объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р4-81-255

Л.Н.Богданова, В.Е.Маркушин, В.С.Мележик

ЯДЕРНЫЕ ШИРИНЫ И СДВИГИ УРОВНЕЙ МЕЗОМОЛЕКУЛЫ $dt\mu$

Направлено в ЖЭТФ

1981

§ I. Введение

В работе [1] были вычислены скорости λ_f ядерной реакции синтеза

$$dt\mu \xrightarrow{\lambda_f} n + {}^4He + \mu^- \tag{I}$$

из различных состояний ($J v$) вращательного и колебательного движений мезомолекулы $dt\mu$. Ядерное взаимодействие d и t описывалось обобщенным оптическим потенциалом, структура которого была установлена из рассмотрения задачи связанных каналов dt и $n\,{}^4He$: антиэрмитова часть имела сепарабельный вид, а эрмитова аппроксимировалась локальным и не зависящим от энергии потенциалом. Со взаимодействием такого вида было получено хорошее описание экспериментальных данных по реакции синтеза [2]

$$d + t \to n + {}^4He \tag{2а}$$

и упругому рассеянию [3]

$$d + t \to d + t \tag{2б}$$

вблизи порога dt ($E_{ц.м.\,dt} <$ 200 кэВ).

Ядерные ширины Γ^{Jv} уровней мезомолекулы $dt\mu$, найденные в результате решения задачи на собственные значения полного гамильтониана системы $dt\mu$, совпали с точностью $\sim$ 10% со значениями, полученными по известной формуле [4]

$$\Gamma^{Jv} = A_0 \left| \Psi^{Jv}(0) \right|^2 . \tag{3}$$

Здесь

$$A_0 = \lim_{v \to 0} \left(v \sigma_{in} C_0^{-2} \right) \tag{4}$$

– константа ядерной реакции (2а), v – относительная скорость d и t , σ_{in} – сечение реакции (2а), C_0^2 – множитель Гамова:

$$C_0^2 = \frac{2\pi\eta}{e^{2\pi\eta} - 1} \tag{5а}$$

$$\eta = \alpha C / v , \tag{5б}$$

$\Psi^{Jv}(\vec{R})$ - волновая функция относительного движения d и t в мезомолекуле $dt\mu$ без учета ядерного взаимодействия dt *).

Применимость традиционной формулы (3) в случае системы $dt\mu$ не была заранее очевидной, так как сечение реакции (2а) при энергии Е $<$ 200 кэВ определяется резонансом $^5He^*(\frac{3}{2}^+)$, на положение и ширину которого существенно влияет кулоновское взаимодействие d и t /7/, в то время как соотношение (3) основано на возможности разделения дальнодействующего (кулоновского) и короткодействующего (ядерного) взаимодействий /4/.

В настоящей работе установлены условия, при которых соотношение (3) выполняется в случае вблизипорогового резонанса. Основываясь на известном факте о том,что реакция (2а) идет через образование промежуточного ядра $^5He^*$,мы предлагаем способ вычисления ядерных ширин и сдвигов уровней мезомолекулы $dt\mu$, не использующий конкретный вид ядерного потенциала. Для описания резонансного механизма реакций (2) мы вводим затравочное состояние "^5He", которое в результате связи с каналами dt и n^4He приобретает физические значения массы и ширины. Особенность гамильтониана соответствующей задачи связанных каналов: dt (канал I), n^4He (2) и "^5He" (3), состоит в том, что ядерное взаимодействие входит только в виде связи каналов dt-"^5He" и n^4He-"^5He". Такой гамильтониан (содержащий также кулоновское отталкивание d и t), как мы покажем, дает для энергетической зависимости сечения реакции (2а) формулу изолированного уровня /8/, которая хорошо воспроизводит экспериментальные данные /2,3/. Этот гамильтониан позволяет без дальнейшей его конкретизации получить уравнение, описывающее влияние ядерного резонанса $^5He^*(\frac{3}{2}^+)$ на мезомолекулярные уровни $dt\mu$, и тем самым решить задачу о ядерных ширинах и сдвигах уровней мезомолекулы.

На основании имеющихся экспериментальных данных по реакциям (2) мы заключаем, что наличие ядерного уровня вблизи порога dt слабо влияет на спектр мезомолекулы $dt\mu$ и для вычисления скорости ядерной реакции (I) можно с известной точностью пользоваться формулой (3). Мы исследовали, как мог бы меняться спектр мезомолекулярных состояний при варьировании параметров ядерного резонанса и, в частности, рассмотрели явление перестройки, которое изучалось в работе /I/ для ядерного уровня нулевой ширины.

---

*) Ранее /5,6/ по формуле (3) вычислялись ядерные ширины лишь основного состояния ($J = 0$, $v = 0$) мезомолекулы $dt\mu$.

План статьи следующий. В § 2 рассмотрен резонансный механизм реакции (2). Установлению связи ядерных ширин и сдвигов мезомолекулярных уровней системы $dt\mu$ с параметрами резонанса $^5He^*(\frac{3}{2}^+)$ посвящен § 3. Параграф 4 содержит результаты численного расчета ядерных ширин и сдвигов мезомолекулярных уровней. В § 5 рассмотрено явление перестройки мезомолекулярного спектра при различных параметрах ядерного состояния. Обсуждению результатов и заключительным замечаниям посвящен § 6.

§ 2. Резонансный механизм реакции $d+t \to n+{}^4He$.

Реакция (2а) хорошо изучена экспериментально в области энергий столкновения 8 кэВ < E < 12 МэВ (в системе ц.и. $d + t$) /2/. Её характерной особенностью является околопороговый резонанс $^5He^*(\frac{3}{2}^+)$ в сечении $\sigma_{in}(E)$ при энергии E_R = 64 кэВ с полушириной $\Gamma/2 \simeq$ 70 кэВ и значением сечения в максимуме $\sigma_{in}(E_R) \simeq$ 5 б, близким к унитарному пределу. Вся совокупность экспериментальных данных согласуется с предположением, что при энергиях E<200 кэВ реакция идет из S - волны (L = 0) во входном канале dt через промежуточное возбужденное состояние ядра $^5He^*(\frac{3}{2}^+)$. Вклады остальных состояний (L = 0, $J^\pi = \frac{1}{2}^+$ и $L \geq$ I) в этой области энергий составляют $\lesssim$ I% /9/. Известно, что сечение $\sigma_{in}(E)$ реакции (2а) хорошо воспроизводится формулой изолированного уровня Брейта-Вигнера-Айзенбуда /7,8/.

Рассмотрим задачу трех связанных каналов с гамильтонианом

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} H_1 & 0 & V_1 \\ 0 & H_2 & V_2 \\ V_1^+ & V_2^+ & E_0|0\rangle\langle 0| \end{pmatrix} \qquad (6)$$

Здесь H_1 - кулоновский гамильтониан канала dt (I), H_2 - свободный гамильтониан канала n^4He (2), E_0 и $|0\rangle$ - энергия и волновая функция состояния "^5He" (3) без учета связи с каналами I и 2. Ядерное взаимодействие в каналах I и 2 возникает в результате связи этих каналов с резонансом "^5He".

Чтобы найти амплитуду dt рассеяния, достаточно решить эффективную одноканальную задачу с гамильтонианом

$$\tilde{H}_1 = H_1 + \frac{V_1|0\rangle\langle 0|V_1^+}{E-E_0-\langle 0|V_2^+ G_2(E) V_2|0\rangle} \equiv H_1 + V, \qquad (7)$$

в котором ядерное взаимодействие dt описывается нелокальным и зависящим от энергии обобщенным оптическим потенциалом V .

($G_2(E)=(E-H_2)^{-1}$ – свободная функция Грина канала 2.) Амплитуда S - волнового dt рассеяния f^{11} с помощью двухпотенциальной формулы /10/ выражается через обобщенный оптический потенциал V и решения задачи рассеяния с гамильтонианом H_1:

$$f^{11}(E)=f(E)-2m_1 f^{-2}(E)\langle\varphi_E|V(1-G_1V)^{-1}|\varphi_E\rangle \qquad (8)$$

Здесь $f=\dfrac{exp(2i\delta)-1}{2ik}$ - амплитуда рассеяния, δ - фаза рассеяния, $f(E)$ - функция Йоста, φ_E - регулярное решение для гамильтониана H_1 в S - волне, $m_1=m_d m_t/(m_d+m_t)$, $k=\sqrt{2m_1E}$. Регулярное решение $|\varphi_E\rangle$ удовлетворяет граничному условию: $\langle r|\varphi_E\rangle|_{r=0}=1$.

Матричный элемент в правой части равенства (8) легко вычислить благодаря сепарабельному виду оператора V. Для элемента S - матрицы, отвечающего dt - рассеянию, получаем:

$$S^{11}=1+2ikf^{11}=e^{2i\delta}\left(1-\frac{4im_1k\,|f(E)|^{-2}|\langle\varphi_E|V_1|0\rangle|^2}{E-E_0-\langle 0|V_1^+G_1V_1|0\rangle-\langle 0|V_2^+G_2V_2|0\rangle}\right). \qquad (9)$$

Рассмотрим S^{11} в физической области канала dt: $S^{11}=S^{11}(E+i0)$, $E>0$ (порогу канала dt соответствует $E=0$). Воспользовавшись спектральным представлением функции Грина G_1, запишем:

$$\langle 0|V_1^+G_1(E+i0)V_1|0\rangle=$$

$$=\frac{(2m_1)^{3/2}}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{\varepsilon^{1/2}|f(\varepsilon)|^{-2}|\langle\varphi_\varepsilon|V_1|0\rangle|^2}{E-\varepsilon}d\varepsilon-2im_1k|f(E)|^{-2}|\langle\varphi_E|V_1|0\rangle|^2. \qquad (10)$$

В интересующей нас резонансной области ($E<200$ кэВ) величина $|\langle\varphi_E|V_1|0\rangle|^2$ слабо зависит от энергии E, так как радиус ядерного взаимодействия R_N мал по сравнению с характерным размером кулоновской задачи и величиной обратного импульса относительного движения d и t:

$$R_N\ll 1/\alpha m_1$$
$$R_N\ll 1/k$$

и, следовательно, может быть заменена константой

$$|\langle\varphi_E|V_1|0\rangle|^2\simeq|\langle\varphi_{E=0}|V_1|0\rangle|^2=g/2m_1. \qquad (11)$$

Также можно пренебречь энергетической зависимостью матричного элемента $\langle 0|V_2^+ G_2(E+i0)V_2|0\rangle$, поскольку расстояние между порогами dt и n^4He E_{12} = 17,6 МэВ велико по сравнению с рассматриваемой областью энергий:

$$\langle 0|V_2^+ G_2(E+i0)V_2|0\rangle = \Delta_2 - i\Gamma_{in}/2 = const. \tag{12a}$$

Обозначая

$$E_S = E_0 + \Delta_2, \tag{13a}$$

$$\Delta_1(E) = Re\langle 0|V_1^+ G_1(E+i0)V_1|0\rangle = \frac{(2m_1)^{1/2}}{\pi} g \int_0^\infty \frac{\varepsilon^{1/2}|f(\varepsilon)|^{-2}F(\varepsilon)}{E-\varepsilon} d\varepsilon, \tag{13б}$$

где

$$F(\varepsilon) = \frac{|\langle \varphi_\varepsilon|V_1|0\rangle|^2}{|\langle \varphi_{\varepsilon=0}|V_1|0\rangle|^2}, \tag{13в}$$

перепишем матричный элемент S^{11} в следующем виде:

$$S^{11} = e^{2i\delta}\frac{E-E_S-\Delta_1(E)+i\Gamma_{in}/2-ikg|f(E)|^{-2}}{E-E_S-\Delta_1(E)+i\Gamma_{in}/2+ikg|f(E)|^{-2}}. \tag{14}$$

Здесь фаза δ и функция Йоста $f(E)$ отвечают кулоновскому S - волновому рассеянию

$$\delta = \arg\Gamma(1+i\eta) \tag{15a}$$

$$|f(E)|^{-2} = C_0^2(E). \tag{15б}$$

Сечение реакции (2а) с неполяризованными частицами имеет вид

$$\sigma_{in}(E) = \frac{(2J+1)}{(2S_d+1)(2S_t+1)}\frac{\pi}{k^2}\left(1-|S^{11}|^2\right) = \frac{4\pi g\Gamma_{in}|f(E)|^{-2}}{3k[(E-E_S-\Delta_1(E))^2+(\Gamma_{in}/2+kg|f(E)|^{-2})^2]}. \tag{16}$$

Здесь J = 3/2 - полный момент резонанса $^5He^*$, S_d = 1 и S_t = 1/2 - спины d и t. Таким образом, мы получили формулу изолированного уровня, аналогичную известной из теории R - матрицы формуле Брейта-Вигнера-Айзенбуда (см., например, /7/). Положение резонанса определяется энергией затравочного состояния E_0 и сдвигами Δ_1 и Δ_2 за счет связи каналов 1-3 и 2-3. В энергетической зависимости упругой ширины $\Gamma_{el} = 2kg|f(E)|^{-2}$ учтена близость порога и наличие кулоновского отталкивания d и t.

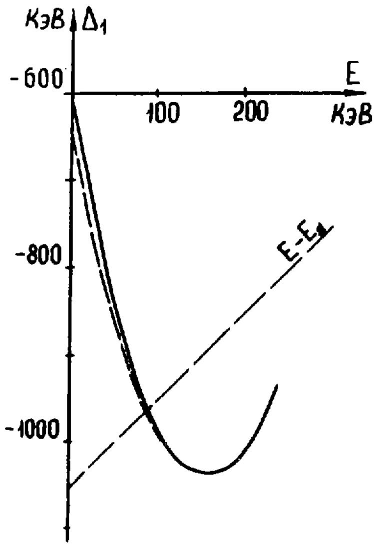

Рис. I. Энергетическая зависимость сдвига $\Delta_1(E)$, обусловленного связью затравочного состояния "^5He", с каналом dt – сплошная кривая. Пунктирная кривая – сдвиг $\Delta_1^H(E)$.

При вычислении функции $\Delta_1(E)$ (рис.I) мы используем то обстоятельство, что область энергии $\mathcal{E}$, вносящая основной вклад в интеграл (I3б), определяется радиусом действия ядерных сил: $0<\mathcal{E}\lesssim\mathcal{E}_0\sim 1/m_1 R_N^2$. Другими словами, формфактор $F(\mathcal{E})$ имеет величину порядка единицы при $\mathcal{E}\lesssim\mathcal{E}_0$ и быстро спадает с ростом энергии при $\mathcal{E}>\mathcal{E}_0$. В области $E\ll\mathcal{E}_0$, результаты не зависят от деталей ядерного взаимодействия, связывающего каналы I-3 и 2-3, и структуры затравочного состояния "^5He", то есть от конкретного вида формфактора. Мы использовали формфактор вида:

$$F(\mathcal{E})=\begin{cases}1, & \mathcal{E}\leqslant\mathcal{E}_0\\ 0, & \mathcal{E}>\mathcal{E}_0.\end{cases}$$

Параметры E_S, Γ_{in} и g определялись при фиксированном значении $\mathcal{E}_0$ из условия наилучшего согласия теоретического расчета сечений реакции и рассеяния с экспериментом. Мы проанализировали данные по реакции (2а) в интервале энергий E = I2 ÷ 200 кэВ /2/ совместно с данными по упругому рассеянию dt на угол $\theta_{cm}=\pi/2$ в интервале энергий E = 30 ÷ 200 кэВ /3/, предполагая, что ядерное взаимодействие d и t существенно только в состоянии с L = 0 и $\mathcal{J}$ = 3/2. Для $\mathcal{E}_0$ = 0,5 Мэв наилучшее согласие с экспериментом достигается при следующих значениях параметров:

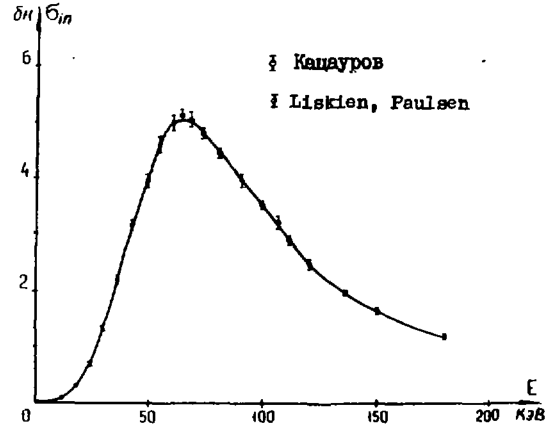

Рис. 2а Сечение $\sigma_{in}(E)$ реакции $d+t \to n + {}^4He$. Экспериментальные точки из работ /2/. Теоретическая кривая вычислена по формуле (16) с параметрами (17).

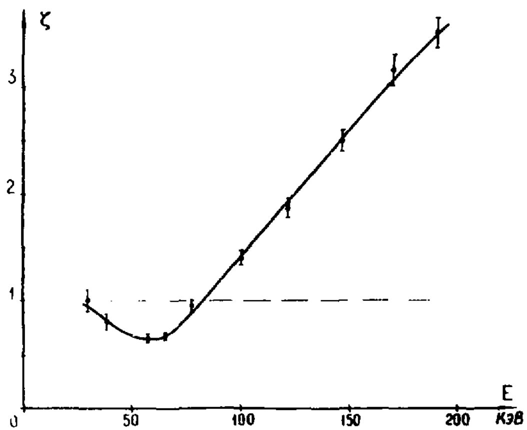

Рис. 2б Энергетическая зависимость $\zeta(E) = \left.\frac{d\sigma/d\Omega}{d\sigma^c/d\Omega}\right|_{\theta=\frac{\pi}{2}}$ для рассеяния dt. Экспериментальные точки из работы /3/. Теоретическая кривая рассчитана по формуле (18) с параметрами (17).

$$
\begin{aligned}
E_s &= 1060 \text{ кэВ} \\
\Gamma_{in} &= 336 \text{ кэВ} \\
g &= 22 \cdot \alpha C
\end{aligned}
\qquad (17)
$$

(χ^2 = 10 для 24 экспериментальных точек и 3 параметров).

Теоретическая зависимость сечения σ_{in} от энергии E показана на рис.2а, там же приведены экспериментальные данные из работ /2/. На рис.2б представлен результат расчета энергетической зависимости отношения ζ дифференциального сечения dt рассеяния на угол $\theta = \pi/2$ к дифференциальному сечению кулоновского рассеяния на тот же угол (экспериментальные данные из работы /3/):

$$
\zeta = \frac{d\sigma/d\Omega}{d\sigma^c/d\Omega} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\left| e^{-2i\eta \ln \sin\theta/2} - \frac{i e^{-2i\delta}}{2\eta}\left(1 - S^{11}\right)\right|^2 . \qquad (18)
$$

На рис.3а изображена диаграмма Аргана для амплитуды рассеяния dt. Мы также вычислили амплитуду рассеяния $n\,^4He$ (соответствующая

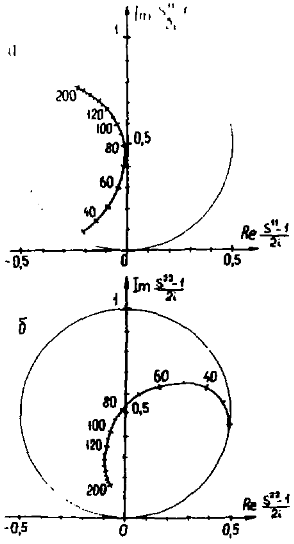

Рис. 3. Диаграммы Аргана для рассеяния dt $\kappa f^{11} = (S^{11}-1)/2i$ (а) и рассеяния $n\,^4He$ $\kappa f^{22} = (S^{22}-1)/2i$ (б) в области резонанса $^5He^*(\frac{3}{2}^+)$. Числа у кривых обозначают энергию столкновения в системе центра масс (кэВ), отсчитанную от порога dt.

диаграмма Аргана приведена на рис.3б), и убедились, что наш расчет хорошо согласуется с результатом фазового анализа рассеяния n^4He в области резонанса $^5He^*(\frac{3}{2}^+)$, проведенным в работе /I2/.

Как и ожидалось, обработка экспериментальных данных в резонансной области оказалась некритичной к величине $\mathcal{E}_0$ и виду формфактора $F(\varepsilon)$, поэтому мы ограничились использованием одного набора параметров (I7).

§ 3. Собственные значения гамильтониана системы $dt\mu$ с учетом ядерного взаимодействия

Вычислим собственные значения полного гамильтониана системы $dt\mu$ $H=H^M+V$. Здесь H^M – кулоновский гамильтониан системы $dt\mu$ (его спектр был найден в работе /I3/), V – ядерное взаимодействие dt, вид которого мы установили в § 2:

$$\begin{aligned} &V=\lambda(E)\,|\xi\rangle\langle\xi| \\ &\lambda(E)=\left(E-E_0-\langle 0|V_2^+G_2(E)V_2|0\rangle\right)^{-1} \\ &|\xi\rangle=V_1|0\rangle . \end{aligned} \tag{I9}$$

Используя сепарабельную форму взаимодействия V, исключим из задачи на собственные значения гамильтониана H

$$(E-H^M)^{-1}|\xi\rangle\lambda\langle\xi|\tilde{\Psi}^{J v}\rangle=|\tilde{\Psi}^{J v}\rangle \tag{20}$$

неизвестную собственную функцию $|\tilde{\Psi}^{J v}\rangle$. Для этого спроектируем уравнение (20) на вектор $\langle\xi|$:

$$\langle\xi|(E-H^M)^{-1}|\xi\rangle\lambda\langle\xi|\tilde{\Psi}^{J v}\rangle=\langle\xi|\tilde{\Psi}^{J v}\rangle \tag{2I}$$

Для функции Грина $(E-H^M)^{-1}=G^M(E)$ воспользуемся спектральным представлением

$$G^M(E)=\sum\frac{|\Psi^{J v}\rangle\langle\Psi^{J v}|}{E-E^{J v}}+G^M_c . \tag{22}$$

Здесь $|\Psi^{J v}\rangle$ – собственные функции дискретного спектра гамильтониана H^M, отвечающие собственным значениям $E^{J v}$, G^M_c – вклад непрерывного спектра.

Для нахождения матричных элементов $\langle\xi|\tilde{\Psi}^{J v}\rangle$ и $\langle\xi|G^M|\xi\rangle$ необходимо знать волновые функции $\langle\vec{r},\vec{R}|\Psi^{J v}\rangle$ и функцию Грина $G^M_c(E,\vec{r},\vec{R},\vec{r}',\vec{R}')$ на межъядерных расстояниях R, R' порядка радиуса действия ядерных сил R_N, малых по сравнению с характерным размером мезомолекулы (здесь $\vec{r}$ - координата μ - мезона относительно центра зарядов ядер). Асимптотика при $R \to 0$ волновой функции системы трех частиц с кулоновским взаимодействием построена в работе /I4/ в адиабатическом представлении задачи трех тел /I5/. При $R \to 0$ происходит разделение координат мюона и относительного движения ядер:

$$\Psi^{J v}(\vec{r},\vec{R}) \underset{R\to 0}{=} \sum_j \phi_j(\vec{r}) \sum_{L=|J-\ell|}^{J+\ell} \chi^{J v}_{jL}(\vec{R}) \qquad (23)$$

Здесь $\phi_j(\vec{r})$ - волновая функция мезоатома в состоянии с квантовыми числами $j=(N\ell m)$ для ядра с массой m_d+m_t и зарядом $Z=2$. Функции $\chi^{J v}_{jL}(\vec{R})$ описывают относительное движение d и t. Матричный элемент $\langle \vec{r},\xi | \Psi^{J v}\rangle$ представим в виде:

$$\langle \vec{r}\xi | \Psi^{J v}\rangle = \sum_j \sum_{L=|J-\ell|}^{J+\ell} \phi_j(\vec{r})\, b^{J v}_{jL}, \qquad (24)$$

где $b^{J v}_{jL} = \langle \xi | \chi^{J v}_{jL}\rangle$.

В сумму (24) ненулевой вклад дают только члены с $j=(NJ0)$, $L=0$, поскольку оператор $|\xi\rangle\langle\xi|$ является проектором на состояние с нулевым орбитальным моментом относительного движения d и t. Выпишем коэффициенты $b^{J v}_{NJ0,0}$, используя результаты работы /I4/:

$$b^{J v}_{NJ0,0} = B^{J v}_N \langle \xi | \varphi^{J v}_N\rangle$$

Здесь $|\varphi^{J v}_N\rangle$ - S - волновые регулярные решения системы уравнений /I3/, описывающей относительное движение ядер в адиабатическом представлении задачи трех тел: $\langle R | \varphi^{J v}_N\rangle \underset{R\to 0}{=} 1$, $B^{J v}_N$ - нормировочный коэффициент, вычисленный в работе /I/ ж).

Матричный элемент $\langle \vec{r},\xi | \tilde{\Psi}^{J v}\rangle$ запишем в виде

$$\langle \vec{r},\xi | \tilde{\Psi}^{J v}\rangle = \sum_N \tilde{B}^{J v}_N \phi_{NJ0}(\vec{r}) \langle \xi | \tilde{\varphi}^{J v}_N\rangle \qquad (25)$$

где $\tilde{B}^{J v}_N$ - неизвестные коэффициенты, $|\tilde{\varphi}^{J v}_N\rangle$ - регулярное решение (20).

Из численного решения задачи на собственные значения кулоновского гамильтониана системы $dt\mu$ /I3/ известно, что $|B^{J v}_N|^2$ при $N = J + 1$ примерно на порядок величины превышает сумму квадратов

ж) В работе /I/ для коэффициента $B^{J v}_{N=J+1}$ было принято обозначение $B^{J v}_0$.

модулей всех остальных коэффициентов B_N^{Jv}. Другими словами, в мезомолекуле $dt\mu$ при $R \to 0$ мюон с преобладающей вероятностью находится в одном из состояний: $j_0 = 1s\sigma$ для $J = 0$, $j_0 = 2p\sigma\ (J=1)$, $j_0 = 3d\sigma\ (J=2)$. Это свойство сохраняется и при учете ядерного взаимодействия dt /I/, и поэтому мы ограничимся одним слагаемым $N = J + 1$ в сумме (25). При этом в G_c^M достаточно учесть вклад указанной выделенной конфигурации j_0:

$$\langle \vec{\xi}, \vec{R} | G_c^M | \vec{\xi}', \vec{R}' \rangle = \Phi_{j_0}(\vec{\xi}) \Phi_{j_0}^*(\vec{\xi}') \frac{(2m_1^*)^{3/2}}{4\pi^2} \int_0^\infty \frac{\varepsilon^{1/2} |f^M(\varepsilon)|^{-2} \varphi_\varepsilon^M(R) \varphi_\varepsilon^M(R')}{E - \varepsilon} d\varepsilon \quad (26)$$

Здесь $f^M(\varepsilon)$ и φ_ε^M – функция Йоста и регулярное решение для S – волнового рассеяния $t\mu + d$, m_1^* – приведенная масса системы $t\mu + d$, энергия E отсчитывается от порога $t\mu + d$.

Подставляя (24)-(26) в уравнение (2I) и учитывая, что

$$|\langle \xi | \varphi_N^{Jv} \rangle|^2 \simeq |\langle \xi | \varphi_\varepsilon^M \rangle|^2 \simeq |\langle \xi | \varphi_\varepsilon \rangle|^2 = g/2m_1 \quad \text{при } \varepsilon \ll \varepsilon_0,$$

мы приходим к уравнению на собственные значения:*)

$$(E - E^{Jv})(E - E_S - \Delta_1^M(E) + i\Gamma_{in}/2) = \frac{g|B^{Jv}|^2}{2m_1}, \quad (27)$$

где

$$\Delta_1^M(E) = g\frac{(2m_1^*)^{1/2}}{\pi} \int_0^\infty \frac{\varepsilon^{1/2} |f^M(\varepsilon)|^{-2} F^M(\varepsilon)}{E - \varepsilon} d\varepsilon + \sum_{v' \neq v} \frac{|B^{Jv'}|^2}{E - E^{Jv'}} \quad (28)$$

$$F^M(\varepsilon) = \frac{|\langle \xi | \varphi_\varepsilon^M \rangle|^2}{|\langle \xi | \varphi_{\varepsilon=0}^M \rangle|^2} \simeq F(\varepsilon) \quad (29)$$

$$B^{Jv} = B_{J+1}^{Jv}. \quad (30)$$

Как показано на рис. I, функция $\Delta_1^M(E)$ незначительно отличается от функции $\Delta_1(E)$ в случае $J = 0$ (при $J > 0$ разница уменьшается).

Уравнение (27) описывает влияние ядерного резонанса в системе dt на уровни мезомолекулы $dt\mu$. В случае слабой связи ядерного

---

*) Уравнение на собственные значения можно выписать и для случая произвольного числа членов в суммах (24)-(25): оно представляет собой условие разрешимости возникающей системы линейных однородных уравнений относительно коэффициентов B_N^{Jv}.

и мезомолекулярного уровней, когда выполнено условие

$$\frac{2g\,|B^{Jv}|^2/m_1}{\left(E_s - E^{Jv} + \Delta_1^M(E^{Jv})\right)^2 + \Gamma_{in}^2/4} \ll 1\,, \tag{31}$$

решение уравнения (27), отвечающее мезомолекулярному состоянию, близко к чисто кулоновскому:

$$E = E^{Jv} + \frac{g\,|B^{Jv}|^2/2m_1}{E^{Jv} - E_s - \Delta_1^M(E^{Jv}) + i\,\Gamma_{in}/2}. \tag{32}$$

§ 4. Результаты численного расчета ширин и сдвигов мезомолекулярных уровней

Использовав значения резонансных параметров E_s, Γ_{in} и g, определенные в § 2, и коэффициенты $|B^{Jv}|^2$, найденные при численном решении задачи на собственные значения кулоновского гамильтониана H^M системы $dt\mu$, мы убедились, что условие (31) слабой связи уровней выполняется. В этом случае ядерные ширины Γ^{Jv} и сдвиги ΔE^{Jv} мезомолекулярных уровней (Jv) определяются формулами

$$\Gamma^{Jv} = \frac{g\,\Gamma_{in}\,|B^{Jv}|^2/2m_1}{\left(E_s + \Delta_1^M(0)\right)^2 + \Gamma_{in}^2/4} \tag{33}$$

$$\Delta E^{Jv} = -\frac{\left(E_s + \Delta_1^M(0)\right)}{\Gamma_{in}}\,\Gamma^{Jv}. \tag{34}$$

Результаты расчетов ширин и сдвигов уровней мезомолекулы $dt\mu$ представлены в таблице. Точность полученных результатов, связанная с неопределенностью извлечения резонансных параметров из эксперимента, составляет 5%. По нашим оценкам, вклад неадиабатических поправок, которыми мы пренебрегли при выводе уравнения (27), не превышает 10% для состояний с $J = 1$ и 1% для состояний с $J = 0$.

Вычисленные значения ядерных ширин уровней мезомолекулы $dt\mu$ относятся к случаю, когда суммарный спин ядер d и t $I = 3/2$. Поскольку во вблизипороговой области вклад S - волнового состояния dt со спином $I = 1/2$ в сечение реакции (2а) не превышает 1% /9/, скорость ядерной реакции синтеза (1) из молекулярных состояний с полным спином ядер $I = 3/2$ на два порядка превосходит скорость

Ядерные ширины Γ^{Jv} и сдвиги ΔE^{Jv} уровней (Jv) мезомолекулы $dt\mu$. Скорость ядерной реакции синтеза $\lambda^{Jv} = \Gamma^{Jv}/\hbar$ (а – результаты данной работы, б – работы /I/)

Jv		(00)	(0I)	(I0)	(II)	(20)
$-E^{Jv}$ эВ		3I9,2	34,9	232,4	0,64	I02,5
$\lvert B^{Jv}\rvert^2$ см$^{-3}$		$7{,}47\cdot\mathrm{IO}^{26}$	$6{,}\mathrm{I}8\cdot\mathrm{IO}^{26}$	$7{,}07\cdot\mathrm{IO}^{22}$	$2{,}7\mathrm{I}\cdot\mathrm{IO}^{22}$	$7{,}20\cdot\mathrm{IO}^{\mathrm{I}9}$
Γ^{Jv} эВ		$8{,}2\cdot\mathrm{IO}^{-4}$	$6{,}8\cdot\mathrm{IO}^{-4}$	$6{,}6\cdot\mathrm{IO}^{-8}$	$2{,}5\cdot\mathrm{IO}^{-8}$	$6{,}7\cdot\mathrm{IO}^{-\mathrm{II}}$
ΔE^{Jv} эВ		$-9{,}6\cdot\mathrm{IO}^{-4}$	$-8{,}0\cdot\mathrm{IO}^{-4}$	$-9{,}8\cdot\mathrm{IO}^{-8}$	$-3{,}0\cdot\mathrm{IO}^{-8}$	$-8{,}0\cdot\mathrm{IO}^{-\mathrm{II}}$
λ_f^{Jv} с$^{-\mathrm{I}}$	а	$\mathrm{I}{,}2\cdot\mathrm{IO}^{\mathrm{I}2}$	$\mathrm{I}{,}0\cdot\mathrm{IO}^{\mathrm{I}2}$	$\mathrm{I}{,}0\cdot\mathrm{IO}^{8}$	$3{,}9\cdot\mathrm{IO}^{7}$	$\mathrm{I}{,}0\cdot\mathrm{IO}^{5}$
	б	$\mathrm{I}{,}0\cdot\mathrm{IO}^{\mathrm{I}2}$	$0{,}80\cdot\mathrm{IO}^{\mathrm{I}2}$	$\mathrm{I}{,}\mathrm{I}\cdot\mathrm{IO}^{8}$	$4{,}2\cdot\mathrm{IO}^{7}$	$\mathrm{I}{,}\mathrm{I}\cdot\mathrm{IO}^{5}$

реакции (I) из состояний с I = I/2. Это обстоятельство следует иметь в виду при расчетах кинетики мезомолекулярных процессов с учетом сверхтонкой структуры уровней $dt\mu$ молекулы.

Можно ожидать, что для мезомолекулярных состояний с J = I, где существенна компонента волновой функции, отвечающая p – волне относительного движения d и t /I/, заметный вклад в ширины уровней будет давать p – волновое ядерное взаимодействие d и t. Учет этого эффекта требует определения p – волновой амплитуды dt рассеяния из экспериментальных данных.

Найденные в данной работе значения Γ^{Jv} с точностью I0÷20% согласуются с результатами работы /I/ и с точностью $\sim$ I0% с результатом, полученным по классической формуле (3). Формула, аналогичная (3) и связывающая ширину мезомолекулярного уровня $dt\mu$ с константой ядерной реакции $\mathcal{A}_0$ (4), получается из (33), если воспользоваться выражением (I6) для сечения реакции (2а):

$$\Gamma^{J\upsilon} = \frac{3}{2}\,\frac{|B^{J\upsilon}|^2}{4\pi}\,\mathcal{A}_0\,\gamma\,. \qquad (35)$$

Здесь

$$\gamma = \frac{\left(E_S + \Delta_1(0)\right)^2 + \Gamma_{in}^2/4}{\left(E_S + \Delta_1^{M}(0)\right)^2 + \Gamma_{in}^2/4} = \begin{cases} 1{,}16\,, & J = 0 \\ 1{,}0\,, & J \geq 1 \end{cases} \qquad (36)$$

– коэффициент, характеризующий отклонение от классического факторизационного соотношения (3). Напомним: $|\Psi^{J\upsilon}(0)|^2 = |B^{J\upsilon}|^2/4\pi$. Дополнительный множитель 3/2 возник из-за того, что мы рассматриваем мезомолекулярное состояние с определенным спином ядер I = 3/2. Найденным в § 2 значениям резонансных параметров отвечает константа реакции

$$\mathcal{A}_0 = \frac{4\pi g\,\Gamma_{in}/3m_1}{\left(E_S + \Delta_1(0)\right)^2 + \Gamma_{in}^2/4} = 1{,}2\cdot 10^{-14}\ \text{см}^3\text{с}^{-1}. \qquad (37)$$

Близость коэффициента γ к единице можно пояснить следующим образом. Согласно нашим расчётам, энергетическая зависимость сечения реакции $t\mu + d \to n + {}^4He + \mu^-$ при 5 кэВ $<$ E $<$ 200 кэВ имеет резонансный характер ж). Резонанс в системе $t\mu + d$ сдвинут относительно резонанса в системе dt на величину δE_R = –4 кэВ (см. также рис.I). Поскольку сдвиг δE_R мал по сравнению с энергией резонанса E_R = 64 кэВ и полушириной $\Gamma/2 \simeq$ 70 кэВ, то факторизационное соотношение (3) выполняется с хорошей точностью.

§ 5. Взаимное влияние ядерного и мезомолекулярного уровней

В § 3 было получено уравнение (27), описывающее взаимное влияние молекулярного и ядерного уровней в системе $dt\mu$. Представляет интерес исследовать это уравнение при произвольном E_S, меняющемся от $-\infty$ до $+\infty$. Полученные при этом решения будут описывать спектр системы $dt\mu$ при различных значениях энергии ядерного резонанса ${}^5He^*$ и заданной интенсивности связи с каналами dt и $n\,{}^4He$ (g и Γ_{in} фиксированы). Как будет ясно из нижеизложенного, нетривиальные явления происходят лишь в том случае, когда уравнение (27) имеет близкие корни. При этом для функции $\Delta_1^{M}(E)$ можно использовать приближение

ж) Расчёт производился по формуле (I6) с заменой $f(\varepsilon)$ на $f^{M}(\varepsilon)$ и $\Delta_1(E)$ на $\Delta_1^{M}(E)$.

$$\Delta_1^{\text{н}}(E)=\Delta_1^{\text{н}}(0)+d\cdot E \quad , \quad d=\frac{d}{dE}\Delta_1^{\text{н}}(E)\Big|_{E=0}, \tag{38}$$

и уравнение (27) принимает вид:

$$\left(E-E^{J\upsilon}\right)\left(E-\widetilde{E}_R+i\widetilde{\Gamma}_{in}/2\right)=\widetilde{g}\,|B^{J\upsilon}|^2/2m_1, \tag{39}$$

где $\widetilde{E}_R=\dfrac{E_S+\Delta_1^{\text{н}}(0)}{1-d}$, $\widetilde{\Gamma}_{in}=\dfrac{\Gamma_{in}}{1-d}$, $\widetilde{g}=\dfrac{g}{1-d}$. (40)

При слабой связи уровней $\left(2\widetilde{g}\,|B^{J\upsilon}|^2/m_1(\widetilde{E}_R^2+\widetilde{\Gamma}_{in}^2/4)\ll 1\right)$ один из корней уравнения (39) отвечает ядерному резонансу с энергией $\widetilde{E}_R$:

$$E^{(z)}=\widetilde{E}_R-i\widetilde{\Gamma}_{in}/2+\frac{\widetilde{g}\,|B^{J\upsilon}|^2/2m_1}{\widetilde{E}_R-E^{J\upsilon}-i\widetilde{\Gamma}_{in}/2}. \tag{41}$$

Другое решение соответствует мезомолекулярному уровню:

$$E^{(m)}=E^{J\upsilon}+\frac{\widetilde{g}\,|B^{J\upsilon}|^2/2m_1}{E^{J\upsilon}-\widetilde{E}_R+i\widetilde{\Gamma}_{in}/2}. \tag{42}$$

В общем случае для корней уравнения (39)

$$E^{(\pm)}=\frac{1}{2}\left\{E^{J\upsilon}+\widetilde{E}_R-i\widetilde{\Gamma}_{in}/2\pm\left[\left(E^{J\upsilon}-\widetilde{E}_R+i\widetilde{\Gamma}_{in}/2\right)^2+2\widetilde{g}\,|B^{J\upsilon}|^2/m_1\right]^{1/2}\right\} \tag{43}$$

возможны три режима поведения при изменении $\widetilde{E}_R$ в зависимости от величины $\beta=8\widetilde{g}\,|B^{J\upsilon}|^2/m_1\widetilde{\Gamma}_{in}^2$.

I. Если $\beta>1$, то в пределе $\widetilde{E}_R\to\pm\infty$ решения $E^{(\pm)}$ имеют следующий вид:

$$E^{(+)}\to\begin{cases}E^{(m)} & \widetilde{E}_R\to+\infty\\ E^{(z)} & \widetilde{E}_R\to-\infty\end{cases}$$

$$E^{(-)}\to\begin{cases}E^{(z)} & \widetilde{E}_R\to+\infty\\ E^{(m)} & \widetilde{E}_R\to-\infty.\end{cases}$$

Решение $E^{(-)}$, соответствовавшее при $\widetilde{E}_R\to+\infty$ ядерному уровню $E^{(z)}$, с уменьшением $\widetilde{E}_R$ приближается в комплексной плоскости

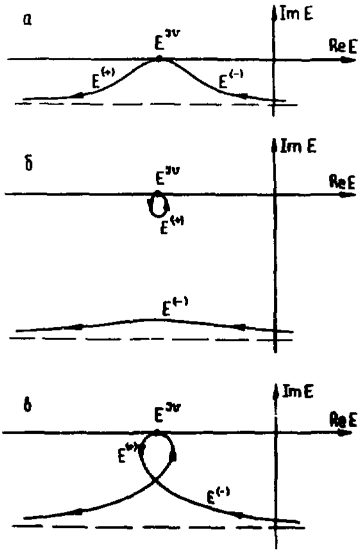

Рис. 4. "Движение" корней уравнения (39) в комплексной плоскости E при изменении параметра $\tilde{E}_R$ от $+\infty$ до $-\infty$ для различных значений β .

энергии E к области, где находился мезомолекулярный уровень $E^{(m)}$, и занимает его место при $\tilde{E}_R \to -\infty$ (см. рис.4а). В свою очередь, решение $E^{(+)}$, отвечавшее при $\tilde{E}_R \to +\infty$ мезомолекулярному уровню, превращается в ядерный уровень при $\tilde{E}_R \to -\infty$. Этот случай, когда при сближении энергий уровней, отвечающих взаимодействиям с различным радиусом действия сил, уровни меняют свою природу (мезомолекулярный превращается в ядерный и наоборот) известен в литературе как явление перестройки спектра /I,I6/. Перестройка спектра мезомолекулы $dt\mu$ в отсутствие поглощения (Γ_{in} = 0, $\beta = \infty$) рассматривалась в работе /I/. Было показано, что вероятность попадания в область перестройки, где решения $E^{(\pm)}$ существенно отличаются от $E^{(m)}$ и $E^{(t)}$, крайне мала ввиду того, что d и t в мезомолекуле $dt\mu$ с малой вероятностью находятся в области действия ядерных сил. Волновая функция мезомолекулярного состояния, локализованная на больших расстояниях, в процессе перестройки непрерывным образом переходит в волновую функцию ядерного состояния, локализованную на малых расстояниях. В области перестройки система со сравнимыми вероятностями пребывает как на малых, так и на больших расстояниях.

2. Если $\beta < 1$, то предельные значения решений имеют вид:

$$E^{(+)} \to E^{(m)} \qquad \tilde{E}_R \to \pm\infty$$

$$E^{(-)} \to E^{(t)} \qquad \tilde{E}_R \to \pm\infty .$$

Решение $E^{(+)}$ при изменении $\widetilde{E}_R$ совершает финитное движение в комплексной плоскости энергии вблизи $E^{(m)}$ (рис.4б), а решение $E^{(-)}$ проходит вне области $E \simeq E^{(m)}$. Таким образом, при любом $\widetilde{E}_R$ решение $E^{(+)}$ отвечает мезомолекулярному уровню; соответствующая ему волновая функция относительного движения d и t локализована на характерных мезомолекулярных расстояниях. Отсутствие перестройки спектра в этом случае обусловлено наличием интенсивного поглощения (сильной связью с открытым каналом: $\Gamma_{in}^2 > 8g|B^{J v}|^2/m_1$).

Для всех мезомолекулярных уровней $dt\mu$ $\beta \leq 2{,}6 \cdot 10^{-7} \ll 1$ и, следовательно, каково бы ни было $\widetilde{E}_R$, перестройка мезомолекулярного спектра исключена. Причины этого уже отмечались выше: малая вероятность нахождения d и t в области действия ядерных сил для мезомолекулярных состояний системы $dt\mu$ и большая неупругая ширина ядерного резонанса Γ_{in}.

Полученный результат означает, что теоретические предсказания ядерных ширин и сдвигов уровней мезомолекулы $dt\mu$ являются "устойчивыми" несмотря на возможность варьирования параметров E_s, g и Γ_{in} в пределах, допускаемых ошибками экспериментальных данных по реакции (2а) и рассеянию (2б).

3. Случай $\beta = I$ является промежуточным. При $\widetilde{E}_R = E^{J v}$ имеется вырождение: $E^{(+)} = E^{(-)}$ (рис.4в).

§ 6. Заключение

В данной работе вычислены ядерные ширины $\Gamma^{J v}$ и сдвиги $\Delta E^{J v}$ уровней $(J v)$ мезомолекулы $dt\mu$, обусловленные резонансным взаимодействием d и t в S- волне со спином $I = 3/2$. Установлено, что влияние ядерного резонанса на мезомолекулярные состояния является слабым, благодаря малой вероятности нахождения d и t в области действия ядерных сил в мезомолекуле $dt\mu$ и большой неупругой ширине резонанса, и спектр $dt\mu$ молекулы устойчив относительно вариаций параметров ядерного взаимодействия в пределах, допускаемых имеющимися экспериментальными данными.

Показано, что положение ядерного резонанса в системе $dt\mu$ совпадает с положением dt резонанса с точностью порядка средней энергии взаимодействия мюона в системе $dt\mu$. Поскольку мюон, связанный с d и t электромагнитными силами, с малой вероятностью находится в области ядерного взаимодействия d и t, мал и сдвиг ядерного резонанса, а перестройка спектра уровней мезомолекулы исключена. В этих условиях связь ядерных ширин с константой реакции (4) с хорошей точностью описывается классической факторизационной формулой (3).

Полученные результаты также хорошо согласуются с расчетами ширин $\Gamma^{J\upsilon}$, основанными на использовании обобщенного оптического потенциала /I/, отвечающего модели связанных каналов $dt-n^4He$

Авторы выражают признательность С.И.Виницкому, Л.Н.Сомову и М.П.Файфману за помощь, а также С.С.Герштейну, Л.И.Пономареву, В.А.Сергееву и И.С.Шапиро за плодотворные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bogdanova L.N., Markushin V.E., Melezhik V.S., Ponomarev L.I. Preprint JINR E-4-80-819, 1980.
2. Liskien H., Paulsen A. Nucl. Data Tables, 11, p.569, 1973. Кацауров Л.Н. Труды ФИАН, т.14, с.224, 1962.
3. Балашко Ю.Г. Труды ФИАН, т.33, с.67, 1965.
4. Deser S., Goldberger M.L., Baumann K., Thirring W. Phys. Rev., 96, 774, 1954.
5. Jackson J.D. Phys. Rev., 106, p.330, 1957.
6. Зельдович Я.Б., Герштейн С.С. УФН, 71, 581, 1960.
7. Breit G. Theory of Resonance Reactions and Applied Topics, in Encyclopedia of Physics. Ed. by S.Flügge, Springer-Verlag, 1959, pp.231-240.
8. Wigner E.P., Eisenbud L. Phys. Rev., 72, 29, 1947.
9. Ajzenberg-Selove F. Nucl. Phys., A320, N 1, p.1, 1979.
10. Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц. М., Мир, с.456, 1969.
11. Conner J.P., Bonner T.W., J.R.Smith. Phys. Rev., 88, 468, 1952.
12. Hoop B., Barschall H.H. Nucl. Phys., 83, 65, 1966.
13. Виницкий С.И., Мележик В.С., Пономарев Л.И., Пузынин И.В., Пузынина Т.И., Сомов Л.Н., Трускова Н.Ф. ЖЭТФ, 79, с.698, 1980.
14. Виницкий С.И., Мележик В.С., Пономарев Л.И. Препринт ОИЯИ Р4-80-775, Дубна, 1979.
15. Ponomarev L.I. and Vinitsky S.I. J. Phys., B12, 567, 1979.
16. Кудрявцев А.Е., Маркушин В.Е., Шапиро И.С. ЖЭТФ, 74, 432, 1978.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 апреля 1981 года.