



объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

1525 / 2-80

7/4-80

P4 - 80 - 1

М. И. Широков

ЗАДАЧА ФЕРМИ-ФЕРРЕТТИ
И СКОРОСТЬ СИГНАЛА

Направлено в "Foundations of Physics"

1980

Широков М.И.

P4 - 80 - 1

Задача Ферми-Ферретти и скорость сигнала

Обсуждается квантово-электродинамическая задача о передаче возбуждения от одного атома к другому. Она была поставлена Ферми в 1932 году, ее усовершенствованный вариант предложил Ферретти в 1968 г. Решение задачи сведено здесь к нахождению гейзенберговских операторов. Показано, что скорость передачи больше скорости света, и что этот акаузальный результат следует объяснить недопустимостью того идеализированного описания источника сигнала, которое использовали Ферми и Ферретти.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1980

Shirokov M.

P4 - 80 - 1

Fermi-Ferretti Problem and Signal Velocity

We consider the quantum electrodynamical problem concerning the velocity of the transmission of the excitation from one atom to another.

I. Введение

Вскоре после создания квантовой электродинамики Ферми решил следующую задачу^[1]. Два атома S и D расположены на расстоянии R друг от друга. В момент $t=0$ атом S возбужден, атом D не возбужден, фотонов нет. Это состояние обозначим $|S^*D\rangle$. Вычисляется амплитуда вероятности $\alpha(t)$ найти в момент t состояние $|SD^*\rangle$: S не возбужден, D возбужден, фотонов нет. Передача возбуждения от S к D осуществляется путем испускания фотона атомом S и его поглощения атомом D . Ферми получил, в согласии с релятивистской причинностью, что $\alpha(t) = 0$ при $t < R$. Однако этот результат явился следствием следующего упрощения в расчете. Замечая, что основной вклад в интеграл по энергии k обменного фотона вносят k , близкие к $E_{S^*} - E_S$, Ферми интегрирует по k не от 0 до ∞ , а от $-\infty$ до $+\infty$. Но интеграл можно вычислить и без этого упрощения, и тогда $\alpha(t) \neq 0$ при $t < R$ [2]. Эта трудность обсуждалась в литературе с разных точек зрения, (см. раздел 2 в обзоре [3]). Мы обращаем внимание на важную работу Ферретти [4]. Он указал, что Ферми не учел следующие обстоятельства:

а) Атом D может оказаться в момент t в возбужденном состоянии D^* , даже если атом S вообще отсутствовал. Дело в том, что состояния атомов и фотонов, как обычно, описываются собственными векторами свободной части H_0 полного гамильтониана H . Так называемый виртуальный переход $D \rightarrow D^* + \gamma$ между такими состояниями имеет ненулевую вероятность.

б) Чтобы зарегистрировать конечное состояние $|SD^*\rangle$, не фотонов, надо расположить по всему пространству счетчики фотонов и отобрать случаи, когда они ничего не зарегистрировали. Однако детектор сигнала должен быть локализован в конечном объеме V_D .

Ферретти подчеркнул, что следует измерять только состояние атома S , не регистрируя фотонов. Такому измерению соответствует инклюзивная величина

$$\sum_{m n \gamma} |\langle \mathcal{D}^* S_m n \gamma | U(t, 0) | S^* \mathcal{D} \rangle|^2 \quad (1)$$

Здесь $U(t, 0)$ - оператор эволюции, равный $\exp(-iHt)$ в шредингеровской картине; $\mathcal{D}^* S_m n \gamma$ обозначает состояние: "Атом S находится в одном из возможных состояний S_m , атом \mathcal{D} в состоянии \mathcal{D}^* , имеется n фотонов". $\sum_{m n \gamma}$ означает суммирование по состояниям S_m и по всем n (а также по всем состояниям n фотонов). Вероятность (1) не равна $|a(t)|^2 = |\langle S \mathcal{D} | U(t, 0) | S^* \mathcal{D} \rangle|^2$ даже в первом неисчезающем порядке e^2 теории возмущений. Действительно, (1) содержит член, соответствующий переходу $S^* \mathcal{D} \rightarrow S \mathcal{D}^* \gamma \gamma$: S испустил фотон, \mathcal{D} тоже испустил фотон и к тому же возбудился. Это виртуальный переход, его вероятность мала, но мал и весь акаузальный эффект. Описанное возбуждение \mathcal{D} , однако, на самом деле не является следствием начального возбуждения S . Чтобы не учитывать такие "беспричинные" переходы, Ферретти предложил из (1) вычесть такой "фон"

$$\sum_{n \gamma} |\langle \mathcal{D}^* n \gamma | U(t, 0) | \mathcal{D} \rangle|^2 \quad (2)$$

(т.е. (1) без атома S). Разность (1)-(2) у Ферретти получилась равной нулю при $t < R$. Однако для простоты он проделал расчет для пространственно-одномерного случая: в качестве "атомов"

S и \mathcal{D} брались два плоских слоя (пластины), тонкие в одном измерении и бесконечные в двух других. Но источник и детектор сигнала должны быть локализованы в конечных объемах. Действительно, регистрирование факта возбуждения бесконечной пластины требует бесконечного времени. Можно, конечно, считать, что Ферретти получил каузальный результат для $1+1$ электродинамики, но задача осталась нерешенной для реальной размерности $3+1$.

К настоящему времени каузальный результат получен для других постановок задачи о скорости сигнала (3). В них источником сигнала служит включаемый внешний ток или потенциал.

В разделе 4 этой работы мы покажем акаузальность решения задачи ферми-ферретти (ФФ) в случае настоящей $3+1$ электродинамики. Для выяснения причины такого результата в разделе 3 решается задача, отличающаяся от задачи ФФ лишь тем, что в ней

рассматривается конкретный механизм возбуждения атома S посредством наложения внешнего потенциала, включаемого в момент $t=0$. Результат оказывается каузальным. На этом основании мы заключаем, что возбужденный атом S , фигурирующий в постановке задачи ФФ, не может рассматриваться как допустимая аппроксимация реального источника сигнала.

Мы начинаем разделом 2, в котором вводится обобщение постановки задачи ФФ, позволяющее упростить дальнейшее изложение.

2. Обобщение подхода ферми-ферретти

2.1. Рассмотрим проектор $\Pi_{\mathcal{D}^*}$ на возбужденное состояние \mathcal{D}^* детектора

$$\Pi_{\mathcal{D}^*} = \sum_{m n \gamma} |\mathcal{D}^* S_m n \gamma\rangle \langle \mathcal{D}^* S_m n \gamma|$$

Вероятность (1) может быть представлена как среднее от $\Pi_{\mathcal{D}^*}$ в состоянии $\psi = U(t, 0) | S^* \mathcal{D} \rangle$. Это среднее может быть далее представлено как среднее от гейзенберговского оператора $\Pi_{\mathcal{D}^*}(t)$, вычисленное в начальном состоянии:

$$\langle U(t, 0) \psi_{S^* \mathcal{D}}, \Pi_{\mathcal{D}^*} U(t, 0) \psi_{S^* \mathcal{D}} \rangle = \langle \psi_{S^* \mathcal{D}}, \Pi_{\mathcal{D}^*}(t) \psi_{S^* \mathcal{D}} \rangle \quad (3)$$

Если мы имеем распределение по энергиям $E_{\mathcal{D}}$ атома \mathcal{D} в момент t , то (3) будет значением этого распределения в точке $E_{\mathcal{D}} = E_{\mathcal{D}^*}$.

2.2. Следует считать, что сигнал пришел в область $V_{\mathcal{D}}$ в тот момент t , когда атом \mathcal{D} окажется в любом возбужденном состоянии (не только в \mathcal{D}^*) или вообще как-то изменит свое состояние. В частности, свидетельством прихода сигнала может служить любое изменение в распределениях по координате \vec{Q} или по импульсу \vec{P} электрона \mathcal{D} . Вычисление распределений по \vec{Q} и \vec{P} дает более детальную информацию о состоянии атома \mathcal{D} , чем (3), и к тому же оказывается проще.

2.3. Распределение $|\langle x | \psi \rangle|^2$ по собственным значениям x оператора Q может быть представлено как среднее от оператора $|x\rangle \langle x|$:

$$|\langle x | \psi \rangle|^2 = \langle \psi | x \rangle \langle x | \psi \rangle$$

Для простоты мы рассматриваем только одну компоненту Q вектора \vec{Q} . Оператор $|x\rangle \langle x|$ может быть представлен как следующая функция Q :

$$|x\rangle\langle x| = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha e^{-i\alpha x} e^{iQ\alpha} \equiv \Pi(Q, x). \quad (5)$$

Действительно, любая функция Q может быть определена с помощью разложения Q по проекционным операторам $Q = \int dx |x\rangle\langle x|$ */. В частности,

$$\exp iQ\alpha = \int_{-\infty}^{+\infty} dx |x\rangle \exp i\alpha x \langle x|. \quad (6)$$

С помощью (6) получаем

$$\Pi(Q, x)\psi = \frac{1}{2\pi} \int d\alpha e^{-i\alpha x} \int d^3x' |x'\rangle e^{i\alpha x'} \langle x'|\psi\rangle = |x\rangle\langle x|\psi\rangle. \quad (7)$$

Заметим, что ψ в (7) может быть произвольным, лишь бы можно было оправдать использованную в (7) перестановку порядка интегрирования. Таким образом, (7) есть более точная форма (5).

2.4. Итак, разность Ферретти (1) - (2) является частным случаем разности вида

$$\begin{aligned} M &= \langle \mathcal{U}(t, 0)\psi_{S^*D}, \Pi \mathcal{U}(t, 0)\psi_{S^*D} \rangle - \langle \mathcal{U}(t, 0)\psi_{SD}, \Pi \mathcal{U}(t, 0)\psi_{SD} \rangle = \\ &= \langle S^*D | \Pi(t) | S^*D \rangle - \langle SD | \Pi(t) | SD \rangle, \quad (8) \\ \Pi(t) &= \mathcal{U}^+(t, 0) \Pi \mathcal{U}(t, 0). \end{aligned}$$

Здесь $\mathcal{U}(t, 0) = \exp(-iHt)$, а Π - любая функция \bar{Q} и \bar{P} . Оператор Π в (8) может быть не проектором, а некоторой степени Q , например. Тогда M будет характеризовать изменение моментов распределения по координатам. Гейзенберговский оператор $\Pi(t)$ является функцией гейзенберговских операторов $Q(t)$ и $P(t)$:

$$\Pi(t) = \mathcal{U}^+ \Pi(Q, P) \mathcal{U} = \Pi(\mathcal{U}^+ Q \mathcal{U}, \mathcal{U}^+ P \mathcal{U}) = \Pi(Q(t), P(t)).$$

*/ Мы называем (5) проекционным оператором. Однако настоящим проекционным оператором является, например, $\Pi_\Delta = \int_\Delta dx |x\rangle\langle x|$. Он имеет свойство $\Pi_\Delta^2 = \Pi_\Delta$ и проецирует на пространство собственных состояний $|x\rangle$ оператора Q , таких, что $x \in \Delta$. Более корректным было бы писать это разложение в форме $Q = \int dx dE_x$, известной из функционального анализа. Но мы будем придерживаться привычной для физиков записи.

"Фон" в (8) соответствует случаю, когда атом S не был возбужден. Отметим, что у Ферретти другое определение "фона". Мы покажем в конце пункта 4.1, почему его нельзя использовать.

3. Источник сигнала - атом, возбуждаемый внешним полем

3.1. Мы используем нерелятивистское описание электронов, поскольку оно ведет к более простым и наглядным формулам по сравнению с релятивистским. Гамильтониан

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2m} [\vec{p} - eA_1(\vec{q})]^2 + w(\vec{q}) + \frac{1}{2m} [\vec{P} - e\vec{A}_1(\vec{Q})]^2 + W(\vec{Q}) + \\ &+ \frac{e^2}{4\pi|\vec{q} - \vec{Q}|} + \frac{1}{2} \int d^3x [\vec{E}_1^2(\vec{x}) + \vec{H}^2(\vec{x})] \quad (9) \end{aligned}$$

описывает два электрона, взаимодействующих с квантованным электромагнитным полем, (см. напр. ^{15/}). Электроны локализованы потенциалами $w(\vec{q})$ и $W(\vec{Q})$ соответственно в областях V_S и V_D . Выбрана кулоновская калибровка, $\text{div} A_1 = 0$, потому что в ней отсутствует дополнительное условие Лоренца и связанные с ним проблемы. Относительно лоренцевской калибровки см. далее пункт 4.4.

3.2. Пусть теперь начальным состоянием будет $|SD\rangle$, а не $|S^*D\rangle$, как в задаче ФФ. В момент $t=0$ атом S начинает возбуждаться добавочным внешним электрическим или магнитным полем, включаемым в момент $t=0$. Возбуждающее поле можно описать добавляемой к потенциалу $w(\vec{q})$ функцией $\mathcal{E}(\vec{q}, t)$, равной нулю до момента $t=0$. Нас интересует, когда в этой ситуации начинает изменяться состояние атома D . Это изменение может быть описано разностью вида

$$\begin{aligned} m &= \langle \mathcal{U}'(t, 0)\psi_{SD}, \Pi \mathcal{U}'(t, 0)\psi_{SD} \rangle - \langle \mathcal{U}(t, 0)\psi_{SD}, \Pi \mathcal{U}(t, 0)\psi_{SD} \rangle = \\ &= \langle \psi_{SD}, [\Pi'(t) - \Pi(t)] \psi_{SD} \rangle, \quad (10) \end{aligned}$$

аналогичной (8). Здесь $U'(t, 0)$ определяется гамильтонианом $H' = H + \varepsilon(\bar{q}, t)$. "Фон" соответствует случаю, когда источник сигнала $\varepsilon(\bar{q}, t)$ не включался, $\Pi'(t) = U'^+ \Pi U$.

3.3. Рассмотрим изменение m_{α} распределения по координате \bar{Q} электрона S . Мы собираемся показать, что $m_{\alpha}(t) = 0$, пока $t < R$. Поскольку соответствующий оператор Π выражается через \bar{Q} , то достаточным условием для равенства $m_{\alpha}(t < R) = 0$ будет $\bar{Q}'(t) = \bar{Q}(t)$ при $t < R$. Идея доказательства последнего равенства такова. Показываем, что гейзенберговские уравнения для $Q'(t)$ и $Q(t)$ одинаковы, пока $t < R$. Одинаковы и начальные условия. В частности, согласно определению $\bar{Q}'(t)$ и $\bar{Q}(t)$,

$$\bar{Q}'(t) = U'^+(t, 0) \bar{Q} U'(t, 0), \quad \bar{Q}(t) = U^+(t, 0) \bar{Q} U(t, 0). \quad (\text{II})$$

Оба они превращаются в шредингеровский оператор \bar{Q} при $t=0$. Поэтому решения $\bar{Q}'(t)$ и $\bar{Q}(t)$ должны совпадать.

3.4. Гейзенберговские уравнения, соответствующие гамильтонианам H и H' , могут быть получены стандартным методом (см., например, раздел 3 в [3]):

$$m \frac{\partial^2 \bar{Q}(t)}{\partial t^2} = -\bar{\nabla} W(\bar{Q}(t)) + e \bar{E}(\bar{Q}(t), t) + \frac{e}{2} [\bar{V}(t) \times \bar{H} - \bar{H} \times \bar{V}(t)] \quad (\text{I2})$$

$$m \frac{\partial^2 \bar{q}(t)}{\partial t^2} = -\bar{\nabla} w(\bar{q}(t)) + e \bar{E}(\bar{q}(t), t) + \frac{e}{2} [\bar{v}(t) \times \bar{H} - \bar{H} \times \bar{v}(t)] \quad (\text{I3})$$

$$\bar{V}(t) = \frac{\partial \bar{Q}(t)}{\partial t} = \frac{1}{m} [\bar{P}(t) - e \bar{A}_1(\bar{Q}(t), t)], \quad \bar{v}(t) = \frac{1}{m} [\bar{p}(t) - e \bar{A}_1(\bar{q}(t), t)] \quad (\text{I4})$$

$$(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta) \bar{A}_1(\bar{x}, t) = \bar{j}_1(\bar{x}, t), \quad \bar{j}_{1k}(\bar{x}, t) = \int d^3y \delta_{kn}^{\perp}(\bar{x}-\bar{y}) j_n(\bar{y}, t) \quad (\text{I5})$$

$$j_n(\bar{y}, t) = e [S(\bar{y} - \bar{q}(t)) v_n(t) + S(\bar{y} - \bar{Q}(t)) V_n(t)] \quad (\text{I6})$$

$$\delta_{kn}^{\perp}(\bar{x}-\bar{y}) \equiv \delta_{kn} \delta(\bar{x}-\bar{y}) - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial}{\partial y_n} \frac{1}{|\bar{x}-\bar{y}|} \quad (\text{I7})$$

$k, n = 1, 2, 3$.

Полное электрическое поле \bar{E} , фигурирующее в (I2) и (I3), связано с $\bar{E}_1 = -\partial \bar{A}_1 / \partial t$ соотношением

$$\bar{E}(\bar{x}, t) = -\frac{\partial \bar{A}_1(\bar{x}, t)}{\partial t} - \bar{\nabla} \frac{e}{4\pi} \left[\frac{1}{|\bar{x} - \bar{q}(t)|} + \frac{1}{|\bar{x} - \bar{Q}(t)|} \right] \quad (\text{I8})$$

Конечно, $\bar{E}(\bar{Q}(t), t)$ в (I2) не содержит бесконечного члена $[\bar{Q}(t) - \bar{Q}(t)]^{-1}$ получающегося, когда в (I8) подставляется $\bar{Q}(t)$ вместо \bar{x} : бесконечное кулоновское самодействие электрона в кулоновской калибровке, как известно, выбрасывается. В (I2) \bar{H} означает $\bar{H}(\bar{Q}(t), t)$, а в (I3) - $\bar{H}(\bar{q}(t), t)$.

Уравнения (I2) и (I3) имеют привычный вид, одинаковый в любой калибровке, в их правой части фигурирует сила Лоренца.

Уравнения для штрихованных операторов $\bar{Q}', \bar{q}', \bar{A}_1'$ отличаются только тем, что в уравнение для $\bar{q}'(t)$ должен быть добавлен член $\bar{\nabla} \varepsilon(\bar{q}'(t), t)$. Раз $\bar{q}'(t) \neq \bar{q}(t)$, то и все остальные, связанные с $q'(t)$, штрихованные операторы отличаются от нештрихованных.

Уравнение (I5) может быть переписано в интегральной форме [6]:

$$\bar{A}_1(x) = \bar{A}_1^f(x) + \int_0^{\infty} dt' \int d^3x' \mathcal{D}_{\text{ret}}(x-x') \bar{j}_1(x') \equiv \bar{A}_1^f + \bar{A}_1^j. \quad (\text{I9})$$

Здесь $x \equiv (\bar{x}, t)$, а \bar{A}_1^f есть решение свободного уравнения

$$\bar{A}_1^f(x) = \int d^3y \left[\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{D}(x-y) \bar{A}_1(\bar{y}) + \mathcal{D}(x-y) (-\bar{E}_1(\bar{y})) \right], \quad y_0 = 0 \quad (\text{I10})$$

такое, что $\bar{A}_1^f(\bar{x}, 0)$ и $\dot{\bar{A}}_1^f(\bar{x}, 0)$ совпадают со шредингеровскими операторами $\bar{A}_1(\bar{x})$ и $-\bar{E}_1(\bar{x})$ соответственно. Те же начальные значения принимает и $\bar{A}_1(\bar{x}, t)$, поскольку $\dot{\bar{A}}_1(\bar{x}, 0) = 0$.

Уравнение (I9) позволяет выразить $\bar{E}(\bar{x}, t)$ и $\bar{H}(\bar{x}, t)$ через шредингеровские операторы A_1, E_1 и гейзенберговские операторы электронов. В частности,

$$\begin{aligned} \bar{E}(\bar{x}, t) &= -\partial \bar{A}_1^f / \partial t - \partial \bar{A}_1^j / \partial t - \bar{\nabla} \frac{e}{4\pi} \left[\frac{1}{|\bar{x} - \bar{q}(t)|} + \frac{1}{|\bar{x} - \bar{Q}(t)|} \right] \equiv \\ &\equiv -\partial \bar{A}_1^f / \partial t + \bar{E}^j(\bar{x}, t). \end{aligned} \quad (\text{I11})$$

Подставляя эти выражения в (12), получаем уравнение для $\bar{Q}(t)$, не содержащее гейзенберговских электромагнитных операторов:

$$m \frac{\partial^2 \bar{Q}(t)}{\partial t^2} = -\bar{V} W(\bar{Q}(t)) + e \left\{ -\partial \bar{A}_1^+ / \partial t + \bar{E}^j(\bar{Q}(t), t) + \dots \right\}. \quad (22)$$

Аналогично получаем

$$m \frac{\partial^2 \bar{Q}'(t)}{\partial t^2} = -\bar{V} W(\bar{Q}'(t)) + e \left\{ -\partial \bar{A}_1^+ / \partial t + \bar{E}'^j(\bar{Q}'(t), t) + \dots \right\}. \quad (22')$$

Далее мы применим приближение, которое назовем дипольным. В правой части (22) и (22') аргументы $\bar{Q}(t)$ и $\bar{Q}'(t)$ поля \bar{E}^j и $\bar{H}^j = \text{rot} \bar{A}_1^+$ заменяются на с-число \bar{R} — координату центра потенциала W . Аналогично выражение (16) для тока заменяется на

$$\bar{j}_d(\bar{x}, t) = e \left[\delta(\bar{x} - \bar{r}) \bar{v}(t) + \delta(\bar{x} - \bar{R}) \bar{V}(t) \right], \quad (23)$$

где \bar{r} — центр потенциала W (мы полагаем $\bar{r} = 0$).

Приближение означает, что фотоны испускаются и поглощаются не в точках, где находятся электроны, а в центрах связывающих их потенциалов (дальнейшее обсуждение приближения см. далее в п. (3.7) и в Приложении).

Используя дипольное приближение, покажем, что оба уравнения (22) и (22') не содержат гейзенберговских операторов электрона S при $t < R$. Последние входят в уравнения через посредство \bar{E}^j или \bar{E}^j и $\bar{H}^j = \text{rot} \bar{A}_1^+$ или $\bar{H}^j = \text{rot} \bar{A}_1^+$. Рассмотрим \bar{E}^j , см. (21). В приложении показано, что $\bar{E}^j(\bar{x}, t)$ можно преобразовать к виду

$$\bar{E}^j(\bar{x}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \int d^3 x' \mathcal{D}_{\text{ret}}(\bar{x} - \bar{x}') \bar{j}(\bar{x}', t) - \bar{v} \int d^3 x' \mathcal{D}_{\text{ret}}(\bar{x} - \bar{x}') \rho(\bar{x}') - \bar{v} \int d^3 x' \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{D}(\bar{x} - \bar{x}', t) \int \frac{d^3 y'}{4\pi |\bar{x}' - \bar{y}'|} \rho(\bar{y}', 0), \quad (24)$$

где \bar{j} и ρ в случае дипольного приближения определены соотношениями (23) и (П.12) из Приложения. Ввиду (24) $\bar{E}^j(\bar{R}, t)$ зависит от гейзенберговского оператора $\bar{v}(t')$ через посредство члена

$$\int_0^\infty \mathcal{D}_{\text{ret}}(\bar{R}, t - t') \bar{v}(t') dt'.$$

Он равен нулю, если $t < R$. Аналогично $\bar{H}^j(\bar{R}, t)$ не зависит от $\bar{v}(t')$ при $t < R$.

Итак, при $t < R$ правые части (22) и (22') содержат кроме $\bar{Q}(t)$ и $\bar{Q}'(t)$ только шредингеровские операторы \bar{q} , A_1 и E_1 , причем одинаковым образом (заметим, что последние члены в выражениях (24) для \bar{E}^j и \bar{E}'^j совпадают). Поэтому $\bar{Q}'(t)$ и $\bar{Q}(t)$ подчиняются одинаковым уравнениям при $t < R$. Начальные условия для них тоже одинаковы

$$\bar{Q}'(0) = \bar{Q}(0) = Q; \quad \bar{Q}'(0) = \bar{Q}'(0) = \frac{1}{m} [\bar{P} - e \bar{A}_1(Q)]. \quad (25)$$

Поэтому $\bar{Q}'(t) = \bar{Q}(t)$, пока $t < R$, и вследствие этого $m_p(t < R) = 0$.

3.5. Обсудим изменение m_p распределения по импульсу электрона \mathcal{D} в дипольном приближении. Если $\bar{Q}'(t) = \bar{Q}(t)$ при $t < R$, то

$$\bar{V}'(t) = \partial \bar{Q}'(t) / \partial t = \partial \bar{Q}(t) / \partial t = \bar{V}(t), \quad t < R.$$

Используя (14), получаем при $t < R$

$$\bar{P}'(t) - \bar{P}(t) = e [\bar{A}_1^+(\bar{R}, t) - \bar{A}_1(\bar{R}, t)].$$

Поскольку A_1 не является запаздывающей функцией тока, см. (19), то $\bar{P}'(t) - \bar{P}(t) \neq 0$ при $t < R$.

Можно показать, однако, что изменение $\bar{P}'(t) - \bar{P}(t)$ имеет характер градиентного преобразования $\bar{P}'(t) - \bar{P}(t) = \bar{v} \lambda(\bar{R}, t)$, допустимого в кулоновской калибровке, потому что $\bar{v} \lambda(\bar{x}, t)$ поперечно при $|\bar{x}| > t \geq 0$: $\Delta \lambda(\bar{x}, t) = 0$. На этом основании изменение $\bar{P}'(t) - \bar{P}(t)$ можно считать ненаблюдаемым, см. раздел 3 в [3].

Покажем, что в минимально-нелокальной безпотенциальной форме квантовой электродинамики, предложенной автором в [7], изменение импульса электрона \mathcal{D} вообще равно нулю при $t < R$. Унитарное преобразование S из кулоновской калибровки в эту форму должно иметь вид

$$S = \exp(-ie) \left[\int_{\bar{r}}^{\bar{q}} d\bar{\xi} \cdot \bar{A}_1(\bar{\xi}) + \int_{\bar{R}}^{\bar{Q}} d\bar{\xi} \cdot \bar{A}_1(\bar{\xi}) \right], \quad (26)$$

поскольку у нас имеется два связывающих электрона потенциала с центрами \bar{r} и \bar{R} (см. пункт (3.5) в [7]). Координата и импульс электрона \mathcal{D} теперь описываются операторами $\bar{Q} = S^+ Q S = Q$ и $\bar{P} = S^+ P S$. Последний связан с P соотношением

$$\bar{P} - e \int_0^t d\alpha (\bar{Q} - \bar{R}) \times \bar{H}(\bar{R} + \alpha(\bar{Q} - \bar{R})) = \bar{P} - e \bar{A}_\perp(\bar{Q}) \equiv m \partial \bar{Q} / \partial t. \quad (27)$$

В левой части (27) фигурирует векторное произведение $\bar{Q} - \bar{R}$ на магнитное поле \bar{H} в точках $\bar{x} = \bar{R} + \alpha(\bar{Q} - \bar{R})$ прямой линии, соединяющей \bar{R} с \bar{Q} . Мы установили, что до момента $t=R$ не изменяется как $\partial \bar{Q} / \partial t$, так и \bar{H} внутри V_S . Поэтому $\bar{P}'(t) = \bar{P}(t)$, пока $t < R$.

3.6. Через операторы координаты и импульса могут быть выражены все наблюдаемые нерелятивистского бесспинового электрона \mathcal{D} . Мы показали, что в рассматриваемой задаче все они не изменяются до момента $t = R/c$.

3.7. Такой же в сущности результат может быть получен и без дипольного приближения. Последнее оправдывается тем фактом, что электроны локализованы в малых областях V_S и V_D . Этот факт можно использовать и не обращаясь к дипольному приближению. Для этого надо найти решения (22) и (22') с помощью теории возмущений, см. далее пункт 4.2, и вставить их в (10). В результате довольно громоздкого рассмотрения мы получаем, что $m(t) = 0$, если электроны локализованы строго внутри V_S и V_D и если ct меньше расстояния между V_S и V_D . Если волновые функции электронов убывают вне V_S и V_D экспоненциально, то $m(t < R)$ не равно нулю, но имеет соответствующее экспоненциально малое значение, не противоречащее каузальности.

4. Задача ферми-ферретти

4.1. Рассмотрим теперь изменение распределения по координате электрона \mathcal{D} в задаче фф. Оно дается разностью M_Q см. (8), где Π есть функция Q . см., напр., (5). Гамильтониан (9) тот же. Положим $\psi_{S\mathcal{D}} = \psi_S \psi_{\mathcal{D}} \Omega$, где ψ_S и $\psi_{\mathcal{D}}$ описывают основные состояния атомов и Ω есть безфотонное состояние. Все эти состояния являются собственными векторами $H_0 = H - H_{int}$. Аналогично $\psi_{S+\mathcal{D}} = \psi_S \psi_{\mathcal{D}} \Omega$.

Гейзенберговский оператор $Q(t)$ как решение (22) и начальных условий (25) должен быть функцией или функционалом шредингера

ровских операторов электронов и электромагнитного поля. Если бы по какой-либо причине $Q(t)$ не зависел от операторов \bar{q}, \bar{p} , то мы имели бы

$$\langle \psi_S \psi_{\mathcal{D}} \Omega, \Pi(t) \psi_{S+\mathcal{D}} \Omega \rangle = \langle \psi_S | \psi_S \rangle \langle \psi_{\mathcal{D}} \Omega, \Pi(t) \psi_{\mathcal{D}} \Omega \rangle \quad (28)$$

$$\langle \psi_S \psi_{\mathcal{D}} \Omega, \Pi(t) \psi_S \psi_{\mathcal{D}} \Omega \rangle = \langle \psi_S | \psi_S \rangle \langle \psi_{\mathcal{D}} \Omega, \Pi(t) \psi_{\mathcal{D}} \Omega \rangle. \quad (29)$$

Здесь $\Pi(t) = \Pi(\bar{Q}(t))$. Поскольку ψ_{S^*} и ψ_S нормированы на единицу, то из (28) и (29) следовало бы, что $M_Q = 0$ в этом случае. Однако мы уже установили в предыдущем разделе, что правая часть уравнения (22) для $Q(t)$ содержит шредингеровские операторы \bar{q} , даже при $t < R$ (через посредство последнего члена в (24)). Поэтому и решение $Q(t)$ этого уравнения должно содержать \bar{q} при всех t . Тогда средние от $\Pi(Q(t))$ в состояниях $\psi_{S+\mathcal{D}}$ и $\psi_{S\mathcal{D}}$ не равны, и $M_Q(t) \neq 0$ при всех t . Этот акаузальный результат не изменяется в минимально-нелокальной форме теории потому, что оператор координаты электрона в этой форме тот же, что и в кулоновской калибровке (а также и в лоренцовой).

Наши рассуждения были почти качественными и не использовали дипольного приближения. Для сравнения отметим, что каузальный результат $M_Q(t < R) = 0$ имеет место, несмотря на зависимость правых частей (22) и (22') от \bar{q} . Он вытекает из одинаковой их зависимости от \bar{q} .

Заметим, что в обозначениях, употребленных в (8), "фон" ферретти имел бы вид $\langle \mathcal{D} | \Pi(t) | \mathcal{D} \rangle = \langle \psi_{\mathcal{D}} \Omega, \Pi(t) \psi_{\mathcal{D}} \Omega \rangle$ — атом S просто отсутствует. Это выражение является, вообще говоря, не c -числом, а оператором в пространстве состояний электрона S . Но (8) должно быть c -числом.

4.2. Представление о величине $M_Q(t)$ при $t < R$ можно получить, решив уравнение (22) для $Q(t)$ по теории возмущений. Разложим $Q(t)$ и другие гейзенберговские операторы в ряды по e : $Q(t) = \sum_n e^n \bar{Q}^{(n)}(t)$. Уравнение для $\bar{Q}^{(1)}(t)$ и его решение не содержат, конечно, \bar{q}, \bar{p} . То же верно и для $\bar{Q}^{(2)}(t)$. Уравнение для $\bar{Q}^{(2)}(t)$ оказывается обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка, линейным и

содержащим неоднородный член \vec{F} . Последний, в частности, зависит от шредингеровских операторов \vec{q}, \vec{p} . В дипольном приближении при $t < R$ \vec{F} зависит только от \vec{q} и только через посредство последнего члена в (24). Решение $\vec{Q}^{(2)}(t)$ можно записать с помощью функции Грина G этого уравнения

$$\vec{Q}_k^{(2)}(t) = \int_0^t dt' G_{kn}(t, t') F_n(t') \quad (30)$$

(начальные условия для $\vec{Q}^{(2)}(t)$ нулевые).

Выпишем конечный результат для следующего случая. Пусть $w(\vec{q}) = m\omega^2 \vec{q}^2/2$, $W(\vec{Q}) = m\omega^2 (\vec{Q} - \vec{R})^2/2$ (осцилляторные потенциалы) и $\Pi(t) = [\vec{Q}(t) - \vec{R}]^2$, т.е. вычисляется изменение дисперсии координатного распределения. Тогда с помощью (30) получим в дипольном приближении

$$\begin{aligned} \langle S^* \mathcal{D} | [\vec{Q}(t) - \vec{R}]^2 | S^* \mathcal{D} \rangle - \langle S \mathcal{D} | [\vec{Q}(t) - \vec{R}]^2 | S \mathcal{D} \rangle = \\ = \ell^2 \left[e^2 \frac{\ell^2}{R^2} \frac{1}{R\omega} (\cos \omega t - 1) \right]^2 \end{aligned} \quad (31)$$

Здесь $\ell = (m\omega)^{-1/2}$ — размер осцилляторного атома. (31) совпадает (в порядке e^2) с результатом, полученным путем точного решения в модели $\star/$, рассмотренной в §5 п.4 работы [8]. Акаузальный эффект (31) убывает с ростом R как обратная степень R , но не экспоненциально. Поэтому он представляет реальную трудность для теории (ср. обсуждение в пункте 2г в [3]).

$\star/$ В этой модели в электрон-фотонное взаимодействие был введен формфактор. Кроме того, кулоновское взаимодействие было учтено приближенно, и формфактор в него не вводился. Ввиду этого акаузальный кулоновский член в E^j , см. (21), мог бы скомпенсироваться неполностью, (см. Приложение), и это могло быть причиной полученного акаузального результата. Однако детальное рассмотрение показывает, что кулоновский член компенсируется полностью, и результат происходит от последнего члена в (24). В частности, оказывается, что приближенное кулоновское взаимодействие как раз соответствует выражению (П.12) для плотности заряда в дипольном приближении.

4.3. Конечной причиной акаузального результата $M_a(t < R) \neq 0$ является существование последнего члена в выражении (24) для \vec{E}^j , зависящего от шредингеровского оператора \vec{q} . Из-за него и электрическое поле ведет себя акаузально. Действительно, рассмотрим изменение распределения M_E по электрическому полю в точке $x_D \in V_D$. Оно определяется соотношением (8), где под $\Pi(t)$ надо подразумевать соответствующую функцию оператора $\vec{E}(\vec{x}_D, t)$. Аргументируя точно так же, как в пункте 4.1, получим, что $M_E(t < R) \neq 0$. В то же время $M_E(t < R) = 0$, потому что $\vec{E}'(\vec{x}_D, t) - \vec{E}(\vec{x}_D, t) = 0$: последний член в (24) одинаков для \vec{E}' и \vec{E} , и из разности выпадает.

Фактически электрон \mathcal{D} просто играет роль пробного заряда (регистрирующего только \vec{E} , если он тяжелый). Эта роль, кстати, оправдывает его нерелятивистское описание.

4.4. Покажем, что наличие криминального последнего члена в (24) связано с дополнительным условием Лоренца. Для этого мы получим выражение (24), исходя из лоренцовской калибровки. Тем самым мы покажем, как получаются наши результаты в лоренцовской калибровке.

Дополнительное условие Лоренца в квантовой электродинамике отбирает класс физически допустимых состояний \mathcal{P} (к ним должны относиться и состояния Ψ_{S^*D} и Ψ_{SD}). Запишем его в форме $\partial_\mu A_\mu(\vec{x}, t) \mathcal{P} = 0$ (для всех \vec{x}, t) или в виде "слабого равенства" $\partial_\mu A_\mu(\vec{x}, t) \sim 0 \star/$. Как известно, это условие можно заменить двумя условиями в начальный момент $t=0$, записываемыми в терминах шредингеровских операторов

$$\vec{A}_0(\vec{x}) \sim -\text{div } \vec{A}(\vec{x}), \quad \forall \vec{x} \quad (32)$$

$$\text{div } \vec{E}(\vec{x}) \sim \rho(\vec{x}) \quad \forall \vec{x}. \quad (33)$$

$\star/$ В такой форме его писали Дирак [9] и Ферми [1]. Обычно пишут $\partial_\mu A_\mu^{(-)} \mathcal{P} = 0$. Единственный недостаток записи Ферми-Дирака состоит в том, что соответствующие векторы \mathcal{P} ненормируемы. Однако физики умеют обращаться с ними (примером могут служить состояния с определенным импульсом).

Как видно, шредингеровские операторы не независимы. Равенство (32) выражает \dot{A}_0 через $\text{div } \vec{A}$.
Используя

$$\vec{E} = -\partial \vec{A} / \partial t - \vec{\nabla} A_0, \quad (34)$$

можно переписать (33) в виде

$$-\Delta A_0 - \text{div } \dot{A} \sim \rho \quad (35)$$

и выразить A_0 через остальные шредингеровские операторы

$$A_0(\vec{x}) \sim \int \frac{d^3 y}{4\pi |\vec{x} - \vec{y}|} [\rho(\vec{y}) + \text{div } \vec{A}(\vec{y})] + \alpha_0(\vec{x}). \quad (36)$$

Функция $\alpha_0(\vec{x})$ должна быть гармонической: $\Delta \alpha_0(\vec{x}) = 0$.

Если допускаются только исчезающие на бесконечности потенциалы, то $\alpha_0(\vec{x}) = 0$. Подставим теперь в (34) выражения

$$A_\mu(x) = A_\mu^f(x) + \int d^4 x' \mathcal{D}_{ret}(x-x') j_\mu(x') \equiv A_\mu^f + A_\mu^d \quad (37)$$

(интегральная форма $\square A_\mu = j_\mu$, аналогичная (19)). Получаем

$$\vec{E} = -\partial \vec{A}^f / \partial t - \partial \vec{A}^d / \partial t - \vec{\nabla} A_0^f - \nabla A_0^d. \quad (38)$$

В силу (32) и (36) имеем

$$\begin{aligned} A_0^f(x) &\equiv \int d^3 y [\dot{\mathcal{D}}(x-y) A_0(y) - \mathcal{D}(x-y) \dot{A}_0(y)] \sim \\ &\sim \int d^3 y \left\{ \dot{\mathcal{D}}(x-y) \int \frac{d^3 z}{4\pi |\vec{y} - \vec{z}|} [\rho(\vec{z}) + \text{div } \vec{A}(\vec{z})] - \right. \\ &\quad \left. - \mathcal{D}(x-y) \text{div } \vec{A}(\vec{y}) \right\}. \end{aligned} \quad (39)$$

Здесь и далее $y_0 = 0$. Используя соотношения

$$\begin{aligned} \text{div } \vec{A} &= \text{div } \vec{A}_{II} & ; & \quad \vec{A}_{II}(\vec{y}) = -\vec{\nabla} \int d^3 z \text{div } \vec{A}(z) / 4\pi |\vec{y} - \vec{z}| \\ \vec{\nabla} \text{div } A_{II} &= \Delta \vec{A}_{II} & ; & \quad \Delta \mathcal{D}(\vec{x}, t) = \partial^2 \mathcal{D}(\vec{x}, t) / \partial t^2, \end{aligned}$$

получаем следующее равенство:

$$\frac{\partial \vec{A}^f}{\partial t} + \vec{\nabla} A_0^f \sim \frac{\partial \vec{A}_{II}^f}{\partial t} + \vec{\nabla} \int d^3 y \dot{\mathcal{D}}(x-y) \int \frac{d^3 z}{4\pi |\vec{y} - \vec{z}|} \rho(\vec{z}) \quad (40)$$

Здесь $\vec{A}_{II} \equiv \vec{A} - \vec{A}_{II}$. Ввиду (40) соотношение (38) превращается в

$$\vec{E} \sim -\frac{\partial \vec{A}_{II}^f}{\partial t} - \frac{\partial \vec{A}^d}{\partial t} - \vec{\nabla} A_0^d - \vec{\nabla} \int d^3 y \dot{\mathcal{D}}(x-y) \int \frac{d^3 z}{4\pi |\vec{y} - \vec{z}|} \rho(\vec{z}) \quad (41)$$

Правая часть (41) в точности совпадает с выражением $\vec{E} = -\partial \vec{A}^f / \partial t + \vec{E}^d$, см. (21), где \vec{E}^d дается формулой (24). Именно благодаря последнему члену в (41) правая часть (41) удовлетворяет условию $\text{div } \vec{E} \sim \rho$. При $t=0$ это проверяется довольно просто с помощью соотношений $\text{div } \vec{A}_{II}^f = 0$, $\vec{A}^d(\vec{x}, 0) = A_0^d(\vec{x}, 0) = 0$, $\dot{\mathcal{D}}(\vec{x}, 0) = \delta(\vec{x})$ и (п. 10).

5. Заключение

В этой работе был использован нестандартный способ рассмотрения нестационарных задач квантовой теории. Главными его составляющими являются: а) нахождение гейзенберговских операторов вместо оператора эволюции $\mathcal{U}(t, 0)$; б) прием вычитания теоретического "фона". Впервые (по-видимому) предложенный ферретти [4], он был использован также для нового определения закона распада [10].

Мы получили для задачи ферми-ферретти акаузальный результат, а для задачи с возбуждаемым атомом - каузальный. Первая является задачей с начальным условием. Вторую можно представить как задачу того же типа. Возбуждающий потенциал $\mathcal{E}(\vec{q}, t)$ может быть сделан отличным от нуля лишь в малом интервале времен $(0, \tau)$, $\tau \ll R/c$. В момент $t = \tau$ физическая система оказывается в некотором состоянии ψ_τ . Далее ее эволюция определяется тем же гамильтонианом H , что и в задаче фф, а ψ_τ служит начальным состоянием для этой эволюции.

Качественное отличие ψ_τ от $\psi_{S \rightarrow D}$ состоит в том, что ψ_τ содержит фотоны, испущенные электроном S сразу после начала его возбуждения. Они тоже участвуют в передаче сигнала вместе

с фотонами, которые испускаются после момента τ (все фотоны когерентны). Как было показано в разделе 3, результирующая скорость сигнала не превосходит скорости света.

В постановке задачи ФФ существование таких "доначальных" фотонов игнорируется.

Идеализированное описание возбужденного состояния, использованное в задаче ФФ, является привычным в теоретической квантовой физике. Например, так же формулируется обычно задача о распаде нестабильного состояния. Мы показали, что такое описание недопустимо в задаче о скорости сигнала.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Все слагаемые выражения E^j из (21)

$$\vec{E}^j(x, t) = -\partial \vec{A}_1^j / \partial t - \vec{\nabla} \frac{e}{4\pi} \left[\frac{1}{|\vec{x} - \vec{q}(t)|} + \frac{1}{|\vec{x} - \vec{Q}(t)|} \right] \quad (\text{A.1})$$

не являются запаздывающими функциями локальных плотностей тока и заряда электронов. Здесь мы представим \vec{E}^j в виде суммы явно запаздывающих членов и члена, который можно назвать "мгновенным".

Ввиду соотношений (16) и (17) оператор \vec{A}_1^j , определенный в (19), естественно разлагается на сумму запаздывающего и мгновенного членов

$$\vec{A}_1^j = \vec{A}^j - \vec{A}_1^j \quad (\text{A.2})$$

$$\vec{A}^j(x) = \int d^4x' \mathcal{D}_{ret}(x-x') \vec{j}^j(x') \quad (\text{A.3})$$

$$A_{1k}^j(x) = \int d^4x' \mathcal{D}_{ret}(x-x') \int d^3y' \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x'_k} \sum_n \frac{\partial}{\partial y'_n} \frac{1}{|\vec{x}' - \vec{y}'|} j_n(y', t') \quad (\text{A.4})$$

Используя интегрирование по частям и соотношение $\text{div} j + \partial \rho / \partial t = 0$, можно преобразовать (A.4) к виду

$$\vec{A}_1^j(x) = \vec{\nabla} \int d^3x' \int_0^t dt' \mathcal{D}(x-x') \int \frac{d^3y'}{4\pi |\vec{x}' - \vec{y}'|} \partial \rho(\vec{y}', t') / \partial t', \quad (\text{A.5})$$

$$\rho(\vec{x}, t) = e \left[\delta(\vec{x} - \vec{q}(t)) + \delta(\vec{x} - \vec{Q}(t)) \right] \quad (\text{A.6})$$

(учтено соотношение $\mathcal{D}_{ret}(x, t) = \theta(t) \mathcal{D}(x, t)$).

С помощью $\rho(x, t)$ кулоновский потенциал в (A.1) можно записать в виде

$$\frac{e}{4\pi} \left[\frac{1}{|\vec{x} - \vec{q}(t)|} + \frac{1}{|\vec{x} - \vec{Q}(t)|} \right] = \int \frac{d^3y' \rho(\vec{y}', t)}{4\pi |\vec{x} - \vec{y}'|} \equiv C(\vec{x}, t). \quad (\text{A.7})$$

Целью дальнейших преобразований является выделение из оператора $\partial A_{1k}^j / \partial t$, входящего в (A.1), мгновенной части, компенсирующей кулоновский член в (A.1). Сначала перенесем производную $\partial / \partial t$ в (A.5) на функцию \mathcal{D} , интегрируя по частям

$$\begin{aligned} \vec{A}_1^j(x) &= -\vec{\nabla} \int d^3x' \int_0^t dt' \frac{\partial}{\partial t'} \mathcal{D}_{ret}(x-x') \int \frac{d^3y'}{4\pi |\vec{x}' - \vec{y}'|} \rho(y', t') - \\ &\quad - \vec{\nabla} \int d^3x' \mathcal{D}(\vec{x} - \vec{x}', t) \int \frac{d^3y'}{4\pi |\vec{x}' - \vec{y}'|} \rho(\vec{y}', 0). \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Учтено равенство $\mathcal{D}(\vec{x} - \vec{x}', t - t) = 0$. Используя далее соотношения

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathcal{D}_{ret}(x-x') = \Delta \mathcal{D}_{ret}(x-x') + \delta^{(4)}(x-x') \quad (\text{A.9})$$

$$\Delta \frac{1}{|\vec{x} - \vec{y}'|} = -4\pi \delta(\vec{x} - \vec{y}'), \quad (\text{A.10})$$

с помощью интегрирования по частям получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{A}_1^j(x, t)}{\partial t} &= -\vec{\nabla} \int d^3x' \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{D}(\vec{x} - \vec{x}', t) \int \frac{d^3y'}{4\pi |\vec{x}' - \vec{y}'|} \rho(\vec{y}', 0) - \\ &\quad - \vec{\nabla} \int d^4x' \mathcal{D}_{ret}(x-x') \rho(x') + \vec{\nabla} \int \frac{d^3y'}{4\pi |\vec{x} - \vec{y}'|} \rho(\vec{y}, t). \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Последний член из (A.II) взаимно уничтожается в (A.I) с кулоновским членом. С помощью (A.2) и (A.II) можно теперь $\vec{E}^j(x,t)$ записать в виде (24).

В отличие от \vec{E}^j , оператор \vec{H}^j является чисто запаздывающим, поскольку $\vec{H}^j = \text{rot} \vec{A}_j = \text{rot} A_j^j$.

Замечание: В дипольном приближении $\vec{j}(x,t)$ имеет вид (23). Если $\rho(x,t)$ аппроксимировать выражением $e[\delta(\vec{x}-\vec{r}) + \delta(\vec{x}-\vec{R})]$, то получим, что $\text{div} j_d + \partial \rho / \partial t \neq 0$, и заряд не будет сохраняться. Можно проверить, что выражение

$$\rho_d(x,t) = -e [(\vec{q}(t) \cdot \vec{v}) \delta(\vec{x}-\vec{r}) + (\vec{Q}(t) \cdot \vec{v}) \delta(\vec{x}-\vec{R})] \quad (\text{A.I2})$$

удовлетворяет $\text{div} j_d + \partial \rho_d / \partial t = 0$. Таким образом, в случае дипольного приближения под ρ в (24) (как и всюду в этом приложении) должно подразумеваться выражение (A.I2). Подчеркнем, что и кулоновский потенциал в дипольном приближении должен приобрести вид, соответствующий ρ_d , см. (A.7).

Литература

1. Fermi E. Rev. Mod. Phys. 1932, 4, p.87.
2. Широков М. ЯФ, 1966, 4, с.1077, ОИЯИ Р-1718, Дубна, 1964.
3. Широков М. УФН, 1978, 124, с.697.
4. Ferretti B. p.108 in: Old and New Problems in Elementary Particles, N.Y. Acad. Pres. 1968.
5. Гайтлер. Квантовая теория излучения. ИЛ, Москва, 1956, §13.
6. Kallen G. p.243, in Lectures in Theor. Phys. Brandeis Summer Inst. 1961, v.1, Benjamin N.Y. 1962.
7. Широков М. Препринт ОИЯИ Р4-12632, Дубна, 1979, Journal of Phys. A (in print).
8. Широков М. Сообщение ОИЯИ Р2-8022, Дубна, 1974.
9. Дирак П.А.М. Принципы квантовой механики. Физматгиз, Москва, 1960.
10. Широков М. ЯФ, 1975, 21, с.674; ОИЯИ, Е2-10614, Дубна, 1977.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 января 1980 года.

Нет ли пробелов в Вашей библиотеке?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

| | | |
|--------------|--|------------|
| P1,2-7642 | Труды Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Гомель, 1973. | 7 p. 15 к. |
| Д1,2-8405 | Труды IV Международного симпозиума по физике высоких энергий и элементарных частиц. Варна, 1974. | 2 p. 05 к. |
| P1,2-8529 | Труды Международной школы-семинара молодых ученых. Актуальные проблемы физики элементарных частиц. Сочи, 1974. | 2 p. 60 к. |
| Д6-8846 | XIV совещание по ядерной спектроскопии и теории ядра. Дубна, 1975. | 1 p. 90 к. |
| Д13-9164 | Международное совещание по методике проволочных камер. Дубна, 1975. | 4 p. 20 к. |
| Д1,2-9224 | IV Международный семинар по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1975. | 3 p. 60 к. |
| Д13-9287 | Труды VIII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1975. | 5 p. 00 к. |
| Д7-9734 | Международная школа-семинар по взаимодействию тяжелых ионов с ядрами и синтезу новых элементов /Дубна, 1975/. | 3 p. 00 к. |
| Д2-9788 | Нелокальные, нелинейные и неренормируемые теории поля /Алушта, 1976/. | 2 p. 40 к. |
| Д-9920 | Труды Международной конференции по избранному вопросам структуры ядра. Дубна, 1976. | 3 p. 50 к. |
| Д9-10500 | Труды II Симпозиума по коллективным методам ускорения. Дубна, 1976. | 2 p. 50 к. |
| Д2-10533 | Труды X Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Баку, 1976. | 3 p. 50 к. |
| Д13-11182 | Труды IX Международного симпозиума по ядерной электронике. Варна, 1977. | 5 p. 00 к. |
| Д10,11-11264 | Труды Совещания по программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1977. | 6 p. 00 к. |
| Д17-11490 | Труды Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1977. | 6 p. 00 к. |

| | | |
|------------|---|------------|
| Д6-11574 | Сборник аннотаций XV совещания по ядерной спектроскопии и теории ядра. Дубна, 1978. | 2 р. 50 к. |
| Д3-11787 | Труды III Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1978. | 3 р. 00 к. |
| Д13-11807 | Труды III Международного совещания по пропорциональным и дрейфовым камерам. Дубна, 1978. | 6 р. 00 к. |
| | Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна 1978. /2 тома/ | 7 р. 48 к. |
| Д1,2-12036 | Труды V Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна 1978. | 5 р. 00 к. |
| Р18-12147 | Труды III совещания по использованию ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. | 2 р. 20 к. |
| Д1,2-12450 | Труды XII Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Приморско, НРБ, 1978. | 3 р. 00 к. |
| Р2-12462 | Труды V Международного совещания по нелокальным теориям поля. Алушта, 1979. | 2 р. 25 к. |
| Д2-11707 | Труды XI Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий и релятивистской ядерной физике. Гомель, 1977. | 6 р. 00 к. |

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:

101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79,

издательский отдел Объединенного института ядерных исследований