сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P4-80-631

С.Цвёк

САМОСОГЛАСОВАННОЕ МУЛЬТИПОЛЬ-МУЛЬТИПОЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ЯДРАХ С НЕАКСИАЛЬНОЙ ДЕФОРМАЦИЕЙ

1980

1. ВВЕДЕНИЕ

В микроскопической теории ядра обычно из полного гамильтониана ядра выделяется среднее поле оболочек, а остальную часть гамильтониана считают остаточным взаимодействием. Как правило, потенциал среднего поля выбирается феноменологически в виде осциллятора или потенциала Вудса-Саксона. При этом остаточные взаимодействия обычно полагаются в виде мультиполь-мультипольных сил, константы которых подгоняются из опытных данных по нижайшим коллективным состояниям ядер. Такой подход с общей точки зрения кажется мало удовлетворительным. Здесь мы сталкиваемся с особыми трудностями, когда надо отойти сравнительно далеко от основного состояния ядра, например, при исследовании внутренних возбуждений быстровращающихся или нагретых ядер.

Необходимость согласования остаточных взаимодействий со средним полем ядра неоднократно обсуждалась в литературе /см., например, [1-3] /. В частности, в работах [7-13] предполагается и успешно используется простой метод построения остаточных взаимодействий, на основе принципа инвариантности. Целью настоящей работы является обобщение результатов работ [7-13] на случай ядер с неаксиальной деформацией, что, как оказалось, является нетривиальной задачей.

2. СВЕДЕНИЯ О НЕАКСИАЛЬНОМ СРЕДНЕМ ПОЛЕ ЯДРА

Будем предполагать, что одночастичный гамильтониан среднего поля ядра имеет вид [14,15]

$$h_0^{(n)} = t^{(n)} + U^{[0]}(\vec{r};\beta) + U^{[1]}(\vec{r};\beta) + U_{\ell s}^{(n)}(\vec{r};\beta) \qquad /1а/$$

$$h_0^{(p)} = t^{(p)} + U^{[0]}(\vec{r};\beta) - U^{[1]}(\vec{r};\beta) + U_{\ell s}^{(p)}(\vec{r};\beta) + U_c(\vec{r};\beta), \qquad /1б/$$

где t - кинетическая энергия, $U^{[0]}(\vec{r};\beta)$ - изоскалярный, а $U^{[1]}(\vec{r},\beta)$ - изовекторный потенциалы среднего поля ядра, $U_{\ell s}(\vec{r};\beta)$ - потенциал спин-орбитального взаимодействия, а $U_c(\vec{r};\beta)$- кулоновский потенциал. Изоскалярный и изовекторный потенциалы имеют вид

$$U^{[0]}(\vec{r};\beta) = -V_0 f^{[0]}(\vec{r};\beta) \qquad /2а/$$

$$U^{[1]}(\vec{r};\beta)=V_1 f^{[1]}(\vec{r};\beta)\, r_z , \qquad /2б/$$

где V_0 и V_1 - глубины потенциальных ям, а $f^{[r]}(\vec{r};\beta)$ - функции, зависящие от формы ядра, ($\beta = \beta_2$, β_4 , γ) - параметры деформации.

Для функции $f^{[r]}(\vec{r};\beta)$ принято распределение Ферми /14,15/

$$f(\vec{r};\beta) = \frac{1}{1+e^{\frac{dist(\vec{r};\beta)}{a}}} , \qquad /3/$$

где функция $dist(\vec{r};\beta)$, по определению, расстояние точки $\vec{r}$ от условной ядерной поверхности, а a - параметр, описывающий размытость потенциала на поверхности ядра. Предполагается, что ядро имеет три плоскости симметрии, совпадающие с координатными плоскостями внутренней системы отсчета.

Для квадрупольной деформации принята параметризация Бора

$$\beta_{20} = \beta_2 \cos\gamma$$

$$\beta_{22} = \beta_{2-2} = \frac{\beta_2}{\sqrt{2}} \sin\gamma, \qquad /4/$$

где угол γ описывает отступление от аксиальной симметрии. Относительно гексадекапольной деформации предположено, что эта добавочная степень свободы не нарушает симметрии квадрупольной деформации, иными словами, при переходе γ от 0° к $n\cdot 60^\circ$ ($n = \pm 1, \pm 2, \pm 3$) - квадрупольная и гексадекапольная деформации должны иметь одни и те же оси симметрии. Тогда для гексадекапольной деформации получаются три независимые параметризации /15/ /или их произвольная линейная комбинация/:

$$\beta^{I}_{40} = \frac{\beta^{I}_4}{6} (5\cos^2\gamma + 1)$$

$$\beta^{I}_{42} = \beta^{I}_{4-2} = \frac{\beta^{I}_4}{6} \sqrt{\frac{15}{2}} \sin 2\gamma \qquad /4а/$$

$$\beta^{I}_{44} = \beta^{I}_{4-4} = \frac{\beta^{I}_4}{6} \sqrt{\frac{35}{2}} \sin^2\gamma$$

$$\beta^{II}_{40} = \frac{\beta^{II}_4}{3} (7\cos^3\gamma - 4\cos\gamma)$$

$$\beta_{42}^{II} = \beta_{4-2}^{II} = -\frac{\beta_4^{II}}{2}\sqrt{\frac{5}{6}}\sin\gamma$$

$$\beta_{44}^{II} = \beta_{4-4}^{II} = -\frac{\beta_4^{II}}{3}\sqrt{\frac{35}{2}}\sin^2\gamma\cos\gamma \qquad /4б/$$

$$\beta_{40}^{III} = \frac{\beta_4^{III}}{6}(5\cos^2 2\gamma + 1)$$

$$\beta_{42}^{III} = \beta_{4-2}^{III} = -\frac{\beta_4^{III}}{3}\sqrt{15}\sin 2\gamma\cos 2\gamma \qquad /4в/$$

$$\beta_{44}^{III} = \beta_{4-4}^{III} = \frac{\beta_4^{III}}{6}\sqrt{35}\sin^2 2\gamma ,$$

где β_4^{I}, β_4^{II} и β_4^{III} – произвольные константы, определяющие величину гексадекапольной деформации.

3. ПОСТРОЕНИЕ ОСТАТОЧНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Приступая к построению эффективных взаимодействий для среднего поля ядра, обладающего неаксиальной деформацией, будем исходить из предположения, что полный гамильтониан ядра ротационно-инвариантен. Относительно остаточных взаимодействий примем, следуя работам /7,13/, единственное структуральное предположение о его сепарабельности. Кроме того, остаточное взаимодействие должно удовлетворять условию согласования, т.е. усредненное по методу Хартри, оно не должно нарушать феноменологически выбранного нами среднего поля.

В дальнейшем удобно будет представить одночастичный потенциал среднего поля /2/ в виде разложения по сферическим гармоникам

$$f^{[\tau]}(\vec{r};\beta) = \sum_{L=0,2,\dots}\ \sum_{M=-L,-L+2,\dots}^{+L} f_{LM}^{[\tau]}(r;\beta)\,Y_{LM}(\hat{r}), \quad (\tau=0,1) \qquad /5/$$

где радиальные функции $f_{LM}^{[\tau]}(r;\beta)$ удовлетворяют условию

$$f_{LM}^{[\tau]}(r;\beta) = f_{L-M}^{[\tau]}(r;\beta), \qquad /6/$$

которое вытекает из свойств симметрии среднего поля ядра. Тогда потенциал среднего поля ядра можно представить в виде

$$U^{[\tau]}(\beta) = U_0^{[\tau]}(\beta) + \delta U^{[\tau]}(\beta), \qquad /7/$$

где $U_0^{[\tau]}(\beta)$ - сферически-симметричная часть потенциала /отвечающая члену разложения с $L=0$ /, а $\delta U^{[\tau]}(\beta)$ содержит все члены разложения с мультипольностями, начиная с $L=2$:

$$\delta U^{[\tau]}(\beta) = \sum_{k=1}^{A} \delta U^{[\tau]}(\vec{r}_k;\beta) =$$

$$= \sum_{k=1}^{A} \sum_{L=2,4,\ldots} \sum_{M=-L,-L+2,\ldots}^{+L} \left\{ \begin{matrix} -V_0 f_{LM}^{[0]}(r_k;\beta) \\ \\ V_1 \tau_z(k) f_{LM}^{[1]}(r_k;\beta) \end{matrix} \right\} Y_{LM}(\hat{r}_k) . \qquad /8/$$

Естественно, что вращательную симметрию теории нарушает несферическая часть потенциала /8/

$$[U^{[\tau]}(\beta), J_\nu] = [\delta U^{[\tau]}(\beta), J_\nu] \neq 0. \qquad /9/$$

Заметим, что для каждого члена мультипольного разложения /5/ мы можем построить систему операторов

$$f_{LM}^{[\tau]}(r;\beta) Y_{L\mu}(\hat{r}) \qquad /10/$$

$(\mu = -L, \ldots, +L; M$ и L - фиксированные),

замкнутую относительно коммутационных соотношений с угловым моментом ядра J_ν

$$[f_{LM}^{[\tau]}(r;\beta) Y_{LM}(\hat{r}), J_\nu] = \sqrt{L(L+1)} < L\mu, 1\nu | L\mu{+}\nu > f_{LM}^{[\tau]}(r;\beta) Y_{L\mu+\nu}(\hat{r}). \qquad /11/$$

Вместо системы /10/ мы можем взять более общий класс операторов

$$g_{LM}^{[\tau]}(r;\beta) Y_{L\mu}(\hat{r}) \qquad /12/$$

$(\mu = -L, \ldots, +L;\ M$ и L - фиксированные), где $g^{[\tau]}_{LM}(r;\beta)$ - произвольная линейная комбинация радиальных функций $f^{[\tau]}_{LM}(r;\beta)$

$$g^{[\tau]}_{LM}(r;\beta) = \sum_{M'=0,2,\ldots,L} a^{[\tau]}_{MM'}(L)\, f^{[\tau]}_{LM'}(r;\beta). \qquad /13/$$

M, по определению, пробегает значения $0,2,\ldots,L$. Коэффициенты линейного преобразования $a^{[\tau]}_{MM'}(L)$ - произвольные числа, которые, не уменьшая общности, будем считать действительными.

Системы операторов /12/ используем при построении эффективных взаимодействий. С этой целью введем операторы

$$F^{[0]}_{L\mu}(M) = \sum_{k=1}^{A} g^{[0]}_{LM}(r_k;\beta)\, Y_{L\mu}(\hat{r}_k) \qquad /14а/$$

$$\vec{F}^{[1]}_{L\mu}(M) = \sum_{k=1}^{A} g^{[1]}_{LM}(r_k;\beta)\, Y_{L\mu}(\hat{r}_k)\, \vec{\tau}(k), \qquad /14б/$$

тогда остаточные взаимодействия запишем в виде

$$V^{[0]}_{int}(\beta) = -\delta U^{[0]}(\beta) - \frac{V_0}{2} \sum_{L=2,4,\ldots} \sum_{M=0,2,\ldots,L} \sum_{\mu=-L}^{+L} F^{[0]}_{L\mu}(M)^{+} F^{[0]}_{L\mu}(M) \qquad /15а/$$

$$V^{[1]}_{int}(\beta) = -\delta U^{[1]}(\beta) + \frac{V_1}{2} \sum_{L=2,4,\ldots} \sum_{M=0,2,\ldots,L} \sum_{\mu=-L}^{+L} \vec{F}^{[1]}_{L\mu}(M) \cdot \vec{F}^{[1]}_{L\mu}(M). \qquad /15б/$$

Теперь ядерная часть гамильтониана

$$H_N = T + U^{[0]}(\beta) + U^{[1]}(\beta) + V^{[0]}(\beta) + V^{[1]}_{int}(\beta), \qquad /16/$$

как это видно из самого построения эффективных сил /15/, ротационно-инвариантна, т.е.

$$[H_N, J_\nu] = 0 \qquad /17/$$

для произвольных постоянных $a^{[\tau]}_{MM'}(L)$. Константы $a^{[\tau]}_{MM'}(L)$ найдем из условия согласования, т.е. потребуем, чтобы построенные нами эффективные взаимодействия, усредненные по методу Хартри, не нарушали среднего поля. Это ведет к условию

$$-\frac{V_0}{2}\sum_{L=2,4,..}\sum_{M=0,2,..L}\sum_{\mu=-L}^{+L}[<0|F^{[0]}_{L\mu}(M)^{+}|0>F^{[0]}_{L\mu}(M)$$

$$+<0|F^{[0]}_{L\mu}(M)|0>F^{[0]}_{L\mu}(M)^{+}]=\delta U^{[0]}(\beta) \qquad /18а/$$

$$\frac{V_1}{2}\sum_{L=2,4,..}\sum_{M=0,2,...,L}\sum_{\mu=-L}^{+L}[<0|\vec F^{[1]}_{L\mu}(M)^{+}|0>\cdot\vec F^{[1]}_{L\mu}(M)$$

$$+<0|\vec F^{[1]}_{L\mu}(M)|0>\cdot\vec F^{[1]}_{L\mu}(M)^{+}]=\delta U^{[1]}(\beta). \qquad /18б/$$

Усреднение производится по основному состоянию модели оболочек. Для четно-четных ядер одночастичная матрица плотности $\rho(\vec r;\beta)$ основного состояния имеет те же самые свойства симметрии, что и одночастичный потенциал среднего поля. Отсюда

$$\rho^{[\tau]}(\vec r;\beta)=\sum_{L=0,2,..}\sum_{M=-L,-L+2,..}^{+L}\rho^{[\tau]}_{LM}(r;\beta)Y_{LM}(\hat r) \qquad /19/$$

$$\rho^{[\tau]}_{LM}(r;\beta)=\rho^{[\tau]}_{L-M}(r;\beta). \qquad /20/$$

С учетом /19/ и /20/ средние величины $<0|F|0>$ можно представить в виде

$$<0|F^{[0]}_{L\mu}(M)|0>=\sum_{M'=0,2,...,L}a^{[0]}_{MM'}(L)b^{[0]}_{M'\mu}(L) \qquad /21а/$$

$$<0|\vec F^{[1]}_{L\mu}(M)|0>=\hat e_z\sum_{M'=0,2,...,L}a^{[1]}_{MM'}(L)b^{[1]}_{M'\mu}(L), \qquad /21б/$$

где

$$b^{[\tau]}_{MM'}(L)=\int f^{[\tau]}_{LM}(r;\beta)\rho^{[\tau]}_{LM'}(r;\beta)r^2dr$$

$$(M,M'=0,2,...,L), \qquad /22/$$

а $\hat e_z$ - единичный вектор, направленный вдоль третьей оси в изопространстве.

Условия согласования /21/ будут удовлетворены, если константы $a^{[\tau]}_{MM}(L)$ выбрать согласно уравнению

$$\frac{1}{2}\sum_{M',M''=0,2,...,L}\kappa^{[\tau]}_{M'M''}(L)[b^{[\tau]}_{M'\mu}(L)f^{[\tau]}_{LM''}(r;\beta)+ \qquad /23/$$

$$+b^{[\tau]}_{M''\mu}(L)f^{[\tau]}_{LM'}(r;\beta)]=f^{[\tau]}_{L\mu}(r;\beta),$$

где $\kappa^{[\tau]}(L)$ - по определению, действительная симметричная матрица

$$\kappa^{[\tau]}(L) = [a^{[\tau]}(L)]^T a^{[\tau]}(L). \qquad /24/$$

Из уравнения /23/ видно, что в каждой точке пространства на сфере радиуса r мы можем выбрать константы $\kappa^{[\tau]}_{MM'}(L)$, удовлетворяющие указанным выше уравнениям. Но это, в свою очередь, приводит к эффективной зависимости $\kappa^{[\tau]}(L)$ от радиуса r, чего мы раньше не предполагали. Отсюда следует, что с постоянной константой /не зависящей от r / мы не в состоянии точно удовлетворить условию согласования. Тем не менее, можем попытаться выбрать константы $\kappa^{[\tau]}(L)$ так, чтобы условия /23/ выполнялись, по возможности, с наиболее хорошей степенью точности. Используя тот факт, что одночастичная матрица плотности четно-четных ядер в основном состоянии плотно прилегает к одночастичному потенциалу среднего поля, можем заменить в формуле /22/, с хорошей степенью точности, радиальную функцию распределения матрицы плотности $\rho^{[\tau]}_{LM}(r;\beta)$ на соответствующие радиальные функции распределения одночастичного потенциала среднего поля $f^{[\tau]}_{LM}(r;\beta)$. При этом

$$b^{[\tau]}_{MM'}(L) \to \tilde{b}^{[\tau]}_{MM'}(L) = \int f^{[\tau]}_{LM}(r;\beta)\, f^{[\tau]}_{LM'}(r;\beta)\, r^2 dr \qquad /22'/$$

$$(M, M' = 0, 2, \ldots, L),$$

а уравнение согласования /23/ - в приближенное уравнение

$$\frac{1}{2} \sum_{M', M'' = 0, 2, \ldots, L} \tilde{\kappa}^{[\tau]}_{M'M''}(L) \Big[\tilde{b}^{[\tau]}_{M'\mu}(L)\, f^{[\tau]}_{LM''}(r;\beta) + \tilde{b}^{[\tau]}_{M''\mu}(L)\, f^{[\tau]}_{LM'}(r;\beta) \Big] = f^{[\tau]}_{L\mu}(r;\beta), \qquad /23'/$$

где $\tilde{\kappa}^{[\tau]}(L)$ по-прежнему действительная симметричная матрица. Уравнение /23'/ допускает решение

$$\sum_{M' = 0, 2, \ldots, L} \tilde{\kappa}^{[\tau]}_{MM'}(L)\, \tilde{b}^{[\tau]}_{M'\mu}(L) = \delta_{M,\mu}\,. \qquad /25/$$

Отсюда

$$\tilde{\kappa}^{[\tau]}(L) = [\tilde{b}^{[\tau]}(L)]^{-1}. \qquad /26/$$

Из сказанного выше следует, что с хорошей степенью точности мы можем положить

$$\kappa^{[\tau]}(L) \cong \tilde{\kappa}^{[\tau]}(L) = [\tilde{b}^{[\tau]}]^{-1}. \qquad /27/$$

Тогда построенные нами остаточные взаимодействия для ядер с неаксиальной симметрией будут иметь вид

$$V_{int}^{[0]}(\beta) = -\delta U^{[0]}(\beta) - \frac{1}{2} V_0 \sum_{L=2,4,\dots} \sum_{M',M''=0,2,\dots,L} \sum_{\mu=-L}^{+L} [\tilde{b}^{[0]}(L)]^{-1}_{M'M''} \Big(\sum_{k=1}^{A} f^{[0]}_{LM'}(r_k;\beta) Y_{L\mu}(\hat{r}_k)\Big)^{+} \Big(\sum_{\ell=1}^{A} f^{[0]}_{LM''}(r_\ell;\beta) Y_{L\mu}(\hat{r}_\ell)\Big) \qquad /28а/$$

$$V_{int}^{[1]}(\beta) = -\delta U^{[1]}(\beta) + \frac{1}{2} V_1 \sum_{L=2,4,\dots} \sum_{M',M''=0,2,\dots,L} \sum_{\mu=-L}^{+L} [\tilde{b}^{[1]}(L)]^{-1}_{M'M''} \Big(\sum_{k=1}^{A} f^{[1]}_{LM'}(r_k;\beta) Y_{L\mu}(\hat{r}_k)\vec{\tau}(k)\Big) \cdot \Big(\sum_{\ell=1}^{A} f^{[1]}_{LM''}(r_\ell;\beta) Y_{L\mu}(\hat{r}_\ell)\vec{\tau}(\ell)\Big). \qquad /28б/$$

Заметим, что в случае аксиальной симметрии

$$b^{[\tau]}_{MM'}(L) = b^{[\tau]}(L)\,\delta_{M,0}\,\delta_{M'',0},$$

где

$$b^{[\tau]}(L) = \int f^{[\tau]}_{L0}(r;\beta)\,\rho^{[\tau]}_{L0}(r;\beta)\, r^2 dr,$$

а условие согласования /23/ принимает вид

$$\kappa^{[\tau]}(L)\, b^{[\tau]}(L) = 1,$$

откуда

$$\kappa^{[\tau]}(L) = 1/b^{[\tau]}(L),$$

что точно совпадает с результатами теории Н.И.Пятова /см., например, /12/ /.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В изложенной модели получено сепарабельное остаточное взаимодействие, согласованное со средним полем в случае ядер с неаксиальной деформацией. Правда, присутствие неаксиальной деформации не позволяет точно удовлетворить условию согласования, тем не менее, для обычно рассматриваемого класса одночастичных средних полей /типа Вудса-Саксона/ можно так подобрать константы мультиполь-мультипольных сил, чтобы это условие выполнялось с хорошей степенью точности.

Известно, что неаксиальная деформация особенно важна при исследовании быстровращающихся ядер. Применимость модели Михайлова-Янссена /16/ требует сферически-симметричного исходного гамильтониана, и тогда в этом случае восстановление вращательной симметрии является существенной задачей.

В заключение хочу поблагодарить Н.И.Пятова за полезные обсуждения, а также И.Н.Михайлова за постоянный интерес к этой работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Belyaev S.T. Nucl.Phys., 1965, 64, p.17.
2. Belyaev S.T. Phys.Lett., 1969, 28B, p.365.
3. Пятов Н.И., Черней М.И. ЯФ, 1972, 16, с.931.
4. Birbrair B.L. Phys.Lett., 1973, 46B, p.152.
5. Фаянс С.А., Ходель В.А. Письма в ЖЭТФ, 1973, 17, с.633.
6. Bohr A., Mottelson B.R. Nuclear Structure, v.II. W.A.Benjamin, Inc., New York, 1974. /Перевод: Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра. "Мир", М., 1977, т.2/.
7. Пятов Н.И. ОИЯИ, Р4-8208, Р4-8380, Дубна, 1974.
8. Базнат Н.И., Пятов Н.И. ЯФ, 1975, 21, с.708.
9. Базнат М.И., Пятов Н.И., Саламов Д.М. ОИЯИ, Р4-9805, Дубна, 1976.
10. Pyatov N.I., Salamov D.I. Nukleonika, 1977, 22, p.127.
11. Пятов Н.И., Базнат М.И. ОИЯИ, Р4-12312, Дубна, 1978.
12. Пальчик В.В., Пятов Н.И. ОИЯИ, Р4-12892, Дубна, 1979.
13. Базнат М.И., Игнатюк А.В., Пятов Н.И. ЯФ, 1979, 30, с.949.
14. Dudek J. et al. J. of Phys., 1979, G5, p.1359.
15. Ćwiok S., Dudek J., Nazarewicz W. (To be published).
16. Михайлов И.Н., Янссен Д. Изв.АН СССР, сер.физ., 1977, 41, с.1576.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 сентября 1980 года.