нарушается.

Распады $\omega \rightarrow 3\pi$ и $\omega \rightarrow \pi^0 \gamma$ вполне удовлетворительно описываются кварковыми петлями, поскольку последние опять имеют аномальный характер /см. рис. 6б, в/. В модели ДТКА эти процессы вычислены в /14/. Приведем здесь результат, полученный для $\Gamma_{\omega \rightarrow 3\pi}$ с использованием четырехугольной диаграммы /6б/ и учетом ρ -резонансов в конечных состояниях. Амплитуда этого процесса равна

$$T^\mu = -i \frac{3}{(2\pi)^2} \frac{g_\rho}{F^3} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (p_+)_\nu (p_-)_\rho (p_0)_\sigma, \quad /7/$$

где p_0 , p_+ и p_- - импульсы пионов, Отсюда для ширины распада получаем

$$\Gamma_{\omega \rightarrow 3\pi} = \frac{3a_\rho}{2m_\omega} \frac{(\mu m_\rho)^4}{(2\pi F)^6} \left(1 + \frac{\Gamma_\rho}{2m_\rho} \right)^2 I. \quad /8/$$

Здесь μ , m_ρ и m_ω - массы пиона, ρ -мезона и ω -мезона; Γ_ρ - ширина ρ -мезона; $I = 0,28$ - фазовый интеграл с учетом ρ -мезонного резонанса. Численное значение для ширины распада $\omega \rightarrow 3\pi$ равно

$$\Gamma_{\omega \rightarrow 3\pi} = 6 \text{ МэВ} / F = 95 \text{ МэВ}, \quad /9/$$

$$\Gamma_{\omega \rightarrow 3\pi} = 7 \text{ МэВ} / F = 93 \text{ МэВ см} /14,16//.$$

Эксперимент дает /15/

$$\Gamma_{\omega \rightarrow 3\pi} = 9,08 \pm 0,28 \text{ МэВ.} \quad /10/$$

§3. РАСПАД $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ И ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ НЕЙТРАЛЬНОГО ПИОНА

С ситуацией, очень похожей на только что описанную, мы сталкиваемся при изучении распада $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ /17/. Там также в силу требований теоремы СВ происходит полное сокращение вкладов от кварковых /или барионных/ петель, поскольку они не являются аномальными и строго подчиняются теоремам алгебры токов /см. рис.3/. Если не вводить здесь промежуточных векторных состояний, то вклады в амплитуду могут дать только пионные петли. Оценка вкладов дана в работе /17/. Оказалось, что они существенно меньше, чем вклады от промежуточных векторных мезонов /см /18/.

Опять мы сталкиваемся здесь со скрытыми аномалиями. Чтобы явно учесть их, необходимо ввести промежуточные векторные мезоны и перейти к рассмотрению двухпетлевого приближения /см. рис.5/. Тогда сразу же возникают две треугольные диаграммы аномального типа, и теорема СВ нарушается*.

Вклад в амплитуду распада $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ от диаграмм, изображенных на рис.5, равен

$$\Gamma_{(\eta \pi^0)} = i \sqrt{3} \frac{a \alpha \rho}{(2\pi F)^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon_{\mu\beta\gamma\delta} k^\sigma k^\delta (\epsilon_1^\nu \epsilon_2^\beta q_1^\rho q_2^\gamma + \epsilon_1^\beta \epsilon_2^\nu q_1^\gamma q_2^\rho) \times \\ \times [(k^2 - m_\rho^2)^{-1} + (k^2 - m_\omega^2)^{-1}]. \quad /11/$$

Здесь ϵ_i , q_i - поляризации и импульсы фотонов, k - импульс векторного мезона. Сравнивая это выражение с формулой /2/ работы /18/, находим, что в нашем случае

$$f_\rho = f_{\eta\rho\gamma} f_{\rho\pi\gamma} = f_\omega = \sqrt{3} a \alpha_\rho \left(\frac{\mu}{2\pi F}\right)^2, \quad /12/$$

откуда следует, что $f_\rho/a = 0,28$, в то время как в /18/ использовано значение $f_\rho/a = 0,363$. В результате для ширины распада $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ получаем

*Вместо треугольных диаграмм можно рассматривать эффективные вершины $g_{\rho\eta\gamma}$, $g_{\rho\pi^0\gamma}$, ..., как это сделано в /18/. Однако мы будем следовать модели ДТКА /14/, поскольку здесь лучше виден механизм, приводящий к отклонению от требований теорем алгебры токов.

$$\Gamma_{\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma} = 0,36 \text{ эВ} / \phi = -11^\circ, \quad F = 95 \text{ МэВ}, \quad /13/$$

$$\Gamma_{\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma} = 0,39 \text{ эВ} / \phi = -11^\circ, \quad F = 93 \text{ МэВ}.$$

что значительно превосходит оценку, сделанную в работе /17/ на основе учета вкладов только пионных петель. Возможность существования скрытых аномалий и, на основе этого, отклонения от стандартных теорем алгебры токов там не была учтена.

В заключение параграфа скажем еще несколько слов о возможных вкладах двухпетлевых аномальных диаграмм в величину поляризуемости нейтрального пиона /рис.8/. В работах /19,20/ сделаны оценки поляризуемости пионов в модели квантовой киральной теории с кварковыми /или барионными/ петлями. При вычислении поляризуемости нейтрального пиона опять происходит полное сокращение вкладов от кварковых /барионных/ петель в силу теоремы СВ. Введем ρ - и ω -мезоны и рассмотрим двухпетлевое приближение с аномальными треугольными диаграммами /см. рис.8/. Соответствующая амплитуда имеет вид

$$T_{(\pi^0 \pi^0)} = i \frac{a a_\rho}{2(2\pi F)^2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon_{\mu\beta\gamma\delta} k^\sigma k^\delta (\epsilon_1^\nu \epsilon_2^\beta q_1^\rho q_2^\gamma + \epsilon_1^\beta \epsilon_2^\nu q_1^\gamma q_2^\rho) \times \\ \times [(k^2 - m_\rho^2)^{-1} + 9(k^2 - m_\omega^2)^{-1}]. \quad /14/$$

Здесь импульсы те же, что и в формуле /11/. Перепишем часть формулы /14/ в следующем виде:

$$\epsilon_1^\nu \epsilon_2^\beta \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon_{\mu\beta\gamma\delta} q_1^\rho q_2^\gamma p_{\pi^0}^\sigma (p_{\pi^0} - q_1)^\delta = \quad (\epsilon = \{0, \vec{\epsilon}\}) \\ = [\mu\omega_1 + (\mu^2 - \mu\omega_1) \cos\theta] \omega_1 \omega_2 (\vec{\epsilon}_1 \vec{\epsilon}_2) - (\mu^2 - \mu\omega_1) (\vec{q}_1 \vec{\epsilon}_2) (\vec{q}_2 \vec{\epsilon}_1). \quad /15/$$

где ω_1 - энергии фотонов, p_{π^0} - импульс пиона. Отсюда видно, что полюсные диаграммы дают вклад только в величину магнитной поляризуемости пиона /см. Приложение /19/ /. Этот вклад равен

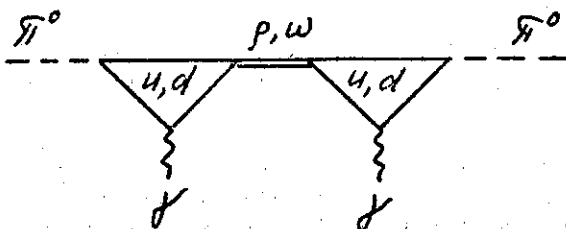


Рис. 8.

$$\frac{\alpha \rho \mu}{2(2\pi F)^2} [(m_\rho^2 - \mu^2)^{-1} + 9(m_\omega^2 - \mu^2)^{-1}]. \quad /16/$$

Как и следовало ожидать, основной вклад дает ω -мезон. В результате для поляризуемостей пиона получаем

$$\alpha_{\pi^0} = \frac{\alpha}{2\pi\mu F^2} a^{(\pi)}(0) = -0.036 \frac{\alpha}{\mu^3}, \quad /17/$$

$$\beta_{\pi^0} = \frac{\alpha}{2\pi\mu F^2} \left[-a^{(\pi)}(0) + \frac{\alpha \rho}{4\pi} \left(\frac{9}{m_\omega^2/\mu^2 - 1} + \frac{1}{m_\rho^2/\mu^2 - 1} \right) \right] = 0.06 \frac{\alpha}{\mu^3}.$$

Здесь α_{π^0} и β_{π^0} - электрическая и магнитная поляризуемости пиона, а $a^{(\pi)}(0) = -1/9$ - вклад от пионных петель при $\omega_1 = \omega_2 = 0^{19/}$. Из полученной формулы видно, что вклад ρ - и ω -резонансов в магнитную поляризуемость пиона соизмерим с вкладом от пионных петель - $a^{(\pi)}$. Однако все эти вклады на порядок меньше вкладов от кварковых /или барионных/ петель в тех случаях, когда они взаимно не компенсируются /см. поляризуемость заряженных пионов^{19,20/}. Так что там учет промежуточных векторных мезонов менее существен. О роли учета вкладов от других векторных мезонов см. обзор В.А.Петрунькина^{21/}.

§4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование показало, что квантовая киральная теория с псевдоскалярными мезонами и кварковыми петлями имеет ограниченную область применения с границей, лежащей где-то в районе ~ 500 МэВ. Эта та область, где явно не могут рождаться векторные мезоны. Возможное участие векторных частиц в промежуточных состояниях в большинстве случаев вполне удовлетворительно описывается кварковыми петлями. Это относится ко всем радиационным распадам, идущим через кварковые петли аномального типа, к описанию электромагнитных формфакторов мезонов, π - π -рассеянию и др. Однако в некоторых специфических ситуациях, а именно - когда в силу теоремы СВ вклады всех однопетлевых кварковых диаграмм полностью выпадают, лагранжиан /1/ может и не дать полного описания физических процессов. В этом случае, вероятно, следует вводить в рассмотрение промежуточные векторные мезоны независимым способом /см. /2//. Такая ситуация возникает при описании, например, распада $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$, а также при вычислении поляризуемости нейтрального пиона.

Здесь следует сделать одно важное замечание. Одновременное рассмотрение лагранжианов /1/ и /2/ может привести к двойному счету. Поэтому во всех тех случаях, когда кварковые петли не

компенсируются полностью, необходимо рассматривать лагранжиан /1/. Промежуточные векторные мезоны можно включать в рассмотрение лишь при полном отсутствии вкладов от кварковых петель с псевдоскалярными концами. Это правило носит, безусловно, рецептурный характер и является существенным недостатком моделей с лагранжианами /1/ и /2/.

В заключение еще раз отметим интересный дуализм: кварковая петля - векторный мезон, который особенно четко виден для кварковых петель аномального типа и ρ -мезонов.

Авторы считают своим приятным долгом выразить глубокую благодарность за плодотворные дискуссии С.Б.Герасимову и А.Б.Говорову.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ebert D., Volkov M.K. Fortschr. der Phys., 1981, 29, p. 127.
2. Волков М.К., Эберт Д. ЯФ, 1980, 32, с. 503.
3. Okubo S. Symmetries and Quark Models, Ed. R.Cand. N.Y., Gordon-Breach, 1970, p. 59.
4. Adler S.L. Phys.Rev., 1969, 177, p. 2426.
5. Chanowitz M.S. Phys.Rev.Lett., 1975, 35, p. 977.
6. Герасимов С.Б. ЯФ, 1979, 29, с. 513.
7. t' Hooft G. Nucl.Phys., 1974, B72, p. 461.
8. Волков М.К., Первушин В.Н. УФН, 1976, 120, с. 363.
9. Gell-Mann M., Sharp D.W., Wagner W. Phys.Rev.Lett., 1962, 8, p. 261.
10. Волков М.К., Первушин В.Н. ЯФ, 1974, 19, с. 652.
11. Volkov M.K., Pervushin V.N. Nuovo Cim., 1975, A27, p.277.
12. Трейман С., Джекив Р., Гросс Д. Лекции по алгебре токов. Атомиздат, М., 1977.
13. Волков М.К. ЭЧАЯ, 1979, 10, с.693.
14. Иванов А.Н., Шехтер В.М. ЯФ, 1980, 31, с. 530.
15. Particle Data Group, Rev.Mod.Phys., 1980, 52, No.2.
16. Nagels M.M. Nucl.Phys., 1979, B147, p. 189.
17. Волков М.К., Эберт Д. ЯФ, 1979, 30, с. 1420.
18. Orpo G., Oneda S. Phys.Rev., 1967, 160, p. 1397.
19. Волков М.К., Первушин В.Н. ЯФ, 1975, 22, с. 346.
20. Волков М.К., Эберт Д. ЯФ, 1981, 34, с. 182.
21. Петрунькин В.А. ЭЧАЯ, 1981, 12, с. 692.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 ноября 1981 года.