

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



С341а

К-21

2/4-74

P4 - 7978

3938/2-74

Д.Караджов

АППРОКСИМАЦИЯ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ  
КАК ФУНКЦИЯ ЭНЕРГИИ  
РОТАЦИОННОГО СОСТОЯНИЯ

**1974**

ЛАБОРАТОРИЯ  
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P4 - 7978

Д.Караджов

АППРОКСИМАЦИЯ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ  
КАК ФУНКЦИЯ ЭНЕРГИИ  
РОТАЦИОННОГО СОСТОЯНИЯ

### *Введение*

Реалистическое описание ротационного движения требует знания того, как меняются коллективные характеристики вращающегося ядра /параметры квадрупольной деформации  $\beta$  и  $\gamma$ , парные параметры  $\Lambda_n$ ,  $\Lambda_p$  и т.д./ с увеличением угловой частоты вращения /или спина/. Имеется ряд гипотез для интерпретации наблюдаемого экспериментального увеличения /или, в общем, изменения/ момента инерции с ростом спина. Среди возможных причин неадиабатичности ядерного вращения можно упомянуть: увеличение параметра квадрупольной деформации /т.н. центробежное растяжение ядра/, разрушение куперовских пар при вращении /т.н. кориолисово антиспаривание/, отклонение от аксиально-симметричной формы ядра во вращающихся состояниях, сильное взаимодействие ротации с остальными модами и т.д. Эти эффекты неадиабатичности вращения занимают центральное место в современных исследованиях ядерной ротации с точки зрения структуры ядра.

Однако, как известно, изменение разных коллективных параметров ведет к подобным /неразличимым/ отклонениям энергии ротатора от адиабатического закона

$$E_1 = \frac{I(I+1)}{2\mathcal{J}} \quad /1/$$

Благодаря этому факту приходится обращаться к феноменологическим /формальным/ методам описания энергии вращения реальных ядер. В таких же моделях все неадиабатические эффекты входят обычно вместе (in toto) в формулу для ротационной энергии. Установленную таким путем зависимость вращательной энергии от спина ядерного состояния нужно потом анализировать в рамках определенной микроскопической теории, чтобы выделить роль отдельных факторов.

В практически реализуемых случаях задача о феноменологическом описании вращательных энергий сводится к задаче об аппроксимации дискретной функции  $-E_I$  /или  $\mathcal{J}_I$  / непрерывными, гладкими функциями с конечным числом свободных параметров. Эти последние следует определять решением обратной задачи об описании имеющихся экспериментальных данных по ротационным энергиям рассматриваемой полосы. Задачи такого типа являются переопределенными и имеют статистический характер.

Отметим, что при формулировке феноменологических моделей часто вводятся такие динамические переменные /угловая частота, например/, которые трудно построить в квантовой, микроскопической теории ротации. Это обстоятельство, как и нарастающая сложность используемых аппроксимационных функций, затрудняют микроскопический анализ феноменологических параметров.

В настоящей работе мы исследуем численно предложенный нами <sup>17</sup> феноменологический подход к описанию энергий основных полос четно-четных ядер, основывающийся на аппроксимации момента инерции функцией /в конкретном случае - полиномом/ от энергии вращающегося состояния:  $\mathcal{J} = \mathcal{J}(E_I, \{B_k^{(N)}\})$ , /  $B_k^{(N)}$  - свободные параметры модели/. Такой подход /если подставить  $\mathcal{J}(E_I)$  в формулу /1// можно рассматривать как "разложение" собственных значений полного спина  $I$  по степеням ротационной энергии  $E_I$ , являющееся обратным по отношению к классическим "разложением" Бора-Моттельсона энергии по степеням  $I(I+1)$

$$E_I = a_1 I(I+1) + a_2 [I(I+1)]^2 + a_3 [I(I+1)]^3 + \dots \quad /2/$$

§1 настоящей работы отведен для анализа рассматриваемой модели: поставленная переопределенная задача о нахождении параметров  $b_k^{(N)}$  исследуется относительно ее обусловленности и корректности: выбран подходящий итерационный метод для ее решения. Сформулирован и использован критерий для определения максимальной степени аппроксимирующего полинома. Рассмотрен вопрос о нахождении статистических ошибок неизвестных  $b_k^{(N)}$ . Сами решения для ряда ядер редкоземельной области представлены и кратко обсуждаются в §2.

### 1. Аппроксимация момента инерции полиномами от энергии

При описании энергий основных ротационных полос ядер редкоземельной области мы аппроксимируем момент инерции как функцию от энергии состояния  $E_I$  ( $I=2,4,6,\dots,M$ ;  $M$  - четное/, полиномами от  $(E_I)^k$  ( $k=0,1,2,\dots,N$ ), с выбранной подходящим образом максимальной степенью  $N$

$$f(E_I, \{b_k^{(N)}\}) = \sum_{k=0}^N b_k^{(N)} (E_I)^k. \quad /1.1/$$

Амплитуды  $b_k^{(N)}$  определяются решением следующей переопределенной системы уравнений, которая получается из соотношений /1.1/ и /1/:

$$\frac{1}{2} I(I+1) = \sum_{k=0}^N b_k^{(N)} (E_I)^k, \quad I=2,4,6,\dots,M; (N \leq \frac{M}{2}). \quad /1.2/$$

Здесь  $b_k^{(N)} = b_{k-1}^{(N)}$ , а  $E_I$  - экспериментально измеренные энергии состояний рассматриваемой полосы.

Запишем систему /1.2/ в векторном виде

$$Ax = y, \quad /1.3/$$

где

$$x = [b_1^{(N)}, b_2^{(N)}, \dots, b_N^{(N)}]^T \in R^N$$

$$y = \left\{ \left\{ \frac{1}{2} I(I+1) \right\}; I=2,4,\dots,M \right\}^T \in R^{M/2}$$

$$A = \begin{bmatrix} E_{I=2} (E_{I=2})^2 \dots (E_{I=2})^N \\ \dots \dots \dots \\ E_{I=M} (E_{I=M})^2 \dots (E_{I=M})^N \end{bmatrix}$$

$/R^N$  и  $R^{M/2}$  - вещественные координатные пространства с размерностью  $N$  и  $M/2$ , соответственно. Верхним индексом  $T$  обозначена операция транспонирования матрицы/

Решением переопределенной системы /1.3/ "в смысле наименьших квадратов", по определению, является решение  $x^*$  нормальной задачи

$$(A^T A)x = A^T y. \quad /1.4/$$

При решении системы /1.4/ мы сравниваем три разных метода: прямой метод исключения Гаусса (G)<sup>2</sup>, метод обыкновенных итераций Гаусса-Ньютона (GN)<sup>2</sup> и регуляризованный вариант метода итераций Гаусса-Ньютона (RGN)<sup>3,4</sup>. Как критерии решения задачи /1.4/ используем функционалы

$$RO = \|(A^T A)x - A^T y\| \quad \text{и} \quad \chi^2 = \|Ax - y\|_s.$$

Здесь и в дальнейшем символ  $\|\dots\|$  обозначает равномерную норму вектора ( $\|x\| = \max_i |x_i|$ ) или норму квадратной матрицы ( $\|A\| = \max_i \sum_{j=1}^n |A_{ij}|$ ); символ  $\|\dots\|_s$

- сферическую норму. Критерием поведения применяемых итерационных процессов может служить число обусловленности матрицы  $A^T A$

$$COND = \|A^T A\| \cdot \|(A^T A)^{-1}\|.$$

Пусть система /1.4/ задана с ошибкой в правой части  $\Delta y$ . Вызванную ошибку в решении /1.4/ обозначим через  $\Delta x$ . Тогда имеет место следующая оценка /2/;

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq \text{COND} \frac{\|\Delta y\|}{\|y\|} \quad /1.5/$$

Это неравенство относится к типу неулучшаемых <sup>/2/</sup>, что дает нам возможность /хотя /1.5/ является оценкой сверху/, использовать его при эффективной оценке нормы ошибки  $\Delta x$ .

Отметим некоторые особенности рассматриваемой задачи.

Матрица  $A$  в /1.3/, при значениях  $E_1^{\text{эксп.}}$ , типичных для деформированных ядер, сродни матрицам типа Гильберта, известным своей плохой обусловленностью <sup>/2/</sup>. Обусловленность матрицы  $A^T A$  сильно ухудшается с ростом числа  $N$  и уже при  $N \approx 4-5$  задача /1.4/ становится плохо обусловленной.

Исходя из указанных особенностей задачи /1.4/, мы предлагаем отнести ее к типу "некорректно поставленных задач" и воспользоваться для ее решения  $R$ -процессами типа Гаусса-Ньютона <sup>/3,4/</sup>. В нашем случае, для решения системы /1.4/ использовалась стандартная программа COMPII /библиотека ОИЯИ/.

В процессе численного анализа задачи аппроксимации /1.4/, мы сравнивали между собой три вышеуказанных метода /G, GN и RGN/. При изучении системы /1.3-1.4/ для рассматриваемых 62 ядер редкоземельной области были сделаны следующие выводы:

а/ прямой метод Гаусса может быть приложен только к задачам аппроксимации с  $N = 1, 2$ ;

б/ в большинстве случаев /при  $N \geq 2$ / применение метода обычных итераций (GN) приводило к расходящемуся итерационному процессу. Типичен в этом отношении случай ядра  $^{168}\text{Yb}$  при  $N=10$ ; /см. стр. 8/.

Отметим также, что если GN-и RGN - итерационные процессы сходятся к одному и тому же решению, RGN является, как правило, более оптимальным как по числу необходимых итераций для достижения решения, так и по устойчивости и по независимости от начальных приближений. Например, для ядра  $^{166}\text{Yb}$  ( $N=10$ ) решение системы /1.3-1.4/, для которого

## GN-процесс

EXTITT	INTITT	RO	MAX DEFECT	HI SQ	TAU	COND	EPS
1	0	.7389823E+10	.2973190E+04	.9539139E+07	.7503862E+13	.1540824E+21	0.
UNKNOWN							
X(1)=	.3392504883E+02	X(2)=	.3229980469E+01	X(3)=	.1427062988E+01	X(4)=	-.3619405270E+01
X(5)=	.4156199604E+01	X(6)=	-.268749739E+01	X(7)=	.1082031249E+01	X(8)=	-.2363281250E+00
X(9)=	.3283691406E-01	X(10)=	-.162506035E-02				
EXTITT	INTITT	RO	MAX DEFECT	HI SQ	TAU	COND	EPS
2	0	.2809745E+11	.1128903E+05	.1380717E+09	.7503862E+13	.1540824E+21	0.
UNKNOWN							
X(1)=	.3397489352E+02	X(2)=	.2495625459E+01	X(3)=	.3614562988E+01	X(4)=	-.8869405270E+01
X(5)=	.1028119960E+02	X(6)=	-.5687499739E+01	X(7)=	.2394531249E+01	X(8)=	-.6113281250E+00
X(9)=	.7092285156E-01	X(10)=	-.4585266113E-02				
EXTITT	INTITT	RO	MAX DEFECT	HI SQ	TAU	COND	EPS
3	0	.1104129E+12	.4437101E+05	.2131550E+10	.7503862E+13	.1540824E+21	0.
UNKNOWN							
X(1)=	.3422875977E+02	X(2)=	.1206054688E+00	X(3)=	.1608956299E+02	X(4)=	-.3211940527E+02
X(5)=	.3128119960E+02	X(6)=	-.2068749974E+02	X(7)=	.9269531249E+01	X(8)=	-.1986328125E+01
X(9)=	.2896728516E+00	X(10)=	-.1361846924E-01				

## RGN-процесс

EXTITT	INTITT	RO	MAX DEFECT	HI SQ	TAU	COND	EPS
1	0	.5286677E+06	.9184385E+02	.2487668E+05	.7503862E+13	.9656434E+05	.1000000E+09
UNKNOWN							
X(1)=	.7037071509E-05	X(2)=	.1595350581E-04	X(3)=	.3875588842E-04	X(4)=	.9740666662E-04
X(5)=	.2474850219E-03	X(6)=	.6217589781E-03	X(7)=	.1498123180E-02	X(8)=	.3258553373E-02
X(9)=	.5286676514E-02	X(10)=	-.1322754636E-02				
EXTITT	INTITT	RO	MAX DEFECT	HI SQ	TAU	COND	EPS
0	0	.3608754E+01	.8487904E+01	.1883434E+03	.7503862E+13	.4615932E+13	.2825862E+01
UNKNOWN							
X(1)=	.1312542727E+02	X(2)=	.9389474441E+01	X(3)=	.6455310500E+01	X(4)=	.3392023916E+01
X(5)=	.2272184657E+00	X(6)=	-.1996162829E+01	X(7)=	-.1488317587E+01	X(8)=	.1591290830E+01
X(9)=	-.4267984942E+00	X(10)=	.36807359115E-01				
EXTITT	INTITT	RO	MAX DEFECT	HI SQ	TAU	COND	EPS
16	0	.2251757E-02	.6165272E-02	.1161780E-03	.7503862E+13	.1829333E+13	.7277927E+01
UNKNOWN							
X(1)=	.3409020333E+02	X(2)=	.1264348977E+01	X(3)=	.9139421597E+01	X(4)=	-.1890869875E+02
X(5)=	.2109782324E+02	X(6)=	-.1383447553E+02	X(7)=	.3491175216E+01	X(8)=	-.1294889884E+01
X(9)=	.1666035782E+00	X(10)=	-.8991187659E-02				

(Экстремизальные значения энергии  
из расчета EXTITT - номер итерации, X(i) = b<sub>i</sub><sup>(n)</sup>  
показки неизвестных в данной итерации).

для I + 20 ВЭТН  
- значение



$$\chi^2 = 2 \cdot 10^{-16},$$

$$RO = 7 \cdot 10^{-3},$$

$$COND = 8 \cdot 10^{19},$$

получено после 22 итераций RGN -методом; здесь же GN -методу необходимы 42 итерации, чтобы достичь решения, для которого

$$\chi^2 = 5 \cdot 10^{-16},$$

$$RO = 5 \cdot 10^{-1},$$

$$COND = 6 \cdot 10^{19}.$$

Остановимся на определении степени (N) аппроксимирующего полинома /1.1/. Для решения этого вопроса воспользуемся сначала оценкой /1.5/. В связи с этим рассмотрим поведение значений чисел  $\chi^2$ , RO и COND в конкретном случае ядра  $^{166}\text{Yb}$  - табл. 1.

Таблица 1

N	n*	$\chi^2$	RO	COND
2	2	4,29.10	4,59.10 <sup>-11</sup>	3,23.10 <sup>2</sup>
3	36	1,93.10	1,00.10 <sup>-11</sup>	3,85.10 <sup>4</sup>
4	42	1,37.10	7,28.10 <sup>-10</sup>	4,49.10 <sup>6</sup>
5	1	2,62	1,71.10 <sup>-8</sup>	5,68.10 <sup>8</sup>
6	38	1,60	5,38.10 <sup>-9</sup>	6,40.10 <sup>10</sup>
10	22	2,33.10 <sup>-16</sup>	7,40.10 <sup>-3</sup>	8,52.10 <sup>19</sup>

Примечание. Число n\* представляет собой номер итерации, в которой получено решение с наилучшим значением  $\chi^2$ .

Как видно из табл. 1, возрастание числа обусловленности задачи (COND) сравнимо с ростом  $10^{2N-2}$ . /Эта тенденция сохраняется во всех редкоземельных ядрах/.

При минимальной ошибке во входных данных  $E_1$  порядка  $10^{-5}$  МэВ и значениях  $b_1$  порядка  $30$  МэВ $^{-1}$  возмущению в матрице  $A^T A$  отвечает эквивалентная ошибка в правой части уравнений  $\Delta y$  порядка  $10^{-4}$ . Подставляя  $\Delta y = 10^{-4}$  в соотношение /1.5/ /при соответствующих значениях COND, взятых из табл. 1/, находим, что задача аппроксимации при  $N \geq 4$  приводит к недопустимо большим ошибкам в неизвестных.

С другой стороны, при применении формул типа /1.2/ в микроскопических теориях возникают большие трудности, когда значение  $N$  превосходит 3; это связано с необходимостью вычисления матричных элементов от степеней оператора энергии /"модельного гамильтониана" /1/ / рассматриваемого ядра. Отметим также, что при описании ротационных спектров нечетных ядер /см. §3 работы 1//\*, высшие степени оператора ротационной энергии дают малый вклад в энергию состояния.

На основе сказанного, в расчетах амплитуд  $b_k^{(N)}$  для всех рассматриваемых ядер, мы ограничились случаями с  $N = 2$  и 3. /Результаты представлены в следующем параграфе/.

При решении переопределенной задачи /1.3/ ставится вопрос об определении статистических ошибок в параметрах аппроксимации. Для этого мы используем теорию ошибок наименьших квадратов<sup>6/</sup>, прилагаемую к наилучшей итерации. Статистические ошибки неизвестных  $b_k^{(N)}$  вычисляются по формуле<sup>7/</sup>:

$$\Delta b_k^{(N)} = \pm \sqrt{\frac{\chi^2}{(M/2-N)} (A^T \hat{G} A)^{-1}_{kk}} \quad , \quad /1.6/$$

\* Подробнее о применении предлагаемого феноменологического подхода см. работу: Л. Александров и др. Изв. АН СССР, сер. физ., 36, 1, 2585 /1972/.

где  $\hat{G}$  - матрица взвешивания уравнений в системе. Формула /1.6/ оценивает ошибки неизвестных  $b_k^{(N)}$  асимптотически, т.е. она имеет смысл только в том случае, когда число степеней свободы  $m = \frac{M}{2} - N$  достаточно большое. Надо отметить, что в большинстве случаев число существующих экспериментальных данных недостаточно велико для хорошей оценки ошибок на основе формулы /1.6/ при  $N=3$ .

Если стандартные отклонения  $\sigma_i^y$  величин, входящих в правую часть системы /1.3-1.4/, достаточно хорошо определены, матрица взвешивания  $\hat{G}$  берется в виде

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(\sigma_1^y)^2} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & & \frac{1}{(\sigma_M^y)^2} \end{bmatrix}.$$

Статистическим критерием успешного решения задачи в этом случае служит приближенное равенство  $\chi^2/m \approx 1$  /при малом значении функционала  $KO$ /. Однако закон распределения ошибок в экспериментально измеряемых величинах  $\delta E_1 = E_1 - E_{1-2}$  не известен; это затрудняет нахождение стандартных отклонений величин  $E_1$ , входящих в систему /1.4/ и, следовательно, нахождение эквивалентной ошибки правой части системы /1.4/. Ввиду этого обстоятельства мы решали задачи типа /1.4/ при  $\hat{G}$ , равной единичной матрице. При этом формула для ошибок /1.6/ остается в силе.

Наконец, отметим, что вероятность того, чтобы найденные значения величин  $b_k^{(N)}$  лежали в интервале

$$(b_k^{(N)})^* - \epsilon \Delta b_k^{(N)} \leq b_k^{(N)} \leq (b_k^{(N)})^* + \epsilon \Delta b_k^{(N)} \quad /1.7/$$

/  $(b_k^{(N)})^*$  - решения системы /1.4/,  $\Delta b_k^{(N)}$  - статистические ошибки, найденные по формуле /1.6/,  $\epsilon$  - заданное положительное число/, может быть оценена более корректно, если использовать распределение Стьюдента. Согласно методу Стьюдента-Фишера<sup>9/</sup>, эта вероятность является функцией от числа степеней свободы системы /1.4/ -  $m$  и от числа  $\epsilon$ . При помощи таблицы  $B_3^{9/}$  мы установили, что при  $\epsilon=1$  найденные нами величины

$b_k^{(N)}$  /см. §2/ лежат в интервале /1.7/ с вероятностью

$$P(m=6,7,8) \approx 0.85$$

$$P(m=4,5) \approx 0.80$$

для  $N=2$  и  $3$ .

**2. Численные значения амплитуд полиномиальной аппроксимации момента инерции для ядер области  $128 \leq A \leq 194$  /  $58 \leq Z \leq 78$  /**

Здесь мы приводим численные результаты, полученные при решении поставленной в §1 задачи о полиномиальной аппроксимации момента инерции в основной ротационной полосе четно-четных ядер редкоземельной области; максимальная степень аппроксимирующего полинома /1.1/ -  $N=2$  и  $3$ . Экспериментальные значения энергий  $E_1$ , входящие в систему /1.3-1.4/, получены на основе данных работы<sup>/5/</sup>. При решении задачи /1.4/ были использованы все имеющиеся экспериментальные значения  $E_1$  по данному ядру.

Кроме значений параметров  $b_k^{(2)}$  и  $b_k^{(3)}$  / $k=1,2,3$ /, находили также параметры  $a_k^{(2)}$  и  $a_k^{(3)}$ , входящие в "прямое" разложение Бора-Моттельсона /2/. Для этого, используя метод, описанный в §1, мы решали переопределенную систему

$$E_1 = \sum_{k=1}^N a_k^{(N)} [I(I+1)]^k, \quad \text{при } N=2,3. \quad /2.1/$$

Основные результаты расчетов приводятся в табл. 2. Размерности величин  $b_k^{(N)}$  и  $a_k^{(N)}$ , данных в этой таблице, следующие:

$$[b_1] = MэВ^{-1}, [b_2] = MэВ^{-2}, [b_3] = MэВ^{-3}$$

$$[a_1] = 10^{-3} MэВ, [a_2] = 10^{-6} MэВ, [a_3] = 10^{-9} MэВ.$$

Таблица 2

1

Ядро	$\chi$ МэВ <sup>-1</sup>		K=1	K=2	K=3	$\sigma_s$ $\cdot 10^5$	$\sigma_{el}$ $\cdot 10^5$	$\chi^2$	$\nu$ %	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
<sup>140</sup> Ce	14.572	$\beta_{e1}^{(1)}$	13.045 ± 0.432	4.404 ± 0.713	-0.659 ± 0.271	11.32		9.30 <sup>-3</sup>		
		$\beta_{e2}^{(2)}$	14.912 ± 0.310	2.687 ± 0.195		6.04		6.50 <sup>-2</sup>	8°	
		$\alpha_{e1}^{(1)}$	34.469 ± 1.147	-218.05 ± 49.26	12.56 ± 47.69				9.90 <sup>-2</sup>	H
		$\alpha_{e2}^{(2)}$	31.867 ± 0.879	-89.45 ± 13.44				2.82	7.30 <sup>-2</sup>	
<sup>150</sup> Ce	11.806	$\beta_{e1}^{(1)}$	11.021 ± 0.519	4.489 ± 0.757	-0.683 ± 0.255	18.28		1.80 <sup>-2</sup>		
		$\beta_{e2}^{(2)}$	12.336 ± 0.397	2.548 ± 0.221		8.37		14	8°	
		$\alpha_{e1}^{(1)}$	41.862 ± 2.070	-335.05 ± 80.85	2080.2 ± 660.2				3.00 <sup>-2</sup>	H
		$\alpha_{e2}^{(2)}$	37.223 ± 1.430	-122.20 ± 22.51				3.28	2.10 <sup>-2</sup>	
<sup>152</sup> Ce	9.219	$\beta_{e1}^{(1)}$	5.254 ± 3.705	4.544 ± 1.867	-0.038 ± 0.226	82.29		88 ±		
		$\beta_{e2}^{(2)}$	5.829 ± 1.390	4.232 ± 0.298		62.28		88 ±	18°	
		$\alpha_{e1}^{(1)}$	42.323 ± 1.032	-151.66 ± 9.41	226.3 ± 19.7				2.70 <sup>-2</sup>	B
		$\alpha_{e2}^{(2)}$	31.391 ± 2.017	-45.00 ± 7.70				1.43	6.20 <sup>-2</sup>	
<sup>154</sup> Ce	7.331	$\beta_{e1}^{(1)}$	4.267 ± 0.456	3.442 ± 0.484	-0.395 ± 0.118	43.90		26.0 <sup>-2</sup>		
		$\beta_{e2}^{(2)}$	7.658 ± 0.435	1.852 ± 0.177		15.79		31.80 <sup>-2</sup>	8°	
		$\alpha_{e1}^{(1)}$	66.268 ± 5.255	-733.22 ± 225.61	4928.6 ± 2184.1				1.90 <sup>-2</sup>	H
		$\alpha_{e2}^{(2)}$	55.277 ± 3.445	-228.91 ± 53.91				4.74	1.20 <sup>-2</sup>	
<sup>154</sup> Nd	10.204	$\beta_{e1}^{(1)}$	8.086 ± 0.438	4.917 ± 0.608	-0.624 ± 0.193	29.71		14.0 <sup>-2</sup>		
		$\beta_{e2}^{(2)}$	10.387 ± 0.404	2.993 ± 0.216		13.88		1.60 <sup>-2</sup>	8°	
		$\alpha_{e1}^{(1)}$	38.404 ± 2.867	-478.53 ± 123.08	3060.3 ± 1191.3				5.80 <sup>-2</sup>	H
		$\alpha_{e2}^{(2)}$	41.579 ± 2.098	-163.39 ± 32.84				5.98	4.40 <sup>-2</sup>	
<sup>158</sup> Sm	5.452	$\beta_{e1}^{(1)}$	4.431 ± 0.814	2.598 ± 0.747	0.476 ± 0.163	86.10		2.60 <sup>-2</sup>		
		$\beta_{e2}^{(2)}$	2.250 ± 0.611	4.753 ± 0.228		469.32		14	10°	
		$\alpha_{e1}^{(1)}$	73.786 ± 7.090	-788.55 ± 196.04	3450.2 ± 1243.8				2.30 <sup>-2</sup>	B
		$\alpha_{e2}^{(2)}$	55.781 ± 5.113	-251.11 ± 53.72				4.50	1.10 <sup>-2</sup>	
<sup>150</sup> Sm	8.983	$\beta_{e1}^{(1)}$	5.972 ± 0.382	9.969 ± 0.613	-1.365 ± 0.229	139.76		7.90 <sup>-2</sup>		
		$\beta_{e2}^{(2)}$	8.110 ± 0.641	6.288 ± 0.403		47.88		5.00 <sup>-2</sup>	8°	
		$\alpha_{e1}^{(1)}$	53.317 ± 5.816	-777.63 ± 248.69	5439.5 ± 2417.3			5.37	2.80 <sup>-2</sup>	H
		$\alpha_{e2}^{(2)}$	41.187 ± 3.803	-221.06 ± 59.52					1.40 <sup>-2</sup>	
<sup>152</sup> Sm	24.855	$\beta_{e1}^{(1)}$	24.380 ± 0.360	8.433 ± 0.670	-1.454 ± 0.289	7.09		1.30 <sup>-2</sup>		
		$\beta_{e2}^{(2)}$	28.036 ± 0.438	5.108 ± 0.318		3.77		1.80 <sup>-2</sup>	10°	
		$\alpha_{e1}^{(1)}$	18.686 ± 0.386	-77.55 ± 10.67	286.3 ± 67.7				6.70 <sup>-2</sup>	H
		$\alpha_{e2}^{(2)}$	18.201 ± 0.388	-32.86 ± 4.19				1.81	6.70 <sup>-2</sup>	

/Продолжение табл. 2/

2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<sup>150</sup> Sm		$\beta_{\alpha}^{(1)}$	35045 ± 0 159	7 136 ± 0 320	-4634 ± 0 307	7 85		3 010 <sup>10</sup>	
	36 590	$\beta_{\alpha}^{(2)}$	37489 ± 0 471	1 491 ± 0 573		0 53		3 700 <sup>10</sup>	B <sup>9</sup>
		$\alpha_{\alpha}^{(1)}$	19 880 ± 0 033	-32 36 ± 1 47	253,9 ± 13 6			<10 <sup>-7</sup>	H
		$\alpha_{\alpha}^{(2)}$	19 322 ± 0 162	-6 38 ± 2 54			0 48	2 610 <sup>10</sup>	
<sup>152</sup> Gd		$\beta_{\alpha}^{(1)}$	6 467 ± 0 680	9 568 ± 0 575	-3 846 ± 0 140	114 38		1 910 <sup>11</sup>	
	8 714	$\beta_{\alpha}^{(2)}$	9 571 ± 0 716	6 126 ± 0 297		33 44		2 6	12 <sup>11</sup>
		$\alpha_{\alpha}^{(1)}$	40 207 ± 3 578	-275 67 ± 69 54	877 ± 3 378			2 710 <sup>11</sup>	H
		$\alpha_{\alpha}^{(2)}$	31 876 ± 2 444	-43 19 ± 10 45			7 68	7 810 <sup>11</sup>	
<sup>154</sup> Gd		$\beta_{\alpha}^{(1)}$	25 678 ± 0 346	5 317 ± 0 306	-0 334 ± 0 064	4 03		2 240 <sup>11</sup>	
	24 363	$\beta_{\alpha}^{(2)}$	27 325 ± 0 339	3 734 ± 0 121		2 50		1 4	16 <sup>11</sup>
		$\alpha_{\alpha}^{(1)}$	18 237 ± 0 320	-35 03 ± 3 58	51 8 ± 9 4			1 210 <sup>11</sup>	H
		$\alpha_{\alpha}^{(2)}$	16 638 ± 0 333	-15 51 ± 1 40			0 93	8 410 <sup>11</sup>	
<sup>156</sup> Gd		$\beta_{\alpha}^{(1)}$	53 511 ± 0 084	6 300 ± 0 177	-0 389 ± 0 087	1 91		5 410 <sup>11</sup>	
	33 720	$\beta_{\alpha}^{(2)}$	33 852 ± 0 091	3 518 ± 0 075		1 53		5 940 <sup>11</sup>	10 <sup>11</sup>
		$\alpha_{\alpha}^{(1)}$	14 859 ± 0 049	-24 43 ± 1 35	58 5 ± 8 6			1 810 <sup>11</sup>	H
		$\alpha_{\alpha}^{(2)}$	14 554 ± 0 078	-15 32 ± 0 81			1 05	2 680 <sup>11</sup>	
<sup>158</sup> Gd		$\beta_{\alpha}^{(1)}$	37 630 ± 0 077	7 026 ± 0 263	0 754 ± 0 203	0 71		6 810 <sup>11</sup>	
	37 731	$\beta_{\alpha}^{(2)}$	37 385 ± 0 080	2 991 ± 0 100		1 07		1 810 <sup>11</sup>	B <sup>9</sup>
		$\alpha_{\alpha}^{(1)}$	13 286 ± 0 023	-10 11 ± 0 99	-16 0 ± 9 6			<10 <sup>-7</sup>	H
		$\alpha_{\alpha}^{(2)}$	13 322 ± 0 072	-11 74 ± 0 19			0 88	<10 <sup>-7</sup>	
<sup>159</sup> Dy		$\beta_{\alpha}^{(1)}$	6 299 ± 0 599	10 124 ± 0 766	-1 092 ± 0 230	127 59		7 910 <sup>11</sup>	
	8 983	$\beta_{\alpha}^{(2)}$	8 900 ± 0 681	6 540 ± 0 349		41 28		9 710 <sup>11</sup>	10 <sup>11</sup>
		$\alpha_{\alpha}^{(1)}$	44 290 ± 4 494	-431 34 ± 124 25	1946 4 ± 788 4			9 110 <sup>11</sup>	H
		$\alpha_{\alpha}^{(2)}$	34 756 ± 2 962	-120 34 ± 31 11			3 69	3 710 <sup>11</sup>	
<sup>160</sup> Dy		$\beta_{\alpha}^{(1)}$	23 659 ± 0 563	4 989 ± 0 484	-0 189 ± 0 098	4 46		6 110 <sup>11</sup>	
	21 788	$\beta_{\alpha}^{(2)}$	24 648 ± 0 285	4 067 ± 0 099		5 35		1 1	16 <sup>11</sup>
		$\alpha_{\alpha}^{(1)}$	19 638 ± 0 545	-40 75 ± 4 98	58 8 ± 13 0			2 310 <sup>11</sup>	H
		$\alpha_{\alpha}^{(2)}$	17 812 ± 0 391	-18 58 ± 1 74			1 04	1 240 <sup>11</sup>	
<sup>162</sup> Dy		$\beta_{\alpha}^{(1)}$	39 027 ± 4 181	-0 858 ± 2 585	0 593 ± 0 387	-0 28		2 440 <sup>11</sup>	
	30 321	$\beta_{\alpha}^{(2)}$	33 368 ± 2 233	3 095 ± 0 540		1 39		3 710 <sup>11</sup>	22 <sup>11</sup>
		$\alpha_{\alpha}^{(1)}$	15 735 ± 0 063	-14 79 ± 0 40	14 4 ± 0 6			3 710 <sup>11</sup>	H
		$\alpha_{\alpha}^{(2)}$	14 185 ± 0 051	-8 47 ± 0 62			0 60	3 710 <sup>11</sup>	

/Продолжение табл. 2/

3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
140	Dy	$\delta_2^{140}$	55 393 ± 0 226	1 476 ± 0 185	0 424 ± 0 036	0 59		1 410	1	
		$\delta_2^{140}$	34 566	32 298 ± 0 437	3 633 ± 0 445		1 67		3 4	18
		$\alpha_2^{140}$		14 281 ± 0 035	- 12 08 ± 0 31	5 0 ± 0 7			3 090	H
		$\alpha_2^{140}$		14 038 ± 0 046	- 9 71 ± 0 16			0 69	3 290	H
142	Dy	$\delta_2^{142}$		37 054 ± 0 018	1 297 ± 0 025	- 0 108 ± 0 009	0 84		6 210	3
		$\delta_2^{142}$	37 193	37 222 ± 0 039	2 008 ± 0 024		0 72		2 910	12
		$\alpha_2^{142}$		13 474 ± 0 011	- 10 39 ± 0 21	13 7 ± 0 9			- 10	H
		$\alpha_2^{142}$		13 331 ± 0 032	- 7 39 ± 0 23			0 55	1 410	3
164	Dy	$\delta_2^{164}$		40 801 ± 0 053	1 686 ± 0 195	0 950 ± 0 161	0 51		2 880	8
		$\delta_2^{164}$	40 876	40 516 ± 0 086	2 822 ± 0 115		0 86		1 000	8
		$\alpha_2^{164}$		12 258 ± 0 013	- 6 73 ± 0 36	- 22 4 ± 5 4			- 10	H
		$\alpha_2^{164}$		12 308 ± 0 015	- 9 02 ± 0 23			0 73	- 10	H
158	Er	$\delta_2^{158}$		6 918 ± 0 877	7 621 ± 0 329	- 0 882 ± 0 192	29 62		1 210	1
		$\delta_2^{158}$	8 711	9 640 ± 0 720	4 317 ± 0 322		23 25		1 4	10
		$\alpha_2^{158}$		47 107 ± 4 296	- 4 15 24 ± 118 79	1863 7 ± 753 7			8 440	H
		$\alpha_2^{158}$		37 376 ± 2 835	- 124 92 ± 29 78			3 34	3 410	2
158	Er	$\delta_2^{158}$		17 958 ± 1 983	2 831 ± 1 386	0 601 ± 0 232	4 39		16 3	
		$\delta_2^{158}$	15 623	13 295 ± 1 125	6 369 ± 0 324		18 02		30 3	18
		$\alpha_2^{158}$		25 343 ± 0 492	- 65 31 ± 4 40	80 6 ± 9 2			5 90	6
		$\alpha_2^{158}$		21 448 ± 0 730	- 21 51 ± 2 61			1 28	8 110	1
160	Er	$\delta_2^{160}$		26 321 ± 0 708	1 496 ± 0 587	0 632 ± 0 104	1 06		7 0	
		$\delta_2^{160}$	23 883	21 924 ± 0 827	5 017 ± 0 250		5 20		14 6	18
		$\alpha_2^{160}$		19 233 ± 0 209	- 31 13 ± 1 82	27 2 ± 3 9			1 180	3
		$\alpha_2^{160}$		11 911 ± 0 251	- 18 93 ± 0 90			1 02	9 610	1
142	Er	$\delta_2^{142}$		29 076 ± 1 153	2 639 ± 0 774	0 322 ± 0 126	1 56		6 9	
		$\delta_2^{142}$	29 389	26 152 ± 0 641	4 623 ± 0 177		3 33		13 5	20
		$\alpha_2^{142}$		16 920 ± 0 156	- 22 57 ± 1 14	18 0 ± 1 9			1 80	1
		$\alpha_2^{142}$		15 625 ± 0 229	- 12 23 ± 0 67			0 78	1 510	1
144	Er	$\delta_2^{144}$		32 831 ± 0 877	2 257 ± 0 086	- 0 002 ± 0 022	1 04		6 810	1
		$\delta_2^{144}$	32 826	32 836 ± 0 069	2 250 ± 0 013		1 03		6 880	14
		$\alpha_2^{144}$		15 177 ± 0 039	- 14 05 ± 0 37	14 5 ± 1 9			2 880	H
		$\alpha_2^{144}$		14 886 ± 0 058	- 9 79 ± 0 33			0 66	1 110	1

/Продолжение табл. 2/

4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
<sup>166</sup> Er		$\delta_{\alpha}^{(1)}$	$37.036 \pm 0.007$	$2.633 \pm 0.016$	$0.090 \pm 0.008$	0.96		$3.88^{\circ}$		
	37 233	$\delta_{\alpha}^{(2)}$	$36.963 \pm 0.018$	$2.805 \pm 0.016$		1.03		$2.18^{\circ}$	$10^{\circ}$	
		$\alpha_{\alpha}^{(1)}$	$13.426 \pm 0.004$	$-12.68 \pm 0.11$	$13.8 \pm 0.7$				$<10^{-1}$	H
		$\alpha_{\alpha}^{(2)}$	$13.423 \pm 0.018$	$-10.52 \pm 0.18$				0.78	$2.91^{\circ}$	
<sup>168</sup> Er		$\delta_{\alpha}^{(1)}$	$37.477 \pm 0.002$	$1.504 \pm 0.006$	$-0.106 \pm 0.003$	2.54		$<10^{-1}$		
	37 584	$\delta_{\alpha}^{(2)}$	$37.516 \pm 0.011$	$1.365 \pm 0.014$		2.48		$2.28^{\circ}$	$8^{\circ}$	
		$\alpha_{\alpha}^{(1)}$	$13.341 \pm 0.001$	$-7.04 \pm 0.05$	$11.4 \pm 0.4$				$<10^{-1}$	H
		$\alpha_{\alpha}^{(2)}$	$13.315 \pm 0.007$	$-5.88 \pm 0.11$				0.44	$<10^{-1}$	
<sup>170</sup> Er		$\delta_{\alpha}^{(1)}$	$37.813$	2.108	-0.714	2.73		$<10^{-1}$		
	37 925	$\delta_{\alpha}^{(2)}$	$37.839$	1.563		2.54		$1.81^{\circ}$	$6^{\circ}$	
		$\alpha_{\alpha}^{(1)}$	$13.222$	-9.58	48.1				$<10^{-1}$	H
		$\alpha_{\alpha}^{(2)}$	$13.188$	-6.74				0.51	$<10^{-1}$	
<sup>180</sup> Yb		$\delta_{\alpha}^{(1)}$	$11.862 \pm 0.650$	$6.207 \pm 0.813$	$-0.606 \pm 0.238$	22.06		$9.71^{\circ}$		
	12 346	$\delta_{\alpha}^{(2)}$	$13.374 \pm 0.442$	$4.163 \pm 0.219$		11.66		$6.11^{\circ}$	$10^{\circ}$	
		$\alpha_{\alpha}^{(1)}$	$36.123 \pm 1.976$	$-238.82 \pm 56.65$	$962.2 \pm 346.7$				$1.81^{\circ}$	H
		$\alpha_{\alpha}^{(2)}$	$31.062 \pm 1.434$	$-87.85 \pm 15.07$				2.83	$8.71^{\circ}$	
<sup>182</sup> Yb		$\delta_{\alpha}^{(1)}$	$18.439 \pm 0.398$	$4.716 \pm 0.450$	$-0.181 \pm 0.119$	5.93		$7.91^{\circ}$		
	18 018	$\delta_{\alpha}^{(2)}$	$18.988 \pm 0.189$	$4.044 \pm 0.225$		5.61		$1.48^{\circ}$	$12^{\circ}$	
		$\alpha_{\alpha}^{(1)}$	$25.486 \pm 0.601$	$-89.31 \pm 11.68$	$219.5 \pm 52.5$				$6.11^{\circ}$	H
		$\alpha_{\alpha}^{(2)}$	$23.202 \pm 0.536$	$-41.16 \pm 4.25$				1.77	$4.28^{\circ}$	
<sup>184</sup> Yb		$\delta_{\alpha}^{(1)}$	$27.576 \pm 1.417$	$-0.015 \pm 1.252$	$1.079 \pm 0.262$	0.01		3.5		
	26 331	$\delta_{\alpha}^{(2)}$	$22.274 \pm 1.141$	$5.075 \pm 0.404$		5.12		$15.3$	$16^{\circ}$	
		$\alpha_{\alpha}^{(1)}$	$19.025 \pm 0.280$	$-20.68 \pm 3.14$	$17.0 \pm 8.2$				$9.10^{\circ}$	B
		$\alpha_{\alpha}^{(2)}$	$18.500 \pm 0.149$	$-22.26 \pm 0.86$				1.20	$17.0^{\circ}$	
<sup>186</sup> Yb		$\delta_{\alpha}^{(1)}$	$23.878 \pm 1.978$	$1.431 \pm 1.348$	$0.640 \pm 0.219$	2.80		$19.3$		
	29 337	$\delta_{\alpha}^{(2)}$	$24.554 \pm 1.175$	$5.304 \pm 0.330$		4.36		$4.29$	$20^{\circ}$	
		$\alpha_{\alpha}^{(1)}$	$17.101 \pm 0.330$	$-23.18 \pm 2.41$	$17.0 \pm 4.1$				$5.10^{\circ}$	B
		$\alpha_{\alpha}^{(2)}$	$15.873 \pm 0.248$	$-13.37 \pm 0.73$				0.84	$1.81^{\circ}$	
<sup>188</sup> Yb		$\delta_{\alpha}^{(1)}$	$33.561 \pm 0.138$	$3.581 \pm 0.138$	$-0.036 \pm 0.023$	1.59		$1.81^{\circ}$		
	34 138	$\delta_{\alpha}^{(2)}$	$33.827 \pm 0.090$	$3.379 \pm 0.026$		1.48		$2.51^{\circ}$	$20^{\circ}$	
		$\alpha_{\alpha}^{(1)}$	$14.464 \pm 0.031$	$-14.96 \pm 0.23$	$12.2 \pm 0.4$				$4.78^{\circ}$	H
		$\alpha_{\alpha}^{(2)}$	$13.568 \pm 0.150$	$-7.95 \pm 0.44$				0.59	$6.51^{\circ}$	



/Продолжение табл. 2/

5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
170	Yb	$\delta_2^{(1)}$	$35.753 \pm 0.108$	$1.505 \pm 0.126$	$0.158 \pm 0.035$	0.59		$8.310^{-3}$	
		35605 $\delta_2^{(2)}$	$35.301 \pm 0.102$	$2.079 \pm 0.048$		0.83		$5.310^{-3}$	$16^{\circ}$
		$\alpha_2^{(2)}$	$13.988 \pm 0.030$	$-0.70 \pm 0.43$	$2.6 \pm 1.4$			$6.810^{-3}$	H
		$\alpha_2^{(2)}$	$13.849 \pm 0.015$	$-7.93 \pm 0.09$			0.57	$8.810^{-3}$	
172	Yb	$\delta_2^{(1)}$	$37.886 \pm 0.028$	$1.755 \pm 0.046$	$-0.125 \pm 0.017$	0.61		$2.210^{-3}$	
		38 100 $\delta_2^{(2)}$	$38.181 \pm 0.046$	$1.421 \pm 0.028$		0.49		$6.110^{-3}$	$12^{\circ}$
		$\alpha_2^{(2)}$	$13.151 \pm 0.012$	$-7.48 \pm 0.23$	$10.1 \pm 1.0$			$<10^{-3}$	H
		$\alpha_2^{(2)}$	$13.045 \pm 0.024$	$-5.26 \pm 0.18$			0.40	$8.010^{-3}$	
174	Yb	$\delta_2^{(1)}$	$39.072 \pm 0.015$	$1.826 \pm 0.053$	$-0.476 \pm 0.042$	0.61		$3.010^{-3}$	
		39 236 $\delta_2^{(2)}$	$39.243 \pm 0.047$	$1.257 \pm 0.080$		0.41		$3.510^{-3}$	$8^{\circ}$
		$\alpha_2^{(2)}$	$12.782 \pm 0.004$	$-7.52 \pm 0.16$	$26.6 \pm 1.6$			$<10^{-3}$	H
		$\alpha_2^{(2)}$	$12.733 \pm 0.017$	$-4.80 \pm 0.27$			5.38	$<10^{-3}$	
176	Yb	$\delta_2^{(1)}$	$36.449 \pm 0.026$	$1.256 \pm 0.079$	$0.007 \pm 0.057$	0.49		$8.010^{-3}$	
		36 527 $\delta_2^{(2)}$	$36.446 \pm 0.007$	$1.305 \pm 0.008$		0.49		$8.010^{-3}$	$8^{\circ}$
		$\alpha_2^{(2)}$	$13.718 \pm 0.009$	$-6.66 \pm 0.39$	$5.2 \pm 3.7$			$<10^{-3}$	H
		$\alpha_2^{(2)}$	$13.706 \pm 0.004$	$-6.12 \pm 0.06$			0.45	$<10^{-3}$	
166	Hf	$\delta_2^{(1)}$	$19.430 \pm 0.256$	$4.353 \pm 0.241$	$-0.024 \pm 0.053$	5.76		$7.310^{-3}$	
		18 304 $\delta_2^{(2)}$	$19.533 \pm 0.088$	$4.248 \pm 0.037$		5.57		$7.610^{-3}$	$16^{\circ}$
		$\alpha_2^{(2)}$	$23.977 \pm 0.442$	$-60.24 \pm 6.39$	$124.8 \pm 21.5$			$9.410^{-3}$	H
		$\alpha_2^{(2)}$	$21.651 \pm 0.513$	$-31.65 \pm 2.92$			1.46	$8.810^{-3}$	
168	Hf	$\delta_2^{(1)}$	$25.545 \pm 0.737$	$2.757 \pm 0.173$	$0.402 \pm 0.191$	2.11		$4.810^{-3}$	
		24 252 $\delta_2^{(2)}$	$24.131 \pm 0.401$	$4.365 \pm 0.168$		3.75		1.0	$14^{\circ}$
		$\alpha_2^{(2)}$	$19.409 \pm 0.317$	$-37.53 \pm 4.58$	$47.4 \pm 15.4$			$6.810^{-3}$	B
		$\alpha_2^{(2)}$	$18.526 \pm 0.219$	$-23.65 \pm 1.25$			1.28	$1.610^{-3}$	
170	Hf	$\delta_2^{(1)}$	$29.556 \pm 0.099$	$4.965 \pm 0.068$	$-0.201 \pm 0.011$	2.84		$5.010^{-3}$	
		28 910 $\delta_2^{(2)}$	$31.101 \pm 0.274$	$3.740 \pm 0.076$		1.92		7.5	$20^{\circ}$
		$\alpha_2^{(2)}$	$15.756 \pm 0.145$	$-20.85 \pm 1.06$	$20.0 \pm 1.8$			$1.010^{-3}$	H
		$\alpha_2^{(2)}$	$14.312 \pm 0.253$	$-9.32 \pm 0.74$			0.65	$1.810^{-3}$	
172	Hf	$\delta_2^{(1)}$	$31.774 \pm 0.107$	$2.756 \pm 0.083$	$0.088 \pm 0.015$	1.37		$3.810^{-3}$	
		31 323 $\delta_2^{(2)}$	$31.333 \pm 0.089$	$3.126 \pm 0.028$		1.59		$1.610^{-3}$	$18^{\circ}$
		$\alpha_2^{(2)}$	$15.514 \pm 0.072$	$-16.63 \pm 0.81$	$14.0 \pm 1.3$			$1.210^{-3}$	H
		$\alpha_2^{(2)}$	$14.838 \pm 0.125$	$-10.03 \pm 0.45$			0.68	$2.410^{-3}$	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
170	Hf	$\delta_1^{(1)}$	52 936 : 0,039	2 543 : 0,068	0 132 : 0,019	1 17		2 610 <sup>3</sup>	
		$\delta_1^{(2)}$	32 963	52 555 : 0,082	3 023 : 0,038		1 43		3 510 <sup>4</sup> 16'
		$\alpha_1^{(1)}$		13 141 : 0,029	-16 53 : 0,42	15 8 : 1 4			4 010 <sup>4</sup> H
		$\alpha_1^{(2)}$		14 846 : 0,062	-11 09 : 0,36			0 80	1 310 <sup>4</sup>
175	Hf	$\delta_1^{(1)}$		33 861 : 0,022	2 222 : 0,025	-0 009 : 0,007	0 97		5 510 <sup>4</sup>
		$\delta_1^{(2)}$	31 956	33 869 : 0,010	2 188 : 0,004		0 95		5 310 <sup>4</sup> 16'
		$\alpha_1^{(1)}$		14 722 : 0,018	-12 83 : 0,26	13 0 : 0 9			2 010 <sup>4</sup> H
		$\alpha_1^{(2)}$		14 479 : 0,051	-9 01 : 0 29			0 62	8 710 <sup>5</sup>
175	Hf	$\delta_1^{(1)}$		32 034 : 0,013	1 886 : 0,037	-0 020 : 0,024	0 92		2 010 <sup>4</sup> 6'
		$\delta_1^{(2)}$	32 185	32 043 : 0,004	1 837 : 0,005		0 90		4 010 <sup>4</sup> 8'
		$\alpha_1^{(1)}$		15 606 : 0,007	-14 09 : 0 29	21 4 : 2 8			< 10 <sup>4</sup> H
		$\alpha_1^{(2)}$		15 558 : 0,014	-11 90 : 0 22			0 77	< 10 <sup>4</sup> H
180	Hf	$\delta_1^{(1)}$		32 047 : 0,008	1 210 : 0,018	-0 126 : 0,012	0 59		1 010 <sup>4</sup>
		$\delta_1^{(2)}$	32 152	32 111 : 0,019	1 016 : 0,019		0 49		2 810 <sup>5</sup> 8'
		$\alpha_1^{(1)}$		15 600 : 0,004	-8 98 : 0 16	19 7 : 1 6			< 10 <sup>4</sup> H
		$\alpha_1^{(2)}$		15 556 : 0,013	-6 97 : 0 20			0 45	< 10 <sup>4</sup> H
172	W	$\delta_1^{(1)}$		24 876 : 0,020	6 175 : 0,172	-0 274 : 0,032	5 07		1 510 <sup>4</sup>
		$\delta_1^{(2)}$	24 410	26 397 : 0,312	4 714 : 0,089		3 38		7 0
		$\alpha_1^{(1)}$		18 130 : 0,344	-34 54 : 3 07	42 5 : 6 4			2 910 <sup>4</sup> H
		$\alpha_1^{(2)}$		16 079 : 0,395	-14 52 : 1 41			0 80	2 480 <sup>4</sup>
176	W	$\delta_1^{(1)}$		26 654 : 0,086	4 695 : 0,092	-0 238 : 0,023	3 28		6 210 <sup>3</sup>
		$\delta_1^{(2)}$	26 810	27 447 : 0,166	3 732 : 0,072		2 48		1 710 <sup>4</sup> 16'
		$\alpha_1^{(1)}$		18 143 : 0,156	-36 37 : 2 26	62 1 : 7 6			1 210 <sup>4</sup> H
		$\alpha_1^{(2)}$		16 980 : 0,248	-18 18 : 1 47			1 07	2 110 <sup>5</sup>
174	W	$\delta_1^{(1)}$		27 498 : 0,036	3 572 : 0,031	-0 002 : 0,007	2 36		2 380 <sup>4</sup>
		$\delta_1^{(2)}$	27 399	27 507 : 0,014	3 564 : 0,005		2 36		2 410 <sup>4</sup> 15'
		$\alpha_1^{(1)}$		17 691 : 0,095	-28 02 : 1 07	34 2 : 2 8			1 880 <sup>4</sup> H
		$\alpha_1^{(2)}$		16 635 : 0,207	-15 13 : 0 92			0 91	3 280 <sup>4</sup>
178	W	$\delta_1^{(1)}$		28 083 : 0,033	3 136 : 0,044	-0 112 : 0,014	1 99		3 980 <sup>4</sup>
		$\delta_1^{(2)}$	28 265	28 328 : 0,037	2 781 : 0,038		1 73		9 110 <sup>3</sup> 12'
		$\alpha_1^{(1)}$		17 667 : 0,048	-28 43 : 0 93	50 6 : 4 2			4 880 <sup>4</sup> H
		$\alpha_1^{(2)}$		17 134 : 0 181	-17 33 : 0 92			1 01	1 910 <sup>4</sup>

/Продолжение табл. 2/

7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
100 W		$\delta_{\text{с}}^{(1)}$	25 038 ± 0 116	1 062 ± 0 155	0 336 ± 0 048	1 10		4 710 <sup>3</sup>	
	28 855	$\delta_{\text{с}}^{(2)}$	28 311 ± 0 171	2 319 ± 0 091		1 82		8 010 <sup>3</sup>	12 <sup>3</sup>
		$\alpha_{\text{с}}^{(1)}$	17 258 ± 0 040	- 20 93 ± 0 78	16 2 ± 3 5			3 010 <sup>4</sup>	H
		$\alpha_{\text{с}}^{(2)}$	17 108 ± 0 037	- 17 83 ± 0 28				1 04	1 710 <sup>5</sup>
101 W		$\delta_{\text{с}}^{(1)}$	29 073 ± 0 025	1 528 ± 0 044	- 0 124 ± 0 018	0 86		6 810 <sup>3</sup>	
	28 969	$\delta_{\text{с}}^{(2)}$	30 031 ± 0 041	1 227 ± 0 028		0 68		1 710 <sup>3</sup>	10 <sup>3</sup>
		$\alpha_{\text{с}}^{(1)}$	16 723 ± 0 017	- 13 40 ± 0 48	26 0 ± 3 0			- 10 <sup>3</sup>	H
		$\alpha_{\text{с}}^{(2)}$	16 587 ± 0 035	- 9 35 ± 0 37				0 56	5 010 <sup>4</sup>
102 Os		$\delta_{\text{с}}^{(1)}$	22 353 ± 0 143	7 407 ± 0 193	- 0 738 ± 0 061	7 41		7 210 <sup>3</sup>	
	22 796	$\delta_{\text{с}}^{(2)}$	23 841 ± 0 361	5 097 ± 0 184		4 45		3 610 <sup>3</sup>	12 <sup>3</sup>
		$\alpha_{\text{с}}^{(1)}$	20 890 ± 0 361	- 12 18 ± 7 01	18 9 0 ± 31 5			2 710 <sup>4</sup>	H
		$\alpha_{\text{с}}^{(2)}$	18 922 ± 0 466	- 30 71 ± 3 52				1 62	2 910 <sup>5</sup>
100 Os		$\delta_{\text{с}}^{(1)}$	22 467 ± 0 084	4 947 ± 0 087	- 0 017 ± 0 021	4 91		6 310 <sup>3</sup>	
	22 693	$\delta_{\text{с}}^{(2)}$	22 509 ± 0 034	4 887 ± 0 016		4 81		7 410 <sup>3</sup>	16 <sup>3</sup>
		$\alpha_{\text{с}}^{(1)}$	21 058 ± 0 230	- 55 98 ± 3 35	98 3 ± 11 2			2 510 <sup>4</sup>	H
		$\alpha_{\text{с}}^{(2)}$	19 287 ± 0 385	- 26 78 ± 2 25				1 39	5 310 <sup>5</sup>
101 Os		$\delta_{\text{с}}^{(1)}$	25 299 ± 0 498	0 392 ± 0 407	1 285 ± 0 886	0 31		3 440 <sup>3</sup>	
	23 641	$\delta_{\text{с}}^{(2)}$	19 081 ± 1 182	6 408 ± 0 428		8 80		15 <sup>3</sup>	16 <sup>3</sup>
		$\alpha_{\text{с}}^{(1)}$	20 741 ± 0 092	- 4 384 ± 1 02	46 0 ± 2 7			9 610 <sup>3</sup>	6
		$\alpha_{\text{с}}^{(2)}$	19 320 ± 0 277	- 26 50 ± 1 23				1 37	5 810 <sup>5</sup>
100 Os		$\delta_{\text{с}}^{(1)}$	24 361 ± 0 121	3 095 ± 0 194	- 0 387 ± 0 012	2 49		2 810 <sup>3</sup>	
	25 042	$\delta_{\text{с}}^{(2)}$	25 534 ± 0 156	2 887 ± 0 097		1 59		3 810 <sup>3</sup>	10 <sup>3</sup>
		$\alpha_{\text{с}}^{(1)}$	19 884 ± 0 122	- 39 06 ± 3 36	117 5 ± 21 3			7 010 <sup>4</sup>	H
		$\alpha_{\text{с}}^{(2)}$	19 280 ± 0 180	- 20 76 ± 1 68				1 08	1 110 <sup>5</sup>
101 Os		$\delta_{\text{с}}^{(1)}$	21 878 ± 0 167	2 875 ± 0 242	- 0 264 ± 0 081	2 95		4 610 <sup>3</sup>	
	21 874	$\delta_{\text{с}}^{(2)}$	21 375 ± 0 138	2 050 ± 0 077		2 05		2 910 <sup>3</sup>	H
		$\alpha_{\text{с}}^{(1)}$	21 827 ± 0 198	- 31 32 ± 5 41	150 4 ± 34 4			1 710 <sup>3</sup>	H
		$\alpha_{\text{с}}^{(2)}$	21 842 ± 0 289	- 27 88 ± 2 19				1 28	1 810 <sup>5</sup>
100 Os		$\delta_{\text{с}}^{(1)}$	19 419 ± 0 263	3 289 ± 0 363	- 0 259 ± 0 116	4 38		1 310 <sup>3</sup>	
	19 351	$\delta_{\text{с}}^{(2)}$	19 847 ± 0 162	2 500 ± 0 087		3 16		4 410 <sup>3</sup>	10 <sup>3</sup>
		$\alpha_{\text{с}}^{(1)}$	25 272 ± 0 367	- 76 68 ± 10 15	238 4 ± 64 4			6 110 <sup>4</sup>	H
		$\alpha_{\text{с}}^{(2)}$	24 032 ± 0 337	- 38 55 ± 3 54				1 65	4 810 <sup>5</sup>

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
<sup>100</sup> Os		$\delta_n^{(1)}$	$15.508 \pm 0.485$	$5.379 \pm 0.877$	$-1.036 \pm 0.364$	11.18		$9.80 \cdot 10^{-3}$		
	16.069	$\delta_n^{(2)}$	$16.781 \pm 0.399$	$2.909 \pm 0.273$		5.17		$8.910 \cdot 10^{-3}$	$8^\circ$	
		$\alpha_n^{(1)}$	$30.999 \pm 1.040$	$-191.71 \pm 44.98$	$1149.4 \pm 435.4$				$7.710 \cdot 10^{-3}$	H
		$\alpha_n^{(2)}$	$20.436 \pm 0.785$	$-74.10 \pm 12.29$				2.61	$6.210 \cdot 10^{-3}$	
<sup>102</sup> Pt		$\delta_n^{(1)}$	$20.639 \pm 0.821$	$9.188 \pm 1.098$	$-1.274 \pm 0.344$	10.78		$2.510 \cdot 10^{-3}$		
	18.519	$\delta_n^{(2)}$	$23.411 \pm 0.695$	$5.173 \pm 0.369$		4.72		1.4	$12^\circ$	
		$\alpha_n^{(1)}$	$21.733 \pm 0.857$	$-85.05 \pm 16.65$	$242.4 \pm 74.9$				$1.210 \cdot 10^{-3}$	H
		$\alpha_n^{(2)}$	$19.210 \pm 0.652$	$-31.68 \pm 4.92$				1.66	$5.610 \cdot 10^{-3}$	
<sup>104</sup> Pt		$\delta_n^{(1)}$	$19.945 \pm 0.448$	$8.030 \pm 0.409$	$-0.442 \pm 0.088$	10.09		$3.410 \cdot 10^{-3}$		
	18.507	$\delta_n^{(2)}$	$21.984 \pm 0.418$	$6.011 \pm 0.155$		6.22		2.0	$10^\circ$	
		$\alpha_n^{(1)}$	$20.997 \pm 0.601$	$-58.86 \pm 6.77$	$95.8 \pm 17.7$				$6.210 \cdot 10^{-3}$	H
		$\alpha_n^{(2)}$	$18.036 \pm 0.618$	$-22.72 \pm 2.75$				1.28	$2.910 \cdot 10^{-3}$	
<sup>106</sup> Pt		$\delta_n^{(1)}$	$16.446 \pm 0.953$	$9.059 \pm 1.82$	$-1.014 \pm 0.344$	16.75		$3.910 \cdot 10^{-3}$		
	15.699	$\delta_n^{(2)}$	$19.003 \pm 0.673$	$5.625 \pm 0.333$		7.79		1.5	$12^\circ$	
		$\alpha_n^{(1)}$	$25.650 \pm 1.336$	$-119.03 \pm 25.96$	$344.0 \pm 116.8$				$3.010 \cdot 10^{-3}$	H
		$\alpha_n^{(2)}$	$22.069 \pm 0.946$	$-43.56 \pm 7.14$				1.97	$1.210 \cdot 10^{-3}$	
<sup>108</sup> Pt		$\delta_n^{(1)}$	$10.504 \pm 0.725$	$6.951 \pm 0.884$	$-0.822 \pm 0.252$	31.50		$1.310 \cdot 10^{-3}$		
	11.282	$\delta_n^{(2)}$	$12.665 \pm 0.601$	$4.106 \pm 0.290$		12.80		$8.110 \cdot 10^{-3}$	$10^\circ$	
		$\alpha_n^{(1)}$	$38.416 \pm 2.570$	$-277.6 \pm 71.1$	$1181.2 \pm 450.9$				$3.810 \cdot 10^{-3}$	H
		$\alpha_n^{(2)}$	$32.248 \pm 1.772$	$-93.61 \pm 18.62$				2.90	$1.310 \cdot 10^{-3}$	
<sup>104</sup> Pt		$\delta_n^{(1)}$	$7.356 \pm 0.631$	$6.778 \pm 0.893$	$-1.008 \pm 0.293$	62.63		$2.810 \cdot 10^{-3}$		
	9.132	$\delta_n^{(2)}$	$9.353 \pm 0.621$	$3.743 \pm 0.540$		21.39		$3.610 \cdot 10^{-3}$	$8^\circ$	
		$\alpha_n^{(1)}$	$52.754 \pm 4.873$	$-644.7 \pm 209.2$	$4405.2 \pm 2025.2$				$1.710 \cdot 10^{-3}$	H
		$\alpha_n^{(2)}$	$42.930 \pm 3.098$	$-184.0 \pm 48.5$				4.52	$8.810 \cdot 10^{-3}$	

В табл. 2 вошли и некоторые другие основные характеристики энергетики основной ротационной полосы:

а/ момент инерции "основного состояния"

$$J_0 = J(E_1 = 0) = b_1 = \frac{3}{E_{I=2}^{\text{ЭКСП.}}};$$

б/ "параметр мягкости" ядра, который в нашей схеме может быть определен как

$$\sigma_1^{(N)} = \frac{1}{J} \cdot \frac{dJ}{dI} = \frac{2I+1}{2J^2(E_1)} \left[ \frac{1(I+1)}{2J^2(E_1)} - \left( \sum_{k=2}^N (k-1)b_k^{(N)} E_1^{k-2} \right)^{-1} \right],$$

где  $J(E)$  дается формулой /1.2/; в частности, для

$$I=0 \quad \sigma_0^{(N)} = \frac{b_2^{(N)}}{2(b_1^{(N)})^2};$$

в/ в девятом столбце табл. 2 даны значения  $\chi^2$ , соответствующие найденному решению задачи; в последнем столбце находится значение максимального спина  $I_{\text{max}}$ , до которого известны экспериментальные значения энергий  $E_1^{\text{ЭКСП.}}$ ; под значением  $I_{\text{max}}$  буквой "б" обозначено, имеется ли в данном ядре быстрое нарастание момента инерции при высоких спинах /т.н. бэк-бендинг/, соответственно, буква "н" означает, что в данном ядре бэк-бендинг отсутствует.

На рис. 1-3, соответственно, показан ход параметров  $b_1^{(3)}$ ,  $b_2^{(3)}$  и  $b_3^{(3)}$  как функции от массового числа  $A$ . "Параметр мягкости" -  $\sigma_0^{(3)}$  - представлен на рис. 4.

Поскольку в настоящей работе не ставилась задача микроскопического истолкования значений ротационных параметров, ограничимся лишь несколькими замечаниями качественного характера относительно хода параметров  $b_k^{(3)}$  и  $\sigma_0^{(3)}$  при нарастании значения  $A$ /или числа нейтронов  $N$  /.

Во-первых, очевидна корреляция между значениями параметров  $b_1^{(3)}$  и  $\sigma_0^{(3)}$ . Их поведение /как функция массового числа/ обратно пропорционально. Параметр  $b_1^{(3)}$  - самый стабильный среди всех параметров, определяющих полиномиальную аппроксимацию. Его качественный ход мало изменяется при включении новых коэффициентов в формулу /1.1/, оставаясь близким к ходу момента

инерции  $J_0$ . Как видно из рис. 1, у  $b_1^{(3)}$  /при каждом значении  $Z$  / имеется максимум, соответствующий самому стабильному изотопу ядра /5,10/. Эта тенденция проявляется отчетливо в ядрах Dy, Er, Yb и Hf /которые принято считать "хорошими ротаторами"/, а в концах области редких земель /ядра: Ce, Sm, Gd и W, Os, Pt/, видна только одна ветвь кривой, не доходящая до точки перегиба. Можно отметить, что ход кривых  $b_1^{(3)} = b_1^{(3)}(A)$  согласуется качественно с поведением равновесного значения параметра квадрупольной деформации среднего поля  $\beta_{20}$  для ядер редкоземельной области /11/.

Что касается параметров  $b_2^{(3)}$  и  $b_3^{(3)}$ , то в их поведении обнаруживаются большие нерегулярности. Включение параметра  $b_3^{(3)}$  в формулу /1.1/ изменяет, в среднем, на 25% значение  $b_2^{(3)}$  /получаемое при двухпараметрической аппроксимации/. Разброс в значениях  $b_2^{(3)}$  и  $b_3^{(3)}$  особенно велик в переходных частях редкоземельной области /ядра Ce, Sm, Gd, Os, Pt/. Значение  $b_2^{(3)}$  для "хороших ротаторов" имеет величину порядка  $3 \div 5 \text{ МэВ}^{-2}$ . В этих же случаях значение  $b_3^{(3)}$  очень близко к нулю. Функциональные зависимости  $b_2^{(3)} = b_2^{(3)}(A)$  и  $b_3^{(3)} = b_3^{(3)}(A)$  проходят через минимум /максимум, соответственно/, в случаях бзк-бендинга, как это хорошо видно из рис. 2 и 3. /Это ядра:  $^{132}\text{Ce}$ ,  $^{148}\text{Sm}$ ,  $^{156-160}\text{Dy}$ ,  $^{158-162}\text{Er}$ ,  $^{164,166}\text{Yb}$ ,  $^{168}\text{Hf}$  и  $^{182}\text{Os}$  /.

Обращение в минимум значения параметра  $b_2^{(3)}$  в случаях бзк-бендинга может быть истолковано в пользу интерпретации этого эффекта /бзк-бендинга/ как результата смешивания двух полос: одной, выстроенной над основным состоянием, и второй, начинающейся с какого-то из возбужденных состояний ядра. Малое значение  $b_2^{(3)}$ , отвечающее быстрому наращиванию энергий первой полосы, является необходимым условием пересечения обеих полос в некоторой точке по  $I$ ; в противном случае - при больших значениях  $b_2^{(3)}$  - энергия первой полосы будет расти медленнее и может не "достичь" значения энергий второй полосы.\*

\* Так как число состояний до точки бзк-бендинга доминирует над остальными, то можно считать, что значение  $b_2^{(3)}$  определяется преимущественно значениями энергий первой полосы.

У значений обоих параметров  $/b_2^{(3)}$  и  $b_2^{(3)}/$  наблюдается тенденция к уменьшению по абсолютной величине с ростом  $A$ .

Может представлять интерес также и изменение "параметра мягкости" ядра  $\sigma_1^{(3)}$  /полученное при найденных значениях  $b_1^{(3)}$ ,  $b_2^{(3)}$  и  $b_3^{(3)}/$ , которое показано на *рис. 5* для двух ядер -  $^{160}\text{Yb}$  и  $^{172}\text{Yb}$ . Хотя общая тенденция увеличения "мягкости" ядра с увеличением угловой частоты вращения является естественной /из-за нарастающей вероятности возбуждения других нормальных мод ядра, кроме ротационной/, нам не удалось, не входя в микроскопические рассуждения, найти объяснения наблюдаемого в некоторых случаях уменьшения "мягкости" ( $\sigma_1$ ) при высоких значениях  $I$ .

Рассматриваемая полиномиальная аппроксимация /при  $N = 2,3$ / не претендует на описание случаев бэкбендинга. /На самом деле в этих случаях задача решается плохо: см. большие значения  $\chi^2$  в *табл. 2*/. На *рис. 6* мы показываем, в какой мере формула /1.1/ может качественно воспроизвести экспериментальные значения момента инерции  $\mathcal{J}(E_1)$  ядра  $^{158}\text{Dy}$ , где имеет место сильное нарастание  $\mathcal{J}_1$  при спинах  $I = 14 \div 16$  /обозначения  $S(2)$  и  $S(3)$  относятся к  $N = 2$  и  $3$ , соответственно, в формуле /1.1//.

Предположенную здесь аппроксимацию момента инерции мы не применяли к описанию вращательных спектров ядер вне редкоземельной области, хотя ее область применимости не меньше, чем у модели с переменным моментом инерции /10/.

Параметр неадиабатичности в двухпараметрической формуле Бора-Моттельсона  $a_e$

$$E_1 = a_1 I(I+1) [1 - a_e I(I+1)]; a_e = - \frac{a^{(2)}}{a^{(1)}} \quad /2.2/$$

показан на *рис. 7*. Если предположить, что неадиабатичность в основной полосе связана исключительно с эффектами центробежного растяжения, и воспользоваться соответствующими разложениями энергии и внутреннего квадрупольного момента по степеням параметра квадра-

польной деформации  $\beta$ , то  $a_e$  и параметр неадиабатичности  $a$ , входящий в  $V(E2)$ -факторов для переходов между состояниями полосы /12/,

$$V(E2; 1 \rightarrow 1-2) = V_0(E2; 2 \rightarrow 0) \frac{\langle 1020 | 1-20 \rangle^2}{\langle 2020 | 00 \rangle^2} \left\{ 1 + \frac{a}{2} [I(I+1) + (I-2)(I-1)] \right\}, \quad /2.3/$$

будут выражаться как

$$a_e \approx a \approx \frac{\Delta\beta(I)}{\beta(0)},$$

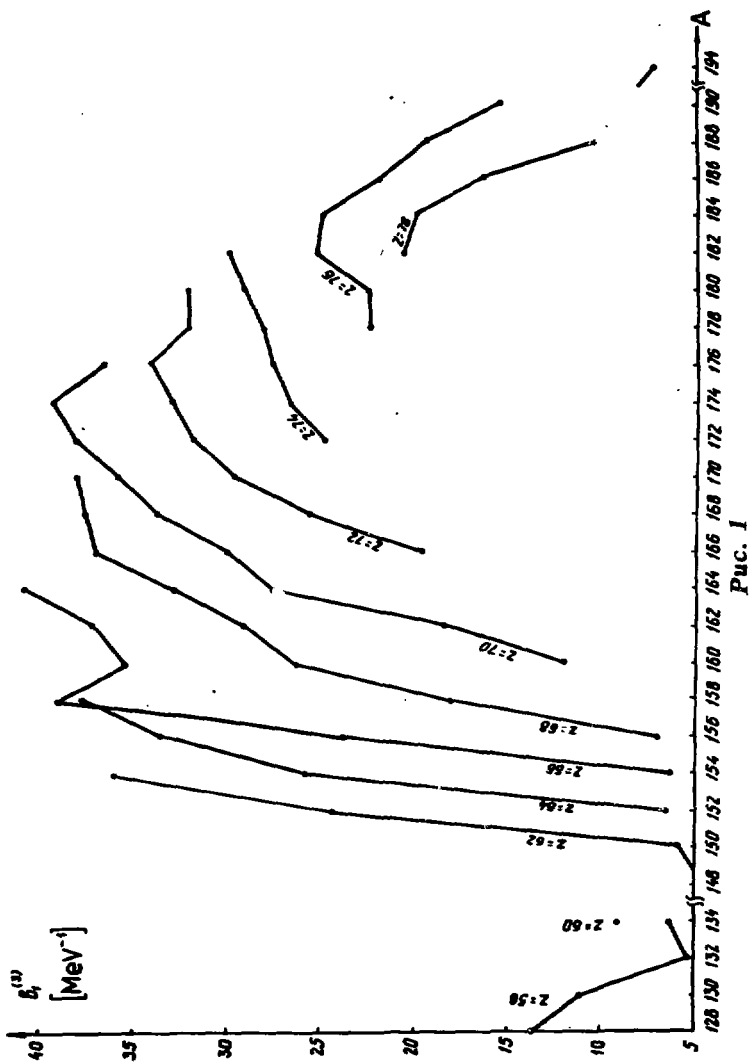
где  $\beta(I)$  - параметр квадрупольной деформации в состоянии со спином  $I$ , а  $\beta(0)$  - этот же параметр в основном состоянии.

По известным из эксперимента значениям  $E_1$  и  $V(E2; 1 \rightarrow 1-2)$  можно получить  $a_e$  из /2.2/ и  $a$  из /2.3/ и сравнить их для проверки согласованности изменения  $E_1$  и  $V(E2)$  со спином, при сделанных предположениях. Результаты такого сравнения для тех немногих случаев, когда известны значения  $a^{\text{ЭКСП}}$ ; относящиеся к основной полосе, даны в табл. 3 /значения  $a_e$  и  $a$  умножены на фактор  $10^3$  /.

Хотя величины ошибок в  $a^{\text{ЭКСП}}$  не позволяют сделать более строгих заключений, видно, что учет других эффектов, кроме центробежного растяжения, улучшает согласие с экспериментом.

Автор благодарит И.Н. Михайлова за ценные обсуждения при постановке задачи и выражает свою глубокую признательность Л. Александрову за его творческое участие в математической трактовке проблемы аппроксимации.





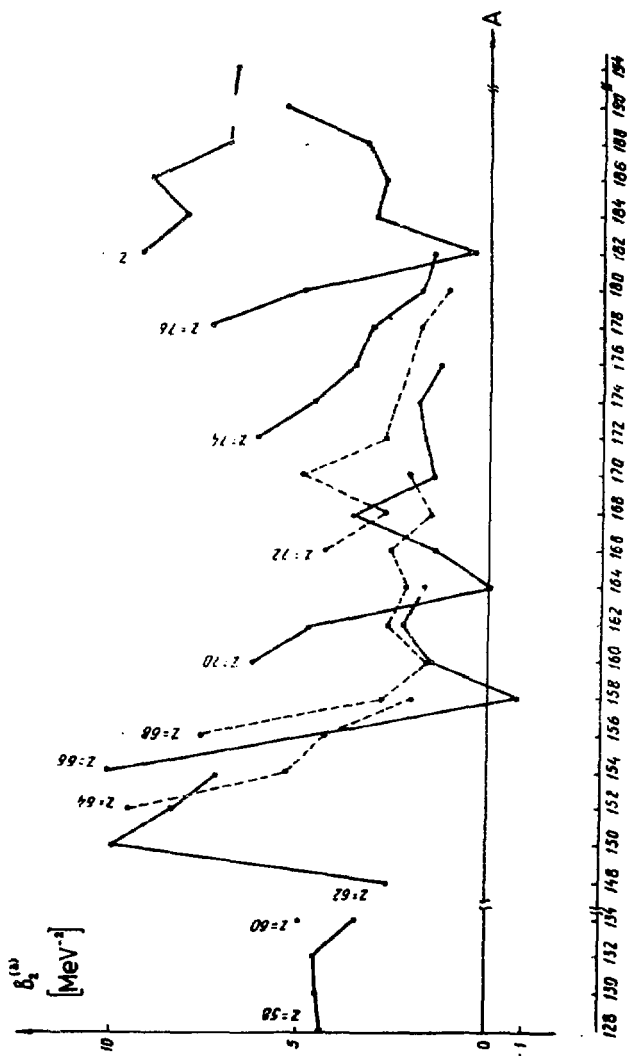


Рис. 2

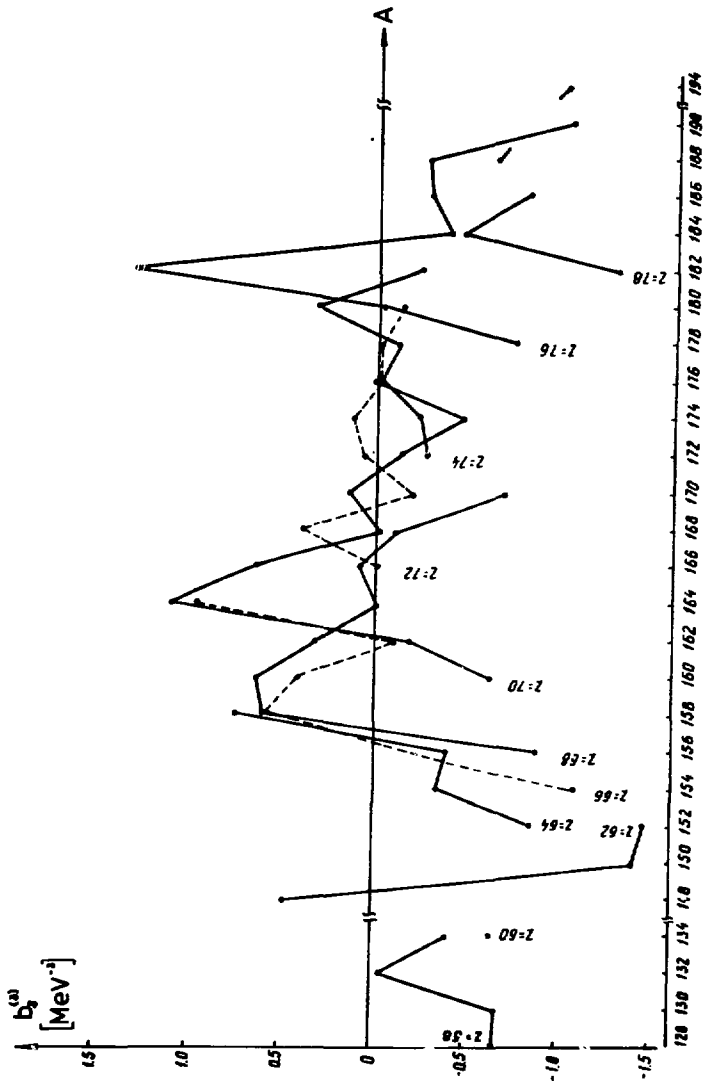


Рис. 3

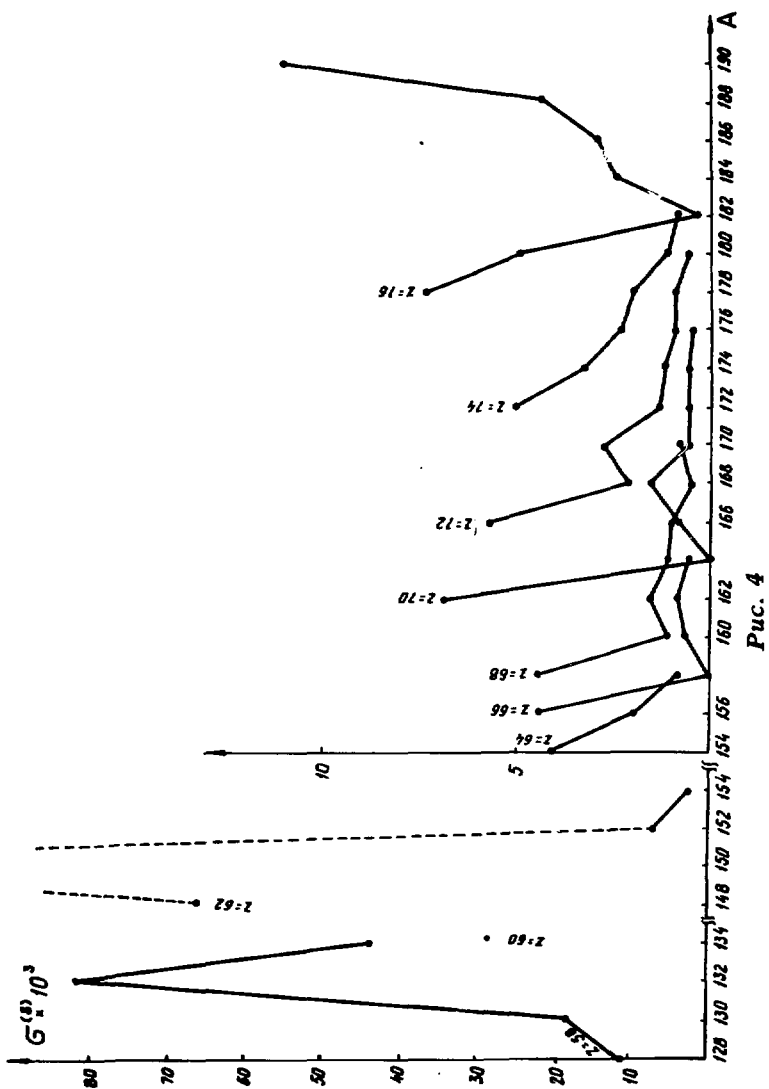


Рис. 4

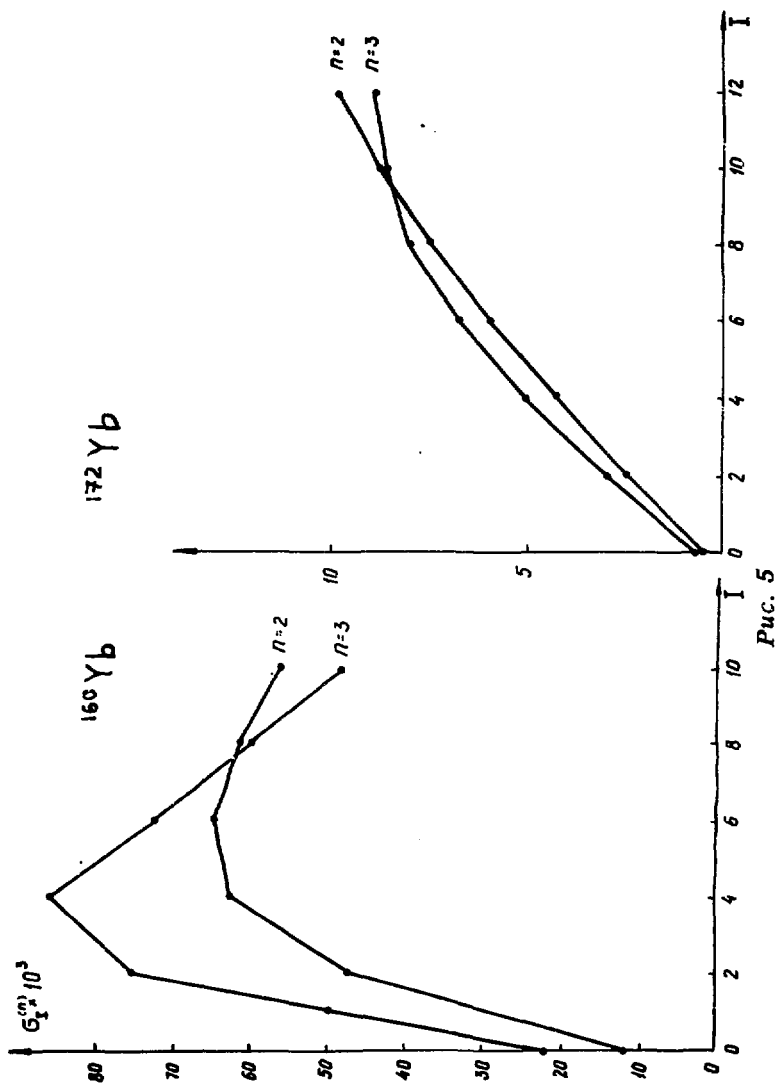


Рис. 5

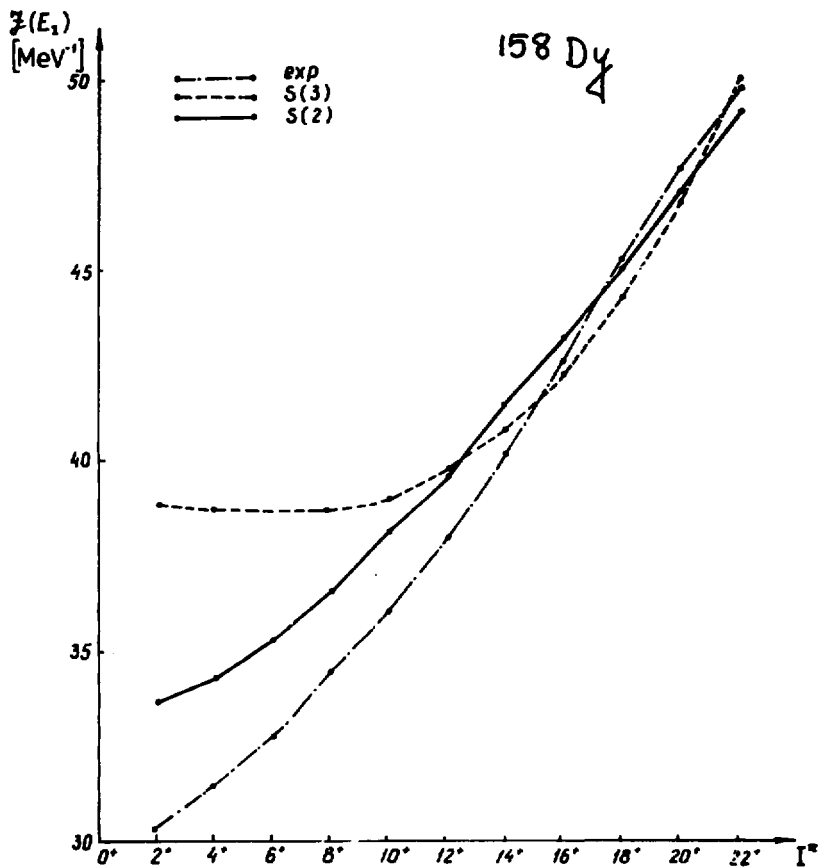


Рис. 6

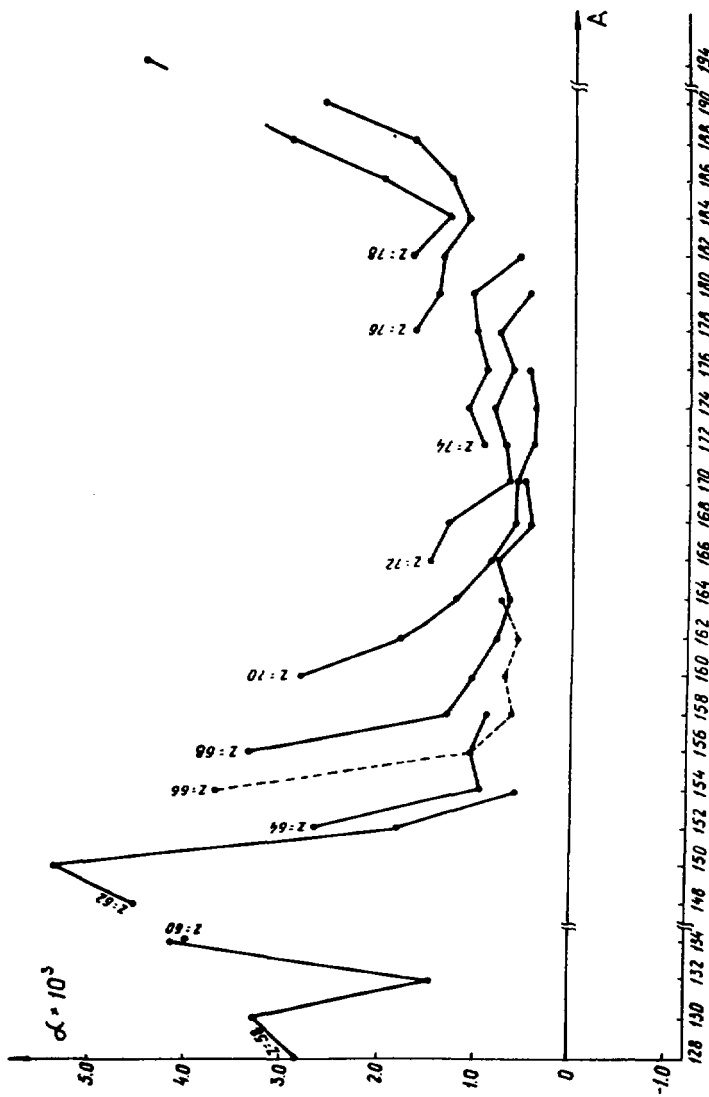


Рис. 7

Таблица 3

	$\alpha_e$	$\alpha$ теор. *	$\alpha$ эксп. **
$^{152}\text{Sm}$	1,81	2,22	$2,1 \pm 0,6$
$^{154}\text{Sm}$	0,48	0,55	$0,6 \pm 0,6$
$^{154}\text{Gd}$	0,93	3,00	$2,6 \pm 1,0$
$^{156}\text{Gd}$	1,05	0,54	$0,6 \pm 0,6$

\*  $\alpha$  теор. соответствует расчетам, проведенным в работе /13/, в которых, кроме эффектов центробежного растяжения, учитывалось также изменение спаривания и неаксиальной деформации ядра во вращающихся состояниях.

\*\* Данные работы /12/.



### Литература

1. И.Н. Михайлов, Е.Наджаков, Д.Караджов. ЭЧАЯ, т. 4, в. 2, 311 /1973/.
2. Дж.Форсайт, К.Молер. Численное решение систем нелинейных алгебраических уравнений, Мир, М., 1969.
3. Л.Александров. Сообщение ОИЯИ, P5-5215, Дубна, 1970.
4. А.Н.Тихонов. ЖВМ и МФ 5 / 4/, 718 /1965/.
5. O.Saethre, S.A.Hjorth, A.Johnson, S.Jagare, H.Ryde and Z.Szymanski. Nucl.Phys., A207, 486 (1973).
6. Ю.В.Линник. "Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений". Физматгиз, М., 1962.
7. Л.Александров. Сообщение ОИЯИ, P5-7259, Дубна, 1973.
8. А.Фергюсон. "Методы угловых корреляций в  $\gamma$ -спектроскопии". Атомиздат, М., 1973.
9. Д.Химмельблау. "Анализ процессов статистическими методами". Мир, М., 1973.
10. M.A.J.Mariscotti, G.S.Goldhaber and B.Buck. Phys.Rev., 178, No. 4, 178 (1969).
11. U.Gotz, H.C.Pauli, K.Alder, K.Junker. Nucl.Phys., A192, 1 (1972).
12. R.M.Diamond, G.D.Symons, J.L.Quebert, K.H.Maier, J.R.Leigh and F.S.Stephens. Nucl.Phys., A184, 481 (1972).
13. D.Karadjov, I.N.Mikhailov, J.Piperova. Phys.Lett., 46B, 135 (1973).

Рукопись поступила в издательский отдел  
28 мая 1974 года.