сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P4-81-143

В.Б.Беляев, В.В.Пупышев

ПРИБЛИЖЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ АМПЛИТУД УПРУГОГО Nd РАССЕЯНИЯ

1981

ВВЕДЕНИЕ

Полное рассмотрение задачи рассеяния нуклонов на ядрах требует решения сложных систем уравнений Фаддеева-Якубовского /1/. Большую трудность в этих задачах представляет учет принципа Паули.

Цель данной работы - вывод приближенных уравнений для амплитуд упругого Nd рассеяния, учитывающих тождественность нуклонов. Приближение, допустимое в случае πd рассеяния /2/, заключается в замене гамильтониана мишени оператором конечного ранга, что эквивалентно пренебрежению всеми амплитудами, кроме амплитуд упругого рассеяния. В данном приближении амплитуды упругого рассеяния удовлетворяют одномерным интегральным уравнениям. Приближение кажется верным при рассеянии нуклонов с энергией E на ядре, находящемся в состоянии с энергией ϵ, если $E \ll |\epsilon|$ и когда сильно подавлены все процессы, кроме упругого рассеяния.

В §1 получены уравнения для амплитуд упругого Nd рассеяния. В §2 получены уравнения, учитывающие вклад трехнуклонных связанных состояний в амплитуды Nd рассеяния. §3 содержит решение этих уравнений при $E=0$.

§1. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ АМПЛИТУД УПРУГОГО Nd РАССЕЯНИЯ

Пусть $H = h_0 + h_c + V$ - полный гамильтониан трех нуклонов, $h_0 = -\frac{1}{2\mu}\Delta_\rho = -\frac{3}{4m}\Delta_\rho$ - гамильтониан свободного движения нуклона 3 относительно центра масс нуклонов 1 и 2, $h_c = -\frac{1}{m}\Delta_r + V_{12}$ - полный гамильтониан нуклонов 1 и 2, $V = V_{13} + V_{23}$ - потенциал взаимодействия нуклона 3 с нуклонами 1 и 2.

Будем считать, что нуклон-нуклонный потенциал нелокален и имеет вид

$$V_{ij} = V_{ij}^{10} P_{ij}^{10} + V_{ij}^{01} P_{ij}^{01}, \qquad i,j = 1,2,3, \qquad /1.1/$$

где P_{ij}^{st} - проектор на состояние частиц i, j с полным спином s и изоспином t:

$$\langle \vec{k}' | V_{ij}^{10} | \vec{k} \rangle = \int d\vec{r}_{ij}' d\vec{r}_{ij} \exp(-i\vec{k}'\vec{r}_{ij}' + i\vec{k}\vec{r}_{ij}) \langle \vec{r}_{ij}' | V_{ij}^{10} | \vec{r}_{ij} \rangle = \lambda g(k') g(k),$$
$$g(k) = (k^2 + \beta^2)^{-1},$$

$$\langle\vec{k}'|V^{01}_{ij}|\vec{k}\rangle = \tilde{\lambda}\tilde{g}(k')g(k), \qquad \tilde{g}(k) = (k^2+\tilde{\beta}^2)^{-1} .$$

Параметры потенциалов фиксированы по энергии связи дейтрона $|\epsilon_d| = 2{,}225$ МэВ, триплетной $a_{10} = 5{,}378$ Фм и синглетной $a_{01} = -23{,}69$ Фм длинам NN рассеяния и различным значениям эффективного радиуса r_{01}.

$\lambda = -21{,}6749$ Фм$^{-2}$ $\qquad \beta = 1{,}4498$ Фм$^{-1}$

$r_{01} = 2{,}2$ Фм,	$\tilde{\lambda} = -14{,}2186$ Фм$^{-2}$,	$\tilde{\beta} = 1{,}4178$ Фм$^{-1}$,
$r_{01} = 2{,}7$ Фм,	$\tilde{\lambda} = -7{,}7910$ Фм$^{-2}$,	$\tilde{\beta} = 1{,}1648$ Фм$^{-1}$,
$r_{01} = 3{,}0$ Фм,	$\tilde{\lambda} = -5{,}7239$ Фм$^{-2}$,	$\tilde{\beta} = 1{,}0534$ Фм$^{-1}$.

Оператор антисимметризации $A = \frac{1}{6}(1 - P_{12} - P_{13} - P_{23} + P_{13}P_{12} + P_{23}P_{12})$, где P_{ij} – оператор перестановки всех координат частиц i, j, оператор полного спина $\vec{S}$ и изоспина $\vec{T}$ трех нуклонов удовлетворяют равенствам:

$$[H, A] = [H, S^2] = [H, S_z] = [H, T^2] = [H, T_z] = 0, \qquad /1.2/$$

$$[V, S^2] = [V, S_z] = [V, T^2] = [V, T_z] = 0 . \qquad /1.3/$$

Базис спинового, изоспинового пространств образуют функции

$$\chi_{sSM}(12,3) = \langle 12,3|(\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2})s, \tfrac{1}{2}, S, M\rangle, \quad \tau_{tTN}(12,3) = \langle 12,3|(\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2})t, \tfrac{1}{2}, T, N\rangle.$$

Построим базис спин-изоспинового пространства $\chi^{2S2T}_{\alpha\nu}$, $\nu = (M, N)$:

$$S = \frac{3}{2}, \quad T = \frac{1}{2}, \qquad \chi^{31}_{\alpha\nu} = \chi_{1\frac{3}{2}M}\,\tau_{\alpha-1\frac{1}{2}N} \qquad \alpha = 1,2,$$

$$S = \frac{1}{2}, \quad T = \frac{1}{2}, \qquad \chi^{11}_{\alpha\nu} = \begin{cases} \chi_{1\frac{1}{2}M}\,\tau_{\alpha-1\frac{1}{2}N}, & \alpha = 1,2, \\ \chi_{0\frac{1}{2}M}\,\tau_{\alpha-3\frac{1}{2}N}, & \alpha = 3,4 . \end{cases}$$

Гамильтониан h_c запишем в виде

$$h_c = \sum_{S,T} h_c^{2S2T}, \qquad S, T = \frac{3}{2}, \frac{3}{2};\ \frac{3}{2}, \frac{1}{2};\ \frac{1}{2}, \frac{1}{2};\ \frac{1}{2}, \frac{3}{2} .$$

Пусть χ_d – пространственная часть волновой функции дейтрона, $\chi_{\vec{p}}, \tilde{\chi}_{\vec{p}}$ – пространственные части волновых функций нуклонов 1 и 2, соответственно, при $s, t = 1, 0$ и $s, t = 0, 1$, $\langle\vec{r}|\vec{p}\rangle = e^{i\vec{p}\vec{r}}$, тогда

$$h^{31} = {}^{(1)}h^{31} + \sum_{\nu}\int\frac{d\vec{p}}{(2\pi)^3}\frac{p^2}{m}\Big(|\chi_{\vec{p}}\chi^{31}_{1\nu}\rangle\langle\chi_{\vec{p}}\chi^{31}_{1\nu}| + |\vec{p}\chi^{31}_{2\nu}\rangle\langle\vec{p}\chi^{31}_{2\nu}|\Big),$$

$$h_c^{11} = {}^{(1)}h_c^{11} + \sum_{\nu}\int\frac{d\vec{p}}{(2\pi)^3}\frac{p^2}{m}\Big(|\chi_{\vec{p}}\chi^{11}_{1\nu}\rangle\langle\chi_{\vec{p}}\chi^{11}_{1\nu}| + |\vec{p}\chi^{11}_{2\nu}\rangle\langle\vec{p}\chi^{11}_{2\nu}| + |\vec{p}\chi^{11}_{3\nu}\rangle\langle\vec{p}\chi^{11}_{3\nu}| + |\tilde{\chi}_{\vec{p}}\chi^{11}_{4\nu}\rangle\langle\tilde{\chi}_{\vec{p}}\chi^{11}_{4\nu}|\Big), \qquad /1.4/$$

где

$$^{(1)}h_c^{2S1} = \sum_{\nu}\epsilon_d|\chi_d\chi^{2S1}_{1\nu}\rangle\langle\chi_d\chi^{2S1}_{1\nu}|, \quad S = \frac{3}{2}, \frac{1}{2} . \qquad /1.5/$$

Определим операторы Грина

$$G_0(z) = (h_0 - z)^{-1}, \quad G_c(z) = (h_0 + h_c - z)^{-1}, \quad G(z) = (H - z)^{-1}, \qquad /1.6/$$

вспомогательный трехчастичный оператор

$$T^0(z) = V - VG_0(z)T^0(z) \qquad /1.7/$$

и полный трехчастичный оператор перехода

$$T(z) = V - VG(z)V = V - VG_c(z)T(z) .$$

Из /1.6/, /1.7/ получим уравнение

$$T(z) = T^0(z) + T^0(z)(G_0(z) - G_c(z))T(z) . \qquad /1.8/$$

Из равенств /1.2/, /1.3/ следует

$$F = \sum_{S,T,\alpha,\beta,\nu}|\chi^{2S2T}_{\alpha\nu}\rangle F^{2S2T}_{\alpha\beta}\langle\chi^{2S2T}_{\beta\nu}|, \quad F = V, T^0, G_c, T.$$

Из /1.7/ получаем систему уравнений для T^0-матриц

$$T^{0\,2S2T}_{\alpha\beta} = V^{2S2T}_{\alpha\beta} - \sum_{\gamma}V^{2S2T}_{\alpha\gamma}G_0T^{0\,2S2T}_{\gamma\beta} . \qquad /1.9/$$

Асимптотические состояния Nd рассеяния получим, антисимметризуя функции свободного движения частицы 3 относительно центра масс частиц 1 и 2, находящихся в связанном состоянии [3]:

$$|\phi^{2S2T}_{\vec{k}\nu}\rangle_a = \sqrt{3}A|\phi^{2S2T}_{\vec{k}\nu}\rangle = \sqrt{3}A|\chi_d\vec{k}\chi^{2S2T}_{1\nu}\rangle, \text{ где}$$

$$S, T = \frac{3}{2}, \frac{1}{2};\ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \qquad \langle\vec{r}, \vec{\rho}|\chi_d\vec{k}\rangle = \chi_d(\vec{r})\,e^{i\vec{k}\vec{\rho}} .$$

Наблюдаемая амплитуда упругого Nd рассеяния, не зависящая в случае потенциалов /1.1/ от квантовых чисел ν, определяется равенством

$$f^{2S2T}(\vec{k}', \vec{k}, z) = -\frac{\mu}{2\pi}\,{}_a\langle\phi^{2S2T}_{\vec{k}'\nu'}|T(z)|\phi^{2S2T}_{\vec{k}\nu}\rangle_a\,\delta_{\nu\nu'} =$$

$$= -\frac{\mu}{2\pi}\Big(\langle\phi^{2S2T}_{\vec{k}'\nu'}|T(z)|\phi^{2S2T}_{\vec{k}\nu}\rangle - 2\langle\phi^{2S2T}_{\vec{k}'\nu'}|T(z)P_{13}|\phi^{2S2T}_{\vec{k}\nu}\rangle\Big)\cdot\delta_{\nu\nu'} , \qquad /1.10/$$

$$f^{2S2T}(\vec{k}',\vec{k},z)=-\frac{\mu}{2\pi}<\phi^{2S2T}_{\vec{k}'\nu'}|\Gamma(z)|\phi^{2S2T}_{\vec{k}\nu}>\delta_{\nu\nu'}=$$

$$=-\frac{\mu}{2\pi}<\chi_d\vec{k}'|\Gamma^{2S2T}_{11}(z)|\chi_d\vec{k}>\delta_{\nu\nu'},$$

где

$$k'=k=(2\mu E)^{1/2},\qquad z=E+\epsilon_d+i0,\quad \Gamma=T(1-2P_{13})$$

$$\Gamma^{2S2T}_{\alpha\beta}=<\chi^{2S2T}_{\alpha\nu}|\Gamma|\chi^{2S2T}_{\beta\nu}>.$$

Из уравнения /1.8/ следуют операторные уравнения

$$TP_{13}=T^0P_{13}+T^0(G_0-G_c)TP_{13},\qquad /1.11/$$

$$\Gamma=\Gamma^0+T^0(G_0-G_c)\Gamma,\quad \Gamma^0=T^0(1-2P_{13}).\qquad /1.12/$$

Используя /1.4/, нетрудно получить спектральное представление G_c, подставив его в /1.12/; получим точные системы уравнений для амплитуд. Рассмотрим одно из уравнений $S=\frac{3}{2}$.

$$<\chi_d\vec{k}'|\Gamma^{31}_{11}|\chi_d\vec{k}>=<\chi_d\vec{k}'|\Gamma^{031}_{11}|\chi_d\vec{k}>+$$

$$+\epsilon_d\int\frac{d\vec{k}''}{(2\pi)^3}(E''-z)^{-1}(E''-z+\epsilon_d)^{-1}<\chi_d\vec{k}'|T^{031}_{11}|\chi_d\vec{k}''><\chi_d\vec{k}''|\Gamma^{31}_{11}|\chi_d\vec{k}>+$$

$$+\int\frac{d\vec{k}''d\vec{p}}{(2\pi)^6}\frac{p^2}{m}(E''-z)^{-1}(E''-z+\frac{p^2}{m})^{-1}\times$$

$$\times[<\chi_d\vec{k}'|T^{031}_{11}|\chi_{\vec{p}}\vec{k}''><\chi_{\vec{p}}\vec{k}''|\Gamma^{31}_{11}|\chi_d\vec{k}>+$$

$$+<\chi_d\vec{k}'|T^{031}_{12}|\vec{p}\vec{k}''><\vec{p}\vec{k}''|\Gamma^{31}_{21}|\chi_d\vec{k}>].$$

Если энергия нуклона, падающего на дейтрон, $E<<|\epsilon_d|$, то можно пренебречь амплитудами развала, по сравнению с амплитудой упругого рассеяния, тогда получим приближенные уравнения

$$<\chi_d\vec{k}'|\Gamma^{2S2T}_{11}|\chi_d\vec{k}>\approx<\chi_d\vec{k}'|\Gamma^{0\,2S2T}_{11}|\chi_d\vec{k}>+$$

$$+\epsilon_d\int\frac{d\vec{k}''}{(2\pi)^3}(E''-z)^{-1}(E''-z+\epsilon_d)^{-1}<\chi_d\vec{k}'|T^{0\,2S2T}_{11}|\chi_d\vec{k}''>\times\qquad /1.13/$$

$$\times<\chi_d\vec{k}''|\Gamma^{2S2T}_{11}|\chi_d\vec{k}>.$$

Заметим, что данное приближение эквивалентно замене операторов h^{31}_c, h^{11}_c операторами конечного ранга

$$h^{31}_c\approx{}^{(1)}h^{31}_c,\qquad h^{11}_c\approx{}^{(1)}h^{11}_c.\qquad /1.14/$$

Итак, в приближении /1.14/ наблюдаемая $<\Gamma>$, прямая $<T>$ и обменная $<TP_{13}>$ амплитуды упругого Nd рассеяния после разложения по парциальным волнам удовлетворяют одномерным интегральным уравнениям с одним и тем же ядром и неоднородными членами $<\Gamma^0>$, $<T^0>$, $<T^0P_{13}>$ соответственно.

§2. УЧЕТ ТРЕХНУКЛОННЫХ СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ В ЗАДАЧЕ Nd РАССЕЯНИЯ

При замене $h_0+h_c\approx h_0+{}^{(1)}h_c$ учитывается лишь основное состояние мишени. Следующим этапом улучшения приближения является учет трехнуклонных связанных состояний.

Пусть ϵ_i, $|y_i>=\sum_\alpha|y_{i\alpha}>|\chi^{11}_{\alpha\nu}>$ – энергия и волновые функции ^3He $i=1$, $\nu=(M,\frac{1}{2})$; ^3H, $i=2$, $\nu=(M,-\frac{1}{2})$.

Гамильтониан H запишем в виде

$$H=H'+\sum_{i=1,2}\epsilon_i|y_i><y_i|,\quad H'=h_0+V+h_c-\sum_{i=1,2}\epsilon_i|y_i><y_i|.$$

Если $|\psi>$ – состояние рассеяния, то

$$H|\psi>=H'|\psi>,\quad H'|y_i>=0,\quad i=1,2.$$

Определим операторы

$$G'(z)=(H'-z)^{-1},\quad G'_c(z)=(h_0+h_c-\sum_{i=1,2}\epsilon_i|y_i><y_i|-z)^{-1}.\qquad /2.1/$$

Полный оператор перехода в этом случае имеет вид

$$T'(z)=V-VG'(z)T'(z)=T^0(z)+T^0(z)(G_0(z)-G'_c(z))T'(z).\qquad /2.2/$$

Подставляя

$$G'_c=G_c+\sum_{i=1,2}E_iG_c|y_i><y_i|G_c,\qquad /2.3/$$

где

$$E_i(z)=\epsilon_i(1-\epsilon_i<y_i|G_c(z)|y_i>)^{-1},$$

в /2.2/, получаем

$$T'=T^0+T^0(G_0-G_c)T'-\sum_{i=1,2}E_iT^0G_c|y_i><y_i|G_cT',$$

$$T'=[T^0-\sum_{i=1,2}E_iC_i|B_i><B_i|][1+(G_0-G_c)T'],\qquad /2.4/$$

где

$$C_i^{-1}(z)=1+E_i(z)<y_i|G_c(z)T^0(z)G_c(z)|y_i>,$$

$$|B_i>=T^0G_c|y_i>.$$

Так как $<\chi^{31}_{\alpha\nu}|B_i>=0$, то уравнение /2.4/ в случае $S=\frac{3}{2}$ совпадает с уравнением /1.8/. Используя равенства

$$<\chi^{11}_{\alpha M+\frac{1}{2}}|B_2>=<\chi^{11}_{\alpha M-\frac{1}{2}}|B_1>=0,\quad \alpha=1,2,3,4$$

в приближении /1.14/ из уравнения /2.4/ получаем уравнение для наблюдаемых амплитуд дублетного рассеяния с учетом состояний ^{3}He и ^{3}H.

$$
\begin{aligned}
&\langle \chi_d \vec{k}'|\Gamma'_{11\nu}|\chi_d \vec{k}\rangle = \langle \chi_d \vec{k}'|\Gamma^{011}_{11}|\chi_d \vec{k}\rangle + \\
&-E_i C_i \langle \chi_d \vec{k}' \chi^{11}_{1\nu}|B_i\rangle\langle B_i|1-2P_{13}|\chi_d \vec{k}\chi^{11}_{1\nu}\rangle + \\
&+\epsilon_d \int \frac{d\vec{k}''}{(2\pi)^3}(E''-z)^{-1}(E''-z+\epsilon_d)^{-1} \times \qquad /2.5/ \\
&\times[\langle \chi_d \vec{k}'|T^{011}_{11}|\chi_d \vec{k}''\rangle - E_i C_i \langle \chi_d \vec{k}' \chi_{1\nu}|B_i\rangle\langle B_i|\chi_d \vec{k}''\chi^{11}_{1\nu}\rangle] \times \\
&\times \chi_d \vec{k}''|\Gamma'_{11\nu}|\chi_d \vec{k}\rangle ,
\end{aligned}
$$

где $\Gamma' = T'(1-2P_{13})$, $i=1$, $\nu=(M,\frac{1}{2})$ для pd рассеяния /вклад в pd рассеяние дает лишь ^{3}He / и $i=2$, $\nu=(M,-\frac{1}{2})$ для nd рассеяния /вклад в nd рассеяние дает лишь ^{3}H /.

Из-за различия энергий связи и волновых функций ^{3}He и ^{3}H уравнения /2.5/ в некоторой степени учитывают кулоновское взаимодействие в системе трех нуклонов на малых расстояниях $\rho, r \sim \bar{r}_{^3He}$ ~ 2 Фм в случае $S,T = \frac{1}{2},\frac{1}{2}$.

§3. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ АМПЛИТУД Nd РАССЕЯНИЯ

В случае потенциалов /1.1/ уравнения /1.9/ решаются аналитически. Приведем выражения для парциальных $T^{0\,2S2T}_{11\ell}$ амплитуд, определенных равенствами

$$\langle \chi_d \vec{k}'|T^{0\,2S2T}_{11}|\chi_d \vec{k}\rangle = \sum_{\ell,m} T^{0\,2S2T}_{11\ell}(k',k,z)\, Y_{\ell m}(\hat{k}')\, Y^*_{\ell m}(\hat{k}), \qquad /3.1/$$

$$
\begin{aligned}
&T^{031}_{11\ell}(k',k,z) = c_\ell \cdot 2 \cdot \lambda \cdot g(k')\, g(k) \times \qquad /3.2/ \\
&\times \int_0^\infty dr\, |r\chi_d(r)|^2\, j_\ell(\tfrac{1}{2}k'r)\, j_\ell(\tfrac{1}{2}kr)\, d^{31}(r,z) ,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&T^{011}_{11\ell}(k',k,z) = c_\ell \int_0^\infty dr\, |r\chi_d(r)|^2\, j_\ell(\tfrac{1}{2}k'r)\, j_\ell(\tfrac{1}{2}kr) \cdot d^{11}(r,z) \times \qquad /3.3/ \\
&\times[\lambda(4+4\tilde{a}_0+\tilde{a})\, g(k')\, g(k) - 9\tilde{\lambda}\, b\, g(k')\, \tilde{g}(k) - 9\lambda\, \tilde{b}\, \tilde{g}(k')\, g(k) + \\
&+9\tilde{\lambda}(4+4a_0+a)\, \tilde{g}(k')\, \tilde{g}(k)] ,
\end{aligned}
$$

где

$$\chi_d(r) = \left[\frac{\beta\gamma(\beta+\gamma)}{2\pi(\beta-\gamma)^2}\right]^{1/2} \frac{1}{r}(e^{-\gamma r} - e^{-\beta r}), \quad \gamma = m|\epsilon_d|$$

$$c_\ell = 4\pi^2(2\ell+1)[1+(-1)^\ell] ,$$

$$d^{31}(r,z) = [2(1+a_0) - a]^{-1} ,$$

$$d^{11}(r,z) = [(4+4\tilde{a}_0+\tilde{a})(4+4a_0+a) - 9b\tilde{b}] .$$

Функции $a, b, \tilde{b}, \tilde{a}$ выражаются через интегралы

$$a(r,z) = \lambda \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}\, \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{E-z}\, g^2(k) , \quad \tilde{a}(r,z) = \tilde{\lambda} \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}\, \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{E-z}\, \tilde{g}^2(k) ,$$

$$b(r,z) = \lambda \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}\, \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{E-z}\, g(k)\, \tilde{g}(k) , \quad \tilde{b} = \tilde{\lambda} b/\lambda , \quad E = \frac{k^2}{2\mu} ,$$

$a_0, \hat{a}_0, b_0, \hat{b}_0$ - значения соответствующих функций при $r=0$.

Функции $d^{31}(r,z)$ и $d^{11}(r,z)$ имеют полюса первого порядка в точках $r^{31}(z)$, $r^{11}(z)$ /см. рис. 1-2/. Согласно /1.7/, T^0 - оператор перехода в системе, состоящей из частицы 3 и двух центров, относительное расстояние между которыми равно r, полная энергия системы $z = E + \epsilon_d + i0$. Следовательно, $r^{2S2T}(z)$ - расстояние между центрами 1 и 2, при котором, для данной энергии z, существует связанное состояние в такой трехчастичной системе. Для парциальных наблюдаемых амплитуд, определенных аналогично /3.1/, из /1.13/ получаем уравнения

$$
\begin{aligned}
&\Gamma^{2S2T}_{11\ell}(k',k,z) = \Gamma^{0\,2S2T}_{11\ell}(k',k,z) + \qquad /3.4/ \\
&+\epsilon_d \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^\infty \frac{dk''\, k''^2}{(E''-z)(E''-z+\epsilon_d)}\, T^{0\,2S2T}_{11\ell}(k',k'',z)\, \Gamma^{2S2T}_{11\ell}(k'',k,z) .
\end{aligned}
$$

Уравнения для прямых $T^{2S2T}_{11\ell}$ и обменных $^{13}T^{2S2T}_{11\ell}$ парциальных амплитуд имеют ядро уравнения /3.4/ и неоднородные члены $T^{0\,2S2T}_{11\ell}$ и $^{13}T^{0\,2S2T}_{11\ell}$, соответственно.

Следует ожидать, что /1.14/ лучше всего выполняется при нулевой энергии нуклона, рассеиваемого дейтроном, поэтому мы ограничивались вычислением длин рассеяния. Прямую и обменную длины T^0-рассеяния определим равенствами

$$a^{0\,2S2T}_{dir} = \frac{\mu}{2\pi} \langle \chi_d \vec{k}' | T^{0\,2S2T}_{11}(z) | \chi_d \vec{k} \rangle = \frac{\mu}{8\pi^2} T^{0\,2S2T}_{110}(0,0,\epsilon_d), \qquad /3.5/$$

$$a^{0\,2S2T}_{ex} = \frac{\mu}{2\pi} \langle \chi_d \vec{k}' \chi^{2S2T}_{1\nu} | T^0(z) P_{13} | \chi_d \vec{k} \chi^{2S2T}_{1\nu} \rangle =$$

$$= \frac{\mu}{8\pi^2}\, {}^{13}T^{0\,2S2T}_{110}(0,0,\epsilon_d), \qquad k' = k = 0, \quad z = \epsilon_d .$$

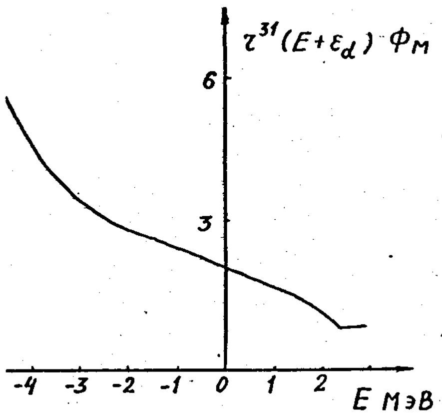

Рис.1. $r^{31}(z)$ – полюс функции $d^{31}(r,z)$ при данном значении $z = E + \epsilon_d$.

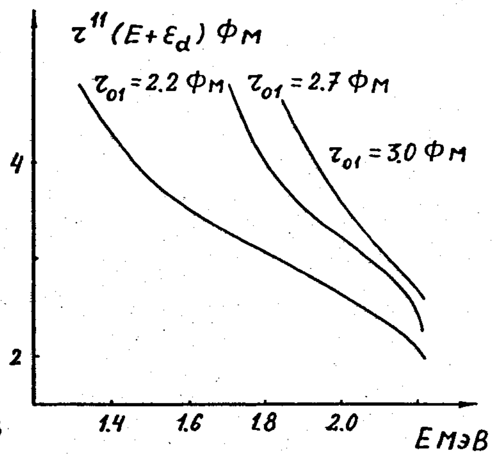

Рис.2. $r^{11}(z)$ – полюс функции $d^{11}(r,z)$ при данном значении $z = E + \epsilon_d$ и различных значениях r_{01}.

Полная длина рассеяния в приближении $T \approx T^0$ имеет вид:

$$a^{0\,2S2T} = a^{0\,2S2T}_{dir} - 2a^{0\,2S2T}_{ex} .$$

Заменив в формулах /3.5/ T^0 на T, получим прямую и обменную длины Nd рассеяния.

Уравнения /3.4/ при $\ell = 0$, $z = \epsilon_d$ решались численно методом замены интегрирования квадратурной суммой Гаусса. Относительная точность всех вычисленных величин не хуже 0,001.

Подынтегральная функция в /3.2/ при $z = \epsilon_d$ имеет полюс $r^{31}(\epsilon_d) = 2,149$ Фм, интеграл /3.2/ вычислялся в смысле главного значения.

При таком способе интегрирования длины квартетного рассеяния равны

$a^{031}_{dir} = 1,676$ Фм, $\quad a^{031}_{ex} = -2,407$ Фм, $\quad a^{031} = 6,490$ Фм,
$a^{31}_{dir} = 1,332$ Фм, $\quad a^{31}_{ex} = -1,958$ Фм, $\quad a^{31} = 5,248$ Фм.

Экспериментальное значение $a^{31}_{exp} = 6,35 \pm 0,02$ Фм [4] при решении уравнений Фаддеева с потенциалами /1.1/ получено $a^{31}_{\Phi} = 6,28$Фм [5].

Итак, a^{031} ближе к a^{31}_{Φ} чем a^{31}. Из сравнения a^{31} с a^{31}_{Φ} следует, что вклад неупругих амплитуд в квартетную длину рассеяния $\approx 0,20$. Так как $a^{31}_{dir}/2a^{31}_{ex} \approx 0,3$, то доминирует обменное рассеяние. При $S = 3/2$ принцип Паули не позволяет нуклону проникать вглубь дейтрона, функция Nd рассеяния сильно кластеризована, поэтому приближение /1.14/ оказалось разумным. В случае дублетного рассеяния подынтегральная функция /3.3/ при $z = \epsilon_d$ не имеет полюсов, интеграл /3.3/ вычислялся обычным образом.

Длины дублетного рассеяния оказались большими, а значения детерминанта системы линейных уравнений, к которой при $z = \epsilon_d$ сводилось уравнение /3.4/, малым. Это объясняется тем, что энергия z, при которой у функции $d^{11}(r,z)$ появляются полюса, близка к ϵ_d. Таким образом, в приближении /1.14/ энергия связи системы трех нуклонов $\approx |\epsilon_d|$. При $S = 1/2$ нуклон может проникать в глубь дейтрона, приближение /1.14/ оказывается неверным, и следует учитывать вклад от трехнуклонных связанных состояний согласно §2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Отметим особенности задачи Nd рассеяния. В отличие от πd-рассеяния [2], T^0- матрица имеет полюса по параметру r. Однако несложным тождественным преобразованием можно получить регулярную T^0. Действительно, гамильтониан H запишем в виде $H = h_0 + V + \gamma + h_c - \gamma$, где $\gamma = \mathrm{const} > 0$. Повторяя все выкладки §1, но уже для $V_\gamma = V + \gamma$ и $h_{c\gamma} = h_c - \gamma$ и выбирая γ достаточно большим, получим регулярную T^0_γ матрицу и аналогичные уравнения для T.

Заметим, что оператор T, согласно 1,8, не коммутирует с P_{13}, P_{23}, и, вообще говоря, приближенную наблюдаемую амплитуду рассеяния следует вычислять по формуле

$$f^{2S2T}_{\nu'\nu}(\vec{k}',\vec{k},z) = -\frac{\mu}{2\pi}\,\frac{1}{3} \langle \phi^{2S2T}_{\vec{k}'\nu'} | T - 2TP_{13} - 2P_{13}T + 2P_{13}TP_{13} +$$

$$+ 2P_{13}TP_{23} | \phi^{2S2T}_{\vec{k}\nu} \rangle ,$$

где операторы $T, TP_{13}, \ldots$ удовлетворяют системе

$$T = T^0 + T^0(G_0 - G_c)T , \qquad TP_{13} = T^0 P_{13} + T^0(G_0 - G_c)TP_{13} ,$$

$$P_{13}T = P_{13}T + P_{13}T\,(G_0 - G_c)T ,$$

$$P_{13}TP_{ij} = P_{13}T^0 P_{ij} + P_{13}T^0(G_0 - G_c)TP_{ij} , \quad ij = 13, 23 ,$$

которая в приближении /Т.14/ сводится к системе одномерных интегральных уравнений.

Полученные уравнения нетрудно обобщить на случай упругого рассеяния нейтронов на более сложных ядрах.

В заключение авторы выражают искреннюю благодарность А.Л.Зубареву за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Якубовский О.А. ЯФ, 1967, т. 5, вып. 6, с. 1312-1319.
2. Беляев В.Б., Вжеционко Е., Ракитянский С.А. ЯФ, 1980, т. 31, вып. 6, с. 1462-1467.
3. Гольдберг М., Ватсон К. Теория столкновений. Изд-во "Мир", М., 1967.
4. Dilg W., Koester L., Nistler W. Phys.Lett., 1971, 36B, No. 3, p. 208-211.
5. Sitenko A.G., Kharchenko V.F., Petrov N.M. Phys.Lett., 1966, v. 21, No. 1, p. 54-57.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 февраля 1981 года.