сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р4-81-351

В.Г.Николенко

О СТАТИСТИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ СЕЧЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО РАССЕЯНИЯ МЕДЛЕННЫХ НЕЙТРОНОВ

1981

Сечение рассеяния медленного нейтрона на ядре в некотором энергетическом интервале описывают несколькими резонансными членами, резко меняющимися в зависимости от энергии, и членом, остающимся после учета ближайших резонансов медленно изменяющимся с энергией. Последний член называют потенциальным сечением (σ). Этот член содержит вклады от компаунд-состояний ядра, расположенных вне рассматриваемого интервала. Поскольку положения и ширины компаунд-уровней можно считать случайными величинами, постольку и σ должно меняться случайным образом от одного энергетического интервала к другому. Определенный энергетический интервал с уровнями, его окружающими, будем рассматривать как член статистического ансамбля, реализовавшийся в природе. Сечения потенциального рассеяния σ, измеренные в достаточно далеко отстоящих друг от друга энергетических интервалах, можно рассматривать как случайные величины этого ансамбля.

1. Эффект далеких резонансов компаунд-ядра учитывается в R-матричной теории следующим образом /1/: гипотеза о случайном распределении для амплитуд ширин компаунд-уровней (γ_λ) позволяет считать, что вклад далеких резонансов не мал только в канале упругого рассеяния и его можно учесть добавлением к матрицам, соответствующим отдельным уровням, диагональной матрицы R^∞. При этом R-матрица выглядит так:

$$R = R_{-(N-1)} + R_{-(N-2)} + \dots + R_{N-2} + R_{N-1} + R^\infty , \qquad /1/$$

где $R_{-(N-1)}, \dots, R_{N-1}$ - матрицы ближайших уровней /нумеруемых нижним значком/, а R^∞ учитывает далекие уровни.

$$R^\infty = \sum_{\lambda=-N}^{-\infty} \frac{\gamma_\lambda^2}{E_\lambda - E} + \sum_{\lambda=N}^{\infty} \frac{\gamma_\lambda^2}{E_\lambda - E} . \qquad /2/$$

Здесь E_λ - резонансные энергии, а γ_λ^2 связаны с нейтронными ширинами s- и p-уровней соответственно следующим образом:

$$\Gamma_s = 2ka\gamma_s^2 , \quad \Gamma_p = 2\frac{(ka)^3}{1+(ka)^2}\gamma_p^2 ,$$

где k - волновое число, a - радиус канала.

Суммирование в /2/ фактически ограничивается уровнями, входящими в ближайшие гигантские резонансы. Первый член в /2/ отрицателен, второй положителен. Поэтому, если бы приведенные ширины не менялись с энергией, то R^∞ равнялась бы нулю. Но, так как для $\overline{\gamma^2}/\bar{D}$ имеют место гигантские резонансы, то R^∞, вообще говоря, не равняется нулю. Слева от 3s одночастичного резонанса $(A\approx 40)$ $R^\infty \approx -0,5$, справа $(A=70)$ – $R^\infty \approx +0,5$, между 3s- и 4s-резонансами $(A=120)$ $R^\infty \approx 0$. Здесь $\overline{\gamma^2}$ – среднее значение γ^2 в энергетическом интервале, значительно меньшем ширины гигантского резонанса, а $\bar{D}$ – среднее расстояние между уровнями. $\overline{\gamma^2}/\bar{D}$ связано с обычно употребляемым значением силовой функции S следующим образом:

$$\frac{\overline{\gamma^2}}{\bar{D}} = 0,23\frac{S}{a}. \qquad /3/$$

Везде S приводится в единицах 10^{-4}, а радиус канала a – в единицах 10^{-13}см.

Сечение потенциального рассеяния медленных нейтронов $/E < 10$ кэВ/, когда существен вклад только s-рассеяния, имеет вид [2]:

$$\sigma = 4\pi(R_0')^2, \quad R_0' = a(1-R_0^\infty). \qquad /4/$$

2. R^∞ при некоторой энергии будет отклоняться от среднего значения $(\overline{R^\infty})$ из-за случайного характера величин γ_λ и E_λ для резонансов, находящихся вне выбранного энергетического интервала. Среднее значение R^∞ отлично от нуля за счет членов в рядах /2/, отстоящих от E на величину порядка ширины гигантского резонанса, отклонения же R^∞ от среднего $\overline{R^\infty}$ определяются ближайшими к E членами рядов в соотношении /2/. Поэтому в энергетическом интервале, уровни которого вносят существенный вклад в ΔR^∞ /здесь и ниже Δx означает среднеквадратичное отклонение x /, будем считать величину $\overline{\gamma_\lambda^2}$ не меняющейся с энергией.

Получим ΔR^∞ для центра $(E=E_0)$ выбранного энергетического интервала, в котором (N_1-1) уровней слева от E_0 и (N_2-1) уровней справа учтены явно. Вне рассматриваемого интервала уровни будем считать эквидистантными. Согласно работе [3] для $\lambda > 10$

$$\frac{\Delta(E_\lambda - E)}{\lambda\bar{D}} = \frac{1}{\sqrt{10\lambda}}.$$

Поэтому, считая уровни эквидистантными, мы занижаем флюктуации R^∞ тем слабее, чем больше $N(\lambda \geq N)$. Тогда, имея в виду то, что для распределения Портера-Томаса $\Delta\gamma^2 = \sqrt{2}\,\overline{\gamma^2}$, и то, что дисперсия суммы независимых случайных величин равна сумме дисперсий слагаемых, получаем:

$$\Delta R^\infty = \frac{\overline{\gamma^2}}{\bar{D}}\left[\sum_{-N_1}^{-\infty}\frac{2}{\lambda^2} + \sum_{N_2}^{\infty}\frac{2}{\lambda^2}\right]^{-1/2} = \frac{\overline{\gamma^2}}{\bar{D}}\,\frac{2}{\sqrt{N}} = \frac{0,46}{\sqrt{N}}\,\frac{S}{a}, \qquad /5/$$

где $N=N_1=N_2$; за верхний предел суммы взята бесконечность, поскольку дальние уровни дают малый вклад во флюктуации; $\Sigma\frac{1}{\lambda^2}$ заменена на $\frac{1}{N}$ /точность лучше 5% для $N>7$ /. В результате для стандартных отклонений сечения потенциального рассеяния и радиуса потенциального рассеяния получаем выражения

$$\Delta R' = \frac{0,46}{\sqrt{N}}S, \quad \delta\sigma = \frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{0,92}{\sqrt{N}}\,\frac{S}{R'}. \qquad /6/$$

ΔR^∞ оценивались в работе [4], но при расчете $\overline{(R^\infty)^2}$ был упущен один член, что привело к увеличению дисперсии R^∞ в 1,5 раза. Величина $\delta\sigma$ может быть значительной. Например, для максимума 3s гигантского резонанса $(S_0=6,\ R_0'=4)$ для случая, когда $2(N-1)=20$, $\delta\sigma=0,4$. Напротив, при том же количестве учтенных уровней в области минимума $S_0(S_0=0,2)$ – $\delta\sigma=0,01$.

3. Будем интересоваться зависимостью R^∞ от E внутри интервала (E_H, E_K) при E, достаточно далекой от его краев. Считаем, что вне этого интервала резонансы "размазаны" и учитываются через S_0, не зависящую от E /пренебрегаем ходом S_0 с энергией, вызванным гигантским резонансом для S_0 /, тогда:

$$R^\infty(E) = 0,23\frac{S_0}{a}\ln\left|\frac{E_H - E}{E_K - E}\right|.$$

Наклон /зависимость от E / R^∞ вызывает и наклон в наблюдаемом σ. В центре интервала

$$\frac{1}{\sigma}\,\frac{d\sigma}{dE}\bar{D} = -\frac{0,92}{N}\,\frac{S_0}{R_0'}.$$

Среднеквадратичное отклонение этой величины в $\sqrt{N}$ меньше самой величины. Этим наклоном нельзя пренебрегать, особенно при больших S_0. Например, для $S_0=6$ и $2(N-1)=20$

$$\frac{1}{\sigma}\,\frac{d\sigma}{dE}\bar{D} = 0,06.$$

То есть, на энергетическом промежутке около E_0, равном $\bar{D}$, наблюдаемое σ будет меняться на 6% за счет далеких /неучтенных/ уровней. Величину наклона с ее стандартным отклонением нужно сравнивать с энергетическим ходом экспериментально полученных значений σ и выяснить, происходит ли наклон от ошибок измерения и неточного знания параметров резонансов или же от вклада неучтенных резонансов. Естественно, в последнем случае изменение σ с энергией не должно включаться в экспериментальную ошибку.

4. Интересно сравнить $\Delta\sigma$ с ΔS_0, полученной из параметров резонансов. Если по ширинам вышеупомянутых $2(N-1)$ уровней определить S_0, то в случае учета только флюктуации ширин $(\delta S_0 = \Delta S_0/S_0 = (N-1)^{-1/2})$ имеем:

$$\frac{\delta S_0}{\delta\sigma} \approx \frac{R'_0}{S_0}\,. \qquad /7/$$

Это отношение меняется в широких пределах: от 1 в районе максимума 3s гигантского резонанса ($S_0=6$) до 30 в районе $A=120$ ($S_0=0{,}2$). Таким образом, из-за меньшей статистической неопределенности σ почти всегда может быть известно точнее, чем S_0.

5. Соотношение /6/ непосредственно относится к случаю, когда возможен только один спин канала s /спин ядра мишени $I=0$/. Если амплитуды каналов с разными s некогерентны, то для каждого канала в отдельности справедливы /5/ и /6/. Такая ситуация будет иметь место в том случае, когда нет сразу поляризации s во входном канале и анализа ее в выходном. При этом $\Delta\sigma$ будет в $\sqrt{2}$ раз больше.

Интересен случай, когда рассеяние нейтронов возможно только с орбитальными моментами $\ell=0,1$. В полное сечение амплитуды с $\ell=0$ и $\ell=1$ входят некогерентно, и для каждого σ_ℓ справедливо /5/ и /6/. Но в дифференциальном сечении рассеяния волны с разными ℓ, но с одним s интерферируют. В этом случае в соотношения /1/ и /2/ нужно включить соответствующие члены для $\ell=1$. Предполагая, что /1/ и /2/ имеют место для каждого канала с $\ell=0$ и $\ell=1$ в отдельности, получаем для сечения потенциального рассеяния выражение

$$\sigma(\theta) = a^2(1-R_0^\infty)\left[1+\omega_1\cos\theta+\frac{\omega_1^2}{6}\left(\frac{3}{2}\cos^2\theta-\frac{1}{2}\right)\right]$$

при $ka \ll 1$, где $\omega_1 \approx 2(ka)^2(1-R_1^\infty)^{-1}(1-R_1^\infty)(1-R_0^\infty)$, а R_0^∞ и R_1^∞ – члены R-матрицы, учитывающие далекие резонансы соответственно для $\ell=0$ и $\ell=1$. В области энергий до 50 кэВ $\omega_1<0{,}3$. Из-за статистического характера R_0^∞ и R_1^∞ ω_1 будет меняться при переходе от одного энергетического интервала к другому. Например, при учете для каждого ℓ по 20 уровней ($N-1=10$) $\Delta\omega_1/\omega_1$ имеет в зависимости от атомного номера A приблизительно такие значения:

A	60	80	100	120	140	160
$100\cdot\frac{\Delta\omega_1}{\omega_1}$	8	20-100	15	5	8	10

Отклонение $\sigma(\theta)$ от среднего значения может быть, вообще говоря, источником информации об R_0^∞ и R_1^∞. Если $\sigma(\theta)$ измерено с достаточной точностью в разных энергетических интервалах, то можно оценить экспериментальное значение рассматриваемого $\Delta\sigma(\theta)$ и путем сравнения его с расчетным определить параметры S_0/R'_0 и S_1/R'_1 /см. /6//.

6. Рассчитанные $\Delta\sigma$ немалы, поэтому, используя данные о σ при расчетах или при сравнении с теорией, необходимо учитывать статистическую природу σ. В ошибку рекомендуемого $R'/\sigma/$ для данного ядра, по-видимому, надо включать стандартное отклонение, даваемое выражением /6/.

Особенно это относится к $R'/\sigma/$, полученным из измерений тепловых сечений, где N мало.

Уровни при отрицательной энергии нельзя учесть по сечению захвата, т.к. вклад в сечение теплового захвата могут давать только ближайшие из них. В самом деле, элементы R-матрицы, учитывающей далекие уровни, имеют вид

$$R_{cc'}^\infty = \sum_\lambda \frac{\gamma_{\lambda c}\gamma_{\lambda c'}}{E_\lambda - E}\,.$$

Здесь из суммы исключены ближайшие уровни /c и c′ – индексы каналов рассеяния и захвата/. Из-за случайных знаков $\gamma_{\lambda c}$ недиагональные элементы будут близки к нулю и $R_{cc'}^\infty$ переходит в /2/. Т.е. далекие резонансы проявляются в основном только в упругом канале.

Таким образом, измерения среднего значения σ надо проводить в середине достаточно широкого энергетического интервала, параметры уровня внутри интервала должны быть известны тем точней, чем он сильней и чем ближе к центру интервала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фогт Э. В сб.: Ядерные реакции. Атомиздат, М., 1962.
2. Лейн А., Томас Р. Теории ядерных реакций при низких энергиях. ИЛ, М., 1960.
3. Малецки Х. и др. ЯФ, 1970, 11, вып.1, с.111.
4. Lynn J.E. The Theory of Neutron Resonance. Oxford, 1968.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 мая 1981 года.