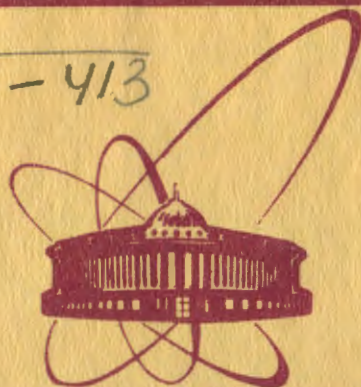


p-413



объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

5722/2-81

23/11-81

P4-81-596

Г.Репке, М.Шлангес,¹ Д.Кремп,¹ Л.Мюнхов,²
Х.Шульц²

ДЕЙТЕРИЗАЦИЯ И ПЛОТНОСТЬ МОТТА
В ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ
ПРИ КОНЕЧНЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Направлено в ЯФ

¹ Университет г.Росток, ГДР.

² ЦИЯИ, Россендорф, ГДР.

1981

1. ВВЕДЕНИЕ

Термодинамические свойства ядерной материи представляют особый интерес в некоторых проблемах современной ядерной физики, см. /1/. Изучалась задача об определении степени ассоциации дейтронов

$$\gamma_d(\rho_{\text{nucl.}}, T) = \frac{2\rho_{\text{deut.}}}{\rho_{\text{nucl.}}} \quad /1/$$

T - температура, $\rho_{\text{nucl.}}$ - полная плотность нуклонов, $\rho_{\text{deut.}}$ - плотность дейтронов / для однородной системы нуклонов в равновесии и степень ассоциации других связанных состояний (cluster) /1, 2/. Рассматривался также вопрос о стабильности ядерной материи и построении фазовой диаграммы /2,3/.

Последовательный подход к теории ядерной материи при конечных температурах должен содержать как частный случай обычную теорию ядерной материи при нулевой температуре /теорию Бракнера /4/, теорию оптического потенциала /5/, теорию α -материи /6/. Такой подход начал развиваться только в последнее время на основе квантово-статистического описания системы нуклонов с помощью техники функций Грина.

Главной целью настоящей работы является изучение задачи о двух нуклонах, находящихся под влиянием окружающего ядерного вещества. При определенных условиях связанное состояние двух нуклонов может исчезать /переход Мотта/, что влияет на термодинамические свойства ядерной материи, а именно - на степень ассоциации. Чтобы получить результаты в явном виде, рассматривается модельный потенциал прямоугольной ямы для нуклон-нуклонного взаимодействия.

2. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ С УЧЕТОМ ДВУХЧАСТИЧНЫХ СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ

Гамильтониан системы нуклонов записывается в виде

$$H = \sum_1 E(i) c_1^+ c_1 + \frac{1}{2} \sum_{12} V(12) c_1^+ c_2^+ c_2 c_1, \quad /2/$$

где $i = 1, 2, \dots = (\vec{p}_i, \sigma_i, \tau_i)$ - квантовое число, обозначающее импульс \vec{p}_i , спин σ_i и изоспин τ_i нуклона, $E(i) = p_i^2/2M$, а $V(12)$ сохраняет полный импульс, так как $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$. Счи-

тается, что система вырождена по изоспину, а кулоновским взаимодействием пренебрегается.

Для вывода термодинамических уравнений состояния воспользуемся большим каноническим ансамблем Гиббса, который определяется параметрами $\beta = (k_B T)^{-1}$ и μ , где μ - химический потенциал нуклонов. Будем вычислять термодинамическую /матцубаровскую/ функцию Грина $G(1, z)^{7-9/}$:

$$G^{-1}(1, z) = \hbar z - E(1) - \Sigma(1, z) . \quad /3/$$

Чтобы учесть появление связанных состояний, представим собственную энергию $\Sigma(1, z)$ в лестничном приближении^{9,2/}:

$$\Sigma^{(2)}(1, z) = \Delta^{HF}(1) + \sum_{2, \alpha P} |\Phi_{\alpha P}(12)|^2 * \quad /4/$$

$$* \frac{(\epsilon(1) + \epsilon(2) - E_{\alpha P})^2}{\hbar z + \epsilon(2) - E_{\alpha P}} \{g_2(E_{\alpha P}) + f(\epsilon(2))\} ,$$

где

$$f(\epsilon) = [\exp \beta(\epsilon - \mu) + 1]^{-1} ,$$

$$g_2(\epsilon) = [\exp \beta(\epsilon - 2\mu) - 1]^{-1} ,$$

$$\Delta^{HF}(1) = \sum_2 (V(12,12) - V(12,21)) f(\epsilon(2)) ,$$

$$\epsilon(1) = E(1) + \text{Re} \Sigma^{(2)}(1, \omega - i0^+) |_{\hbar \omega = \epsilon(1)} .$$

Антисимметризованная волновая функция $\Phi_{\alpha P}$ /12/ и собственная энергия $E_{\alpha P}$ определяются из однородного волнового уравнения, отвечающего уравнению Бете-Солпитера /эффективное уравнение Шредингера для двухчастичной задачи с учетом окружения/

$$(\epsilon(1) + \epsilon(2) - E_{\alpha P}) \Phi_{\alpha P}(12) + \sum_{1'2'} V(12,1'2') (1 - f(\epsilon(1')) - f(\epsilon(2')) \Phi_{\alpha P}(1'2') = 0 . \quad /5/$$

Система уравнений /4/, /5/ представляет самосогласованную систему уравнений для вычисления собственной энергии $\Sigma^{(2)}(1, z)$ при заданных β, μ .

Плотность нуклонов ρ_{nucl} как функция β, μ определяется уравнением^{7/}

$$\rho_{\text{nucl}}(\beta, \mu) = \frac{1}{\Omega} \sum_0^1 \int d(\hbar \omega) \frac{1}{\pi} \text{Im} G(1, \omega - i0^+) f(\hbar \omega) \quad /6/$$

$/\Omega_0$ - нормировочный объем/. Разделяя спектр двухнуклонных состояний на связанные состояния (bound) и состояния рассеяния (sc) и учитывая /3/, /4/, найдем /9,2/:

$$\rho_{\text{nucl.}}(\beta, \mu) = \frac{1}{\Omega_0} \sum_1 f(\epsilon(1)) + \frac{1}{\Omega_0} \sum_{\alpha, P}^{(\text{bound})} g_2(E_{\alpha P}) +$$

$$+ \frac{1}{\Omega_0} \sum_{12} \left\{ \sum_{\alpha, P}^{(\text{sc})} g_2(E_{\alpha P}) - g_2(\epsilon(1) + \epsilon(2)) \right\} |\Phi_{\alpha P}(12)|^2 *$$

$$* (E_{\alpha P} - \epsilon(1) - \epsilon(2))^2 \left(- \frac{\partial}{\partial \epsilon} \frac{\mathcal{P}}{\epsilon + \epsilon(2) - E_{\alpha P}} \right) \Big|_{\epsilon = \epsilon(1)} =$$

$$= \rho_{\text{free}} + 2 \sum_{\alpha}^{(\text{bound})} \rho_{\alpha} + \rho_{\text{cont. corr.}}$$

/7/

/Здесь \mathcal{P} - главное значение/.

Таким образом, для заданных параметров β, μ с помощью уравнения /7/ можно вычислить плотности $\rho_{\text{nucl.}}(\beta, \mu), \rho_{\alpha}(\beta, \mu)$, /дейтрон/ так как степень ассоциации $\gamma_{\alpha}(\rho_{\text{nucl.}}, T)$ (2).

3. СИСТЕМА ДВУХ НУКЛОНОВ ПОД ВЛИЯНИЕМ ОКРУЖАЮЩЕГО ЯДЕРНОГО ВЕЩЕСТВА. ПРИБЛИЖЕНИЕ ХАРТРИ-ФОКА

Для решения самосогласованной системы уравнений /4/, /5/ рассматриваем сначала эффективное уравнение Шредингера /5/, которое можно переписать в виде

$$(E(1) + E(2) - E_{\alpha P}) \Phi_{\alpha P}(12) + \sum_{1'2'} V(12, 1'2') \Phi_{\alpha P}(1'2') =$$

$$= - \sum_{1'2'} H_{\text{nucl. matter}}^{(2)}(12, 1'2') \Phi_{\alpha P}(1'2'),$$

/8/

где левая сторона описывает изолированную систему двух нуклонов, а правая определяет эффективный гамильтониан окружающего ядерного вещества для системы двух нуклонов.

В приближении Хартри-Фока, когда

$$\epsilon(1) \approx E(1) + \Delta^{\text{HF}}(1),$$

/9/

для эффективного гамильтониана окружающего ядерного вещества найдем следующее явное выражение /2/:

$$H_{\text{nucl.matter}}^{(2, \text{HF})}(12, 1'2') = -\frac{1}{2}(f(1)+f(2)+f(1')+f(2'))V(12, 1'2') + \Delta^{\text{HF}}(1) + \Delta^{\text{HF}}(2)) \delta_{11'} \delta_{22'} , \quad /10/$$

где

$$f(1) = f(E(1) + \Delta^{\text{HF}}(1)) , \quad /11/$$

$$\Delta^{\text{HF}}(1) = \sum_2 (V(12, 12) - V(12, 21)) f(2) .$$

Гамильтониан /10/ состоит из двух частей: первая часть описывает заполнение фазового пространства (Pauli blocking), а вторая - сдвиг собственной энергии в приближении ХФ /одночастичный ХФ сдвиг/.

Для решения уравнения /8/ воспользуемся теорией возмущения. Тогда для сдвига энергии связанного состояния получим:

$$E_{\alpha P}^{\text{HF}} = E_{\alpha P}^{\circ} + \Delta E_{\alpha P}^{\text{HF}} , \quad /12/$$

$$\Delta E_{\alpha P}^{\text{HF}} = \sum_{12, 1'2'} \Phi_{\alpha P}^{\circ}(12) \Phi_{\alpha P}^{\circ*}(1'2') H_{\text{nucl.matter}}^{(2, \text{HF})}(12, 1'2') .$$

где $\Phi_{\alpha P}^{\circ}(12)$, $E_{\alpha P}^{\circ}$ - решение уравнения Шредингера для задачи системы двух изолированных нуклонов. Сдвиг края континуума двухнуклонных состояний определяется /для полного момента P /:

$$\Delta E_{\text{cont. edge, P}} = 2\Delta^{\text{HF}}(P/2) \quad /13/$$

и в отличие от /12/ не содержит эффектов заполнения фазового пространства (Pauli blocking). Таким образом, окружающее ядерное вещество по-разному влияет на связанные состояния и на состояния рассеяния. При определенных условиях связанное состояние может исчезать. Для заданных значений температуры и полного момента это может происходить при так называемой плотности Мотта $\rho_{\alpha, P}^{\text{Mott}}(T)$.

Эффект разрушения связанного состояния при определенной плотности окружающего вещества /переход Мотта/ хорошо известен для систем с кулоновским взаимодействием, см. /10/. В общем случае эффективный гамильтониан окружающего вещества зависит от энергии, так как эффективное уравнение Шредингера содержит неэрмитовский гамильтониан.

4. МОДЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ЯМЫ

Для наглядности при вычислении полученных выражений воспользуемся для нуклон-нуклонного взаимодействия $V(12, 1'2')$ модельным потенциалом прямоугольной ямы

$$V(r) = -V_0, \quad r < d_0; \quad V(r) = 0, \quad r > d_0. \quad /14/$$

Предположим, что ядерные силы не зависят от зарядов. Определим параметры V_0, d_0 из низкоэнергетических данных p-n рассеяния:

$$\begin{aligned} V_{0t} &= 34,4 \text{ МэВ} & d_{0t} &= 2,08 \text{ Фм /триплет/} \\ V_{0s} &= 13,9 \text{ МэВ} & d_{0s} &= 2,6 \text{ Фм /синглет/.} \end{aligned} \quad /15/$$

Одночастичный ХФ сдвиг энергии Δ^{HF} /1/ определяется следующим образом:

$$\Delta^{\text{HF}}(p) = \sum_q \{ (3V_t(0) + V_s(0)) f(q) - (\frac{3}{2}V_t(q) - \frac{1}{2}V_s(q)) f(p+q) \}, \quad /16/$$

$$V_{s,t}(q) = -V_{0s,t} \frac{4\pi}{q^3} (\sin qd_{0s,t} - qd_{0s,t} \cos qd_{0s,t}).$$

Модельный потенциал прямоугольной ямы /14/ имеет связанное состояние с антисимметричной волновой функцией при $S=1, L=0, T=1$ /дейтрон/:

$$\begin{aligned} \Phi_{d,P}^{\circ} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\delta_{\tau_1+} \delta_{\tau_2-} - \delta_{\tau_1-} \delta_{\tau_2+}) \delta_{\sigma_1+} \delta_{\sigma_2+} \delta_{\vec{p}_1+\vec{p}_2} \Phi_d^{\circ}(p_1 - P/2), \\ \Phi_d^{\circ}(p) &= \int d^3r e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}} \psi_d^{\circ}(r), \end{aligned} \quad /17/$$

где $\psi_d^{\circ}(r)$ - обычное нормированное решение для потенциала /14/.

Сдвиг энергии связи /12/ состоит из двух частей сдвига собственной энергии

$$\Delta E_{d,P}^{\text{self energy}} = 2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} |\Phi_d^{\circ}(p)|^2 \Delta^{\text{HF}}(p + P/2) \quad /18/$$

и члена, описывающего заполнение фазового пространства

$$\begin{aligned} \Delta E_{d,P}^{\text{Pauli blocking}} &= \\ &= -2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3p'}{(2\pi)^3} \Phi_d^{\circ}(p) \Phi_d^{\circ}(p') V_t(p-p') f(p + P/2). \end{aligned} \quad /19/$$

Для полного момента $P=0$ сдвиг связанного состояния и край континуума показаны на рис. 1 в зависимости от температуры и

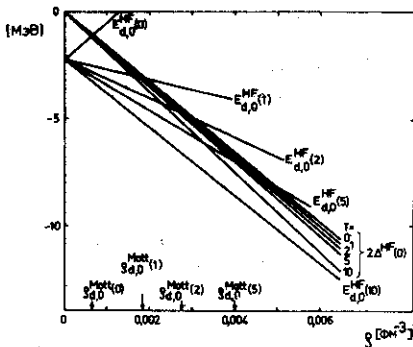
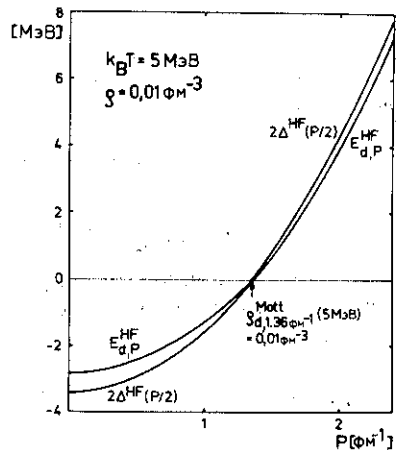


Рис.1. Сдвиг энергии связи дейтрона $E_{d,0}^{HF}(T, \rho)$ и сдвиг края континуума состояний рассеяния $2\Delta^{HF}(p=0; T, \rho)$ в зависимости от плотности нуклонов для температур $k_B T = 0, 1, 2, 5, 10$ МэВ. Показана плотность Мотта $\rho_{d,0}^{Mott}(T)$ для различных температур /в единицах МэВ/.

Рис.2. Зависимость сдвига энергии дейтрона $E_{d,P}^{HF}$ и края континуума состояния рассеяния $2\Delta^{HF}(P/2)$ от полного момента P двухнуклонной системы для $k_B T = 5$ МэВ, $\rho = 0,01$ Фм $^{-3}$. Связанное состояние появляется при $P = 1,36$ Фм $^{-1}$.



плотности нуклонов

$$\rho_{free}(\beta, \mu) = 4 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} [e^{\beta(\hbar^2 p^2 / 2M + \Lambda_{HF}(p) - \mu)} - 1]^{-1}, \quad /20/$$

где $\Delta^{HF}(p)$ определяется формулой /16/. При не слишком больших плотностях имеется линейная зависимость сдвигов энергии от плотностей. На рис.1 показана также плотность Мотта $\rho_{d,0}^{Mott}(T)$.

Если $\rho > \rho_{d,0}^{Mott}(T)$, переход Мотта может появляться при конечных значениях d для полного момента дейтрона P , что видно из рис.2.

Рассматривая также фазовые сдвиги состояния рассеяния /8/ с помощью теории возмущения /11/, можно построить эффективный модельный потенциал прямоугольной ямы для уравнения Шредингера /8/. Такой потенциал зависит от температуры, плотности нуклонов и полного момента двухнуклонной системы и может быть представлен приближенно в следующем виде:

$$V_{eff}(r) = -V_{eff,0}, \quad r < d; \quad V_{eff}(r) = \Lambda, \quad r > d. \quad /21/$$

где

$$\Delta = \delta^H \rho_{\text{nucl.}} + \delta^F \rho_{\text{nucl.}} e^{-\alpha_1 P^2},$$

$$V_{\text{eff},0} \approx V_0 + \delta^H \rho_{\text{nucl.}} + \delta^{F,SE} \rho_{\text{nucl.}} e^{-\alpha_1 P^2} + \delta^P \rho_{\text{nucl.}} e^{-(\alpha_2 + \alpha_3 \rho_{\text{nucl.}}) P^2 / 22/}$$

Параметры δ^H , δ^F , $\delta^{F,SE}$, δ^P , α_1 , α_2 , α_3 являются функциями температуры. При больших значениях полного момента P и температуры T влияние окружающего ядерного вещества на двух-нуклонное состояние ослабляется /кроме хартриевского сдвига/.

5. СТЕПЕНЬ АССОЦИИИ И ФАЗОВАЯ ДИАГРАММА

Собственная энергия /4/, следующая из эффективного уравнения Шредингера /8/, выражается через $\Phi_{\alpha P}$ /12/ и $E_{\alpha P}$. Используя эту энергию, удается определить плотность нуклонов /7/ в зависимости от температуры и химического потенциала. Плотность дейтронов ρ_d вычисляется непосредственно из сдвига связанного состояния с помощью интегрирования распределения Бозе по областям полного импульса P , в которых возможно появление связанного состояния. При этом химический потенциал не должен быть больше энергии самого низкого уровня связанных состояний. Если химический потенциал совпадает с этим уровнем энергии, появляется бозе-конденсация нуклонов, т.е. при повышении плотности нуклонов все добавочные частицы перейдут в бозе-конденсат.

Другие члены в /7/ ρ_{free} и $\rho_{\text{cont. corr.}}$ вычисляются, вообще говоря, из данных двухнуклонной задачи. Например, для $\rho_{\text{cont. corr.}}$ можно найти выражение с фазовыми сдвигами, сходное с известной формулой Бета-Уленбека /1,8,9,12/. Если воспользоваться приближением Хартри-Фока, член $\rho_{\text{cont. corr.}}$ не дает вклада /второй порядок по взаимодействию/, а ρ_{free} определяется согласно /20/.

Таким образом, в нашей работе степень ассоциации получена в соответствии с /1/. Результаты вычисления показаны на рис. 3 для различных значений температуры. В пределе очень низких плотностей ($e^{\beta\mu} \ll 1$) можно применять закон действующих масс

$$\frac{\rho_d}{[\rho_{\text{free}}]^2} = \frac{3}{8\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{Mk_B T}} e^{-E_d^0/k_B T}, \quad /23/$$

в соответствии с которым степень ассоциации повышается от нуля при повышении плотности нуклонов. Вблизи плотности Мотта степень ассоциации резко снижается, поскольку связанные состояния постепенно /в зависимости от полного импульса P / исчезают. Показана также область бозе-конденсации /см. рис. 3/.

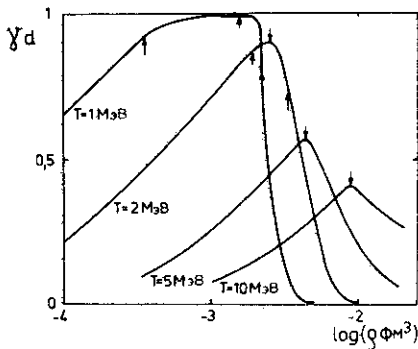


Рис.3. Степень ассоциации γ_d нуклонов в дейтрон в зависимости от плотности нуклонов для различных температур. $\downarrow - \rho_{d,0}^{\text{Mott}}(T)$, область появления бозе-конденсата $\uparrow \dots \uparrow$.

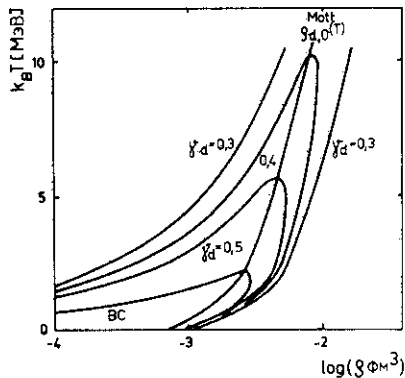


Рис.4. Термодинамические характеристики ядерной материи, показанные в плоскости $\rho-T$. Приведены плотность Мотта $\rho_{d,0}^{\text{Mott}}(T)$, степень ассоциации нуклонов в дейтрон $\gamma_d(T, \rho)$ и область появления бозе-конденсата /BC/.

Степень ассоциации нуклонов в дейтроны можно представить в $\rho_{\text{nucl.}}-T$ плоскости /фазовая диаграмма, рис.4/. Кривые постоянной степени ассоциации ведут себя при низких плотностях в соответствии с законом действующих масс /23/ и имеют перегиб вблизи моттовской линии $\rho_{d,0}^{\text{Mott}}(T)$. Таким образом, в области плотности нуклонного вещества $\rho_{\text{nucl.}} \approx 0,17 \text{ Фм}^{-3}$ дейтроны не могут существовать. На рис.4 также показана область возникновения бозе-конденсата.

Результаты для степени ассоциации не сильно отличаются от результатов, полученных в работах /2/ для потенциалов Сирма и в пренебрежении эффектами вырождения. Более последовательный подход должен улучшить приближение Хартри-Фока. В частности, результаты, подобные /7/, можно получить из уравнения Бета-Уленбека, см. /1,12/, однако при этом не учитывается влияние окружающего нуклонного вещества на систему двух нуклонов и переход Мотта. Важной задачей является также включение других связанных состояний, см. /1,2/.

Особый интерес представляет также вопрос о термодинамической стабильности ядерной материи, который можно решить с помощью /7/, если рассматривать условие $(\partial \rho_{\text{nucl.}} / \partial \mu)_T \geq 0$, см. /2,8/. Таким образом, для определения фазового перехода первого рода и критической точки /2,8/ нужно учитывать появление связанных состояний, которые содержатся в уравнении /7/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mekjian A.Z. Phys.Rev.C, 1978, 17, p.1051.
2. Röpke G., Münchow L., Schulz H. Nucl.Phys. (in press); Phys.Lett. B (in press).
3. Lamb D.Q. et al. Nucl.Phys. A, 1981, 360, p.459; Vinhas X., Garcia-Roger J., Barranco M. Phys.Lett. B, 1981, 100, p.209; Barranco M., Buchler J.R. Phys.Rev.C, 1980, 22, p.1729; Friedman B., Pandharipande V.R. Nucl. Phys.A, 1981, 361, p.502.
4. Day B.D. Rev.Mod.Phys., 1978, 50, p.495; Бете Г. Теория ядерной материи. "Мир", М., 1974.
5. Hüfner J., Mahaux C. Ann.Phys.(N.Y.), 1972, 73, p.525; Jeukenne J.P., Lejeune A., Mahaux C. Phys.Rev. C, 1974, 10, p.1393; 1977, 15, p.10; 1977, 16, p.80.
6. Brink D.M., Castro J.J. Nucl.Phys.A, 1973, 216, p.109; Civitarese O., Plastino A., Faessler A. Z.Phys.A, 1979, 291, p.239; Döhnert L., de Llano M., Plastino A. Phys. Rev.A, 1978, 17, p.767.
7. Kadanov L.P., Baym G. Quantum Statistical Mechanics, W.A.Benjamin, Inc., New York, 1962.
8. Эбелинг В., Крэфт В.Д., Кремп Д. Теория связанных состояний и ионизационного равновесия в плазме и твердом теле. "Мир", М., 1979.
9. Stolz H., Zimmermann R. phys.stat.sol.(b), 1979, 94, p.133.
10. Zimmermann R. et al. phys.stat.sol. (b), 1978, 90, p.175; Röpke G. et al. Phys.Lett.A, 1978, 68, p.329; Röpke G. et al. phys.stat.sol.(b), 1980, 100, p.215.
11. Мессиа А. Квантовая механика. "Наука", М., 1978.
12. Gau R. Ph.d. thesis, Pädagogische Hochschule Güstrow, 1977.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 сентября 1981 года.