



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

3619 / 2-80

4/8-80
P4-80-310

В.В.Пальчик, Н.И.Пятов

САМОСОГЛАСОВАННЫЕ РАСЧЕТЫ
 β -И γ -КОЛЕБАНИЙ
В ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

Направлено в ЯФ

1980

1. ВВЕДЕНИЕ

Для описания свойств вибрационных состояний деформированных ядер была развита простая модель с парными и сепарабельными эффективными взаимодействиями /см., например, /1/ /. В модели используется феноменологический анизотропный оболочечный потенциал. Эффективные силы имеют простую радиальную форму типа $\Gamma_1^\lambda \cdot \Gamma_2^\lambda / \lambda$ - мультипольность/, а силовые константы для каждой мультипольности находятся из сравнения с опытными данными. Основным недостатком таких взаимодействий является нарушение принципа ротационной инвариантности и вытекающего из него условия согласования /2-6/, которое позволяет связать эффективные силы с потенциалом и распределением плотности и вычислить силовые параметры. Процедура самосогласования приводит к тесной связи эффективных сил и распределения плотности, к зависимости взаимодействий от параметров деформации. Кроме того, устраняется произвол в выборе констант взаимодействий и автоматически отделяются "духовые" состояния, связанные с нарушением ротационной инвариантности.

Формализм самосогласованной модели подробно изложен в работах /7,8/. В настоящей работе представлены результаты численных расчетов для квадрупольных возбуждений в аксиально-симметричных редкоземельных ядрах и проведено сравнение с экспериментальными данными.

2. ЭФФЕКТИВНЫЕ СИЛЫ

Изложим кратко процедуру согласования эффективных взаимодействий с потенциалом и распределением плотности. Ключевым в процедуре самосогласования является уравнение, связывающее эффективные силы с распределением плотности и одночастичным потенциалом:

$$\delta U(\vec{r}) = \int \mathcal{F}(\vec{r}, \vec{r}') \delta \rho(\vec{r}') d\vec{r}' \quad /1/$$

где \mathcal{F} - эффективные силы, а δU и $\delta \rho$ представляют собой соответственно вариации потенциала и плотности при преобразованиях симметрии. В частности, при инфинитезимальных поворотах системы координат



$$\delta U(\vec{r}) \sim [j_\mu, U(\vec{r})], \quad \delta \rho(\vec{r}) \sim [j_\mu, \rho(\vec{r})], \quad /2/$$

где j_μ - циклические компоненты оператора углового момента ($\mu = 0, \pm 1$). Рассмотрим случай аксиальной симметрии и разложим все величины, входящие в /1/, по мультиполям:

$$U(\vec{r}) = \sum_L U_L(r) Y_{L0}^*(\vec{n}), \quad \rho(\vec{r}) = \sum_L \rho_L(r) Y_{L0}^*(\vec{n}), \quad /3/$$

$$\mathcal{F}(\vec{r}, \vec{r}') = \sum_{LM} \mathcal{F}_L(r, r') Y_{LM}^*(\vec{n}) Y_{LM}(\vec{n}'),$$

где \vec{n} и \vec{n}' - единичные векторы направлений. Подставляя /2/ и /3/ в /1/, получим соотношение

$$U_L(r) = \int \mathcal{F}_L(r, r') \rho_L(r') r'^2 dr', \quad L=2, 4, \dots, \quad /4/$$

связывающее несферические компоненты плотности и потенциала с эффективными силами. Условие согласования можно использовать для вычисления U_L по заданному виду эффективных сил либо конструировать эффективные силы, если известны U_L и ρ_L . Именно второй подход и использовался в работах /6-8/. При этом для простоты полагаем эффективные силы сепарабельными. Радиальная форма их и константа, удовлетворяющие условию /4/, очевидны:

$$\mathcal{F}_L(r, r') = \chi_L U_L(r) U_L(r'), \quad /5/$$

$$\chi_L^{-1} = \int U_L(r) \rho_L(r) r^2 dr \equiv \int U_L(r) Y_{L0}(\vec{n}) \rho(\vec{r}) d\vec{r} \equiv$$

$$\equiv \langle 0 | \sum_{k=1}^A U_L(r_k) Y_{L0}(\vec{n}_k) | 0 \rangle, \quad /6/$$

где среднее вычисляется по деформированному основному состоянию.

Построенные таким образом эффективные силы содержат только четные компоненты $L=2, 4, \dots$. Лишь в случае осцилляторного потенциала типа Нильссона эффективные силы совпадают с обычно используемыми квадрупольными силами. Для конечных потенциалов эффективные силы имеют поверхностный характер, т.к. $U_L(r)$ существенно отличны от нуля только на поверхности ядра. Через параметры деформации эффективные силы зависят от распределения плотности.

При малых деформациях $\beta \rightarrow 0$ можно разлагать U и ρ в ряд Тейлора, причем в нижайшем порядке по параметру деформации /9/

$$U_L(r) \sim \partial U / \partial r, \quad \rho_L(r) \sim \partial \rho / \partial r. \quad /7/$$

Тогда для всех мультипольностей получается одна константа эффективных сил:

$$\kappa^{-1} = \int \frac{\partial U}{\partial r} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial r} r^2 dr, \quad /8/$$

точно совпадающая с выражением, которое получается из условия трансляционной инвариантности /10,11/.

Процедура согласования /4/ проводится независимо для изоскалярных и изовекторных компонент потенциала. Соответственно получаются изоскалярные и изовекторные эффективные силы с константами $\chi_L^{(0)}$ и $\chi_L^{(1)}$. С полученными взаимодействиями в методе случайной фазы решаются уравнения для однофононных вибрационных состояний, характеризующихся квантовым числом K проекции углового момента ядра на ось симметрии. При этом квантовое число L не сохраняется, т.е. одновременно все мультипольности участвуют в формировании вибрационных состояний, что также приводит к отличию нашего подхода от модели с парными и мультипольными силами. Соответствующие уравнения и детали решения их с учетом статического монополюсного спаривания даны в работе /8/. Ниже обсуждаются результаты численных расчетов.

3. РАСЧЕТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Численные расчеты проведены для трех типичных редкоземельных ядер: ^{152}Sm , ^{158}Dy и ^{174}Yf . Использовался аксиально-симметричный потенциал Вудса-Саксона в параметризации Чепурнова /12/. При этом изовекторный потенциал полагается пропорциональным изоскалярному:

$$U^1(\vec{r}) \tau_z = -\eta \frac{N-Z}{A} U^0(\vec{r}) \tau_z, \quad /9/$$

где η - изовекторный параметр ($\eta = 0,63$), $\tau_z = +1$ для нейтронов и -1 для протонов. Параметры квадрупольной β_{20} и гексадекапольной β_{40} статических деформаций варьировались в расчетах, проводившихся по программе /13/.

В разложении потенциала по мультиполям учитывались слагаемые с $L=0, 2$ и 4 . Остальные отбрасывались ввиду малости связанных с ними эффектов. Соответственно учитывались только квадрупольные и гексадекапольные эффективные взаимодействия.

Нами вычислялись константы взаимодействия, моменты, энергии и другие характеристики нижайших квадрупольных вибрационных состояний, правила сумм для $E2$ -переходов. Доминирующую роль при описании таких состояний играют изоскалярные квадрупольные

силы. С учетом парных корреляций константы /6/ для изоскалярных и изовекторных сил можно записать в виде

$$(\chi_L^{(0)})^{-1} = 2 \sum_{\nu > 0} (U_L^0 Y_{L0}^{\nu})_{\nu\nu} v_{\nu}^2, \quad /10/$$

$$(\chi_L^{(1)})^{-1} = 2 \sum_{\nu > 0} (U_L^1 Y_{L0}^{\nu})_{\nu\nu} v_{\nu}^2,$$

где v_{ν}^2 - числа заполнения одночастичных состояний $|\nu\rangle$; суммирование ведется по состояниям с положительной проекцией углового момента на ось симметрии. Зависимость от деформации содержится в матричных элементах, параметры парных корреляций входят в числа заполнения.

На рис.1 продемонстрирована типичная зависимость изоскалярной квадрупольной константы от величины статической квадрупольной деформации. При малых $\beta_{20} \leq 0,1$ константа $(\chi_2^{(0)})^{-1} \beta_{20}^{-2}$. При этом формфакторы $U_2 - \beta_{20}$, и взаимодействия /5/ почти не зависят от деформации. С ростом β_{20} зависимость константы и формфакторов от деформации заметно усложняется, и в целом трудно судить о характере зависимости эффективных сил от деформации потенциала. Это, конечно, является следствием несогласованного характера взаимодействий, автоматически меняющихся при любом изменении распределения плотности. Расчеты показали, что все константы слабо меняются при вариации параметров парных корреляций.

О важности изовекторных квадрупольных сил можно судить по следующему отношению их константы к константе изоскалярных сил:

$$C = -(\eta \frac{N-Z}{A})^2 \chi_2^{(1)}/\chi_2^{(0)}, \quad /11/$$

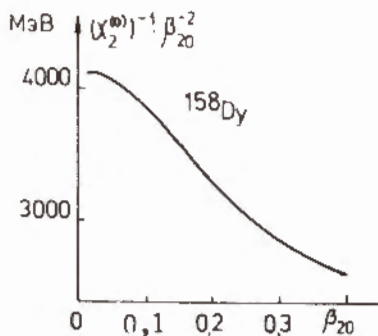


Рис.1. Зависимость изоскалярной квадрупольной константы от деформации β_{20} в ядре ^{158}Dy .

которое оказывается порядка $1 \div 3$ для рассмотренных ядер. Значения гексадекапольных констант $(\chi_4^{(0)})^{-1}$ и $(\chi_4^{(1)})^{-1}$ примерно на два порядка меньше значений соответствующих квадрупольных констант. Вообще гексадекапольные силы играют относительно малую роль в формировании нижайших вибрационных возбуждений. Влияние изовекторного деформированного потенциала U_2^1 , а также гексадекапольных компонент потенциала и соответствующих им взаимодействий показано в табл.1 на примере β -колебаний.

Таблица 1

Ядро	Варианты расчета	$\chi_4^{(0)} \neq 0$		
		$\chi_4^{(1)} \neq 0$	$U_2^1 = 0$	$U_4^0 = U_4^1 = 0$
^{152}Sm	$\omega\beta$, МэВ	1,65	1,37	1,64
	$B(E2)$ одн.ед.	1,7	1,2	1,6
^{158}Dy	$\omega\beta$, МэВ	1,60	1,30	1,68
	$B(E2)$ одн.ед.	0,8	0,5	0,6

Видно, что включение квадрупольного изовекторного потенциала U_2^1 и соответствующих взаимодействий существенно влияет на энергии β -колебаний и вероятности переходов. Возрастание $\omega\beta$ связано с отталкивательным характером изовекторных сил. В то же время влияние гексадекапольного потенциала и соответствующих сил оказывается слабым.

На рис.2 показана зависимость моментов инерции J_0 , гиромангнитных отношений g_R и квадрупольных моментов Q_{20} от деформации β_{20} в основных состояниях рассматриваемых ядер. Видно, что при значениях $\beta_{20} \geq 0,2$ наблюдаются отклонения от линейной зависимости Q_{20} и J_0 от деформации. При равновесных значениях деформации 14 теоретические значения Q_{20} и g_R хорошо согласуются с экспериментальными данными 14,15 , а значения J_0 оказываются примерно на 20% меньше экспериментальных, вычисленных из энергии первого вращательного уровня 16 .

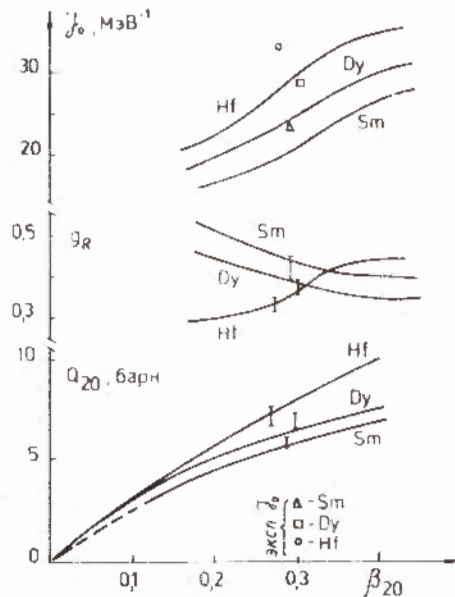


Рис.2. Зависимость момента инерции J_0 , гиромангнитного отношения g_R и зарядового квадрупольного момента Q_{20} от деформации β_{20} .

Отметим, что при вычислении этих величин учитывались вклады всех одночастичных состояний от дна потенциальной ямы. Это оказывается существенным для величины Q_{20} . Например, в работах [17], в которых не учитывался вклад глубоких дырочных состояний, вычисленные значения Q_{20} оказались примерно на 20-30% меньше экспериментальных.

Полнота одночастичного базиса проверялась также с помощью энергетически взвешенных правил сумм, которые для E2-переходов с проекцией момента $K = \mu$ определяются следующим образом:

$$S(E2, \mu) = \frac{1}{2} \langle 0 | [\mathcal{M}^*(E2, \mu), [H^0, \mathcal{M}(E2, \mu)]] | 0 \rangle, \quad /12/$$

где $\mathcal{M}(E2, \mu)$ - оператор E2-перехода. При отсутствии зависящих от скорости сил в гамилтониане с помощью градиентной формулы нетрудно получить классические осцилляторные парциальные суммы для E2-переходов:

$$S_{\text{кл}}(E2, \mu=0) = \frac{5\hbar^2}{4\pi m} Z e^2 \langle r_p^2 \rangle + \frac{5\hbar^2}{4\pi m} Q_{20},$$

$$S_{\text{кл}}(E2, \mu = \pm 1) = \frac{5\hbar^2}{2\pi m} Z e^2 \langle r_p^2 \rangle + \frac{5\hbar^2}{4\pi m} Q_{20}, \quad /13/$$

$$S_{\text{кл}}(E2, \mu = \pm 2) = \frac{5\hbar^2}{2\pi m} Z e^2 \langle r_p^2 \rangle - \frac{5\hbar^2}{2\pi m} Q_{20}.$$

Здесь m - масса протона, e - его заряд, Q_{20} - зарядовый квадрупольный момент, а $\langle r_p^2 \rangle$ - среднеквадратичный радиус протонов в основном состоянии. Осцилляторные суммы можно записать через одночастичные матричные элементы в приближении квази-частичного вакуума:

$$S_{\text{одн}}(E2, \mu) = e^2 \sum_{\nu\nu'}^{(p)} (\epsilon_{\nu} - \epsilon_{\nu'}) (v_{\nu'}^2 - v_{\nu}^2) (r^2 Y_{2\mu})_{\nu\nu'}. \quad /14/$$

где ϵ_{ν} - одночастичные энергии.

Модельные правила сумм /14/, зависящие от полноты одночастичного базиса, можно сравнить с классическими суммами /13/, причем последние устанавливают верхнюю границу для модельных правил сумм. На рис.3 представлены результаты расчетов правил сумм E2-переходов в ядре ^{158}Dy в зависимости от квадрупольной деформации β_{20} . Видно, что с ростом деформации полнота базиса ухудшается за счет компонент с проекцией момента $\mu=0, \pm 1$. Для равновесного значения деформации ($\beta_{20}=0,3$) на рис.3 приведены численные значения отношений $S_{\text{одн}}/S_{\text{кл}}$ парциальных и полных правил сумм.

Рис.3. Энергетически взвешенные правила сумм E2-переходов в ядре ^{158}Dy : — модельные правила сумм $S_{\text{одн}}(E)$, - - - классические $S_{\text{кл}}(E2)$.

Нами вычислены энергии β - и γ -колебательных состояний и исследована их зависимость от деформации и параметров парных корреляций. Результаты расчетов представлены в табл.2. Видно, что уменьшение энергетической щели /ослабление парных корреляций/ приводит к пропорциональному понижению энергий ω_{β} и ω_{γ} , что связано главным образом с изменением положения первого полюса секулярного уравнения /см., напр., [1] /.

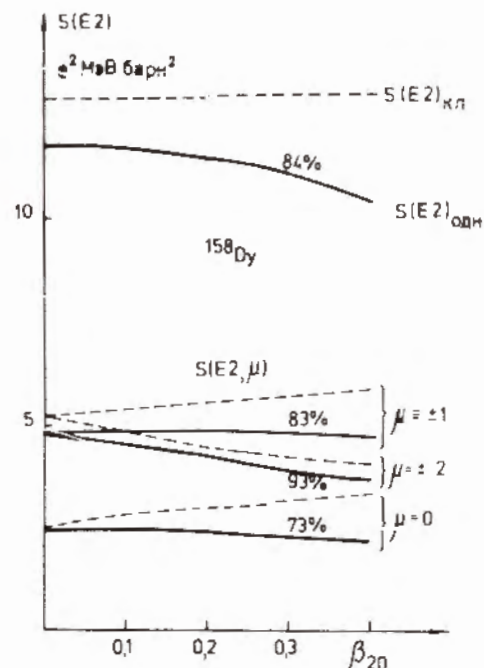


Таблица 2

Зависимость характеристик β - и γ -колебаний от параметров парных корреляций при фиксированных параметрах среднего поля ($\beta_{20} = 0,3$)

Ядра	^{152}Sm			^{158}Dy			^{174}Hf		
Δ_n , МэВ	0,78	0,95	1,13	0,7	0,9	1,1	0,65	0,8	0,95
Δ_p , МэВ	0,8	1,0	1,2	0,8	1,0	1,2	0,8	1,0	1,2
ω_{β} , МэВ	1,12	1,39	1,65	1,26	1,6	1,9	1,07	1,35	1,63
$B(E2)_{\beta}$ отн. ед.	1,1	1,4	1,7	0,6	0,8	1,1	0,8	0,9	1,0
ω_{γ} , МэВ	1,7	2,0	2,3	1,6	1,97	2,3	1,8	2,05	2,3
$B(E2)_{\gamma}$ отн. ед.	0,5	0,8	1,0	0,3	0,5	0,9	0,3	0,4	0,5

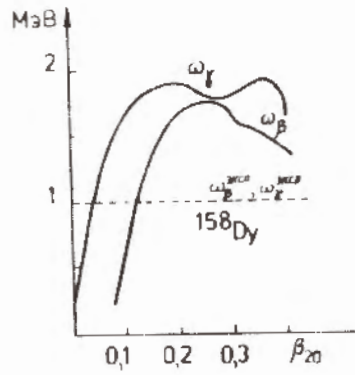


Рис. 4. Энергии β - и γ -вибраций как функции квадрупольной деформации в ядре ^{158}Dy .

Расчеты показали немонотонную зависимость энергий от квадрупольной деформации /рис. 4/. Видно, что при $\beta_{20} > 0,2$ энергии нижайших состояний оказываются заметно выше экспериментальных. Согласие расчетов с экспериментальными значениями ω_β и ω_γ получается при уменьшении $\chi_2^{(0)}$ на 10-20%. Это свидетельствует о том, что для корректного описания этих

возбуждений нельзя ограничиться только взаимодействиями в канале частица-дырка. Видимо, важную роль играют также квадрупольные силы в канале частица-частица.

Оценку роли спаривательных квадрупольных сил можно провести в модели, предложенной в работе /18/, где такие силы получались в факторизованном виде из условия восстановления градиентной инвариантности. Грубо влияние квадрупольных спаривательных сил можно свести к перенормировке константы $\chi_2^{(0)}$ в случае состояний с $K^\pi = 0^+$, зависящей от энергии

$$\chi_2^{(0)}(\omega_\beta) = \chi_2^{(0)} \left[1 + a \frac{\omega_\beta^2}{4\Lambda^2} \right], \quad /15/$$

где Λ - энергетическая щель, значение $a \approx 0,6$ оценено в работе /18/. В рассматриваемых ядрах хорошее согласие расчетов с опытными значениями ω_β получается при $a = 0,8 \pm 1,0$. Эти оценки показывают важность учета квадрупольного спаривания при описании β - и γ -колебаний. Дополнительные свидетельства о важности квадрупольного спаривания получены из экспериментов по возбуждению 0^+ -состояний в реакциях (p,t) и (t,p), что ранее отмечалось, например, в работе /19/.

Более последовательный учет взаимодействий в канале частица-частица для деформированных ядер проведен в работе /20/. Получены количественные эффекты в моментах инерции и спектрах квазичастичных возбуждений, что приведет, естественно, к изменениям характеристик вибрационных состояний. Отметим, однако, что для выявления эффектов спаривания важно провести самосогласование эффективных взаимодействий в канале частица-дырка. В несогласованной модели эти эффекты маскируются произволом в выборе силовых констант.

Суммарные результаты расчетов характеристик β - и γ -колебаний даны в табл. 3, где они сравниваются с результатами расчетов

Таблица 3
Характеристики β - и γ -колебаний

Ядро	ω_β МэВ	ρ (EO)	χ	$V(E2, 0^+ \rightarrow 2^+)$ одн. ед.	ω_γ МэВ	$V(E2, 0^+ \rightarrow 2^+)$ одн. ед.
^{152}Sm	экспер.	0,68	$0,26 \pm 0,02$	$0,080 \pm 0,012$	1,08	$2,8 \pm 0,2$
	I	1,65	0,14	0,086	2,30	1,0
	II	0,68	0,30	0,086	1,08	16,9
	III	0,68	0,21	0,086	1,08	5,3
^{158}Dy	экспер.	0,99	0,09	$0,11 \pm 0,08$	0,95	$6,3 \pm 2,0$
	I	1,6	0,13	0,15	1,97	0,5
	II	0,99	0,23	0,11	0,95	8,1
	III	0,99	0,14	0,10	0,95	4,9
^{174}Hf	экспер.	0,83	$0,220 \pm 0,025$	$0,19 \pm 0,05$	1,23	$4,8 \pm 0,7$
	I	1,35	0,06	0,06	2,05	0,4
	II	0,83	0,22	0,09	1,23	11,3
	III	0,83	0,24	0,08	1,23	8,0

в модели с квадрупольными силами стандартного типа и с экспериментальными данными /21-23/ соответственно для ядер ^{152}Sm , ^{158}Dy и ^{174}Hf .

Приведены следующие варианты расчетов:

I - полностью самосогласованный расчет с константами /10/ при $\Delta_n = 1,13$ МэВ в ^{152}Sm , 0,9 МэВ в ^{158}Dy и 0,8 МэВ в ^{174}Hf и $\Delta_p = 1,2$ МэВ в ^{152}Sm , 1,0 МэВ в ^{158}Dy и 1,0 МэВ в ^{174}Hf ;

II - самосогласованный расчет с подбором константы $\chi_2^{(0)}$ из экспериментальных энергий β - и γ -колебаний;

III - расчет в модели /1/ с квадрупольной константой, соответствующей экспериментальным энергиям β - и γ -колебаний.

Как видно, в варианте I вычисленные энергии заметно превышают экспериментальные. Для их согласования необходимо увеличить квадрупольную константу на 10-20% /вариант II/. При этом в целом получается удовлетворительное согласие с экспериментальными данными по $B(E2)$, вероятности монополярного перехода $\rho(E0)$ и значениям параметра Расмуссена X. Сравнение с расчетами в несамосогласованной модели /вариант III/ показывает существенное различие значений $B(E2)$ и $\rho(E0)$, обусловленное различным характером эффективных взаимодействий.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Самосогласованная модель в теоретическом плане имеет ряд преимуществ по сравнению с традиционной моделью с парными и квадрупольными силами. В ней восстанавливается нарушенная симметрия, устраняется произвол в выборе формфакторов и силовых параметров эффективных сил, явно выделяются "духовые" состояния, естественным образом учитывается несохранение колебательного момента L, приводящее к смешиванию различных мультипольностей в уравнениях для вибрационных состояний. Численные расчеты показали, что для достижения согласия теории с опытом недостаточно учитывать только взаимодействия в канале частица-дырка. Эффекты гексадекапольных сил при описании β - и γ -колебаний оказываются практически небольшими, что до некоторой степени объясняет успех модели с парными и квадрупольными силами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соловьев В.Г. Теория сложных ядер. "Наука", М., 1971.
2. Belyaev S.T. Nucl.Phys., 1965, 64, p.17.
3. Пятов Н.И., Черней М.И. ЯФ, 1972, 16, с.931.
4. Birbrair B.L. Phys.Lett., 1973, 46B, p.152.

5. Фаянс С.А., Ходель В.А. Письма в ЖЭТФ, 1973, 17, с.633.
6. Базнат М.И., Пятов Н.И. ЯФ, 1975, 21, с.708.
7. Пальчик В.В., Пятов Н.И., Базнат М.И. В кн.: Системы многих частиц и теория атомного ядра. "Штиинца", Кишинев, 1979.
8. Пальчик В.В., Пятов Н.И. ОИЯИ, Р4-12892, Дубна, 1979.
9. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра, т.2. "Мир", М., 1979.
10. Саперштейн Э.Е., Фаянс С.А., Ходель В.А. ЭЧАЯ, 1978, 9, с.221.
11. Пятов Н.И., Базнат М.И. ЯФ, 1979, 30, с.1219.
12. Чепурнов В.А. ЯФ, 1967, 6, с.955.
13. Иванова С.П., Ширикова Н.Ю. ОИЯИ, Р4-9081, Дубна, 1975.
14. Lobner K.E.G. et al. Nucl.Data, 1970, A7, p.495.
15. Grodzins L. Ann.Rev.Nucl.Sci., 1968, 18, p.291.
16. Sakai M., Rester G. At.Data and Nucl.Data Tables, 1977, 20, p.441.
17. Karadjov D., Mikhailov I.N., Piperova J. Phys.Lett., 1973, 46B, p.163; Кулиев А.А., Пятов Н.И. ЯФ, 1974, 20, с.297.
18. Беляев С.Т., Румянцев Б.А. Препринт ИЯФ СО АН СССР, 1-70, Новосибирск, 1970.
19. Пятов Н.И. Материалы 8-й зимней школы ЛИЯФ по физике ядра и элементарных частиц. Ленинград, 1973, т.2, с.282.
20. Митропольский И.А. ЯФ, 1979, 29, с.1466.
21. Riedinger L.L. et al. Phys.Rev., 1970, C2, p.2358; Виноградов В.М. Тезисы докл. XXVII совещания по ядерной спектроскопии и структуре ядра. Ташкент, 1977, с.81; Wollersheim H.J. et al. Z.Physik, 1977, A280, p.277.
22. Anderson O.L. et al. Phys.Rev., 1978, C18, p.383; Александров А.А. и др. ОИЯИ, Р6-8159, Дубна, 1974; Graetzer R. et al. Nucl.Phys., 1966, 76, p.1; Grotdal T. Nucl.Phys., 1968, A110, p.385.
23. Ejiri H., Hagemann G.V. Nucl.Phys., 1971, A161, p.449.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 апреля 1980 года.