

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



7907

Р4 - 7907

ЭКЗ. ЧИТ. ЗАЛ

М.И.Базнат, Н.И.Пятов

РОТАЦИОННАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ
И ЭФФЕКТИВНЫЕ ЗАРЯДЫ ДЛЯ E2-ПЕРЕХОДОВ
С $\Delta K = 1$ В НЕЧЕТНЫХ ЯДРАХ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P4 - 7907

М.И.Базнат,* Н.И.Пятов

РОТАЦИОННАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ
И ЭФФЕКТИВНЫЕ ЗАРЯДЫ ДЛЯ E2-ПЕРЕХОДОВ
С $\Delta K = 1$ В НЕЧЕТНЫХ ЯДРАХ

Направлено в ЯФ

* Институт прикладной физики АН МССР, Кишинев.

S u m m a r y

It is shown that the rotational invariance of an arbitrary axially-symmetric nuclear potential can be restored with the aid of effective factorized two-body forces whose form and strength parameters are associated with the nonspherical part of the potential (see Appendix).

The Hamiltonian (8) obtained according to this method is applied to the description of $K^\pi = 1^+$ excitations in even-even deformed nuclei. In RPA those excitations are separated into rotational and vibrational branches (eqs. (18) and (19)). In odd-mass nuclei the polarization effects arising from the coupling of quasi-particle to vibrational 1^+ states of the core are considered (eq. (20)). In particular, this coupling leads to a renormalization of one-particle matrix elements of E2 transitions with $\Delta K = 1$. The renormalization may be reduced to dynamic (configuration dependent) effective charges (eq. (32)). The calculated charges are shown in Table 1 and Fig. 1.

The interband E2 transitions in ^{235}U have been considered within the framework of the intermediate coupling model (eq. (1)). The $B(E2, \Delta K = 1)$ values are, to the leading order, due to the Coriolis coupling of states but the contribution from single-particle transitions reduced these values by as much as 20 to 30% (see Table 2).

Введение

Известно, что E2-переходы в нечетных деформированных ядрах между уровнями ротационных полос, различающихся на единицу по проекции углового момента на ось симметрии ($\Delta K = 1$), очень чувствительны к эффектам кориолисова смешивания состояний. Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что такие переходы, как правило, значительно ускорены по сравнению с одночастичными оценками ^{1,2/}. Качественное объяснение эффекта ускорения было дано еще в работах ^{2,3/} при учете взаимодействия Кориолиса в низжайшем порядке теории возмущений.

Однако в последние годы в связи с экспериментальными исследованиями вращательных состояний вплоть до высоких значений углового момента возник целый ряд вопросов, касающихся как самого взаимодействия Кориолиса, так и роли одночастичных переходов в оценке вероятности E2-переходов с $\Delta K = 1$. В частности, для описания энергетики вращательных полос требуется перенормировка /обычно ослабление/ взаимодействия Кориолиса и, зачастую, учет его во всех порядках теории возмущений /или точная диагонализация/. В работах ^{4,5/} эти проблемы были решены в рамках модели с промежуточной связью.

Чтобы пояснить круг вопросов, которые обсуждаются в настоящей работе, приведем общее выражение для приведенной вероятности E2-перехода между состояниями со спинами I и I' в модели промежуточной связи

$$\begin{aligned}
V(E2, I' \rightarrow I) = & \left| \sum_{K, K', \rho, \rho'} C_{K\rho}^I C_{K'\rho'}^{I'} \langle I' 2K' 0 | I K \rangle \times \right. \\
& \times \sqrt{\frac{5}{16\pi}} e Q_0 \delta_{KK'} \delta_{\rho\rho'} + e(K, K') \langle I' 2K' K - K' | I K \rangle \times \\
& \times \langle K | \mathcal{M}(E2, K - K') | K' \rangle + (-1)^{I' + \ell + K'} \times \quad /1/ \\
& \times \langle I' 2 - K' K + K' | I K \rangle \langle K | \mathcal{M}(E2, K + K') | \tilde{K}' \rangle \Big|^2,
\end{aligned}$$

где $C_{K\rho}^I$ - амплитуды кориолисова смешивания состояний*, Q_0 - внутренний квадрупольный момент четно-четного остова /параметр/, e - заряд протона и $e(K, K')$ - эффективный одночастичный заряд, в общем случае зависящий от конфигураций состояний, $\langle K | \mathcal{M}(E2) | K' \rangle$ - одночастичные матричные элементы E2-перехода. Поскольку величина Q_0 обычно на два-три порядка больше одночастичного матричного элемента, первый член в квадратных скобках /1/ оказывается доминирующим даже при слабом смешивании одночастичных состояний взаимодействием Кориолиса. Если отбросить остальные члены, то измерение $V(E2, \Delta K=1)$ дает прямую информацию об амплитудах смешивания $C_{K\rho}^I$ /6,7/. Независимые сведения получают из энергетики вращательных полос. Сопоставление этих данных между собой и сравнение с теоретическими расчетами в различных моделях представляется важным для понимания механизма взаимодействия Кориолиса и выявления неадиабатических связей между одночастичным и коллективным движениями. В частности, в /6/ из значений $V(E2)$, измеренных /7/ в

* Здесь внутренние состояния классифицируются проекцией углового момента на ось симметрии K и набором дополнительных квантовых чисел. Состояния $|K\rangle$ и $|\tilde{K}\rangle$ сопряжены по времени.

ядре ^{235}U , извлекаются сведения об "экспериментальных" величинах одночастичных матричных элементов углового момента $\langle K | j_\mu | K' \rangle$, которые оказываются примерно в два раза меньше вычисленных в одночастичной модели Нильссона и меньше, чем необходимо для количественного описания энергетического спектра. Такая несогласованность может оказаться серьезной в плане теоретической интерпретации. Поэтому необходим тщательный анализ вклада одночастичных переходов в $V(E2)$, для чего требуется знать величины эффективных зарядов $e(K, K')$. Вычислению их в методе самосогласованного восстановления ротационной инвариантности деформированного поля и посвящена в основном данная работа.

Ротационная инвариантность и эффективные силы

Гамильтонианы самосогласованного /среднего/ поля, используемые для описания деформированных ядер, не являются ротационно-инвариантными и не сохраняют углового момента системы частиц. Восстановление ротационной инвариантности можно осуществить путем введения эффективных остаточных взаимодействий, характеристики которых связаны с несферической частью потенциала среднего поля /8-11/. В работах /8-10/ процедура согласования проводилась в приближении метода случайной фазы. В более общем виде метод самосогласованного восстановления ротационной инвариантности можно сформулировать следующим образом.

Пусть имеем гамильтониан H^0 системы невзаимодействующих частиц /квазичастиц/, движущихся в аксиально-симметричном поле. Полный угловой момент системы J представляется суммой угловых моментов отдельных частиц, причем сохраняется его компонента J_z . Ищем гамильтониан h восстанавливающих взаимодействий, такой, что

$$[H^0 + h, J_\mu] = 0, \quad \mu = \pm 1. \quad /2/$$

В первом приближении можно выбрать

$$h = h_1 = -\frac{1}{2\gamma} \sum_{\mu} [H^0, J_{\mu}]^+ [H^0, J_{\mu}] \quad /3/$$

где $\gamma = \text{const}$. Тогда

$$[H^0 + h_1, J_{\mu}] = [H^0, J_{\mu}] - \frac{1}{2\gamma} \sum_{\mu'} \{ [H^0, J_{\mu'}], [J_{\mu}, [H^0, J_{-\mu'}]] \}_+ \quad /4/$$

где $\{ \}_+$ обозначает антикоммутатор. Если в /4/ заменить двойной коммутатор на среднее по основному состоянию гамильтониана H^0 , причем потребовать, чтобы

$$\gamma = \langle 0 | [J_{\mu}, [H^0, J_{-\mu'}]] | 0 \rangle \delta_{\mu\mu'} \quad /5/$$

то условие ротационной инвариантности /2/ оказывается приближенно выполненным. Приближение /5/ является хорошим, если все другие матричные элементы двойного коммутатора малы по сравнению с величиной γ^* . В противном случае взаимодействие /3/ необходимо дополнить компенсирующими членами, например, типа

$$h_0 = -\frac{1}{\beta} \{ [J_{\mu}^+, [H^0, J_{\mu}]] - \gamma \}^2 \quad /6/$$

подбирая соответствующим образом величину β , и т.д. В ПРИЛОЖЕНИИ приведен общий вид эффективных восстанавливающих сил в случае квадрупольной деформации и в общем случае аксиально-симметричного поля.

* Если среднее поле ядра описывается гармоническим потенциалом Нильссона /12/, то легко показать, что

$$\gamma = 2\delta m \omega_0^2 Q_{20} \sim 10^3 \text{ МэВ},$$

где δ - параметр деформации, m - масса нуклона, ω_0 - осцилляторная частота и Q_{20} - массовый квадрупольный момент. Другие матричные элементы оператора

$$[J_{\mu}, [H^0, J_{\nu}]] \sim r^2 Y_{2,\mu+\nu}$$

в этом случае оказываются $\leq 10^{-1} \gamma$.

Поскольку дальнейшее рассмотрение проводится в адиабатическом приближении, можно ограничиться эффективными силами /3/, которые согласованы с видом среднего поля и не содержат никаких дополнительных параметров.

Удобно ввести операторы

$$J^{(\tau)} \equiv J_+ - \tau J_- = \begin{cases} 2J_x, & \tau = -1 \\ 2iJ_y, & \tau = +1. \end{cases} \quad /7/$$

Тогда h_1 принимает вид

$$h_1 = -\frac{1}{4\gamma} \sum_{\tau=\pm 1} [H^0, J^{(\tau)}]^+ [H^0, J^{(\tau)}] \quad /8/$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \langle 0 | [J^{(\tau)+}, [H^0, J^{(\tau)}]] | 0 \rangle \quad /9/$$

В представлении квазичастиц операторы $J^{(\tau)}$ разделяются на одноквазичастичную и квазибозонную части:

$$J^{(\tau)} = j^{(\tau)} + I^{(\tau)}$$

$$j^{(\tau)} = \tau \sum_{s,s'} M_{ss'} j_{ss'}^{(\tau)} B_{ss'}^{(\tau)} \quad /11/$$

$$I^{(\tau)} = \frac{\tau}{2} \sum_{s,s'} L_{ss'} j_{ss'}^{(\tau)} [A_{ss'}^{(\tau)+} - \tau A_{ss'}^{(\tau)}] \quad /12/$$

где

$$B_{ss'}^{(\tau)} \equiv a_s^+ a_{s'} + \tau a_s^- a_{s'}$$

$$A_{ss'}^{(\tau)} \equiv a_s a_{s'} - \tau a_s^- a_{s'} \quad /13/$$

$$M_{ss'} = u_s u_{s'} + v_s v_{s'}; \quad L_{ss'} = u_s v_{s'} - u_{s'} v_s \quad /14/$$

Здесь a_s^+ (a_s) - операторы рождения /уничтожения/ квазичастицы в состоянии $|s\rangle$ /состояние $|\bar{s}\rangle$ сопряжено с ним по времени/. Одночастичные матричные элементы оператора углового момента обладают следующими свойствами симметрии

$$j_{ss'}^{(\tau)} \equiv \langle s | j_+ - \tau j_- | s' \rangle = \tau j_{\bar{s}\bar{s}'}^{(\tau)} = -\tau j_{s's}^{(\tau)} \quad /15/$$

Операторы $I^{(\tau)}$ представляют собой коллективный угловой момент, который в методе случайной фазы ассоциируется с вращательным угловым моментом /см., например, /8,10,13/ /.

В дальнейшем полагаем, что гамильтониан H^0 представляет собой газ невзаимодействующих квазичастиц

$$H^0 = \text{const} + \sum_s E_s B_{ss}^{(+)} \quad /16/$$

где E_s - одноквазичастичные энергии /т.е. учтено спиривателное взаимодействие в стандартном виде/.

При рассмотрении четно-четных ядер из гамильтониана /8/ выделяется коллективная бозонная часть

$$h_1^{(0)} = -\frac{1}{4\gamma} \sum_r [H^0, I^{(\tau)}] + [H^0, I^{(\tau)}] \quad /17/$$

и в методе случайной фазы гамильтониан $H^0 + h_1^{(0)}$ разделяется на вращательную и колебательную ветви **

$$H^0 + h_1^{(0)} = \text{const} + \frac{1}{2} \int_0 (I_x^2 + I_y^2) + \sum_{\lambda, \tau} \omega_\lambda Q_\lambda^{(\tau)+} Q_\lambda^{(\tau)} \quad /18/$$

где \int_0 - момент инерции /имеет тот же вид, что и в крэнкинг- модели со спариванием/, $Q_\lambda^{(\tau)+}$ - операторы фононных возбуждений, и ω_λ - энергии колебательных квантов с $K^\pi = 1^+$ по осям x и y, которые находятся решением дисперсионного уравнения /10/ ($E_{ss'} = E_s + E_{s'}$):

$$\omega_\lambda^2 \int(\omega_\lambda) \equiv \frac{\omega_\lambda^2}{2} \sum_{ss'} \frac{E_{ss'} L_{ss'}^2 (j_{ss'}^{(\tau)})^2}{E_{ss'}^2 - \omega_\lambda^2} = 0. \quad /19/$$

Решение с $\omega_\lambda = 0$ соответствует вращательной ветви возбуждений. Детально свойства вращательных и колебательных ветвей в четно-четных ядрах изучены в работе /14/.

* Операторы $I^{(\tau)}$ являются квазиклассическими по своему характеру, поскольку $I_z = 0$ и $[I^{(\tau)}, I^{(\tau)}] \approx 0$.

** Отметим, что этот гамильтониан сохраняет коллективный угловой момент I .

При рассмотрении нечетных ядер в методе случайной фазы необходимо в /8/ учесть также взаимодействие квазичастиц с коллективным движением, которое описывается гамильтонианом

$$h_1^{(1)} = -\frac{1}{4\gamma} \sum_r \{ [H^0, j^{(\tau)}] + [H^0, I^{(\tau)}] + \text{h.c.} \}. \quad /20/$$

Этот гамильтониан не содержит в себе взаимодействие квазичастиц с вращением в стандартной форме сил Кориолиса, что становится очевидным, если выписать в явном виде коммутатор

$$[H^0, I^{(\tau)}] = -2i\gamma \theta^{(\tau)} + \gamma \sum_\lambda (\omega_\lambda^2 \frac{\partial \int(\omega_\lambda)}{\partial \omega_\lambda})^{-1/2} [Q_\lambda^{(\tau)+} + \tau Q_\lambda^{(\tau)}]. \quad /21/$$

Здесь производная функции $\int(\omega_\lambda)$ вычисляется в точках, соответствующих решениям уравнения /19/ при $\omega_\lambda \neq 0$. В /21/ появляются не операторы коллективного углового момента, а сопряженные им операторы коллективных углов

$$[\theta^{(\tau)}, I^{(\tau)}] = i, \quad /22/$$

смысл которых подробно обсуждался в работах /8,13,15/. Взаимодействие Кориолиса физически появляется при переходе из лабораторной во внутреннюю систему координат, связанную с вращающимся ядром *. Предлагаемая нами процедура восстановления ротационной инвариантности

* Корректное преобразование в собственную систему с сохранением полного углового момента можно провести в методе обобщенной матрицы плотности /16-18/. В методе случайной фазы предложена процедура вычитания из внутреннего гамильтониана центробежной энергии взаимодействия частиц /8,15,19/

$$H' = -(1/2 \int_0) [J_z^2 - J^2], \quad /23/$$

приводящая к появлению сил Кориолиса в виде взаимодействия одноквазичастичного j и коллективного I угловых моментов. При этом приближенно сохраняются коллективные углы $\theta^{(\tau)}$, однако, если внутренний гамильтониан не был ротационным инвариантом, то угловой момент не сохраняется. Кроме того, в собственной системе координат форма гамильтониана /23/ строгого обоснования не имеет.

ности физически не соответствует переходу в собственную систему координат и, строго говоря, полностью корректна в лабораторной системе координат в силу предположения о том, что полный угловой момент ядра представляется суммой одночастичных угловых моментов.

Мы ограничимся этим обсуждением формы гамильтониана /20/, поскольку его зависимость от $\theta^{(r)}$ является несущественной при рассмотрении взаимодействия квазичастиц с колебательной ветвью возбуждений четно-четного остова. В данной работе нас интересуют эффективные заряды для E2-переходов между одночастичными состояниями с $\Delta K=1$, которые и возникают в результате этого взаимодействия.

Эффективные заряды для E2-переходов с $\Delta K=1$

Решение задачи о собственных функциях и собственных значениях гамильтониана *

$$\mathcal{H} \equiv H^0 + h_1^{(0)} + h_1^{(1)} \quad /24/$$

в нечетных ядрах ищем в рамках стандартного вариационного метода /см., например, описание в /20/ /, используя в качестве пробных волновые функции с определенным значением K проекции углового момента на ось z /опускаем индексы дополнительных квантовых чисел состояний/

$$|\Phi_K\rangle = \{ N_K a_K^+ + \sum_{K'} \sum_{\lambda, r} \chi_{K'}^{K\lambda}(\tau) a_{K'}^+ Q_{\lambda}^{(r)} \} |\Phi_0\rangle,$$

где N_K и $\chi_{K'}^{K\lambda}$ - вариационные амплитуды, причем $K' = K \pm 1$; $|\Phi_0\rangle$ - фоновый вакуум, который приближенно является и вакуумом для квазичастиц /последние полагаются приближенно коммутирующими с фононами/.

* В гамильтониан не включены те члены взаимодействия h_1 , которые описывают перерассеяние квазичастиц.

Опуская промежуточные вычисления, приведем окончательное уравнение для сдвига спектра квазичастичных возбуждений, обусловленного взаимодействиями $h_1^{(1)}$

$$\mathcal{D}(\xi_K) \equiv \xi_K - E_K + \frac{1}{2} \sum_{K'} \sum_{\lambda} (\omega_{\lambda}^2 \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \omega_{\lambda}})^{-1} \times \frac{M_{KK'}^2 (E_K - E_{K'})^2 (j_{KK'}^{(r)})^{2\lambda}}{E_{K'} + \omega_{\lambda} - \xi_K} = 0. \quad /26/$$

Решения ξ_K этого уравнения определяют новый спектр возбуждений нечетного ядра. Вариационные амплитуды N_K и χ нормированы условием

$$N_K^2 + \sum_{K'} \sum_{\lambda, r} [\chi_{K'}^{K\lambda}(\tau)]^2 = 1 \quad /27/$$

и имеют вид:

$$\chi_{K'}^{K\lambda}(\tau) = \frac{\tau}{2} N_K (\omega_{\lambda}^2 \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \omega_{\lambda}})^{-1/2} \frac{M_{KK'} (E_K - E_{K'}) j_{KK'}^{(r)}}{E_{K'} + \omega_{\lambda} - \xi_K}, \quad /28/$$

$$N_K^{-2} = \frac{\partial \mathcal{D}(\xi_K)}{\partial \xi_K} \quad /29/$$

где производная функции $\mathcal{D}(\xi_K)$ вычисляется при значениях ξ_K , удовлетворяющих уравнению /26/.

Итак, восстановление ротационной инвариантности ядерного гамильтониана в адиабатическом приближении автоматически приводит к примесям квазичастица + фонон в спектрах возбуждений нечетных ядер, что в свою очередь ведет к перенормировке матричных элементов различных физических операторов.

В частности, ранее мы указали /4,5/, что могут перенормироваться матричные элементы оператора внутреннего углового момента, образованного внешними /сверх остова/ нуклонами в нечетном ядре, однако численно эта перенормировка оказывается несущественной для низколежащих конфигураций.

В данной работе мы рассмотрим перенормировку матричных элементов E2-переходов между состояниями нечетного ядра с $\Delta K=1$.

Пусть оператор E2-переходов в представлении вторичного квантования имеет вид

$$\mathbb{M}(E2, \mu) = \sum_{t=n,p} e_0^{(t)} \sum_{ss'} \langle s | r^2 Y_{2\mu} | s' \rangle a_s^+ a_{s'}, \quad /30/$$

где a_s^+ (a_s) - операторы рождения /уничтожения/ частиц, $e_0^{(t)}$ - эффективные статические заряды частиц /вообще говоря, различные для разных значений μ /, которые отражают наше незнание всей совокупности физических взаимодействий между нуклонами в ядре и ограниченность конфигурационного пространства состояний, используемого в реальных расчетах. В работе /14/ статические эффективные заряды для $\mu = \pm 1$ определялись по вкладу вращательного 2^+ уровня в четно-четных ядрах в энергетически взвешенное правило сумм для E2-переходов.

При вычислении матричных элементов E2-переходов между состояниями /25/ оператор /30/ после преобразования Боголюбова разделяется на одноквазичастичную и квазибозонную части и из последней явно выделяется та часть, которая соответствует E2-переходам внутри ротационной полосы /см., например, /14/ /. Опуская эти преобразования, приведем окончательный результат для матричного элемента

$$\begin{aligned} \langle \Phi_K^{(t)} | \mathbb{M}(E2, \mu = \pm 1) | \Phi_{K'}^{(t)} \rangle &= N_K N_{K'} \times \\ &\times \{ e_0^{(t)} V_{KK'}(r^2 Y_{2\mu})_{KK'} + \frac{1}{2} M_{KK'}(E_K - E_{K'}) (j_\mu)_{KK'} \times \\ &\times \sum_{\lambda} (\omega_\lambda^2 \frac{\partial g}{\partial \omega_\lambda})^{-1/2} \mathcal{P}_\lambda(E2) [\frac{1}{E_K + \omega_\lambda - \epsilon_{K'}} + \\ &+ \frac{1}{E_{K'} + \omega_\lambda - \epsilon_K}] \}, \quad /31/ \end{aligned}$$

где $V_{KK'} = u_K u_{K'} - v_K v_{K'}$, $\mathcal{P}_\lambda(E2)$ - матричный элемент E2-перехода из основного состояния четно-четного остова на возбужденное с $I^\pi K = 2^+ 1$ и энергией ω_λ /квадрат этой величины определяет $B(E2, 0^+ \rightarrow 2^+ 1_\lambda)$ /, см. работу /14/ /.

Можно ввести динамические эффективные заряды для E2-переходов, зависящие от конфигураций состояний:

$$\begin{aligned} e^{(t)}(K, K') &\equiv N_K N_{K'} \{ e_0^{(t)} + \frac{1}{2} \frac{M_{KK'}(E_K - E_{K'}) (j_\mu)_{KK'}}{V_{KK'}(r^2 Y_{2\mu})_{KK'}} \times \\ &\times \sum_{\lambda} (\omega_\lambda^2 \frac{\partial g}{\partial \omega_\lambda})^{-1/2} \mathcal{P}_\lambda(E2) \times \\ &\times [\frac{1}{E_K + \omega_\lambda - \epsilon_{K'}} + \frac{1}{E_{K'} + \omega_\lambda - \epsilon_K}] \}. \quad /32/ \end{aligned}$$

Чтобы выяснить, насколько сильна зависимость $e^{(t)}(K, K')$ от конфигураций, рассмотрим случай, когда среднее поле описывается потенциалом Нильссона. Тогда из коммутатора $[H^0, J_\mu]$ легко получить соотношение

$$\frac{M_{KK'}(E_K - E_{K'}) (j_\mu)_{KK'}}{V_{KK'}(r^2 Y_{2\mu})_{KK'}} = \sqrt{\frac{32\pi}{15}} \delta m \omega_0^2, \quad /33/$$

где m - масса нуклона. Как видно, в простой осцилляторной модели это отношение вообще не зависит от конфигураций.

Вводя электрический квадрупольный момент

$$Q_{20}^{(e)} \equiv \sum_i e_0^{(i)} Q_{20}^{(i)}, \quad /34/$$

где $Q_{20}^{(i)}$ - массовые квадрупольные моменты для нейтронов и протонов, и полагая, как в работе /14/ ,

$$e_0^{(t)} = \begin{cases} e + e_0, & t = p \\ e_0, & t = n, \end{cases} \quad /35/$$

представим $\mathcal{P}_\lambda(E_2)$ в виде

$$\mathcal{P}_\lambda(E_2) = (\omega_\lambda^2 \frac{\partial g}{\partial \omega_\lambda})^{-1/2} \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \times \\ \times \{ Q_{20}^{(e)} + e(\delta m \omega_0)^{-1} \omega_\lambda^2 g^{(p)}(\omega_\lambda) \}, \quad /36/$$

где $g^{(p)}(\omega_\lambda)$ - протонная часть функции $g(\omega_\lambda)$.
Наконец, предположим для простоты, что взаимодействие $h^{(1)}$ сдвигает квазичастичный спектр приблизительно однородным образом /что справедливо для $E_K < \omega_\lambda$ /, т.е. $\mathcal{E}_K \approx E_K + \delta E$, причем $|\delta E| \ll \omega_\lambda$. Тогда для $e^{(t)}(K, K')$ окончательно получим

$$e^{(t)}(K, K') \approx N_K N_{K'} \{ e_0^{(t)} + 2\delta m \omega_0^2 Q_{20}^{(e)} \times \\ \times \sum_\lambda (\omega_\lambda \frac{\partial g}{\partial \omega_\lambda})^{-1} [\omega_\lambda^2 - (E_K - E_{K'})^2]^{-1} + \\ + 2e \sum_\lambda (\omega_\lambda \frac{\partial g}{\partial \omega_\lambda})^{-1} \frac{\omega_\lambda^2 g^{(p)}(\omega_\lambda)}{\omega_\lambda^2 - (E_K - E_{K'})^2} \}. \quad /37/$$

Таким образом, для E2-переходов между низколежащими состояниями с $|E_K - E_{K'}| \ll \omega_\lambda$ динамические эффективные заряды слабо зависят от конфигураций, если справедливы соотношения /33/. Отметим существенное физическое различие второго и третьего слагаемых в фигурных скобках /37/. Первое из них явно зависит от деформации и основной вклад в него дают низколежащие 1^+ -возбуждения, коллективные свойства которых в основном определяются частично-дырочными переходами между уровнями одной оболочки. В работах /9,14/ указывалось, что вращательная ветвь возбуждений в четно-четных ядрах исчерпывает не более половины энергетически взвешенного правила сумм для E2-переходов без изме-

нения главного квантового числа, а остальная часть распределяется между колебательными 1^+ -возбуждениями в спектроскопической области энергий /2-6 МэВ/. Когерентные /при $|E_K - E_{K'}| < \omega_\lambda$ / вклады этих состояний и определяют величину явно зависящей от деформации части динамического эффективного заряда.

Последнее слагаемое в фигурных скобках /33/ явно не зависит от деформации. Вклады различных 1^+ -возбуждений в него некогерентны /функция $g^{(p)}(\omega_\lambda)$ может менять знак с изменением ω_λ /, однако нет такой сильной дискриминации вкладов высокоэнергичных состояний, как в предыдущем слагаемом. Поэтому можно ожидать, что величина последнего слагаемого в /37/ будет определяться 1^+ -состояниями в области E2(K=1) резонанса / $\omega_\lambda \sim 10-14$ МэВ/, которые формируются частично-дырочными переходами между уровнями из различных оболочек /14/.

Расчеты и обсуждение результатов

Как видно из /32/, для вычисления эффективных зарядов необходимо знать энергии ω_λ колебательных 1^+ -возбуждений в четно-четном остове /решения уравнения /19// и энергетический спектр \mathcal{E}_K -состояний в нечетном ядре. Спектроскопические характеристики возбуждений с $K^\pi = 1^+$, а также силовые функции радиационных переходов, связывающих их с основным состоянием, подробно исследованы в работе /14/ на базе одночастичного потенциала Саксона-Вудса /21,22/. Значения статистических эффективных зарядов /35/ оценивались по вкладу вращательного 2^+ -уровня в энергетически взвешенное правило сумм. Типичные значения /14/ $e_0 \sim (0,1-0,2)e$.

Энергетические спектры нечетных ядер находятся согласованным решением уравнений /19/ и /26/ при фиксированных параметрах потенциала Саксона-Вудса /значения их приведены в работе /22/ / и характеристик парных взаимодействий без учета эффектов блокировки. Затем вычисляются амплитуды /28/ и /29/ и эффективные заряды /32/.

Примеси сложных конфигураций в /25/ для низколежащих состояний с $E_K < \omega_\lambda$ малы и обычно не превышают 1% нормы волновой функции. Малыми оказываются и энергетические сдвиги / ≤ 50 кэВ/ этих состояний, обусловленные взаимодействием /20/.

Независимость соотношения /33/ от конфигураций состояний при использовании потенциала Саксона-Вудса приближенно сохраняется только для матричных элементов между состояниями из одной сферической подболочки с большим j /например, для состояний подболочек $h_{11/2}$, $i_{13/2}$ и т.д./ . В других случаях отношения /33/ не только сильно флуктуируют по величине, но могут даже менять знак, что и приводит, в частности, к эффективным зарядам разного знака для различных конфигураций. Это видно из табл. 1, в которой приведены вычисленные значения $e(K, K')$ для некоторых низкоэнергетических состояний в нечетных ядрах. Расчеты проведены при значении $e_0 = 0,14e$ для всех ядер, кроме $N = 143$, для которого использовано значение $e_0 = 0,1e$. Отметим, что разумные вариации этого заряда практически не влияют на величину $e(K, K')$. Как правило, значения эффективных зарядов слабо зависят от вариаций параметров среднего поля и характеристик парных взаимодействий.

Расчеты показали, что для E2 -переходов между низколежащими состояниями, исходящими из одной сферической подболочки, типичными оказываются значения $e^{(n)}(K, K') \sim 0,8e$ и $e^{(p)}(K, K') \sim 1,8e$ / см. табл. 1, переходы между состояниями $5/2 [532] \rightarrow 7/2 [523]$, $5/2 [752] \rightarrow 7/2 [743]$ и др./ . Для других конфигураций, а также с ростом энергии возбуждений в нечетных ядрах, значения $e^{(n)}(K, K')$ могут сильно флуктуировать по величине и менять знак.

Подчеркнем, что рассматриваемые эффективные заряды возникают в результате связи частицы /квазичастицы/ с изоскалярными колебательными возбуждениями четно-четного остова*. Дополнительные поправки мо-

* Это утверждение не является строгим в силу выбора оператора E2 -переходов /30/ и статических зарядов /35/.

Таблица 1. Эффективные заряды для некоторых E2-переходов с $\Delta K=I$ в ядрах с нечетным Z или N

Z	$K [Nn_z \Lambda]$	$K' [N'n'_z \Lambda']$	$E_K - E_{K'}$ МэВ	$N_K N_{K'}$	$\frac{e(K, K')}{e}$
65	5/2 [4I3]	3/2 [4II]	0,49	0,995	2,26
65	5/2 [532]	7/2 [523]	0,56	0,997	1,68
67	5/2 [4I3]	3/2 [4II]	0,70	0,996	2,50
67	3/2 [4II]	1/2 [4II]	0,30	0,995	1,87
67	5/2 [532]	7/2 [523]	1,05	0,991	1,86
69	3/2 [4II]	1/2 [4II]	1,01	0,997	1,88
71	5/2 [402]	7/2 [404]	0,37	0,997	-1,86
73	7/2 [404]	5/2 [402]	0,63	0,997	-1,69

N	$K [Nn_z \Lambda]$	$K' [N'n'_z \Lambda']$	$E_K - E_{K'}$ МэВ	$N_K N_{K'}$	$\frac{e(K, K')}{e}$
93	5/2 [523]	3/2 [52I]	0,06	0,995	-1,42
95	3/2 [52I]	5/2 [523]	0,02	0,995	-1,41
97	3/2 [52I]	5/2 [523]	0,36	0,996	-1,41
99	9/2 [624]	7/2 [633]	0,88	0,992	0,65
99	5/2 [642]	7/2 [633]	0,32	0,997	0,59
101	7/2 [5I4]	5/2 [5I2]	0,41	0,996	1,85
103	7/2 [5I4]	5/2 [5I2]	0,11	0,996	1,85
143	9/2 [734]	7/2 [743]	0,73	0,994	0,72
143	5/2 [752]	7/2 [743]	0,74	0,993	0,81

гут возникать вследствие изовекторных взаимодействий^{6/}, сведения о которых в деформированных ядрах практически отсутствуют.

Вклады 1^+ -возбуждений с различной энергией ω_λ в величину эффективного заряда продемонстрированы на рис. 1. В верхней части рисунка показана усредненная силовая функция E2 -переходов в ядре ^{234}U , определенная следующим образом /14/:

$$\mathcal{F}(E2) = \frac{1}{\Delta\omega} \sum_{\lambda(\Delta\omega)} B(E2, 0^+ \rightarrow 2^+ 1_\lambda) \equiv$$

$$\equiv \frac{1}{\Delta\omega} \sum_{\lambda(\Delta\omega)} |\mathcal{P}_\lambda(E2)|^2$$

/38/

Интервал усреднения $\Delta\omega = 1$ МэВ. Ясно выделяется область E2(K=1) резонанса при энергии порядка 11-12 МэВ. В нижней части рисунка показаны вклады 1^+ -состояний соответствующих энергетических областей в $e(K, K')$ для E2-перехода между состояниями $7/2^- [743]$ и $5/2^- [752]$ в ядре ^{235}U /с ростом ω_λ последовательно суммируются вклады/. Видно, что низколежащие 1^+ -состояния играют очень важную роль в формировании эффективного заряда. Вклад 1^+ -состояний резонансной области оказывается $\approx 20\%$. Таким образом, численные расчеты подтверждают качественную структуру эффективного заряда, вытекающую из уравнения /37/.

Заключая обсуждение эффективных зарядов, отметим, что вычисленные значения $e^{(1)}(K, K')$ по порядку величины согласуются с оценками, полученными в других подходах /6,23/.

Теперь перейдем к анализу E2-переходов между ротационными полосами на одночастичных состояниях $7/2^- [743]$, $5/2^- [752]$ и $9/2^- [734]$ в ^{235}U . Кориолисово взаимодействие этих полос учитывалось в рамках феноменологического подхода в модели с промежуточной связью /4,5/. При этом четно-четный остов характеризуется такими параметрами, как эффективный момент инерции \mathcal{J} и внутренний электрический квадрупольный момент Q_0 , подбираемыми из согласия расчетов с экспериментальными данными об энергиях вращательных состояний в одной из ротационных полос и интенсивностях γ -переходов внутри полосы. Взаимодействие Кориолиса в феноменологической форме диагонализуется в ограниченном пространстве одночастичных состояний тождественных нуклонов и с одинаковой четностью. Учитываются спаривание и эффекты центробежной поляризации. Последние возникают вследствие центробежных сил,

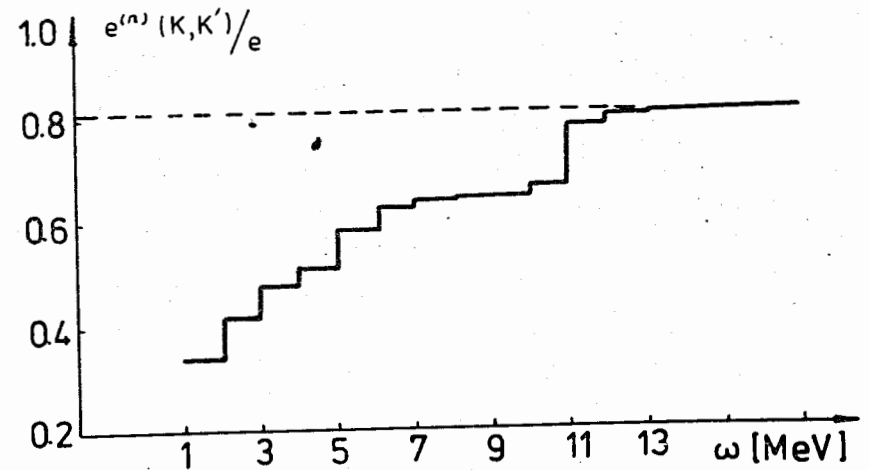
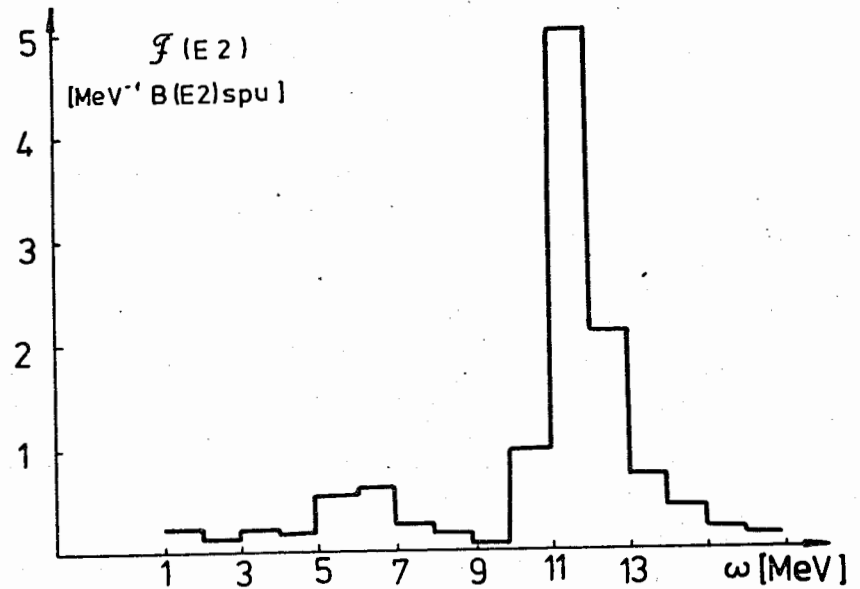


Рис. 1. Вверху: силовая функция E2-переходов в ядре ^{234}U /см. текст/. Внизу: пунктирная линия - полная величина эффективного заряда $e(K, K')$ для E2-перехода между состояниями $7/2^- [743]$ и $5/2^- [752]$ в ядре ^{235}U . Сплошная линия - последовательно суммируемые вклады 1^+ -возбуждений остова ^{234}U с различными ω в величину $e(K, K')$.

действующих между нуклонами внешних конфигураций, участвующих во взаимодействии Кориолиса, и перенормируют его. В работах /4,5/ эффекты, связанные с взаимодействием /20/, не учитывались, однако проведенные оценки показали, что возникающая при этом перенормировка матричных элементов $(j_{\mu})_{KK'}$ оказывается несущественной для низколежащих конфигураций.

Результаты численных расчетов для ротационной полосы основного состояния $7/2^- [743]$ в ^{235}U опубликованы в работе /5/. При значении параметра $1/(2\beta) = 7 \text{ кэВ}$ хорошо воспроизводится энергетика этой ротационной полосы. Те же параметры и значения $e(K, K')$ из табл. 1 были использованы в расчетах $B(E2)$, показанных в табл. 2. Вычисленные вращательные энергии в полосах $5/2^- [752]$ и $9/2^- [734]$ удовлетворительно согласуются с экспериментальными значениями. При этом взаимодействие Кориолиса /точнее, матричные элементы $(j_{\mu})_{KK'}$ / перенормируется /ослабляется/ за счет центробежных сил примерно на 20%.

Значения $B(E2)$ вычислялись по формуле /1/ с амплитудами C_K^I , полученными из расчета вращательных спектров. Сравнивая результаты в столбцах б/ и в/ табл. 2, видим, что учет одночастичных переходов приводит к изменению $B(E2)$ на 20-30%. При значении $Q_0 = 10 \text{ барн}$ суммарная величина приведенных вероятностей $E2$ -переходов на уровни ротационной полосы $5/2^- [752]$ заметно превышает экспериментальное значение, однако уменьшение Q_0 на 10-15% позволяет согласовать расчеты с опытными данными. В случае $E2$ -переходов на уровни ротационной полосы $9/2^- [734]$ удовлетворительное согласие с экспериментом получается при $Q_0 \sim 10 \text{ барн}$.

Мы не пытались проводить более тонкую подгонку расчетов к экспериментальным данным из-за неопределенности выбора параметра Q_0 , поскольку его величина не должна обязательно совпадать со значением в соседних четно-четных ядрах. Кроме того, экспериментальные ошибки измерений $B(E2)$ довольно велики и желательно иметь независимые экспериментальные данные, например, из измерений времен жизни.

Таблица 2. Приведенные вероятности $E2$ -переходов из основного состояния $7/2^- [743]$ на уровни ротационных полос $5/2^- [752]$ и $9/2^- [734]$ в ядре ^{235}U .

$I_f^{\pi} K_f$	$\mathcal{G}(I_f)$, кэВ		расчет		Эксп. б/г
	расчет а)	эксп. б)	б)	в)	
$5/2^- 5/2$	633	633	3,5	2,6	2,0
$7/2^- 5/2$	668	671	3,4	2,5	1,9
$9/2^- 5/2$	728	721	2,2	1,8	1,4
$11/2^- 5/2$	798	778	0,8	0,7	0,5
$\sum_{I_f} B(E2, 7/2^- \rightarrow I_f)$			9,9	7,6	5,8
$9/2^- 9/2$	(822)	822	2,3	1,5	1,2
$11/2^- 9/2$	898	886	0,8	0,5	0,2
$\sum_{I_f} B(E2, 7/2^- \rightarrow I_f)$			3,1	2,0	1,4
					3,2(1,0)

(а) Расчеты при значении $1/(2\beta) = 7 \text{ кэВ}$ и нормированы на экспериментальную энергию базисного уровня ротационной полосы;

(б) $e(K, K') = 0$, $Q_0 = 10 \text{ барн}$

(в) $e(K, K') \neq 0$ (см. табл. 1), $Q_0 = 10 \text{ барн}$

(г) $e(K, K') \neq 0$ (см. табл. 1), $Q_0 = 9 \text{ барн}$

Среди возможных причин, которые могут привести к изменению теоретических значений $V(E2)$, отметим взаимодействия квазичастиц с фонами квадрупольных $/K^\pi = 0^+$ и 2^+ / и октупольных колебаний остова. Расчеты, проведенные в работе ^{/21/}, показали, что примеси сложных конфигураций в основном состоянии ²³⁵U невелики, однако достигают 20-30% в возбужденных состояниях $5/2^- [752]$ и $9/2^- [734]$. Естественно, это приведет к некоторому ослаблению кориолисова смешивания состояний и уменьшению значений вероятностей $E2$ -переходов между ними.

В заключение авторы выражают благодарность С.Т.Беляеву, Р.В.Джолосу, В.Г.Зелевинскому и И.Н.Михайлову за полезные дискуссии.

Приложение

Пусть среднее поле ядра имеет аксиально-симметричную квадрупольную деформацию, т.е. несферическая часть потенциала имеет вид

$$V(\vec{r}) = V_0(r) Y_{2,0}(\theta), \quad /П.1/$$

где $V_0(r)$ - произвольная функция $|r|$ и параметра деформации. Введем одночастичные операторы

$$\mathcal{F}_{2,\mu} = \sum_{s,s'} \langle s | V_0(r) Y_{2,\mu} | s' \rangle a_s^+ a_{s'}. \quad /П.2/$$

Для них справедливо коммутационное соотношение с компонентами полного углового момента ^{/см., например, /24/}

$$[J_\nu, \mathcal{F}_{\lambda,\mu}]_{\nu=\pm 1} = \sqrt{\lambda(\lambda+1) - \mu(\mu+\nu)} \mathcal{F}_{\lambda,\mu+\nu}. \quad /П.3/$$

Если H^0 представлен гамильтонианом типа ^{/16/}, то легко проверить, что

$$\mathcal{F}_{2,\mu} = \begin{cases} -\frac{1}{6} [J_\nu^+, [H^0, J_\nu^-]], \mu=0, \nu=\pm 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} [H^0, J_\mu], \mu=\pm 1 \\ -\frac{1}{2\sqrt{6}} [J_\nu, [H^0, J_\nu]], \mu=2, \nu=\pm 2. \end{cases} \quad /П.4/$$

Гамильтониан эффективных восстанавливающих сил, удовлетворяющий требованию ротационной инвариантности ^{/2/}, может быть выбран в виде

$$h = -\frac{3}{\gamma} \sum_{\mu=-2}^2 \{ \mathcal{F}_{2,\mu} - \langle 0 | \mathcal{F}_{2,\mu} | 0 \rangle \delta_{\mu,0} \}^+ \times \\ \times \{ \mathcal{F}_{2,\mu} - \langle 0 | \mathcal{F}_{2,\mu} | 0 \rangle \delta_{\mu,0} \}, \quad /П.5/$$

где величина γ определяется средним по основному состоянию H^0

$$\gamma = -6 \langle 0 | \mathcal{F}_{2,0} | 0 \rangle \delta_{\mu,0}. \quad /П.6/$$

В частном случае потенциала Нильссона ^{/12/}

$$V_0(r) = -\frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} \delta m \omega_0^2 r^2 \quad /П.7/$$

эффективные взаимодействия ^{/П.5/} совпадают с обычно используемыми квадрупольными силами, причем константа этих сил равна ^{*}

$$\kappa = \frac{8\pi}{15} \left(\frac{\hbar}{m\omega_0} \right)^2 \frac{\gamma}{Q_{20}^2} = \frac{16\pi}{15} \frac{\delta \hbar^2}{m Q_{20}}, \quad /П.8/$$

где Q_{20} - массовый квадрупольный момент. Эта величина κ согласуется с оценкой ^{/25/}, полученной из условия самосогласования Хартри-Фока-Боголюбова для гамиль-

* Здесь κ имеет размерность энергии, т.е. предполагается, что в операторах квадрупольных сил используются безразмерные матричные элементы оператора квадрупольного момента.

тониана с квадрупольными силами. Если выбрать Q_{20} в виде, аналогичном электрическому квадрупольному моменту

$$Q_{20} = \frac{4}{5} AR_0^2 \delta, \quad /П.9/$$

где R_0 - радиус ядра и A - массовое число, то величина /П.8/ совпадает с квадрупольной константой связи Бора-Моттельсона /6/, в которой среднеквадратичный радиус ядра равен $\langle r^2 \rangle = \frac{3}{5} R_0^2$.

Рассмотрим случай произвольного аксиально-симметричного потенциала деформации, заданного в виде разложения по сферическим гармоникам

$$V(\vec{r}) = \sum_{\lambda=0,2,4,\dots} f_{\lambda}(r) Y_{\lambda,0}(\theta), \quad /П.10/$$

где $f_{\lambda}(r)$ зависят только от радиуса и параметров деформации. Введем одночастичные операторы

$$\mathcal{F}_{\lambda,\mu} = \sum_{s,s'} \langle s | f_{\lambda}(r) Y_{\lambda,\mu} | s' \rangle a_s^{\dagger} a_{s'}, \quad /П.11/$$

для которых справедливы соотношения коммутации /П.3/. Поскольку в этом случае

$$[H^{\circ}, J_{\mu}]_{\mu=\pm 1} = - \sum_{\lambda} \sqrt{\lambda(\lambda+1)} \mathcal{F}_{\lambda,\mu}, \quad /П.12/$$

то эффективные восстанавливающие силы необходимо конструировать для каждой мультипольности $\lambda=2,4,\dots$. Приведем окончательный вид гамильтониана h

$$h = - \frac{1}{2} \sum_{\lambda} \kappa_{\lambda} \sum_{\mu=\pm 1}^{\lambda} \{ \mathcal{F}_{\lambda,\mu} - \langle 0 | \mathcal{F}_{\lambda,\mu} | 0 \rangle \delta_{\mu,0} \}^{\dagger} \times \\ \times \{ \mathcal{F}_{\lambda,\mu} - \langle 0 | \mathcal{F}_{\lambda,\mu} | 0 \rangle \delta_{\mu,0} \}, \quad /П.13/$$

где из требования ротационной инвариантности следует

$$\kappa_{\lambda} = - \frac{1}{\langle 0 | \mathcal{F}_{\lambda,0} | 0 \rangle}, \quad /П.14/$$

причем эти величины связаны с энергетически взвешенным правилом сумм для углового момента соотношением

$$\gamma = \langle 0 | [J_{\mu}^{\dagger}, [H^{\circ}, J_{\mu}]] | 0 \rangle = \sum_{\lambda} \frac{\lambda(\lambda+1)}{\kappa_{\lambda}}. \quad /П.15/$$

Таким образом, в системе, описываемой деформированным потенциалом типа /П.10/, возникают квадрупольные, гексадекапольные и т.д. силы с радиальной зависимостью $f_{\lambda}(r)$, силовые параметры которых самосогласованно определяются видом потенциала.

Наличие в H° зависящих от деформации спин-орбитальных членов будет приводить к возникновению эффективных взаимодействий иной симметрии, чем /П.13/. При этом соотношения /П.12/ и /П.15/ становятся приближенными. Качество этого приближения можно проверить прямым вычислением и сравнением левой и правой частей /П.15/.

Заметим, что аналогичным образом можно сконструировать восстанавливающие силы в случае любого нарушения симметрии среднего поля. В частности, при нарушении трансляционной инвариантности поля в системе возникают эффективные восстанавливающие силы мультипольности $\lambda=1,3,\dots$, силовые параметры которых могут быть определены из требования сохранения полного импульса, что отмечалось в работе /11/. Восстановление градиентной инвариантности спаривательных сил приводит к возникновению дополнительных членов к стандартному гамильтониану парных взаимодействий /26/ и т.д.

Литература

1. K.E.G.Löbner, S.G.Malmskog. Nucl.Phys., 80, 505 (1966).
2. Э.Е.Берлович. Изв. АН СССР, сер. физ., 29, 2177 /1965/.

3. A.Faessler. *Nucl.Phys.*, 85, 679 (1966).
4. M.I.Baznat, N.I.Pyatov, M.I.Chernej. *Phys.Scr.*, 6, 227 (1972).
5. М.И.Базнат, Н.И.Пятов, М.И.Черней. ЭЧАЯ, 4, 941 /1973/.
6. A.Bohr, B.R.Mottelson. *Nucl.Structure*, v. II (to be published).
7. F.S.Stephens et al. *Nucl.Phys.*, A115, 129 (1968).
8. В.М.Михайлов. Изв. АН СССР, сер.физ., 34, 840 /1970/.
9. I.Namamoto. *Nucl.Phys.*, A177, 484 (1971).
10. Н.И.Пятов, М.И.Черней. ЯФ, 16, 931 /1972/.
11. V.L.Birbrair. *Phys.Lett.*, 46B, 152 (1973).
12. S.G.Nillson, *Kgl.Dan.Vid.Selsk.Mat.Fys.Medd.*, 29, No. 16 (1955).
13. E.R.Marshalek, *J.Weneser. Ann.Phys.*, 53, 569 (1969).
14. А.А.Кулиев, Н.И.Пятов. ОИЯИ, Р4-7517, Дубна, 1973; ЯФ, 20, вып. 7 /1974/.
15. В.М.Михайлов, В.В.Погосян. ЯФ, 16, 289 /1972/.
16. С.Т.Беляев, Структура ядра. Лекции международной школы, Алушта, 1972, стр. 491. ОИЯИ, Д-6465, Дубна, 1972.
17. С.Т.Беляев, В.Г.Зелевинский. ЯФ, 17, 525 /1973/.
18. В.Г.Зелевинский, М.И.Штокман. Препринт ИЯФ 88-73, Новосибирск, 1973.
19. V.L.Birbrair. *Nucl.Phys.*, 108, 449 (1968).
20. В.Г.Соловьев. Теория сложных ядер. Изд. "Наука", Москва, 1971.
21. F.A.Gareev et al. *Nucl.Phys.*, A171, 134 (1971).
22. Ф.А.Гареев и др. ЭЧАЯ, 4, 357 /1973/.
23. E.R.Marshalek, *J. da'Providencia. Phys.Rev.*, C7, 2281 (1973).
24. А.С.Давыдов. Теория атомного ядра. Физматгиз, Москва, 1958.
25. S.T.Belyaev. *Kgl.Dan.Vid.Selsk., Mat.Fys.Medd.*, 31, No. 11 (1959). M.Baranger. *Phys.Rev.*, 122, 992 (1961).
26. С.Т.Беляев. ЯФ, 4, 936 /1966/.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 апреля 1974 года.