

8013

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



8013

ЭКЗ. ЧИТ. ЗАЛА

P4 - 8013

Д.Караджов, И.Н.Михайлов, Й.Пиперова

МИКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ
ИЗМЕНЕНИЯ КОЛЛЕКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ
ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ЯДЕР ПРИ ВРАЩЕНИИ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Р4 - 8013

Д.Караджов, И.Н.Михайлов, Й.Пиперова

МИКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ
ИЗМЕНЕНИЯ КОЛЛЕКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ
ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ЯДЕР ПРИ ВРАЩЕНИИ

Направлено в ЯФ



Введение

В обзоре /1/ была введена определенная параметризация матричных элементов мультипольных операторов, учитывающая изменения внутреннего строения ядра при вращении. Целью настоящей работы является определение этих параметров из микроскопической модели ядра.

В §1 сформулирована микроскопическая модель, на основе которой получены уравнения, определяющие спиновую зависимость коллективных характеристик ядра. Сами уравнения и приближения, в которых мы их решали, даны в §2. Полученные числовые результаты и их обсуждения с физической точки зрения приведены в последней части работы - §3.

1. Теоретические оценки деформируемости ядер при вращении - микроскопический подход

Здесь мы поставим вопрос об определении параметров деформируемости /2,3/ и спаривания вращающегося ядра, исходя из межнуклонного взаимодействия, в рамках модели, близкой к модели принудительного вращения.

Для рассматриваемого ядра мы будем находить матрицы плотности

$$\rho_{ij}(M) = \langle M | a_j^+ a_i | M \rangle, \quad \sigma_{ij} = \langle M | a_i a_j | M \rangle \quad (I.I)$$

такие, чтобы с ними выполнялось условие стационарности внутренней энергии

$$\varepsilon = \langle M | H - h(\vec{I}^2) | M \rangle, \quad h(\vec{I}^2) = \frac{\vec{I}^2}{2J}, \quad (I.2)$$

относительно малых вариаций состояния $|M\rangle$. Состояние $|M\rangle$ соответствует вращению ядра вокруг оси x с моментом

$$M = -\langle M | I_x | M \rangle, \quad M = \sqrt{I(I+1)}. \quad (I.3)$$

Как показано в работе /1/, оно связано с "остановленным" состоянием ядра $|0\rangle$ (таким, что $\langle 0 | \vec{I} | 0 \rangle = 0$) соотношением

$$|M\rangle = e^{iM\varphi} |0\rangle, \quad (I.4)$$

где операторы "ротона" $\vec{r}(r_x, r_y, r_z)$ определены в цитируемой работе (см. формулы (4.3; 4.7; 4.10)).

Условие стационарности энергии ε может быть записано в виде

$$\langle M | [\hat{A}, H - \frac{\vec{I}^2}{2J}] | M \rangle = 0, \quad (I.5)$$

где H - многочастичный гамильтониан ядра; \hat{A} - произвольный линейный оператор; параметр J (момент инерции ядра) определяется условием согласования (I.3). Система уравнений (I.5), (I.3) определяет однозначно неизвестные матрицы $\hat{\rho}(M) \equiv (\rho_{ij})$, $\hat{\sigma}(M) \equiv (\sigma_{ij})$ и J при заданном H .

Согласно ротонной теории, описание неэнергетических характеристик достигается разложением данного мультипольного оператора \hat{Q}_{LM} , вызывающего переходы между состояниями ротационной полосы, по операторам ротонов и степеням от компонент полного углового момента (см. формулы (4.16-23) в работе /1/). Если коэффициенты этого разложения известны, то при помощи техники коэффициентов Рака /5/ можно найти матричные элементы \hat{Q}_{LM} между состояниями полосы. Приведенные матричные элементы квадрупольного оператора ($L=2$), параметризованные

таким способом для $K=0$ полосы, даны в работах /2,3/ x/

$$\begin{aligned} \langle I || \hat{Q}_2 || I \rangle &= -\frac{1}{2} \left[\frac{2I(2I+1)(2I+2)}{(2I-1)(2I-3)} \right]^{1/2} Q_0 \\ &\times \left\{ 1 + \frac{I(I+1)}{2} X - \sqrt{\frac{3}{2}} [I(I+1)-1] Y \right\} \\ \langle I+2 || \hat{Q}_2 || I \rangle &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \left[\frac{(2I+4)(2I+2)}{(2I+3)} \right]^{1/2} Q_0 \\ &\times \left\{ 1 + \frac{(I+2)(I+3) + I(I+1)}{4} (X + \sqrt{\frac{2}{3}} Y) \right\}. \end{aligned}$$

Мы приводим без подробных выкладок выражения, определяющие параметры X и Y , полученные на основе общих формул (4.25) из работы /1/. Если

$$\hat{Q}_{2M} = \sum_{ij} q_{ij}^{2M} a_i^+ a_j \quad (I.6)$$

оператор квадрупольного момента ядра, то

$$\begin{aligned} X &= -\frac{1}{Q_0} \langle 0 || [\hat{Q}_{20}, r_y] r_y || 0 \rangle \\ Y &= -\frac{1}{Q_0} \langle 0 || [\hat{Q}_{22}, r_y] r_y || 0 \rangle. \end{aligned} \quad (I.7)$$

Величина Q_0 представляет собой статический квадрупольный момент ядра во внутренней системе координат, значение которого несколько отличается от значения соответствующей величины в обобщенной модели (Q_{00}). Для Q_0 в ротонной теории имеет место формула

$$Q_0 = Q_{00} + \delta Q_{00} + \frac{1}{2} \langle 0 || [\hat{Q}_{20}, r_y] r_y || 0 \rangle, \quad (I.8)$$

x/ В этих формулах, вместо коэффициентов $c_i^{(i)}$ ($i=0,2,3$) работы /1/ использованы величины Q_0 , X и Y (или α), которые более естественно связаны с характеристиками деформируемости ядра (см. формулы (17) работы /3/). При этом $c_0^{(0)} = Q_0$, $c_2^{(2)} = Q_0 \alpha = Q_0 \frac{1}{2} (X + \sqrt{\frac{2}{3}} Y)$ и $c_3^{(3)} = Q_0 Y$.

где

$$Q_{00} = \langle 0 | \hat{Q}_{20} | 0 \rangle \quad (I.9)$$

$$\delta Q_{00} = \frac{1}{2} \sum_{M \neq 0} (-1)^M \langle 0 | [\hat{Q}_{2M}, R_{2-M}^+] | 0 \rangle. \quad (I.10)$$

В последней формуле: $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$, а R_{2M}^+ - оператор "ротона", определенный в выражении (4.7) работы /1/. Члены, различающие формулы (I.8) и (I.9), имеют следующий физический смысл:

- а) δQ_{00} отражает тот факт, что состояние $|0\rangle$ не является состоянием с точно фиксированными коллективными углами;
- б) член $\frac{1}{2} \langle 0 | [[\hat{Q}_{20}, v_y] v_y] | 0 \rangle$ в (I.8) передает те эффекты, которые на языке адиабатической теории ассоциируются со смешиванием силами Кориолиса. Это приводит не только к нарушению правил разветвления (см. формулы (15) в /3/), но и к перенормировке статического квадрупольного момента, как это видно из (I.8).

2. Уравнения микроскопической модели

А. Постановка задачи

Соотношения (I.6-8) уже достаточны для определения интересующих нас величин Q_0 , X и Y . Однако прямой способ вычисления матричных элементов операторов "ротона" v_y или матриц $\hat{\rho}(\mu)$, $\hat{\sigma}(\mu)$ из уравнений (I.5), настолько громоздок, что его технически трудно реализовать. Для построения схемы, поддающейся разумному числовому анализу, мы сделаем некоторые упрощающие предположения:

- а) аналогично разложению по степеням угловой частоты в кранкинг-модели, мы воспользуемся таким же разложением по степеням параметра μ в нашей модели; т.е. для среднего от произвольного оператора \hat{O} по состоянию $|\mu\rangle$ имеем

$$\langle \mu | \hat{O} | \mu \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \mu^n O^{(n)}, \quad (2.1)$$

$$O^{(n)} = \frac{i^n}{n!} \langle 0 | \underbrace{[\hat{O}, v_y] \dots v_y]}_{n \text{ раз}} | 0 \rangle = \frac{1}{n!} \left(\frac{\partial^n \hat{O}}{\partial \mu^n} \right)_{\mu=0}.$$

Наша цель - найти несколько первых членов степенного разложения

$$\hat{\rho}(\mu) = \hat{\rho}^{(0)} + \mu \hat{\rho}^{(1)} + \mu^2 \hat{\rho}^{(2)} + \dots \quad (2.2)$$

Как можно убедиться из формул (I.7), (2.1-2), параметры X и Y могут быть выражены через матрицу плотности второго порядка $\rho^{(2)}$ следующим образом:

$$X = \frac{1}{Q_0} \left(\frac{\partial^2 Q_{20}}{\partial \mu^2} \right)_{\mu=0} = \frac{2}{Q_0} \text{Tr}(\hat{Q}_{20} \hat{\rho}^{(2)})$$

$$Y = \frac{1}{Q_0} \left(\frac{\partial^2 Q_{22}}{\partial \mu^2} \right)_{\mu=0} = \frac{2}{Q_0} \text{Tr}(\hat{Q}_{22} \hat{\rho}^{(2)}), \quad (2.3)$$

где $\text{Tr}(\hat{A}\hat{B}) = \sum_{j,j'} A_{j,j'} B_{j',j}$;

- б) уравнения модифицируем так, чтобы интересующие нас величины (следы, входящие в формулу (2.3)), оказались в числе неизвестных, относительно которых эти уравнения сформулированы. Такая модификация возможна для факторизируемого взаимодействия. Матричные элементы $\hat{\rho}(\mu)$ и $\hat{\sigma}(\mu)$ при этом оказываются простыми функциями от небольшого числа величин, которые находим применением численных методов;

- в) предполагаем, что состояние $|\mu\rangle$ можно аппроксимировать квазичастичным вакуумом /6,7/. Обозначаем $a_v = u_v a_v^+ - v_v a_v$ оператор

ры Боголюбовских квазичастиц, таких, что $\lambda_{\nu} |0\rangle = 0$. Состояние $\tilde{\nu}$ является обращенным по времени по отношению к состоянию ν .

Следуя [6,7], вводим обобщенную матрицу плотности $\hat{K}(\mu) \equiv (K_{ij})$

$$K_{ij}(\mu) = \begin{pmatrix} \hat{p}_{ij}(\mu) & -\hat{\sigma}_{ij}(\mu) \\ \hat{\sigma}_{ij}^*(\mu) & \langle M | \delta_{ij} | M \rangle - \hat{p}_{ji}(\mu) \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

а также матрицы

$$P_{ij}(\mu) = \langle M | \hat{L}_i^+ \hat{L}_j^+ | M \rangle \quad (2.5)$$

$$Q_{ij}(\mu) = \langle M | \hat{L}_i^+ \hat{L}_j | M \rangle.$$

Связь матриц $\hat{\rho}$, $\hat{\sigma}$ и \hat{p} , \hat{q} оказывается следующей:

$$\begin{aligned} P_{ij}(\mu) &= u_i u_j Q_{ji}(\mu) - v_i v_j Q_{\tilde{j}\tilde{i}}(\mu) + v_i v_j \langle M | \delta_{ij} | M \rangle \\ &\quad + u_i v_j P_{ij}^*(\mu) + v_i u_j P_{ji}(\mu) \\ Q_{ij}(\mu) &= -u_i v_j Q_{\tilde{j}\tilde{i}}(\mu) + v_i u_j Q_{\tilde{i}\tilde{j}}(\mu) + u_i v_j \langle M | \delta_{ij} | M \rangle \\ &\quad - u_i u_j P_{\tilde{j}\tilde{i}}^*(\mu) + v_i v_j P_{\tilde{i}\tilde{j}}(\mu). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Для матрицы $\hat{K}(\mu)$ имеет место соотношение, установленное Н.Н.Боголюбовым [7]:

$$\hat{K}(\mu)^2 = \hat{K}(\mu), \quad (2.7)$$

благодаря которому $\hat{\rho}$ и $\hat{\sigma}$ (соответственно \hat{p} и \hat{q}) не являются независимыми, т.е. достаточно найти из уравнений только одну из них;

г) многочастичный гамильтониан выбираем в виде

$$H = H_0 - [\lambda(\mu) - \lambda_0] \hat{N} + H_{Qq} + H_{pair}, \quad (2.8)$$

где $H_0 = \sum_{\nu} E_{\nu} (\hat{L}_{\nu}^+ + \hat{L}_{\tilde{\nu}}^+)$ - гамильтониан свободных квазичастиц с энергиями $E_{\nu} = \sqrt{(\epsilon_{\nu} - \lambda_0)^2 + \Delta_0^2}$, $\hat{N} = \sum_{\nu} (\hat{a}_{\nu}^+ \hat{a}_{\nu} + \hat{a}_{\tilde{\nu}}^+ \hat{a}_{\tilde{\nu}})$ - оператор числа частиц, а $\lambda(\mu) = \lambda_0 + \frac{\mu^2}{2} \lambda_2 + \dots$ зависящий от спина химический потенциал, который определяется из условия сохранения числа протонов (нейтронов) в среднем по состоянию $|M\rangle$:

$$\langle M | \hat{N} | M \rangle = \begin{pmatrix} N \\ Z \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

Члены H_{Qq} и H_{pair} представляют собой "когерентные" части остаточного взаимодействия типа "квадруполь-квадрупольной силы плюс спаривания" [6], т.е.

$$H_{Qq} = -\frac{1}{2} \sum_{\mu=0, \pm 1, \pm 2} \chi_{\mu}^{(2)} (\hat{Q}_{2\mu}^+ - \langle 0 | \hat{Q}_{2\mu}^+ | 0 \rangle) (\hat{Q}_{2\mu} - \langle 0 | \hat{Q}_{2\mu} | 0 \rangle), \quad (2.10)$$

где $\hat{Q}_{2\mu}$ - тот же оператор, что и в формуле (1.6). Считаем, что $\chi_{\mu}^{(2)} = \chi_{\mu}^{(2)} = \chi_{\mu}^{(2)}$.

$$H_{pair} = -G (P^{\dagger} - \langle 0 | P^{\dagger} | 0 \rangle) (P - \langle 0 | P | 0 \rangle), \quad P = \sum_{s>0} a_s^{\dagger} c_s.$$

Во всех частях гамильтониана (2.8) подразумевается суммирование по нейтронной и протонной подсистемам.

Отметим еще, что в дальнейшем мы употребляем обозначения

$$u_{ij}^{(+)} = u_i v_j \pm u_j v_i$$

$$v_{ij}^{(+)} = u_i u_j \pm v_i v_j$$

Оператор \hat{A} , который входит в уравнения (1.5), выбран в виде $\hat{A} = \hat{L}_x^+ \hat{L}_x^+$ или $\hat{L}_y^+ \hat{L}_y^+$, что является достаточным для определения всех матричных элементов матрицы $\hat{\rho}^{(n)}$ при сделанных предположениях о структуре состояния $|\mu\rangle$.

Б. Уравнения первого порядка и их решения

Уравнения первого порядка следуют непосредственно из формул (1.5), (2.1) и имеют вид

$$\langle 0 | [[\hat{A}, H - \frac{\vec{I}^2}{2J}], v_y] | 0 \rangle = 0. \quad (2.11)$$

При выбранных силах x' (см. формулу (2.10)) уравнения приводят к результатам, идентичным получаемым в кренкинг-модели и в ротонном формализме (см. формулы (II.3) в работе /1/), когда нет учета поправок на кинематику трехмерных вращений. Решение уравнений (2.11) относительно $\hat{\rho}^{(n)}$ удается получить в аналитической форме

$$\rho_{ij}^{(n)} = - \frac{j_{ij}^x u_{ij}^{(+)^2}{J(E_i + E_j)}, \quad (2.12)$$

где j_{ij}^x - одночастичные матричные элементы проекции I_x полного углового момента. Матричные элементы матрицы аномальной плотности $\hat{\rho}^{(n)}$ можно найти, зная $\hat{\rho}^{(n)}$ (2.12) из соотношения (2.7), которое

x' Парные и aa -силы в уравнениях первого порядка вклада не дают.

в рассматриваемом случае имеет вид

$$v_{ij}^{(+)} \rho_{ij}^{(n)} + u_{ij}^{(+)} \sigma_{ij}^{(n)} = 0. \quad (2.13)$$

Из дополнительного условия (1.3) получаем уравнение

$$\text{Tr}(\hat{I}_x \hat{\rho}^{(n)}) = -1, \quad (2.14)$$

определяющее значение момента инерции ядра

$$J = \sum_{(ij) > 0} \frac{2 |j_{ij}^x|^2 + |j_{ij}^y|^2}{E_i + E_j} u_{ij}^{(+)^2}. \quad (2.15)$$

Часть оператора магнитного дипольного момента, действующая в пределах $K = 0$ полосы четно-четного ядра, может быть представлена как

$$\vec{M} = \frac{e\hbar}{2Mc} g_R \vec{I}, \quad (2.16)$$

а коллективное гиромагнитное отношение g_R , пользуясь формализмом работы /1/, легко выразить в виде

$$g_R = - \frac{2Mc}{e\hbar} \text{Tr}(\hat{M}_x \hat{\rho}^{(n)}). \quad (2.17)$$

В принятом приближении как J , так и g_R совпадают по форме с аналогичными выражениями модели принудительного вращения.

В. Уравнения второго порядка

Уравнения для членов второго порядка в разложении матрицы плотности по μ следуют из (1.5) и имеют вид

$$\langle 0 | [[[\hat{A}, H - \frac{\vec{I}^2}{2J}], v_y], v_y] | 0 \rangle = 0. \quad (2.18)$$

Еще одно уравнение, связывающее матрицы $\hat{\rho}^{(2)}$ и $\hat{\sigma}^{(2)}$, получаем из (2.7)

$$v_{ij}^{(1)} \rho_{ij}^{(2)} + u_{ij}^{(1)} \sigma_{ij}^{(2)} = - \sum_{k>0} \frac{\rho_{ik}^{(1)} \rho_{kj}^{(1)} + \rho_{ik}^{(1)} \rho_{kj}^{(1)}}{u_{ik}^{(1)} u_{kj}^{(1)}} \quad (2.19)$$

Из уравнений (2.18-19) после громоздких преобразований мы приходим к следующему выражению для матрицы $\rho_{ij}^{(2)}$:

$$\begin{aligned} \rho_{ij}^{(2)} = & - \sum_{m>0} (\rho_{im}^{(1)} \rho_{mj}^{(1)} + \rho_{im}^{(1)} \rho_{mj}^{(1)}) \\ & \times \left[\frac{E_j + E_m}{E_i + E_j} \frac{v_{im}^{(1)} u_{ij}^{(1)}}{u_{im}^{(1)} u_{jm}^{(1)}} + \frac{E_j + E_m}{E_j + E_i} \frac{v_{jm}^{(1)} u_{ij}^{(1)}}{u_{jm}^{(1)} u_{im}^{(1)}} - \frac{v_{ij}^{(1)}}{u_{im}^{(1)} u_{jm}^{(1)}} \right] \\ & + \frac{(u_i v_i)^2}{E_i} \delta_{ij} \lambda_2 \\ & + \frac{1}{2} \sum_{\mu} \frac{u_{i\mu}^{(1)} u_{j\mu}^{(1)}}{E_i + E_j} \frac{(q_{ij}^{2\mu} + q_{ji}^{2\mu}) u_{ij}^{(1)}}{E_i + E_j} \text{Tr}(\hat{Q}_{2\mu} \hat{\rho}^{(2)}) \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$+ G \frac{u_i v_i (u_i^2 - v_i^2)}{2 E_i} \delta_{ij} \left\{ \Delta_{2(2)} - \sum_{(sk)>0} \frac{|\rho_{sk}^{(1)}|^2 + |\rho_{sk}^{(1)}|^2}{u_{sk}^{(1)} u_{sk}^{(1)}} \right\},$$

где $\text{Tr}(\hat{Q}_{2\mu} \hat{\rho}^{(2)}) = \sum_{ij} q_{ij}^{2\mu} \rho_{ji}^{(2)} + \sum_{ij} q_{ji}^{2\mu} \rho_{ij}^{(2)}$,
 $\Delta_{2(2)} = \sum_{s>0} \frac{u_s^2 - v_s^2}{u_s v_s} \rho_{ss}^{(2)}$,

а член в фигурной скобке на последней строчке формулы (2.20) представляет собой производную параметра щели Δ по угловому моменту:

$$\left(\frac{\partial \Delta}{\partial M^2} \right)_{M=0} = \Delta_{2(2)} - \sum_{(sk)>0} \frac{|\rho_{sk}^{(1)}|^2 + |\rho_{sk}^{(1)}|^2}{u_{sk}^{(1)} u_{sk}^{(1)}} \quad (2.21)$$

Как видно из (2.20), в матрицу $\hat{\rho}^{(2)}$ входят как неизвестные величины $\text{Tr}(\hat{Q}_{20} \hat{\rho}^{(2)})$, $\text{Tr}(\hat{Q}_{22} \hat{\rho}^{(2)})$, λ_2 и $\Delta_{2(2)}$. Одно из уравнений для их нахождения сформулируем, написав условие сохранения числа частиц в состоянии $|M\rangle$ во втором порядке. Считаем, что значение $\text{Tr} \hat{\rho}^{(0)}$ точно равно заданному числу частиц в ядре. Тогда имеем

$$\text{Tr}^{N(P)} (\hat{\rho}^{(2)}) = 2 \sum_{i>0} \rho_{ii}^{(2)} = 0, \quad (2.22)$$

где $\rho_{ii}^{(2)}$ дается формулой (2.20). Еще три независимых уравнения находим умножением формулы (2.20) последовательно на q_{ji}^{20} , $\frac{u_i^2 - v_i^2}{u_i v_i} \delta_{ij}$, q_{ji}^{22} с последующим суммированием по одночастичным индексам i и j . В результате получаем

$$\begin{aligned} 2 \sum_{(ij)>0} q_{ji}^{20} \rho_{ij}^{(2)} &= \text{Tr}(\hat{Q}_{20} \hat{\rho}^{(2)}) \\ \sum_{(ij)>0} \frac{u_i^2 - v_i^2}{u_i v_i} \delta_{ij} \rho_{ij}^{(2)} &= \Delta_{2(2)} \\ \sum_{(ij)>0} \{ 2 q_{ji}^{22} \rho_{ij}^{(2)} + q_{ji}^{22} \rho_{ij}^{(2)} \} &= \text{Tr}(\hat{Q}_{22} \hat{\rho}^{(2)}). \end{aligned} \quad (2.23)$$

Заметим, что из-за разных правил отбора для матричных элементов q_{ji}^{20} и q_{ji}^{22} уравнение (2.22) и первые два уравнения (2.23) отделяются от последнего, определяющего величину $\text{Tr}(\hat{Q}_{22} \hat{\rho}^{(2)})$. При записи системы (2.22-23) мы пропустили индексы N и P (для нейтронов или

протонов), поскольку уравнения для обоих типов частиц идентичны по форме. Из-за наличия нейтрон-протонной компоненты у Q_0 -сил, однако, уравнения для протонной и нейтронной систем оказываются зацепленными.

Коэффициенты перед неизвестными в уравнениях (2.22, 2.23) представляют собой суммы от одночастичных матричных элементов операторов квадрупольного и углового момента. В настоящей работе эти матричные элементы взяты в базисе функций деформированного потенциала Вудса-Саксона. Подробности о расчетной схеме приводятся в следующем параграфе.

3. Условия расчета. Численные результаты

Спиновая зависимость коллективных параметров вращающегося ядра определена решением системы уравнений (I.5), (I.3), (2.7). В разложении (2.1) в явном виде удерживаются только члены первого и второго порядка по \mathcal{M} . Полученная в таком приближении система уравнений (2.22-2.23) решается численно для ряда ядер редкоземельной области. Расчет проводился на ЭВМ БЭСМ-6 программой *DENSY*.

Мы определяли следующие величины:

- а) в нулевом порядке (по \mathcal{M}): статический квадрупольный момент Q_{00} ;
- б) в первом порядке: момент инерции \mathcal{J} и коллективное гиромагнитное отношение g_R ;
- в) во втором порядке: коррекции к статическому квадрупольному моменту $\Delta Q_0 = Q_0 - Q_{00}$ согласно формулам (I.8-I.10); первые ненулевые производные от компонент оператора квадрупольного момента и спаривания:

$$\left(\frac{\partial^2 Q_{20}}{\partial \mathcal{M}^2} \right)_{\mathcal{M}=0} \equiv Q_0 \chi = 2 \text{Tr}(\hat{Q}_{20} \hat{\rho}^{(2)})$$

$$\left(\frac{\partial^2 Q_{22}}{\partial \mathcal{M}^2} \right)_{\mathcal{M}=0} \equiv Q_0 \gamma = 2 \text{Tr}(\hat{Q}_{22} \hat{\rho}^{(2)})$$

$$\text{и} \quad \left(\frac{\partial^2 \Delta}{\partial \mathcal{M}^2} \right)_{\mathcal{M}=0} \equiv \Delta_2,$$

а также величину λ_2 . Мы воспользовались формулой (I.9)^{X/}, приведенной в работе^{/3/}, чтобы по полученным теоретическим значениям χ и γ

^{X/} Как следует из приведенных в работе^{/4/} оценок, для ядер переходной области (*Sm, Gd*) условие $(\delta V/V)_{Z^2=0} = 0$ является вполне обоснованным.

при $Q_0 = Q_0^{\text{эксп.}}$, определить относительные изменения среднеквадратичных радиусов в первом возбужденном состоянии основной полосы $(\delta R^2/R^2)_{2+}$.

В расчетах мы использовали одночастичный базис, полученный в модели с потенциалом Вудса-Саксона^{/8/}. Параметры потенциала взяты из цитируемой работы для областей $A=155$, $A=173$, а в области $A=165$ мы пользовались значениями этих параметров, приведенными в /9/. Решение системы (2.22-2.23) проводилось для ряда значений квадрупольной (β_{20}) и гексадекапольной деформации. Мы учитывали все связанные одночастичные состояния в интервале энергий от -25 до +5 МэВ, что соответствует приблизительно 60 уровням в нейтронной и протонной системах по отдельности.

Параметры взаимодействия выбирались независимо для каждого ядра. Химический потенциал λ_0 , параметр щели Δ_0 , а также константа остаточных парных взаимодействий G выбраны так, чтобы воспроизвести экспериментальные четно-нечетные разности масс^{/10/} в рамках сверхтекучей модели ядра^{/6/}. Константы Q_0 - взаимодействия $\kappa_0^{(2)}$ и $\kappa_2^{(2)}$ получены из условия точного описания экспериментальных энергий нижайших состояний β и γ полос в приближении случайных фаз^{/6/}.

Расчеты велись для всех ядер области $150 \leq A \leq 176$ ($52 \leq Z \leq 70$), для которых имелось достаточно экспериментальных данных, позволяющих определить параметры гамильтониана (2.8). Значения $\kappa_0^{(2)}$ и $\kappa_2^{(2)}$, полученные описанным выше способом, приведены на рис. I, а в таблице I систематизированы значения парных констант для всех рассмотренных нами ядер.

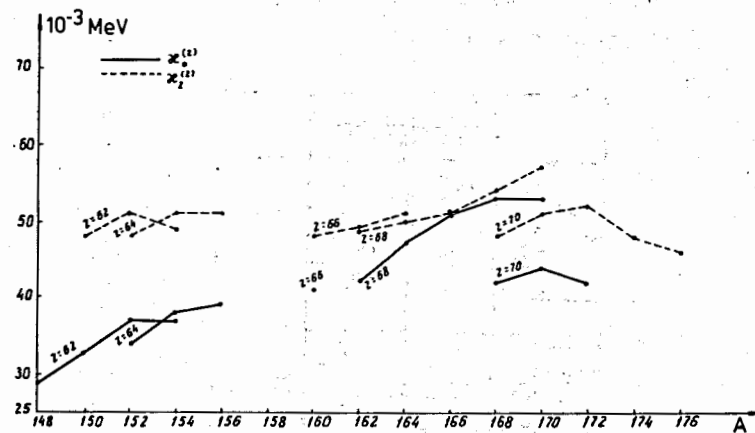


Рис. I. Параметры квадрупольного взаимодействия, получаемые из условия точного воспроизведения энергии β и γ колебаний в приближении случайных фаз

Табл. I. Константы парного взаимодействия из условия точного воспроизведения четно-нечетных разностей масс в квазичастичной модели /6/

	G_n	G_p	
	10^{-3} MeV		
^{148}Sm	128	183	$\beta_{40} = 0.000$
^{150}Sm	132	199	
^{152}Sm	138	184	
^{154}Sm	130	171	
^{152}Gd	131	191	$\beta_{40} = 0.000$
^{154}Gd	139	186	
^{156}Gd	130	178	
^{160}Dy	126	176	$\beta_{40} = 0.300$
^{162}Dy	127	174	
^{164}Dy	126	177	
^{162}Er	132	181	$\beta_{20} = 0.300$
^{164}Er	132	179	
^{166}Er	131	177	
^{168}Er	129	173	$\beta_{20} = 0.300$
^{170}Er	130	177	
^{168}Yb	130	172	
^{170}Yb	130	164	$\beta_{20} = 0.300$
^{172}Yb	127	167	
^{174}Yb	128	165	
^{176}Yb	120	166	

В таблице 2 представлены полученные в наших расчетах значения Δ_0 , f^{cr} , g_R , Q_{00} , Δ_2 , $Q_0 X$, $Q_0 Y$ и $(\delta R^2/R^2)_{2+}$. В последнем столбце таблицы приведен параметр квадрупольной деформации, соответствующий данному расчету. Значение коррекции ΔQ_0 к статическому моменту дано в скобках под значением Q_{00} . Имеющаяся экспериментальная информация о вычисляемых величинах помещена в конечной строке таблицы для каждого ядра (см. также таблицу 5).

Таблица 2
Чувствительность результатов расчета по отношению к изменению параметров деформации

Ядро		Δ_0 MeV	f^{cr} MeV ⁻¹	a) g_R	Q_{00} (eB)	Δ_2 MeV	$Q_0 X$ (eB)	$Q_0 Y$ (eB)	$(\delta R^2/R^2)_{2+}$ · 10 ⁴	β_{20} ^{c)}
					ΔQ_0 (eB)					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
^{148}Sm	n	1.128	4.307		3.243	0.0158	0.2025	0.0014		
	p	1.208	5.243		(-1.174)	-0.0310	0.1100	0.0022	15.6	0.200
	n+p		9.551	0.569						
^{148}Sm	n	1.089	10.545		4.165	-0.0033	0.0362	0.0007		
	p	1.239	7.281		(-0.171)	-0.0062	0.0122	0.0006	1.73	0.300
	n+p		17.826	0.411						
^{148}Sm	expt		5.454	0.171	2.750					
	n	1.231	4.788		3.174	0.0147	0.7924	0.0186		
	p	1.547	3.729		(-4.679)	-0.1086	0.4828	0.0120		0.200
^{150}Sm	n+p		8.517	0.445						
	n	1.203	9.777		4.126	-0.0013	0.1336	0.0059		
	p	1.564	5.531		(-0.737)	-0.0116	0.0478	0.0025	8.54	0.300
^{150}Sm	n+p		15.302	0.354						
	expt		8.996		3.760					
	n	1.304	5.182		3.240	-0.0258	0.5746	0.0209		
^{152}Sm	p	1.223	5.158		(-3.980)	-0.0863	0.3554	0.0129		0.200
	n+p		10.339	0.516						
	n	1.341	8.841		4.167	-0.0025	0.1564	0.0113		
^{152}Sm	p	1.225	7.376		(-1.107)	-0.0186	0.0624	0.0049	16.28	0.300
	n+p		16.217	0.459						
	expt		24.631		5.890					
^{154}Sm	n	1.161	6.945		3.297	-0.0122	0.0909	0.0061		
	p	0.954	7.114		(-0.679)	-0.0166	0.0573	0.0040	16.18	0.200
	n+p		14.059	0.528						
^{154}Sm	n	1.133	11.127		4.199	-0.0027	0.0298	0.0047		
	p	1.004	9.167		(-0.218)	-0.0074	0.0134	0.0021	3.69	0.300
	n+p		20.294	0.454						
^{154}Sm	expt		36.585	0.389	6.730					
	n	1.217	4.868		3.473	0.0180	0.8328	0.0178		
	p	1.313	5.057		(-5.668)	-0.1446	0.4921	0.0120		0.200
^{152}Gd	n+p		9.925	0.528						
	n	1.189	9.906		4.346	0.0002	0.1627	0.0057		
	p	1.358	6.617		(-0.908)	-0.0146	0.0522	0.0025	10.31	0.300
^{152}Gd	n+p		16.523	0.401						
	expt		8.712	0.428	4.450					

Таблица 2 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
¹⁵⁴ Gd	n	7.314	5.125		3.447	-0.0245	0.5478	0.0255		
	p	1.214	5.638		(-3.937)	-0.1004	0.3268	0.0158	-	0.200
	n+p		10.763	0.545						
	n	1.351	8.762		4.357	-0.0007	0.1581	0.0130		
	p	1.263	7.162		(1.025)	-0.0167	0.0569	0.0057	14.33	0.300
¹⁵⁶ Gd	n+p		15.925	0.455						
	exp		24.373	0.427	6.180					
	n	1.157	6.979		3.491	-0.0156	0.1218	0.0117		
	p	1.037	6.901		(-0.895)	-0.0261	0.0719	0.0070	19.08	0.200
	n+p		13.880	0.517						
¹⁵⁸ Gd	n	1.129	11.173		4.376	-0.0028	0.0352	0.0076		
	p	1.094	8.347		(-0.224)	-0.0071	0.0138	0.0034	3.65	0.300
	n+p		19.520	0.428						
	exp		33.708	0.393	6.790					
	n	1.048	10.628		4.830	-0.0066	0.0452	0.0112		
¹⁶⁰ Dy	p	1.117	7.714		(-0.404)	-0.0119	0.0255	0.0057	6.56	0.260
	n+p		18.342	0.413						
	n	1.034	12.544		5.306	-0.0037	0.0196	0.0066		
	p	1.122	8.161		(-0.143)	-0.0053	0.0093	0.0033	2.39	0.300
	n+p		20.705	0.370						
¹⁶² Dy	exp		34.565	0.370	7.300					
	n	0.978	12.172		4.839	-0.0097	0.0451	0.0118		
	p	1.067	8.079		(-0.4707)	-0.0123	0.0282	0.0061	7.04	0.260
	n+p		20.250	0.386						
	n	0.965	14.135		5.311	-0.0066	0.0311	0.0060		
¹⁶⁴ Dy	p	1.068	8.517		(-0.333)	-0.0066	0.0177	0.0031	4.41	0.300
	n+p		23.252	0.345						
	exp		37.175	0.362	7.120					
	n	0.846	15.081		4.825	-0.0113	0.0276	0.0122		
	p	1.142	7.541		(-0.294)	-0.0081	0.0190	0.0065	4.84	0.260
¹⁶⁶ Dy	n+p		22.622	0.307						
	n	0.854	17.793		5.303	-0.0084	0.0138	0.0064		
	p	1.147	8.003		(-0.143)	-0.0040	0.0089	0.0034	2.26	0.300
	n+p		25.793	0.286						
	exp		40.875	0.336	7.500					

Таблица 2 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
¹⁶² Er	n	1.110	9.404		4.946	-0.0040	0.0815	0.0117		
	p	1.207	7.216		(-0.684)	-0.0186	0.0415	0.0059	9.72	0.260
	n+p		16.621	0.431						
	n	1.166	11.160		5.452	-0.0041	0.0402	0.0074		
	p	1.195	7.903		(-0.349)	-0.0086	0.0190	0.0035	4.45	0.300
¹⁶⁴ Er	n+p		19.063	0.397						
	exp		29.389		7.000					
	n	1.102	10.651		4.958	-0.0101	0.0479	0.0142		
	p	1.140	7.644		(-0.488)	-0.0145	0.0296	0.0071	6.98	0.260
	n+p		18.295	0.408						
¹⁶⁶ Er	n	1.087	13.045		5.458	-0.0065	0.0286	0.0064		
	p	1.126	8.317		(-0.291)	-0.0075	0.0157	0.0032	3.71	0.300
	n+p		21.362	0.374						
	exp		32.823	0.353	2.200					
	n	0.985	12.809		4.963	-0.0101	0.0260	0.0126		
¹⁶⁸ Er	p	1.111	7.839		(-0.266)	-0.0096	0.0171	0.0066	4.11	0.260
	n+p		20.647	0.363						
	n	0.983	15.429		5.461	-0.0085	0.0193	0.0060		
	p	1.095	8.513		(-0.213)	-0.0059	0.0118	0.0032	2.85	0.300
	n+p		23.942	0.342						
¹⁶⁸ Er	exp		37.221	0.320	7.580					
	n	0.844	15.503		4.984	-0.0144	0.0274	0.0079		
	p	0.996	8.680		(-0.321)	-0.0100	0.0188	0.0045	4.48	0.260
	n+p		24.183	0.342						
	n	0.848	18.086		5.473	-0.0084	0.0182	0.0048		
¹⁶⁸ Yb	p	0.980	9.289		(-0.216)	-0.0056	0.0113	0.0027	2.69	0.300
	n+p		27.375	0.330						
	exp		37.594	0.333	7.600					
	n	1.114	11.789		5.112	-0.0182	0.0583	0.0141		
	p	1.178	7.178		(-0.680)	-0.0102	0.0404	0.0065	9.02	0.260
¹⁶⁸ Yb	n+p		18.967	0.364						
	n	1.049	13.769		5.701	-0.0116	0.0428	0.0089		
	p	1.180	8.052		(-0.642)	-0.0062	0.0313	0.0038	7.00	0.300
	n+p		21.821	0.347						
	exp		34.196		7.430					

Таблица 2 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
¹⁷⁰ Yb	n	0.961	19.352		5.138	-0.0159	0.0397	0.0077		
	p	0.989	8.490		(-0.480)	-0.0082	0.0271	0.0036	6.00	0.260
	n+p		27.842	0.358						
	эксп									
¹⁷² Yb	n	0.962	15.362		5.713	-0.0137	0.0363	0.0056		
	p	1.002	9.195		(-0.682)	-0.0059	0.0269	0.0025	5.96	0.300
	n+p		24.557	0.358						
	эксп									
¹⁷⁴ Yb	n	0.821	17.185		5.129	-0.0141	0.0283	0.0041		
	p	1.055	7.995		(-0.318)	-0.0059	0.0190	0.0020	4.25	0.260
	n+p		25.180	0.295						
	эксп									
¹⁷⁶ Yb	n	0.728	18.198		5.709	-0.0130	0.0210	0.0034		
	p	1.063	8.782		(-0.295)	-0.0038	0.0147	0.0016	3.29	0.300
	n+p		27.580	0.292						
	эксп									
8)	n	0.728	18.808		5.137	-0.0171	0.0354	0.0029		
	p	0.998	8.420		(-0.498)	-0.0076	0.0277	0.0013	6.04	0.260
	n+p		27.228	0.282						
	эксп									
¹⁷⁶ Yb	n	0.562	19.685		5.712	-0.0047	0.0030	0.0029		
	p	1.029	9.009		(-0.030)	-0.0025	0.0031	0.0012	0.64	0.300
	n+p		28.694	0.283						
	эксп									

В таблицах 3 и 4 продемонстрировано влияние параметров деформации и остаточных сил, соответственно, на решения системы (2.22-2.23).

Перейдем к обсуждению полученных результатов.

В рассматриваемом приближении величины, вычисленные в первом порядке (f^{cr}, g_R), не представляют первостепенного интереса. Все же отметим сильно заниженные значения f^{cr} , получающиеся при использовании схемы Вудса-Саксона (по сравнению, например, с вычисленными в работе /II/ в одночастичной схеме Нильсона). Большая часть такого занижения значения f^{cr} объясняется тем, что парные параметры (Δ_0, λ_0) определялись нами индивидуально для каждого ядра, вместо того чтобы использовать для всех изотопов данного ядра значение Δ_0 ,

Таблица 3

Рассчитанные характеристики деформированных ядер в сравнении с экспериментальными данными

Ядро		$\beta_{10} =$	$\beta_{40} =$	0.200	0.260	0.260	0.280	0.280	0.300	0.300	0.322	0.320
				0.000	0.000	0.060	0.000	0.020	0.000	0.020	0.078	0.000
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
¹⁵² Sm	Δ_1	n	-0.0238		0.0031			-0.0005		-0.0024		
	[MeV]	p	-0.0043		-0.0451			-0.0186		-0.0129		
	$Q_{\alpha X}$	n	0.5746		0.2350			0.1564		0.0834		
	[eB]	p	0.3554		0.1245			0.0624		0.0345		
¹⁵⁶ Gd	$Q_{\alpha Y}$	n	0.0209		0.0083			0.0113		0.0084		
	[eB]	p	0.0129		0.0044			0.0049		0.0032		
	Δ_1	n	-0.0156		-0.0105			-0.0028		-0.0053		
	[MeV]	p	-0.0261		-0.0161			-0.0071		-0.0034		
¹⁶⁰ Dy	$Q_{\alpha X}$	n	0.1218		0.0656			0.0352		0.0033		
	[eB]	p	0.0119		0.0379			0.0138		0.0021		
	$Q_{\alpha Y}$	n	0.0117		0.0072			0.0076		0.0059		
	[eB]	p	0.0070		0.0039			0.0034		0.0031		
¹⁶⁸ Er	Δ_1	n		-0.0066		-0.0081	-0.0074	-0.0037				
	[MeV]	p		-0.0119		-0.0080	-0.0084	-0.0053				
	$Q_{\alpha X}$	n		0.0452		0.0338	0.0350	0.0196				
	[eB]	p		0.0255		0.0171	0.0192	0.0093				
¹⁷² Yb	$Q_{\alpha Y}$	n		0.0112		0.0109	0.0113	0.0066				
	[eB]	p		0.0057		0.0052	0.0057	0.0033				
	Δ_1	n		-0.0114		-0.0109	-0.0111	-0.0094				
	[MeV]	p		-0.0100		-0.0069	-0.0064	-0.0056				
¹⁷² Yb	$Q_{\alpha X}$	n		0.0274		0.0213	0.0207	0.0182				
	[eB]	p		0.0188		0.0124	0.0126	0.0113				
	$Q_{\alpha Y}$	n		0.0079		0.0076	0.0070	0.0048				
	[eB]	p		0.0045		0.0040	0.0037	0.0027				
¹⁷² Yb	Δ_1	n		-0.0141				-0.0130	-0.0130		-0.0126	
	[MeV]	p		-0.0059				-0.0038	-0.0033		-0.0027	
	$Q_{\alpha X}$	n		0.0283				0.0210	0.0207		0.0177	
	[eB]	p		0.0190				0.0147	0.0153		0.0128	
¹⁷² Yb	$Q_{\alpha Y}$	n		0.0041				0.0034	0.0031		0.0030	
	[eB]	p		0.0020				0.0016	0.0016		0.0014	

Таблица 4

Чувствительность результатов расчета по отношению к изменению параметров остаточных сил

Ядро			$\beta_{20} = 0.300$		$\beta_{40} = 0.000$		
			нормально	$G_N = G_P = 0$	$\chi_0^{(2)} = 0$	$\chi_0^{(2)} = \chi_2 = 0$	$G_N = G_P = 0$ $\chi_0^{(2)} = \chi_2^{(2)} = 0$
^{152}Sm	Δ_2	n	-0.0005	-0.0000	-0.0036	-0.0036	-0.0001
	[MeV]	P	-0.0186	-0.0003	-0.0049	-0.0049	-0.0001
	$Q_0 X$	n	0.1564	0.1112	0.0043	0.0043	0.0045
	[eB]	P	0.0624	0.0426	0.0021	0.0021	0.0014
	$Q_0 Y$	n	0.0113	0.0113	0.0113	0.0004	0.0004
	[eB]	P	0.0049	0.0049	0.0049	0.0004	0.0004
^{166}Er	Δ_2	n	-0.0085	-0.0001	-0.0049	-0.0049	-0.0001
	[MeV]	P	-0.0059	-0.0001	-0.0033	-0.0033	-0.0001
	$Q_0 X$	n	0.0193	0.0090	0.0015	0.0015	0.0013
	[eB]	P	0.0118	0.0043	0.0005	0.0005	0.0002
	$Q_0 Y$	n	0.0060	0.0085	0.0085	0.0004	0.0004
	[eB]	P	0.0032	0.0043	0.0043	0.0001	0.0001
^{170}Yb	Δ_2	n	-0.0137	-0.0002	-0.0057	-0.0057	-0.0001
	[MeV]	P	-0.0059	-0.0001	-0.0030	-0.0030	-0.0000
	$Q_0 X$	n	0.0363	0.0082	0.0025	0.0025	0.0009
	[eB]	P	0.0269	0.0065	0.0006	0.0006	0.0004
	$Q_0 Y$	n	0.0056	0.0056	0.0056	0.0004	0.0004
	[eB]	P	0.0025	0.0025	0.0025	0.0001	0.0001

которое соответствует самому стабильному из них (как это делалось в цитируемой работе /11/). Наш способ дает более высокие значения Δ_0 и, следовательно, занижает значения f'' . Однако, и при одинаковых значениях Δ_0 и деформации, значение f'' , определенное в модели Будса-Саксона, остается на 5% ниже значения f'' в схеме Нильсона.

Разложение по степеням μ (2.1) предполагает достаточно большую "жесткость" рассматриваемого ядра по отношению к изменению его коллективных параметров /3/ со спином. Как видно из табл. 2, для всех ядер середины области редких земель (изотопы Dy , Er и Yb), поправки второго порядка к коллективным параметрам (Δ_2 , $Q_0 X$, $Q_0 Y$) в первых возбужденных состояниях не превышают нескольких процентов от значения этих параметров в состоянии $I=0$. При этом параметр неадиабатичности $\beta(E_2)$ -факторов λ и параметр неаксиальной деформации γ (см. формулы (17), (18) работы /13/) являются величинами одного порядка в некоторых случаях (изотопах Dy , например).

В начале деформированной области (изотопы Sm и Gd), значения коррекций $Q_0 X$ и Δ_2 меняются сильно с изменением деформации среднего поля. Имеет место случай, когда значение $Q_0 X$ превышает на порядок значение, получаемое для этой величины в середине редкоземельной области, а $(\Delta_2)_n$ становится положительным.

Знак величины γ (при $Q_0 = Q_0^{\text{эксп}}$), т.е. знак угла неаксиальной деформации (формула (17) работы /3/), всегда положительный χ . Отметим, что учет неаксиальной деформируемости ядер при вращении приводит к разным зависимостям от спина в диагональных и недиагональных (по I) матричных элементах оператора квадрупольного момента.

χ / Предварительные численные результаты, приведенные нами в работе /2/, содержат вычислительную ошибку, из-за которой там $\gamma < 0$. Более подробно на интерпретации знака γ мы остановимся в конце настоящей работы.

Это позволяет, в принципе, определять параметр неаксиальности из сравнения экспериментальных значений этих матричных элементов. Следует иметь в виду возможные отличия в состояниях ротационной полосы $|IM\rangle$, не связанные с деформацией, которые также могут повлиять на относительную величину матричных элементов. В качестве примера отметим эффект изменения параметра щели из-за вращения, который может привести к уменьшению недиагональных матричных элементов в той области моментов, где резко уменьшается спаривание. Чтобы показать теоретически ожидаемый порядок эффекта γ -деформируемости на диагональные матричные элементы, мы вычислили отношение

$$\eta_4 = Q_{intr}(I=4) / Q_{intr}(I=2),$$

(где $Q_{intr} = Q_0 + \frac{I(I+1)}{2} Q_0 X - \sqrt{\frac{3}{2}} [I(I+1)-1] Q_0 Y$ - статический (спектророскопический) квадрупольный момент ядра). Пользуясь значениями $Q_0 X$ и $Q_0 Y$ из табл. 2 (при $\beta_{20} = 0.300$ и $Q_0 = Q_0^{эксн}$), мы получали в двух конкретных случаях

$$^{152}_{Sm} : \quad \eta_4 = \begin{cases} 1.037 \text{ с учетом } Q_0 Y \\ 1.063 \text{ без учета } Q_0 Y \end{cases}$$

$$^{166}_{Er} : \quad \eta_4 = \begin{cases} 1.000 \text{ с учетом } Q_0 Y \\ 1.007 \text{ без учета } Q_0 Y \end{cases}$$

Из этих примеров видно, что даже в самых благоприятных случаях (как $^{152}_{Sm}$) теоретически предсказываемый эффект порядка 1%.

Результаты, приведенные в таблицах 2 и 3, показывают, что все рассматриваемые величины (Δ_2 , $Q_0 X$, $Q_0 Y$ и $(\delta R^2/R^2)_{2+}$) уменьшаются по абсолютной величине (и "стабилизируются") с ростом параметра квадрупольной деформации среднего поля. Эта тенденция является общей для всех рассматриваемых ядер и придает особую важность выбору значения параметра β_{20} для каждого ядра. Естественным критерием в этом отношении было бы требование равенства теоретических (см. I.8-I.10) и экспериментальных статических квадрупольных моментов (заряда)

$$Q_0^{теор} = Q_0^{эксн}$$

при выбранном значении β_{20} . Такой способ фиксирования деформации, однако, приводит к неразумно большим значениям β_{20} , которые трудно согласовать с оценками равновесных деформаций. Выяснение причин такой рассогласованности требует дополнительного анализа. При сравнении наших результатов с экспериментом - табл. 5 мы выбрали параметр β_{20} для каждого из рассматриваемых ядер из экспериментального значения статического квадрупольного момента по формуле /12/

$$Q_0^{эксн} \approx \frac{3Z R_0^2}{\sqrt{5\hbar}} \beta_{20} (1 + 0.36\beta_{20} + 0.022\beta_{20}^2 + \dots).$$

Что касается коррекции ΔQ_0 (I.8-I.10) к статическому квадрупольному моменту, отметим, что вклад в нее от членов, отражающих трехмерность ядерного вращения, мал по величине ($\approx 3\%$ от значения Q_0) и положителен. Остальная часть коррекции ΔQ_0 является функцией величин $Q_0 X$, $Q_0 Y$ и дисперсии полного углового момента ядра ($D = \langle \sigma I^2 | \sigma \rangle$) и имеет сходное с ними поведение, оставаясь в большинстве случаев отрицательной.

Табл. 5. Сравнение результатов расчета и экспериментальных данных относительно изменения матричных элементов квадрупольного момента заряда и среднеквадратического радиуса ядер в ротационных состояниях

	$\mathcal{L}^{EXP} \times 10^3$		$\mathcal{L}^{th} \times 10^3$	$(\frac{\delta R^2}{R^2})_{2^+}^{EXP} \times 10^4$		$(\frac{\delta R^2}{R^2})_{2^+}^{th} \times 10^4$
	RD	CE		IS	$\mu - A$	
^{152}Sm	2.1 ± 0.6	3.4 ± 0.6	2.22	3.7 ± 1.0	5.5 ± 0.6	5.89
				4.8 ± 1.6	4.8	
^{154}Sm	0.6 ± 0.6		0.55	0.2 ± 0.2		0.44
^{154}Gd	2.6 ± 1.0		3.00	7.5 ± 2.3	5.9 ± 0.8	5.26
^{156}Gd	0.6 ± 0.6		0.54	0.6 ± 0.2		0.13
^{166}Er		-2.1 ± 1	0.14			1.90
^{168}Yb		$5. \pm 4$	1.75			4.94
^{170}Yb		$0. \pm 0.8$	1.31	0.25 ± 0.08		4.05
^{172}Yb		-1.3 ± 0.9	0.64	0.08 ± 0.04		1.92
		-1 ± 1				
^{174}Yb		-0.5 ± 1.0	0.73	-0.09 ± 0.04		2.21
		-2.3 ± 0.9				
^{176}Yb		-1.6 ± 1.0	0.28	-0.03 ± 0.02		0.64
		-3.3 ± 1.2				

По таблице 3 можно проследить за влиянием гексадекапольной деформации на решения системы (2.22-2.23). Показанные пять примеров указывают на пренебрежимо малые изменения в значениях вычисляемых величин при $\beta_4 \neq 0$. Более последовательный учет эффектов гексадекапольной деформации, по-видимому, требует включения в гамма-функцию H соответствующих ей компоненты мультиполь-мультипольного взаимодействия; мы этого не делали из-за невозможности связать константу такой силы с экспериментальными данными.

Роль использованных нами остаточных сил (2.10), показана на примере трех ядер ^{152}Sm , ^{166}Er , ^{170}Yb - см. таблицу 4. Приведенные в этой таблице результаты говорят об исключительной чувствительности решений системы (2.22-2.23) к значениям параметров остаточных сил; видно, что эффекты деформируемости и изменения спаривания почти полностью связаны с наличием остаточных сил.

Вообще, всестороннее исследование поведения вычисляемых величин как функций остаточных сил показывает, что "спаривательное + $2Q$ " схематическое взаимодействие, определенное так, чтобы воспроизводились четно-нечетные разности масс и энергии первых возбужденных β и γ вибрационных состояний, передает корректно порядок величины и качественный ход (от изотопа к изотопу) неадиабатических параметров: \mathcal{L} (в изотопах Sm и Gd) и $(\delta R^2/R^2)_{2^+}$. Сравнение с экспериментом (табл. 5), однако, указывает на известное завышение в абсолютных значениях вычисляемых величин при принятом определении параметров остаточного взаимодействия. Экспериментальные данные в таблице 5 разделены в соответствии с использованной методикой при их получении (RD - метод эффекта Доплера на ядрах отдачи; μA - мезоатомные эксперименты; CE - кулоновское возбуждение $x/$; IS - изотопический сдвиг). Данные взяты из работ /13,14/.

$x/$ В связи с этим отметим, что значение (и знак) параметра \mathcal{L} , полученное в экспериментах по кулоновскому возбуждению, не связано с состояниями только основной ротационной полосы.

Значения относительного изменения среднеквадратичного радиуса $(\delta R^2/R^2)_{2+}$, полученные на основе предложенной в /2,3/ феноменологической модели, находятся в хорошем качественном согласии с экспериментальными данными /14/.

Определенных заключений на счет характера получаемых массовых величин (Q_0X , Q_0Y , $(\delta R^2/R^2)_{2+}$) сделать нельзя из-за отсутствия эксперимента. Можно отметить, что хотя в предлагаемой схеме нейтронная и протонная подсистемы трактовались единым способом, как правило, они ведут себя по-разному. Это более сильно выражено в "мягких" изотопах в начале деформированной области. Некоторое "согласование" протонных и нейтронных характеристик получается благодаря наличию смешанных ($n\bar{p}$) компонент у Q_0 -силы (2.10); кажется, что проведение дополнительного самосогласования путем введения эффективных зарядов имеет смысл.

Микроскопические расчеты неадиабатических эффектов в рамках конвенциональной кранкинг-модели проводились в работах /15-17/. Однако прямое сравнение с результатами, приведенными в цитируемых работах, невозможно, так как интересы авторов были направлены на отклонения в энергетических спектрах /15,17/, или они использовали другие остаточные взаимодействия /16/. Все-таки косвенная информация о знаке параметра Y , полученная из значений Z -факторов /15/ и о ходе Y с ростом углового момента из $Q_2(\omega)$ /17/ вполне согласуется с нашими результатами.

Имеющиеся экспериментальные данные о величине Y позволяют указать лишь границы эффекта неаксиальной деформируемости ядер, причем теоретические оценки укладываются в эти границы (см. табл. 6)

Табл. 6. Оценки параметра неаксиальной деформируемости атомных ядер по данным о параметрах α и $\delta \langle R^2 \rangle_{2+}$

	$Y \cdot 10^3$ эксперимент
$^{152} Sm$	$0,87 \pm 1,54$
$^{154} Sm$	$1,34 \pm 1,48$
$^{154} Gd$	$1,51 \pm 2,87$
$^{156} Gd$	$1,07 \pm 1,48$

Наши оценки, как и результаты других расчетов /14,17/, свидетельствуют, что вращение ядра вызывает некоторое сокращение полуоси, перпендикулярной оси приближенной аксиальной симметрии и направлению углового момента по отношению к длине последней оси. Действительно, случай $Y > 0$ соответствует некоторое уменьшение абсолютной величины (отрицательного) спектроскопического квадрупольного момента состояния, вызванное различием полуосей ядра в плоскости, перпендикулярной оси симметрии. Если угловой момент направлен вдоль оси 1, а ось симметрии - ось 3 (см. рис. 2), то спектроскопический квадрупольный момент пропорционален /3/

$$a^2 - \frac{1}{2}(b^2 + c^2),$$

где a , b , c - полуоси эллипсоида квадрупольного момента ядра вдоль внутренних осей 1, 2 или 3 соответственно. Для вытянутого ядра $a^2 \approx b^2 < c^2$, и уменьшение абсолютной величины Q_0 из-за различия a^2 и b^2 означает относительное увеличение a^2 и уменьшение b^2 .

Обсуждаемый эффект может рассматриваться как одно из проявлений движения ядерного вещества по законам идеальной несжимаемой жидкости. Для установившегося безвихревого движения в идеальной несжимаемой жидкости справедлив закон Бернулли /18/, согласно которому плотность кинетической энергии и давление в жидкости связаны соотношением

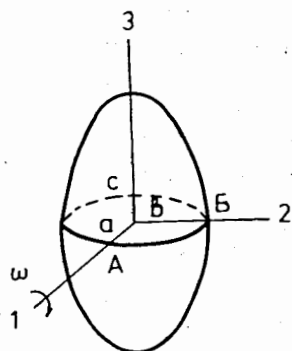


Рис. 2.

При вращении упругого тела с продольной деформацией относительно оси I ожидается уменьшение отношения b/a , если тело представляет собой сосуд, в котором заключена идеальная несжимаемая жидкость, движущаяся по закону потенциального течения.

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = \text{const.}$$

Распределение скоростей во вращающемся сосуде, содержащем идеальную жидкость, вдоль линии экватора (относительно оси симметрии) имеет вид /18/ (см. рис. 2)

$$v^2(\vec{r}) = \omega^2 \frac{(b^2 - c^2)^2}{(b^2 + c^2)^2} (y'^2 + z'^2),$$

где x' , y' , z' - проекции точки тела на оси I, 2 и 3 внутренней системы координат. Отсюда следует

$$\min p = p_B, \max p = p_A$$

$$a(\omega) > b(\omega), \gamma > 0.$$

Следовательно, в экваториальной плоскости давление максимально в направлении углового момента и минимально в перпендикулярном на-

правлении. Поэтому деформация, при которой ось перпендикулярная угловому моменту сокращается за счет увеличения оси, направленной вдоль момента, приводит к выигрышу энергии всей системы. В этом можно убедиться и более непосредственным образом, пользуясь известными формулами для моментов инерции в гидродинамической модели ядра

$$J_k \sim \sin^2 \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} k \right)$$

Случай малых положительных значений параметра γ соответствует $\gamma > 0$ и как следует из последней формулы, некоторое увеличение момента инерции относительно оси вращения (оси I).

Отметим, что такая деформация представляется странной, если рассматривать ядро как вращающееся твердое тело. Замечание такого рода высказано в работе /16/. Если гидродинамическая модель правильно отражает движение ядерного вещества при достаточно больших угловых моментах, возможность уменьшить кинетическую энергию за счет неаксиальной деформации может привести к "фазовому переходу" из аксиально симметричного состояния к состоянию с деформацией, при которой момент инерции относительно оси вращения максимален. В гидродинамической модели при фиксированных значениях всех параметров кроме γ таким является состояние с $\gamma = \frac{\pi}{6}$. Условие фазового перехода можно написать в виде

$$\epsilon_{rot}(I) > 4 \Delta E_{intr} \left(\gamma = \frac{\pi}{6} \rightarrow \gamma = 0 \right),$$

где $\epsilon_{rot} \approx \frac{(I+1/2)\hbar^2}{2I_0}$ - энергия вращения, найденная в пренебрежении неадиабатическими эффектами, ΔE_{intr} - избыток внутренней энергии в состоянии с $\gamma = \frac{\pi}{6}$ по сравнению с внутренней энергией в основном состоянии.

Подобная модель изменения формы ядра из-за вращения рассматривалась в связи с "эффектом разветвления" forking /20/. Она в со-

стоянии объяснить разветвление, однако приводит к ряду особенностей ротационных состояний, экспериментальное подтверждение которых отсутствует. Отметим, что наличие такой деформации означает, что в состояниях выше фазового перехода должен отсутствовать спектроскопический квадрупольный момент $^{13}/$. Более существенным является следующее замечание. Считать появления описанной неаксиальной деформации можно только для тех состояний, в которых имеется спаривание сверхпроводящего типа. Поэтому фазовый переход от аксиального состояния к состоянию $\gamma = \frac{\sqrt{2}}{6}$ должен произойти до фазового перехода от сверхпроводящего к нормальному состоянию. Если считать, как это принято, что последний переход должен иметь место, и допустить наличие перехода к неаксиальному состоянию, то мы обнаруживаем, что "в момент" перехода к нормальному состоянию угловой момент атомного ядра направлен вдоль внутренней оси с промежуточным моментом инерции. Вращение вокруг этой оси неустойчиво и не соответствует ни одному из нижайших состояний с заданными угловыми моментами (состояний *ugast* - линии ядра). Иными словами, в рассматриваемой ситуации переходы из сверхпроводящего состояния в нормальное должны интенсивно заселять возбужденные состояния нормальной фазы. Основное состояние нормальной фазы должно при этом быть метастабильным.

При окончательной подготовке рукописи мы узнали о новых данных по квадрупольному взаимодействию μ - мезона с ядрами изотопов иттербия. На основании результатов для отношения $\sqrt{B(E2; 2^+ \rightarrow 2^+) / Q_2^+}$ (в таблице 6 работы $^{121}/$) и известных значений \mathcal{L} (см. таблицу 5) для параметра γ получаем оценку

$$^{134}\gamma_6 : \gamma = + (0.91 \pm 0.66) \cdot 10^{-3} \quad \text{при} \quad \mathcal{L} = -(2.3 \pm 0.9) \cdot 10^{-3}$$

$$^{136}\gamma_6 : \gamma = + (6.70 \pm 0.82) \cdot 10^{-3} \quad \text{при} \quad \mathcal{L} = -(3.3 \pm 1.2) \cdot 10^{-3}$$

Значение параметра γ в $^{136}\gamma_6$ подтверждает предсказание теоретических расчетов о положительном знаке этой величины.

Авторы благодарят профессора В.Г.Соловьева за постоянное внимание к работе.

Авторы неоднократно обсуждали вопросы, поднимаемые здесь, с доцентом Е.Наджаковым, и с благодарностью отмечают многочисленные предложения, сделанные им. Мы признательны также доктору физико-математических наук Э.Бохнацки и кандидатам физико-математических наук Е.Б.Бальбуцеву, С.Фрауендорфу и В.В.Пашкевичу за плодотворные дискуссии.

Литература

1. И.Н.Михайлов, Е.Наджаков, Д.Караджов. ЭЧАЯ, т.4, вып. 2, 311 (1973).
2. D.Karadjov, I.N.Mikhailov, J.Piperova. Phys.Lett., 46B, 163 (1973).
3. И.Н.Михайлов. Сообщение ОИЯИ, P4-7862, Дубна, 1974.
4. О.Бор, Б.Моттельсон. "Структура атомного ядра", т. I, "Мир", М.1971.
5. L.C.Biedenharn, I.M.Blatt, M.E.Rose. Rev.Mod.Phys., 24, 249 (1952); А.Эдмонс. В сб. "Деформация атомных ядер", Москва, ИЛ, 1968.
6. В.Г.Соловьев. Теория сложных ядер. Наука, Москва, 1971.
7. Н.Н.Боголюбов. ДАН СССР, 119, 224 (1958).
8. Ф.И.Гареев, С.П.Иванова, В.Г.Соловьев, С.И.Федотов. ЭЧАЯ, т.4. вып. 2, 357 (1973).
9. С.И.Габраков и др. Препринт ОИЯИ, P4-5885, Дубна, 1971.
10. I.O.Meredith, R.C.Barber. Can.Journ. of Phys., 50, no. 11, 1195 (1972).
11. O.Prior, F.Boehm, S.G.Nilsson. Nucl.Phys., A110, 257 (1968).
12. R.M.Diamond et al. Nucl.Phys., A184, 481 (1972); D.Ward et al. Nucl. Phys., A196, 9 (1972).

13. R.M.Diamond et al. Nucl. Phys., A184, 481 (1972);
D.Ward et al. Nucl. Phys., A196, 9 (1972).
14. L.Russel et al. Nucl.Phys., A210, 133 (1973).
15. E.R.Marshalek. Phys.Rev., 158, 993 (1967); Phys.Rev.Lett.,
20, 214 (1968).
16. J.Meyer. Nucl.Phys., A137, 193 (1969); J.Meyer and Speth.
Nucl.Phys., A203, 17 (1973).
17. B.Banerjee, H.J.Mang, P.Ring. Variational Calculation of Energy
Spectra of Rotational Nuclei at High Spins, Physik-Department,
TU Munchen, 8046 Garding; submitted to Nucl.Phys.
18. Л.Ландау, Е.М.Лифшиц. Механика, Москва, 1973, Наука.
19. Л.Ландау, Я.А.Сморodinский. Лекции по теории атомного ядра,
Москва, 1955, Гостехиздат.
20. B.C.Smith, A.B.Volkov. An Explanation for Forking and Backben-
ding in Rotational Spectra. Preprint Department of Physics,
McMaster University, Hamilton, Ontario; submitted to
Phys.Rev.Lett.
21. A.Zehnder. Thesis, No 5280, ETH Zurich, 1974.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 июня 1974 года.