

7
объединенный
институт
ядерных
исследований

дубна

5280 / 2-80

3/4-80
P4-80-524

В.Б.Беляев, О.П.Соловцова

РАСЧЕТ ДЛИН π -ЯДЕРНОГО РАССЕЯНИЯ
ДЛЯ ЛЕГКИХ ЯДЕР

Направлено в ЯФ

1980

1. ВВЕДЕНИЕ

При исследовании взаимодействия пионов низких энергий с ядрами естественно возникает вопрос: какая информация о структуре ядра может быть извлечена из такого рода экспериментов при существующей точности экспериментальных данных по πN и πA -взаимодействию. В частности, что можно сказать о свойствах ядерной системы, изучая длины π -ядерного рассеяния? Для ответа на эти вопросы, очевидно, необходимо задаться какой-либо надежной теоретической схемой описания рассматриваемой многочастичной системы. Однако иногда даже выбор схемы расчета не дает возможности получить ответ на эти вопросы. Так, расчеты, выполненные в рамках импульсного и статического ($m_\pi/M \ll 1$ приближений ^{1/1}, приводят к выражению для длины π -ядерного рассеяния, не зависящему от структуры ядра. Такой результат вполне понятен, т.к. в импульсном приближении пренебрегаются эффектами многократного рассеяния пиона в ядре, и сведения о его структуре будут содержаться только в ядерной волновой функции. Если же теперь сделать статическое ($m_\pi/M \ll 1$ приближение, то "ядерная" часть амплитуды упругого π -ядерного рассеяния выражается только через A, Z, N и интегралы от квадратов ядерных функций. Таким образом, вся информация о ядерной волновой функции, которая потребовалась в данном случае, - это ее нормируемость, т.е. свойство, которым $\text{arg}i\sigma_1$ обладают все волновые функции связанных состояний.

Значения длин рассеяния, найденные в ^{1/1}, не очень хорошо согласуются с экспериментальными данными. Ниже мы попытаемся учесть эффекты многократного рассеяния пионов на нуклонах мишени, используя так называемый эволюционный по константе связи (ЭКС) метод ^{2/1}.

Среди других имеющихся в настоящее время подходов, основанных на унитаризации приближенной амплитуды

многочастичного процесса, ЭКС-метод выделяется своей простотой. Именно благодаря этому удается оценить роль эффектов, характеризующих структуру ядра при вычислении реальной части длины π -ядерного рассеяния.

2. ЛИНЕЙНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Полный гамильтониан пион-ядерной системы запишем в виде:

$$H = H_0 + h + gV_\pi, \quad (1)$$

где H_0 - оператор кинетической энергии относительного движения π -мезон-ядро, h - полный гамильтониан ядра, $V_\pi = \sum_{i=1}^{\Lambda} V_{\pi N_i}$ - потенциал взаимодействия π -мезона

с ядром с массовым номером Λ . Реальному случаю отвечает гамильтониан (1) при $g=1$. Введем векторы состояния $|\mu\rangle$, являющиеся собственными векторами полного гамильтониана (1), и векторы состояния $|\mu\rangle$ - собственные векторы гамильтониана $\bar{H} = H_0 + h$. Очевидно, что $|\mu\rangle = |\mu\rangle$ при $g=0$.

Как было показано в^{1/2/}, фаза рассеяния $\delta_\ell(k)$ удовлетворяет уравнению:

$$\frac{d\delta_\ell(k)}{dg} = - \frac{\mu k}{2\pi} (\nu | V | \mu)_\ell, \quad E_\mu = E_\nu, \quad (2)$$

где ℓ - орбитальный момент системы пион-ядро, μ - приведенная масса сталкивающихся частиц.

Используя процедуру, аналогичную той, которая привела к (2), для интересующего нас случая нетрудно получить следующее уравнение для длины пион-ядерного рассеяния:

$$\frac{da_{\pi\Lambda}(g)}{dg} = - \frac{\mu \pi \Lambda}{2\pi} (\pi\Lambda | V_\pi | \pi\Lambda). \quad (3)$$

Для матричных элементов вида $(\mu | V | \nu)$ в рамках ЭКС-метода может быть выписана система нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, которая для случая трех тел приведена в^{1/2/}. Эта система может быть решена итерационным способом. Такая возможность была

реализована в^{3/} при рассмотрении πd -рассеяния. Ниже будет использована несколько иная схема, позволяющая значительно упростить вычисление длины π -ядерного рассеяния и обладающая большей наглядностью.

Воспользуемся соотношением:

$$T|\pi A\rangle = gV_{\pi}|\pi A\rangle. \quad (4)$$

Тогда для искомого матричного элемента имеем:

$$\langle \pi A | V_{\pi} | \pi A \rangle = \frac{1}{g} \langle \pi A | T | \pi A \rangle. \quad (5)$$

Вычислим правую часть (5) в приближении однократного πN -соударения. В этом приближении π -мезон и ядро в конечном состоянии следует считать свободными, т.е. заменить $|\pi A\rangle$ на $|\pi A\rangle$, поскольку взаимодействие между ними будет соответствовать учету высших порядков в разложении выражения (5) по степеням $t_{\pi N}$.

В приближении однократного πN -соударения из (3) и (5) получаем:

$$\frac{da^{(1)}}{dg} = - \frac{\mu_{\pi A}}{2\pi} \frac{1}{g} \langle \pi A | T^{(1)} | \pi A \rangle, \quad (6)$$

где матричный элемент $\langle \pi A | T^{(1)} | \pi A \rangle$ берется в импульсном приближении при относительном импульсе π -мезона и ядра, равным нулю, и находится следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle \pi A; 0 | T^{(1)} | \pi A; 0 \rangle &= \sum_{j=1}^A \int \frac{d\vec{k}_1}{(2\pi)^3} \dots \frac{d\vec{k}_A}{(2\pi)^3} (2\pi)^3 \delta(\vec{k}_1 + \dots + \vec{k}_A) \times \\ &\times \psi_A^*(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_A) \langle \vec{k}_j | t_{\pi N_j} | \vec{k}_j \rangle \psi_A(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_A), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\langle \vec{k}_j | t_{\pi N_j} | \vec{k}_j \rangle$ - матричный элемент от t -матрицы в системе центра масс π -мезона и j -го нуклона, причем

$$\vec{k}_j = \frac{\mu_{\pi} \vec{k}_j}{m_N + \mu_{\pi}}.$$

В статическом пределе $(\mu_\pi/m_N) \ll 1$ и пренебрежении вкладом Р-волны πN -взаимодействия, что допустимо при низких энергиях, матричный элемент $\langle k_j | t_{\pi N} | k_j \rangle$

в интеграле (7) можно заменить его значением при $\vec{k}_j = 0$, тогда с учетом изоспиновой структуры, т.е.

$$t_{\pi N_j} = t_0 + t_1 \vec{I} \cdot \vec{\tau}(j),$$

где $\vec{I}(\vec{\tau})$ - оператор изоспина π -мезона (j -го нуклона), t_0 и t_1 - соответственно изоскалярная и изовекторная компоненты πN -амплитуды, окончательно получаем:

$$\langle \pi A; 0 | T^{(1)} | \pi A; 0 \rangle = A t_0(g) + \langle 2\vec{I} \cdot \vec{I} \rangle t_1(g) = \\ = A t_0 + (Z - N) t_1, \quad (7')$$

где $\langle \dots \rangle$ отвечает рассеянию π -мезона; \vec{I} - оператор изоспина ядра; Z - число протонов, N - число нейтронов.

Отметим, что выражение (7) отвечает сумма фейнмановских диаграмм, соответствующая приближению однократного πN -соударения (одна из диаграмм изображена на рис.1). С учетом (7') уравнение для длины рассеяния принимает вид:

$$\frac{da_{\pi A}^{(1)}(g)}{dg} = \frac{1}{g} [A a_0(g) \pm (Z - N) a_1(g)], \quad (8')$$

где

$$a_0(g) = - \frac{\mu_{\pi N}}{2\pi} t_0 = \frac{1}{3} [a_{1/2}(g) + 2a_{3/2}(g)],$$

$$a_1(g) = - \frac{\mu_{\pi N}}{2\pi} t_1 = - \frac{1}{3} [a_{1/2}(g) - a_{3/2}(g)],$$

$a_{1/2}(g)$, $a_{3/2}(g)$ - длины πN -рассеяния как функции константы связи g , отвечающие состояниям с полным изоспином $1/2$ и $3/2$. Легко показать, что в случае, когда πN -взаимодействие задается S-волновым сепарабельным потенциалом Ямагучи^{4/}:

$$V_{\pi N}^0 = \Lambda v(k') v(k), \quad v(k) = \frac{1}{k^2 + \gamma^2}, \quad (8)$$

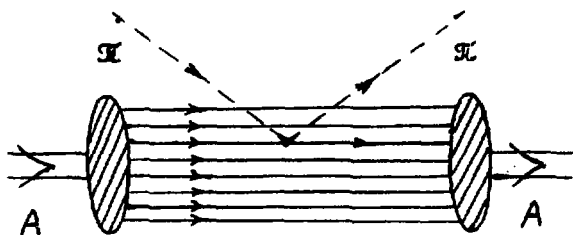


Рис. 1. Однократное рассеяние π -мезона на нуклоне ядра.

двухчастичная длина рассеяния как функция g может быть представлена в следующем виде:

$$a_i(g) = \frac{g a_i^{\text{exp}}}{1 - \frac{\gamma}{2} a_i^{\text{exp}} (g-1)}, \quad (9)$$

Где индекс i отвечает состояниям с полным изоспином $1/2$ и $3/2$, a_i^{exp} - экспериментальное значение длины πN - рассеяния с соответствующим значением полного изоспина.

Окончательное выражение для длины π -A -рассеяния с учетом (9) и очевидного граничного условия $a_{\pi A}(g=0) = 0$ записывается:

$$a_{\pi A}^{(1)} = A \bar{a}_0 \pm (Z - N) \bar{a}_1, \quad (10)$$

где

$$\bar{a}_0 = \int_0^1 dg \frac{1}{g} a_0(g) = \frac{2}{3\gamma} (\ln |1 + d_{1/2}| + 2 \ln |1 + d_{3/2}|),$$

$$\bar{a}_1 = \int_0^1 dg \frac{1}{g} a_1(g) = -\frac{2}{3\gamma} (\ln |1 + d_{1/2}| - \ln |1 + d_{3/2}|),$$

$$d_i = a_i^{\text{exp}} \cdot \gamma/2.$$

Отметим, что выражение (10) уже содержит эффекты перерассеяния пионов во всех порядках. Легко также видеть, что в первом порядке по $a_{\pi N}$ формула (10) дает

тот же результат, что и обычное импульсное приближение /5/ :

$$a_{\pi A}^{\text{имр}} = A a_0^{\text{exp}} \pm (Z - N) a_1^{\text{exp}} . \quad (11)$$

В табл.1 приведены длины рассеяния π^- -мезонов на ядрах, рассчитанные по формуле (10). В первой колонке указано ядро, во второй - набор параметров, в третьей - длины в импульсном приближении, найденные по формуле (10), в пятой - найденные из сдвигов уровней π^- -мезоатомов и взятые из работ /11,12,18/ (если известна также ширина уровня, то для соответствующей длины указана и мнимая часть). Как видно из табл.1, формула (10) дает длины рассеяния, сильно отличающиеся от длин, найденных в импульсном приближении. Кроме того, для всех ядер (исключение составляет лишь ядро ^3He) имеется хорошее согласие с экспериментальными значениями. Для ядра ^3He в пределах ошибок параметров πN -взаимодействия получается значение, равное нулю.

3. КВАДРАТИЧНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Найдем выражение для матричного элемента от потенциала $(\pi A | V_{\pi} | \pi A)$, квадратичное по $t_{\pi N}$. Для упрощения выкладок рассмотрим конкретно πd систему* . Представим матричный элемент $(\pi d | T | \pi d)$ в следующем виде:

$$(\pi d; \vec{k}' | T | \pi d; \vec{k}) = \int \frac{d\vec{k}_1 d\vec{q}_1}{(2\pi)^6} (\pi d; \vec{k}' | \vec{k}_1, \vec{q}_1 \rangle \langle \vec{k}_1, \vec{q}_1 | T | \pi d; \vec{k} \rangle .$$

Поскольку $(\pi d; \vec{k}' | \vec{k}_1, \vec{q}_1 \rangle \equiv \psi_{\vec{k}}^*(\vec{k}_1, \vec{q}_1)$ - есть волновая функция πd -системы, то до порога развала можно написать для нее соотношение Липпмана-Швингера

* Для ядер с произвольным A можно проделать аналогичные выкладки, если при рассмотрении ограничиться только основным состоянием ядра, что допустимо при вычислении длин пион-ядерного рассеяния /1/ .

Таблица 1

Длина пион-ядерного рассеяния, вычисленная по формуле (10), для различных наборов длин πN -рассеяния (набор а взят из /6/, b - /7/, c - /8/, d - /9/, e - /10/).

Ядро	Набор параметров	$a_{\pi A}^{imp}$ (фм)	$a_{\pi A}^{(1)}$ (фм)	$a_{\pi A}^{exp}$ (фм)
1H_1	a	-0.034	-0.088	(-0.073 \pm 0.031 -0.024)
	b	-0.033	-0.041	
	c	-0.021	-0.075 \pm 0.020	
	d	-0.013	-0.056 \pm 0.008	
	e	-0.016	-0.065 \pm 0.025	
3H_1	a	-0.188	-0.264	-0.226
	b	-0.122	-0.181	
	c	-0.169	-0.242 \pm 0.030	
	d	-0.143	-0.201 \pm 0.012	
	e	-0.156	-0.222 \pm 0.040	
3He	a	+0.066	-0.002	(0.055 \pm 0.007 + (0.041 \pm 0.008))
	b	0.133	0.057	
	c	0.105	0.018 \pm 0.030	
	d	0.109	0.032 \pm 0.012	
	e	0.106	0.027 \pm 0.037	
4He	c	-0.043	-0.150 \pm 0.040	(-0.143 \pm 0.004 + (0.042 \pm 0.008))
	d	-0.027	-0.112 \pm 0.012	
6Li	c	-0.064	-0.224 \pm 0.060	(-0.187 \pm 0.002 + (0.056 \pm 0.008))
	d	-0.048	-0.167 \pm 0.028	
7Li	c	-0.212	-0.392 \pm 0.070	(-0.330 \pm 0.002 + (0.055 \pm 0.004))
	d	-0.170	-0.313 \pm 0.027	
9Be	c	-0.233	-0.467 \pm 0.090	(-0.405 \pm 0.002 + (0.075 \pm 0.002))
	d	-0.183	-0.369 \pm 0.035	
${}^{10}B$	c	-0.107	-0.374 \pm 0.100	-0.400 \pm 0.008 + (0.106 \pm 0.007)
	d	-0.067	-0.280 \pm 0.040	
${}^{11}B$	c	-0.255	-0.542 \pm 0.110	-0.526 \pm 0.014 + (0.123 \pm 0.008)
	d	-0.197	-0.425 \pm 0.044	
${}^{12}C$	c	-0.128	-0.450 \pm 0.120	-0.484 \pm 0.009 + (0.128 \pm 0.005)
	d	-0.080	-0.337 \pm 0.048	
${}^{14}N$	c	-0.149	-0.524 \pm 0.140	-0.546 \pm 0.008 + (0.117 \pm 0.007)
	d	-0.093	-0.383 \pm 0.056	
${}^{16}O$	c	-0.170	-0.598 \pm 0.150	-0.595 \pm 0.010 + (0.148 \pm 0.010)
	d	-0.107	-0.450 \pm 0.064	
${}^{19}F$	c	-0.340	-0.841 \pm 0.190	-0.732 \pm 0.016 + (0.138 \pm 0.022)
	d	-0.250	-0.650 \pm 0.075	
${}^{23}Na$	c	-0.383	-0.990 \pm 0.235	-0.914 \pm 0.018 + (0.95 \pm 0.087)

$$\psi_{\vec{k}}^* (\vec{k}_1, \vec{q}_1) = (2\pi)^3 \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}') \phi_d^* (\vec{q}_1) +$$

$$+ \frac{1}{z'^* - \frac{k_1^2}{2\mu\pi d} - \frac{q_1^2}{m_N}} \int \frac{d\vec{q}'_1}{(2\pi)^3} \phi_d^* (\vec{q}'_1) \langle \vec{k}', \vec{q}'_1 | T^+ | \vec{k}_1, \vec{q}_1 \rangle,$$

тогда получаем, что

$$(\pi d; \vec{k}' | T | \pi d; \vec{k}) = \langle \pi d; \vec{k}' | T | \pi d; \vec{k} \rangle +$$

$$+ \int \frac{d\vec{q}' d\vec{q}}{(2\pi)^6} \phi_d^* (\vec{q}') \langle \vec{k}', \vec{q}' | T^+ G_0(E-i0) T | \vec{k}, \vec{q} \rangle \phi_d (\vec{q}). \quad (13)$$

Правую часть выражения (13) можно представить в виде суммы диаграмм, изображенных на рис.2. Квадратичный по πN -взаимодействию член возникает, во-первых, из-за первого слагаемого, когда мы его берем в приближении двукратного πN -соударения, что отвечает фейнмановской диаграмме, приведенной на рис.3, и, во-вторых, из-за интегрального члена, когда для T -матрицы берется приближение однократного πN -соударения. Матричный элемент (13), квадратичный по πN -взаимодействию, может быть представлен в следующем виде:

$$\langle \pi d; 0 | T(z) | \pi d; 0 \rangle = - \int \frac{d\vec{k}_1 d\vec{q}_1}{(2\pi)^6} \left\{ \phi_d^* \left(\vec{q}_1 + \frac{\vec{k}_1}{2} \right) \times \right.$$

$$\times t_{\pi N_1} t_{\pi N_1} \phi_d \left(\vec{q}_1 + \frac{\vec{k}_1}{2} \right) + \phi_d^* \left(\vec{q}_1 - \frac{\vec{k}_1}{2} \right) t_{\pi N_2} t_{\pi N_2} \phi_d \left(\vec{q}_1 - \frac{\vec{k}_1}{2} \right) +$$

$$(14)$$

$$+ 2 \left[\phi_d^* \left(\vec{q}_1 + \frac{\vec{k}_1}{2} \right) t_{\pi N_1} t_{\pi N_2} \phi_d \left(\vec{q}_1 - \frac{\vec{k}_1}{2} \right) + \phi_d^* \left(\vec{q}_1 - \frac{\vec{k}_1}{2} \right) \times \right.$$

$$\left. \times t_{\pi N_2} t_{\pi N_1} \phi_d \left(\vec{q}_1 + \frac{\vec{k}_1}{2} \right) \right] \left\} \frac{1}{\frac{a^2}{m_N} + \frac{k_1^2}{2\mu\pi d} + \frac{q_1^2}{m_N}}.$$

$$(14)$$

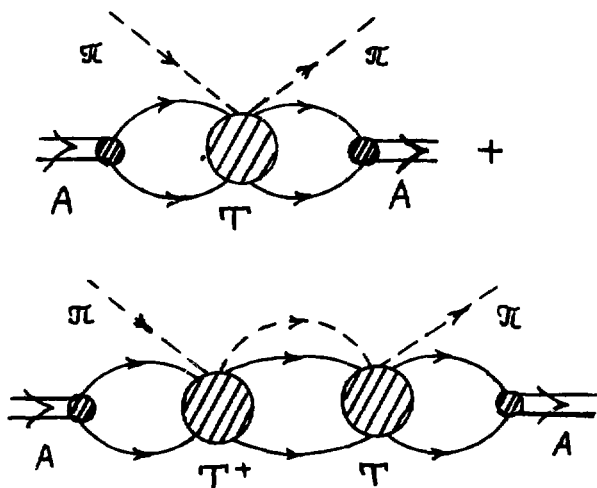


Рис.2. Диаграммы, иллюстрирующие выражение (13).

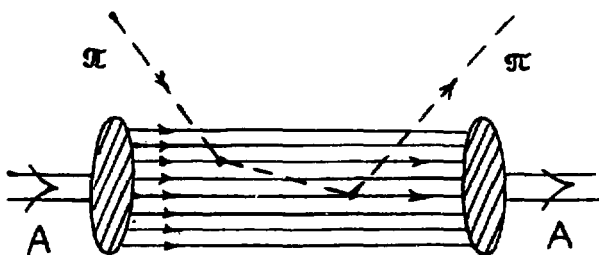


Рис.3. Двукратное рассеяние π -мезона на нуклонах ядра.

Первые два члена в фигурных скобках, которые мы обозначим через $T_{N_1 N_1}^{(2)}$ и $T_{N_2 N_2}^{(2)}$, в статическом пределе

равны следующему выражению:

$$T_{N_1 N_1}^{(2)} + T_{N_2 N_2}^{(2)} = -2(t_0^2 + 2t_1^2) \frac{\mu \pi N \gamma}{4\pi}.$$

Вклад от них в длину рассеяния находится из уравнения

$$\frac{d\tilde{a}_{\pi d}^{(2)}}{dg} = \frac{1}{g} \gamma [a_0^2(g) + 2a_1^2(g)]$$

и равен

$$\tilde{a}_{\pi d}^{(2)} = \frac{4}{3\gamma} (d_{1/2} + 2d_{3/2} - \ln|1+d_{1/2}| - 2\ln|1+d_{3/2}|). \quad (15)$$

Оставшееся в (14) выражение в статическом пределе равно

$$T_{N_1 N_2}^{(2)} = -2 \frac{\mu \pi N}{2\pi} \langle \frac{1}{r} \rangle (t_0^2 - 2t_1^2),$$

где

$$\langle \frac{1}{r} \rangle = \int \frac{d\vec{k} d\vec{q}}{(2\pi)^6} \phi_d(\vec{q} + \frac{\vec{k}}{2}) \frac{1}{k^2} \phi_d(\vec{q} - \frac{\vec{k}}{2}).$$

Вклад от $T_{N_1 N_2}^{(2)}$ в длину рассеяния находится из уравнения

$$\frac{da_{\pi d}^{(2)}}{dg} = \frac{1}{g} 4 \langle \frac{1}{r} \rangle [a_0^2(g) - 2a_1^2(g)]$$

и равен

$$a_{\pi d}^{(2)} = \frac{16}{9\gamma^2} \langle \frac{1}{r} \rangle \{ -(d_{1/2} - \ln|1+d_{1/2}|) + 2(d_{3/2} - \ln|1+d_{3/2}|) \} + \\ + \frac{8}{d_{1/2} - d_{3/2}} [d_{3/2} (1+d_{1/2}) \ln|1+d_{1/2}| - \\ - d_{1/2} (1+d_{3/2}) \ln|1+d_{3/2}|]. \quad (16)$$

Таким образом, для πd -рассеяния с учетом квадратичного по πN -взаимодействию члена получаем

$$a_{\pi d} = a_{\pi d}^{(1)} + a_{\pi d}^{(2)} + \tilde{a}_{\pi d}^{(2)}. \quad (17)$$

В табл.2 приведены длины πd - рассеяния для различных наборов параметров, найденные по формуле (17). Для сравнения там же приведены значения трехтельного расчета. Из табл.2 видно, что учет квадратичного по πN -взаимодействию члена приводит к полному согласию с таким расчетом. Это видно также из табл.3, где приведена зависимость длин πd -рассеяния от значений $a_{1/2}$ и $a_{3/2}$, найденная по формуле (17) и из уравнений Фаддеева /14/.

Таблица 2

Сравнение длин πd -рассеяния, рассчитанных в данной работе с трехтельным расчетом, выполненным в /14/, для различных наборов длин πN -рассеяния.

Набор параметров	a	b	c	d
$a_{\pi d}^{3-т\text{ел}}$ (дм)	-0.074	-0.030	-0.061	-0.045
$a_{\pi d}^{(1)}$ (дм)	-0.088	-0.040	-0.076	-0.057
$a_{\pi d}$ (дм)	-0.072	-0.029	-0.059	-0.044

Таблица 3

Зависимость длины πd -рассеяния от значений $a_{1/2}$ и $a_{3/2}$. Верхняя строка для данного набора параметров соответствует расчету на основе уравнений Фаддеева /14/, нижняя - на основе формулы (17).

$a_{1/2}$ \ $a_{3/2}$	-0.120	-0.130	-0.140	-0.150
+0.240	-0.0297 -0.0298	-0.0453 -0.044	-0.0608 -0.0593	-0.0762 -0.0743
+0.250	-0.0242 -0.0241	-0.0399 -0.0392	-0.0555 -0.0543	-0.0710 -0.0700
+0.260	-0.0188 -0.0189	-0.0345 -0.0342	-0.0502 -0.0493	-0.0658 -0.0644

Приведем выражение для длины рассеяния π -мезонов на ядрах, с учетом квадратичного по πN -взаимодействию члена:

$$a_{\pi A} = a_{\pi A}^{(1)} + a_{\pi A}^{(2)} + \tilde{a}_{\pi A}^{(2)}, \quad (18)$$

где $a_{\pi A}^{(1)}$ находится по формуле (10), а $a_{\pi A}^{(2)}$ и $\tilde{a}_{\pi A}^{(2)}$ имеют вид

$$\tilde{a}_{\pi A}^{(2)} = A \frac{2}{3\gamma} (d_{1/2} + 2d_{3/2} - \ln|1+d_{1/2}| - 2\ln|1+d_{3/2}|) - \\ - (Z-N) \frac{2}{3\gamma} (-d_{1/2} + d_{3/2} + \ln|1+d_{1/2}| - \ln|1+d_{3/2}|),$$

$$a_{\pi A}^{(2)} = \frac{8}{9\gamma^2} \left\langle \frac{1}{r} \right\rangle (P_1 + P_2 + P_3) (d_{1/2} - \ln|1+d_{1/2}|) + \\ + (4P_1 - 2P_2 + P_3) (d_{3/2} - \ln|1+d_{3/2}|) + (4P_1 + P_2 - 2P_3) \times \\ \times \frac{1}{d_{1/2} - d_{3/2}} \{ d_{3/2} (1+d_{1/2}) \ln|1+d_{1/2}| - \\ - d_{1/2} (1+d_{3/2}) \ln|1+d_{3/2}| \},$$

$$P_1 = A(A+1), \quad P_2 = 2(A-1)(Z-N), \quad P_3 = (Z-N)^2 - 2A.$$

В табл. 4 приведены длины рассеяния π^- -мезонов на легких ядрах, найденные по формуле (18). В первой колонке указано ядро, во второй - значение $\langle 1/r \rangle$, для ядра ${}^2\text{H}$ приведенное значение отвечает NN взаимодействию, описываемому триплетную 3S_1 фазу при низких энергиях, для ядер ${}^3\text{He}$ и ${}^3\text{H}$ оно взято из ^{15/}, для остальных ядер - из ^{17/}. В колонке три и четыре приведены вторые поправки $\tilde{a}^{(2)}$ и $a^{(2)}$ соответственно, в колонке пять - длины, рассчитанные по формуле (18).

Интересно сравнить полученные результаты с результатами расчета других работ. Для ядра ${}^3\text{H}$ в работе ^{16/} получено значение $-0,2101$ Фм (набор параметров e), в работе ^{17/} - $0,195$ Фм (e), что хорошо согласуется с данным расчетом. Для ядра ${}^4\text{He}$ в ^{17/} получено зна-

Таблица 4

Длина пион-ядерного рассеяния, вычисленная по формуле (18), для различных наборов длин πN -рассеяния.

Ядро	$\langle \frac{1}{\epsilon} \rangle$ (Фм)		$\tilde{\alpha}_{\pi A}^{(2)}$ (Фм)	$\alpha_{\pi A}^{(2)}$ (Фм)	$\alpha_{\pi A}$ (Фм)
${}^2_1\text{H}$	0.565	c	0.054	-0.038	-0.059±0.018
		d	0.042	-0.031	-0.044±0.008
		e	0.049	-0.035	-0.051±0.024
${}^3_1\text{H}$	0.500	c	0.072	-0.033	-0.202±0.023
		d	0.057	-0.028	-0.171±0.011
		e	0.066	-0.032	-0.188±0.031
${}^3_2\text{He}$	0.500	c	0.087	-0.048	+0.057±0.032
		d	0.071	-0.038	+0.065±0.013
		e	0.081	-0.044	+0.064±0.039
${}^4_2\text{He}$	0.860	c	0.107	-0.109	-0.152±0.032
		d	0.087	-0.090	-0.117±0.011
		e	0.098	-0.102	-0.134±0.044
${}^6_3\text{Li}$	0.598	c	0.160	-0.107	-0.171±0.048
		d	0.128	-0.091	-0.131±0.021
		e	0.147	-0.102	-0.150±0.062
${}^7_3\text{Li}$	0.770	c	0.180	-0.108	-0.320±0.036
		d	0.129	-0.100	-0.270±0.018
		e	0.164	-0.108	-0.300±0.050

чение $-0,128$ Фм (e) и $-0,120$ Фм (d), что также находится в хорошем согласии с нашим расчетом. В то же время для ядра ${}^3\text{He}$ в ^{16/} и ^{17/} получены значения, на порядок меньше, чем в данной работе. Такое различие возникает потому, что в данном расчете вследствие точного использования соотношения полноты в выражении (13) для матричного элемента:

$$\langle \vec{k}', \vec{q}' | T^+ G_0(E) T | \vec{k}, \vec{q} \rangle$$

неявно учитывается вклад от всех неупругих каналов, возникающих в промежуточных состояниях. В работе ^{16/} вклад от этих каналов полностью отсутствует, а в работе ^{17/} учитывается лишь частично.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, что можно сказать о свойствах ядерной системы, изучая длины π -ядерного рассеяния? Из приведенных выше формул видно, что структура ядра проявляется в двух местах. Во-первых, матричный элемент перехода $\langle \pi A | T | \pi A \rangle$ уже в линейном по $t_{\pi N}$ приближении начинает зависеть от ядерных волновых функций, если отказаться от статического $\mu_{\pi}/m_N = 0$ приближения. Однако вклад от этого члена $\sim \mu_{\pi}/m_N$ лежит внутри неопределенности, с которой можно вычислить вклад от статического слагаемого. (Последняя неопределенность возникает из-за неопределенности в изоскалярной комбинации $a_{\pi N}^{\circ}$). Таким образом, для того, чтобы почувствовать структуру ядра, используя формулы линейного приближения, необходимо существенно улучшить знание величины $a_{\pi N}^{\circ}$, т.е. необходимо иметь эту величину с относительной ошибкой, меньшей, чем μ_{π}/m_N , т.е. $\approx 13\%$.

Во-вторых, структура ядра проявляется при учете квадратичных по $t_{\pi N}$ членов в виде ядерных матричных элементов типа $\langle \frac{e^{-\alpha^* r}}{r} \rangle$ и $\langle \frac{1}{r} \rangle$, где $\alpha^* = \alpha \sqrt{\frac{2\mu_{\pi A}}{m_N}}$,

α - энергия связи ядра. Однако из результатов расчетов, приведенных в табл. (1) и (4), следует, что неопределенность, связанная с наличием разных наборов исходных πN -данных, значительно больше вклада от квадратичных по $t_{\pi N}$ членов*. Таким образом, для извлечения сведений о структуре ядер из данных по $a_{\pi N}$, которые описываются теорией, учитывающей члены $\sim (t_{\pi N})^2$, необходимо дискриминировать наборы элементарных πN -данных.

Тем не менее, сравнение полученных нами реальных частей длин рассеяния с экспериментом указывает на предпочтительность набора (с) или близкого к нему набора Соломона^{10/}. Если остановиться на наборе πN -данных (с) и определить $a_{\pi A}^{\text{exp}}$ величину ядерного матричного элемента, то для всех рассмотренных ядер, кроме ${}^6\text{Li}$, он оказывается мало отличным от модельной величины, используемой в расчетах. Для ядра ${}^6\text{Li}$

* Оценки показывают, что для рассматриваемых легких ядер вкладами $\sim (t_{\pi N})^3$ можно пренебречь.

найденное так значение матричного элемента $\langle 1/r \rangle$ оказывается ~ 1 , т.е. значительно больше модельного значения. Этот факт можно понять, если иметь в виду, что в ядерном матричном элементе $\langle 1/r \rangle$ под r понимается расстояние между нуклонами. В модельном (например, по кластерной $\alpha + 2N$ модели) же расчете ${}^6\text{Li}$ - эта величина должна быть явно занижена, т.к. речь идет в этом случае о двух внешних слабо связанных нуклонах.

В заключение авторы выражают благодарность проф. Д.А.Киржницу за интерес к работе, а также Н.Ж.Такибаеву и М.Х.Ханхасаеву - за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Moyer L., Koltun D.S., Phys.Rev., 1969, 182, p.999.
2. Киржниц Д.А. ЯФ, 1971, 13. с.426; В кн.: Проблемы теоретической физики. Памяти И.Е.Тамма. М., Наука, 1972.
Киржниц Д.А., Крючков Г.Ю., Такибаев Н.Ж. ЭЧАЯ, 1979, 10, с.741.
3. Беляев В.Б. и др. ОИЯИ, Е4-80-28, Дубна, 1980.
4. Yamaguchi Y. Phys.Rev., 1954, 95, p.1628.
5. Deser S. et al. Phys.Rev., 1954, 96, p.774.
6. Ericson T.E.O. Preprint CERN TH-1093, 1969.
7. Samaranyake V.K., Woolcock W.S. Nucl. Phys., 1972, B48, p.205.
8. Sznajdez Hald N. Nucl.Phys., 1972, B48, p.549.
9. Bugg D.V. et al. Phys.Lett., 1973, 44B, p.278.
10. Solomon M.S. TRIUMF, report TRI-74-2.
11. Cheon L.T., Von Egidy J. Nucl.Phys., 1974, A234, p.234.
12. Mason C.R. et al. TRIUMF, report TRI-PP-79-17.
13. Hufnet J. et al. Nucl.Phys., 1974, A231, p.455.
14. Peresyupkin V.V., Petrov N.M. Nucl.Phys., 1974, A220, p.277.
15. Thomas A.W. Can. J.Phys., 1978, 56, p.687.
16. Belyaev V.B. JINR, E4-11509, Dubna, 1978; and Phys.Lett., 1979, B83, p.83.
17. Беляев В.Б. и др. ОИЯИ, P4-12793, Дубна, 1979.
18. Tauscher L., Schneider W. Z.Phys., 1974, 271, p.409.

Рукопись поступила в издательский отдел
18 июля 1980 года.