сообщения объединенного института ядерных исследований

дубна

Р4-80-665

А.Акбаров, А.В.Игнатюк, И.Н.Михайлов,
Х.Л.Молина, Р.Г.Назмитдинов

РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ КВАДРУПОЛЬНЫХ ПЕРЕХОДОВ В ЯДРЕ ^{168}Yb ПРИ БОЛЬШИХ УГЛОВЫХ МОМЕНТАХ

(Модель)

1980

ВВЕДЕНИЕ

Интенсивное накопление экспериментальной информации о характеристиках ядер в состояниях с большими угловыми моментами I создает предпосылки для изучения структуры таких ядерных состояний и, в частности, коллективных возбуждений в быстровращающихся ядрах. Исследование среднего поля и спаривания в быстровращающихся ядрах /1-3/ дает основание думать, что свойства коллективных состояний при больших спинах существенно отличаются от известных в области ядерных состояний с умеренными спинами /до $I \lesssim 10\text{-}20 \cdot \hbar$ /.

В работах /4-6/ развита теоретическая схема, позволяющая исследовать коллективные состояния ядер с учетом неадиабатических эффектов, вызванных вращением. Основой такой схемы является выделение вращающегося среднего поля и анализ внутренних возбуждений в приближении случайных фаз /ПСФ/. Изучение коллективных состояний в рамках такой схемы проводилось ранее /7/ в приближении среднего поля потенциалом анизотропного гармонического осциллятора, причем было показано, что перестройка спектра коллективных состояний квадрупольной симметрии действительно происходит при достаточном увеличении углового момента. Однако описанная в работах /7/ модель слишком схематична для анализа состояний, лежащих вблизи ираст-линии, поскольку их свойства в существенной мере определяются деталями одночастичной схемы, а также спариванием, отсутствующими в цитированных работах.

В данной работе мы представляем основные элементы расчетной схемы, которая может быть использована для исследования коллективных возбуждений вращающихся ядер при значительно более реалистических предположениях о характере среднего поля и эффективного взаимодействия нуклонов /§1,2/.

§1. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ФОНОНОВ КВАДРУПОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ ЯДРАХ

Теория описания состояний ядер в широком диапазоне угловых моментов развита в работах /5,6/, путем рассмотрения ротационного инвариантного гамильтониана с сепарабельными квадрупольными силами. При этом вводилось вращающееся среднее поле и нижайшая конфигурация нуклонов в поле $|\Omega>$, согласованные с гамильтонианом условием стационарности

$$\delta<\Omega|H-\Omega J_x|\Omega>=0 . \qquad /1/$$

Угловая частота вращения Ω связывалась со значением углового момента состояния ядра /1/ соотношением модели принудительного вращения

$$<\Omega|J_x|\Omega>=\sqrt{I(I+1)} . \qquad /2/$$

Спектр коллективных состояний определялся из уравнений ПСФ. Благодаря инвариантности состояния $|\Omega>$ по отношению к повороту на угол π вокруг оси вращения - оси x, уравнения ПСФ разделяются на два блока, фононные операторы которых удовлетворяют соотношениям $R_x(\pi)B^+_\sigma R_x^{-1}(\pi)=\sigma B^+_\sigma$, где сигнатура $\sigma=\pm1$. Соответственно бозонный образ гамильтониана разделяется на две коммутирующие части $H_{(+)}$ и $H_{(-)}$:

$$H_{(+)}=\Sigma\,\epsilon_{i\bar{k}}b^+_{i\bar{k}}b_{i\bar{k}}-:\frac{G}{4}P^+P-\frac{\kappa}{2}(Q_0^2+Q_2^{(+)2}+Q_1^{(+)2})-\mu_x J_x^2: \qquad /3/$$

$$H_{(-)}=\frac{1}{2}\sum_{ik}\epsilon_{ik}b^+_{ik}b_{ik}-:\frac{\kappa}{2}(Q_1^{(-)2}+Q_2^{(-)2})-\mu(J_y^2+J_z^2):, \qquad /4/$$

где : : означает нормальное произведение, $\epsilon_{ik}=E_i+E_k$, E_i, E_k - квазичастичные энергии, полученные из решения уравнений для среднего поля. Обозначения такие же, как и в первой работе /5/.

Введя фононные операторы в виде

$$B^+=\frac{1}{2}\Sigma(\psi_{ik}b^+_{i\bar{k}}-\phi_{ik}b_{ik}) , \qquad /5/$$

константы

$$D_0=2\kappa\sum_{ik}q^{o}_{ik}Z^+_{ik}, \qquad D_2=2\kappa\sum_{ik}q^{2(+)}_{ik}Z^+_{ik}, \qquad /6/$$
$$D_1=2\kappa\sum_{ik}q^{1(+)}_{ik}Z^-_{ik}, \qquad D_3=2G\sum_{ik}p^{(+)}_{ik}Z^+_{ik},$$

где $Z^{\pm}_{ik}=\psi_{ik}\pm\phi_{ik}$, получим систему уравнений:

$$\sum_{k=0}^{4}S^{(+)}_{ik}D_k=0 , \qquad /7/$$

где матрица $S^{(+)}$ имеет вид:

$$
S^{(+)}=\begin{pmatrix}
\Sigma\frac{(q^{o})^{2}\epsilon}{\epsilon^{2}-\omega^{2}}-\frac{1}{2\kappa_{+}} & \Sigma\frac{q^{o}q^{2(+)}\epsilon}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} & \omega\Sigma\frac{q^{o}q^{1(+)}}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} & \Sigma\frac{q^{o}P^{(+)}\epsilon}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} & \Sigma\frac{q^{o}n\epsilon}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} \\
\Sigma\frac{q^{o}q^{2(+)}\epsilon}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} & \Sigma\frac{(q^{2(+)})^{2}\epsilon}{\epsilon^{2}-\omega^{2}}-\frac{1}{2\kappa_{+}} & \omega\Sigma\frac{q^{1(+)}q^{2(+)}}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} & \Sigma\frac{q^{2(+)}P^{(+)}\epsilon}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} & \Sigma\frac{q^{2(+)}n\epsilon}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} \\
\omega\Sigma\frac{q^{o}q^{1(+)}}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} & \omega\Sigma\frac{q^{2(+)}q^{1(+)}}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} & \Sigma\frac{(q^{1(+)})^{2}\epsilon}{\epsilon^{2}-\omega^{2}}-\Sigma\frac{(q^{1(+)})^{2}}{\epsilon} & \omega\Sigma\frac{q^{1(+)}P^{(+)}}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} & \omega\Sigma\frac{q^{1(+)}n}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} \\
\Sigma\frac{q^{o}P^{(+)}\epsilon}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} & \Sigma\frac{q^{2(+)}P^{(+)}\epsilon}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} & \omega\Sigma\frac{q^{1(+)}P^{(+)}}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} & \Sigma\frac{(P^{(+)})^{2}\epsilon}{\epsilon^{2}-\omega^{2}}-\frac{1}{6} & \Sigma\frac{P^{(+)}n\epsilon}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} \\
\Sigma\frac{q^{o}n\epsilon}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} & \Sigma\frac{q^{2(+)}n\epsilon}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} & \omega\Sigma\frac{q^{1(+)}n}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} & \Sigma\frac{P^{(+)}n\epsilon}{\epsilon^{2}-\omega^{2}} & \Sigma\frac{n^{2}\epsilon}{\epsilon^{2}-\omega^{2}}
\end{pmatrix}
\qquad /8/
$$

Условие существования ненулевых решений приводит к секулярному уравнению:

$$
|S^{(+)}(\omega)| = 0 \qquad /9/
$$

для нахождения собственных мод положительной сигнатуры. Система /7/ должна решаться с условием нормировки

$$
\sum_{ik} Z^{+}_{ik}\, Z^{-}_{ik} = 2. \qquad /10/
$$

Напишем вид амплитуд Z^{+}_{ik}, Z^{-}_{ik}:

$$
Z^{+}_{ik} = \frac{1}{\epsilon^{2}_{ik}-\omega^{2}}\{\epsilon_{ik}(D_{0}q^{o}_{ik}+D_{2}q^{2(+)}_{ik}+D_{3}P^{(+)}_{ik})+\omega(D_{1}q^{1(+)}_{ik}+D_{4}P^{(-)}_{ik})\}
$$

$$
Z^{-}_{ik} = \frac{1}{\epsilon^{2}_{ik}-\omega^{2}}\{\omega(D_{0}q^{o}_{ik}+D_{2}q^{2(+)}_{ik}+D_{3}P^{(+)}_{ik})+\epsilon_{ik}(D_{1}q^{1(+)}_{ik}+D_{4}P^{(-)}_{ik})\}. \qquad /11/
$$

Для решений с отрицательной сигнатурой определим следующие константы:

$$
D^{(-)}_{1}=2\kappa\sum_{ik} q^{1(-)}_{ik} Z^{+}_{ik}, \quad D^{(-)}_{2}=2\kappa\sum_{ik} q^{2(-)}_{ik} Z^{-}_{ik}, \qquad /12/
$$

удовлетворяющие системе уравнений:

$$
\sum_{k=1}^{2} S^{(-)}_{ik} D^{(-)}_{k} = 0, \qquad /13/
$$

где

$$S^{(-)}(\omega)=\begin{pmatrix} \sum\limits_{ik}\dfrac{q^{1(-)}_{ik}q^{1(-)}_{ik}\epsilon_{ik}}{\epsilon^2_{ik}-\omega^2}-\dfrac{1}{4\kappa_-} & \omega\sum\limits_{ik}\dfrac{q^{1(-)}_{ik}\,q^{2(-)}_{ik}}{\epsilon^2_{ik}-\omega^2} \\ \omega\sum\limits_{ik}\dfrac{q^{1(-)}_{ik}\,q^{2(-)}_{ik}}{\epsilon^2_{ik}-\omega^2} & \sum\limits_{ik}\dfrac{q^{2(-)}_{ik}\,q^{2(-)}_{ik}\,\epsilon_{ik}}{\epsilon^2_{ik}-\omega^2}-\dfrac{1}{4\kappa_-} \end{pmatrix}. \qquad /14/$$

Секулярное уравнение в этом случае имеет вид:

$$|S^{(-)}(\omega)| = 0. \qquad /15/$$

Отметим, что уравнение /15/ можно представить в виде:

$$|S^{(-)}(\omega)| = (\Omega^2-\omega^2)\,F(\omega), \qquad /16/$$

где $F(\omega)$ имеет вид, приведенный в работе [5]

$$F(\omega)=\omega^2(J_y+\Omega S)(J_z+\Omega S)-\Omega^2(J_x-J_y-\frac{\omega^2}{\Omega}S)(J_x-J_z-\frac{\omega^2}{\Omega}S). \qquad /17/$$

Таким образом, /15/ содержит, кроме всех внутренних решений, одно, соответствующее вращению с частотой Ω. Остальные решения уравнений /15/ и /17/ идентичны.

Гамильтониан модели, изученной в работах [4-6], удовлетворяет условиям ротационной инвариантности, так что среди решений уравнений ПСФ существуют голдстоуновские моды, для которых $\omega_{\pm}=0$. Возможность приведения уравнения /15/ к форме /16/, /17/ также является следствием ротационной инвариантности.

Реалистическое описание изменений среднего поля ядер в широком диапазоне угловых моментов требует строгого учета сил кулоновского взаимодействия протонов, а также сил поверхностного натяжения /наряду с учетом оболочечных эффектов/. Гамильтониан модели [4-6], включающий квадрупольные сепарабельные силы, слишком схематичен для решения такой задачи /см., например, работы [7] /. Соответственно, применение формализма, развитого в [5], для описания вибрационных состояний вращающихся ядер в реалистических условиях требует дополнительных разработок. Кажется естественным использовать в данной задаче подходы, применяющиеся для анализа формы вращающихся ядер, основанные на методе оболочечной поправки Струтинского [1-3]. Поскольку квадрупольная составляющая остается доминирующей в определении формы ядра практически во всей области угловых моментов, в которой существуют долгоживущие ядерные состояния, представляется разумным использовать сепарабельные квадрупольные взаимодействия в операторах для бозонов ПСФ $(H_{(\pm)})^{\text{ПСФ}}$ в формулах /3/, /4/. При этом возникает задача параметризации квадрупольного взаимодействия. Способ, предлагаемый здесь, состоит в использовании общих свойств решений уравнений ПСФ, следующих из условий ротационной инвариантности гамильтониана. Именно, полагаем, что силовые константы квадрупольного взаимодействия выбраны так, чтобы обеспечить появление голдстоуновских ветвей возбуждений в $H_{\pm}^{\text{ПСФ}}$ и обеспечить факторизацию $|S^{(-)}|$ в виде /16/.

Полагая $|S^{(+)}(\omega=0)|=0$, находим условие на величину константы квадрупольных сил в $H_{(+)}^{\text{ПСФ}}(\kappa_+)$:

$$\begin{vmatrix} \sum\limits_{ik} \dfrac{q_{ik}^{1(+)} q_{ik}^{1(+)}}{\epsilon_{ik}} - \dfrac{1}{2\kappa_+} & \sum\limits_{ik} q_{ik}^{1(+)} n_{ik} \\ \sum\limits_{ik} q_{ik}^{1(+)} n_{ik} & \sum\limits_{ik} \epsilon_{ik} n_{ik}^2 - \dfrac{\Delta^2}{G} \end{vmatrix} = 0. \qquad /18/$$

Из условия $|S^{(-)}(\omega=\Omega)|=0$ следует уравнение, определяющее величину квадрупольных сил в $H_{(-)}^{\text{ПСФ}}(\kappa_-)$:

$$(S_{11}^{\Omega} - \frac{1}{4\kappa_-})(S_{22}^{\Omega} - \frac{1}{4\kappa_-}) - \Omega^2 S_{12}^{\Omega} = 0, \qquad /19/$$

где

$$S_{mm}^{\Omega} = \sum_{ik} \frac{q_{ik}^{m(-)} q_{ik}^{m(-)} \epsilon_{ik}}{\epsilon_{ik}^2 - \Omega^2}, \qquad (m = 1,2)$$

$$S_{12}^{\Omega} = \sum_{ik} \frac{q_{ik}^{1(-)} q_{ik}^{2(-)}}{\epsilon_{ik}^2 - \Omega^2}. \qquad /20/$$

Формулы /18/, /19/ удовлетворяются тождественно в модели /5/, где деформация согласована с квадрупольными силами, причем $\kappa_+ = \kappa_- = \kappa$. В случае, когда деформация среднего поля определяется по методу оболочечной поправки, константы κ_+ и κ_- различаются между собой. Совпадение констант имеет место лишь при $\Omega = 0$ для ядер с аксиальной статической деформацией.

§2. ВЕРОЯТНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КВАДРУПОЛЬНЫХ ПЕРЕХОДОВ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФОРМАЛИЗМА СИЛОВОЙ ФУНКЦИИ

Информация, на которую можно рассчитывать при изучении структуры высокоспиновых состояний, связана с определением вероятности электромагнитных переходов в различных диапазонах энергии. Имея в виду это обстоятельство, а также трудности вычислительного характера, возникающие при решении секулярных уравнений для энергий возбуждения внутренних состояний, естественно использовать для количественного анализа электромагнитных переходов метод силовой функции в варианте, разработанном в обзоре [8].

Будем исходить из выражения для приведенного матричного элемента мультипольного оператора $\mathfrak{M}(E\lambda, \mu)$ между состояниями $|I\, yr\rangle$ и $|I', \alpha\rangle \equiv B^+_\alpha |I'\, yr\rangle$ / B^+_α - оператор вибрационного возбуждения, определяемый в ПСФ, как описано выше/:

$$\langle \alpha, I + r || \mathfrak{M}(E\lambda) || I\, yr\rangle =$$

$$= \sqrt{2I+1} \sum_{\kappa \geq 0} \langle I0\lambda\kappa | I+r\ \kappa\rangle (1 + (1-\delta_{\kappa 0})\sigma_\alpha (-1)^r) \times \qquad /21/$$

$$\times \langle \Omega | [B_\alpha, \mathfrak{M}(\lambda, \kappa)] | \Omega\rangle ,$$

где Ω соответствует угловому моменту $\frac{1}{2}(I + I') = I + \frac{1}{2} \cdot r$. Формула /21/ является интерполяционной.

Для ядер, близких к аксиальным, она переходит в соответствующее выражение обобщенной модели. При $I \gg 1$ она совпадает с выражением

$$\langle \alpha, I + r || \mathfrak{M}(E\lambda) || I\, yr\rangle = \sqrt{2I} \langle \Omega | \mathfrak{M}'(E\lambda, m_x = r) | \Omega\rangle ,$$

полученным для этого предела на основании весьма общих соображений [9,10] /справедливых как для аксиальных, так и для неаксиальных ядер/. Используя интерполяционную формулу /21/, получаем следующие выражения для приведенных матричных элементов квадрупольного оператора:

$$\langle [B_\alpha, \mathfrak{M}_0]\rangle = \frac{c}{\sqrt{2}} \sum q^{\circ}_{ik} Z^+_{ik}, \qquad \langle [B_\alpha, \mathfrak{M}^+_2]\rangle = \frac{c}{\sqrt{2}} \sum q^{2(+)}_{ik} Z^+_{ik},$$

$$\langle [B_\alpha, \mathfrak{M}^+_1]\rangle = \frac{c}{\sqrt{2}} \sum q^{1(+)}_{ik} Z^-_{ik}, \qquad \langle [B_\alpha, \mathfrak{M}^-_1]\rangle = c \sum q^{1(-)}_{ik} Z^+_{ik}, \qquad /22/$$

$$\langle [B_\alpha, \mathfrak{M}^{(-)}_2]\rangle = c \sum q^{2(-)}_{ik} Z^-_{ik}, \qquad c = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} .$$

Как и в последней из работ [7], на состояния положительной сигнатуры возможны переходы с $r = 0$, ± 2, а на состояния отрицательной сигнатуры они возможны только с $r = \pm 1$. В расчетах, где нейтроны и протоны имеют разные эффективные заряды e_n и e_p, выражения /22/ надо несколько изменить. Например,

$$<[E_\alpha, \mathfrak{M}_0]> = \frac{c}{\sqrt{2}}\{e_n(\Sigma q^o_{ik} Z^+_{ik})_n + e_p(\Sigma q^o_{ik} Z^+_{ik})_p\}. \qquad /23/$$

Выражения /22/, /23/ позволяют просто выразить коммутаторы в формуле /21/ в терминах параметров D_n, определенных в /6/, /12/.

Следуя [8], определим силовую функцию следующим образом:

$$b_\Lambda(E2, r, \omega) = \sum_n B(E2, r, \omega_n)\,\rho_\Lambda(\omega - \omega_n), \qquad /24/$$

где

$$\rho_\Lambda(\omega-\omega_n) = \frac{\Lambda}{2\pi}\cdot\frac{1}{(\omega-\omega_n)^2 + \Delta^2/4}. \qquad /25/$$

Алгоритм построения силовой функции для фононов ПСФ общего вида взаимодействия сформулирован в работе [11]. На основании формул, приведенных в работе [11], имеем

$$b_\Lambda(E2, r, \omega) = \mathrm{Im}\,\frac{4\cdot\Lambda_1(Z)}{\pi\cdot|S(Z)|}\cdot\tilde{B}(E2, r, Z)\Big|_{Z=\omega + i\frac{\Delta}{2}}. \qquad /26/$$

Здесь $S(Z)$ - детерминант, корни которого определяют решения уравнений ПСФ для энергий возбуждения, $\Lambda_1 = A_{nn} \neq 0$ - отличный от нуля минор детерминанта $S(Z)$. Величина $\tilde{B}(E2, r, Z)$ получается из $B(E2, r)$ заменой $D_s(\omega)$ на $C_s = D_i(Z)/D_n(Z)$, где величины $D_i(Z)$ определены формулами /6/ и /12/ и рассматриваются как функции комплексной переменной Z.

Авторы благодарят проф. В.Г.Соловьева /один из авторов А.Акбаров, благодарен также А.И.Муминову/- за интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Andersson G. et al. Nucl.Phys., 1976, A268, p.205.
2. Neergard K. et al. Nucl.Phys., 1977, A287, p.48.
3. Игнатюк А.В. и др. ОИЯИ, Р4-12398, Р4-12399, Дубна, 1979.
4. Marshalek E.R. Nucl.Phys., 1976, A266, p.317.
5. Janssen D., Mikhailov I.N. Nucl.Phys., 1979, A318, p.390; Изв.АН СССР, сер.физ., 1977, 41, с.1976.
6. Игнатюк А.В., Михайлов И.Н. ЯФ, 1979, т.30, с.665.
7. Акбаров А. и др. ОИЯИ, Р4-12772, Дубна, 1979; Р4-80-187, Р4-80-218, Дубна, 1980.
8. Соловьев В.Г. ЭЧАЯ, 1978, 9, с.580.

9. Михайлов И.Н. и др. ЭЧАЯ, 1977, 8, с.1338.
10. Михайлов И.Н. ОИЯИ, Р4-11424, Дубна, 1978.
11. Молина Х.Л., Михайлов И.Н., Назмитдинов Р.Г. ОИЯИ, Р4-12034, Дубна, 1978; ТМФ, 1980, 42, с.253.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 октября 1980 года.