СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р4 - 7831

В.К. Игнатович

ВЛИЯНИЕ ПРИПОВЕРХНОСТНЫХ ПОЛОСТЕЙ НА КОЭФФИЦИЕНТ ПОГЛОЩЕНИЯ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ ПРИ ОДНОКРАТНОМ СОУДАРЕНИИ СО СТЕНКОЙ ЛОВУШКИ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

P4 - 7831

В.К. Игнатович

ВЛИЯНИЕ ПРИПОВЕРХНОСТНЫХ ПОЛОСТЕЙ НА КОЭФФИЦИЕНТ ПОГЛОЩЕНИЯ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ ПРИ ОДНОКРАТНОМ СОУДАРЕНИИ СО СТЕНКОЙ ЛОВУШКИ

Настоящее сообщение является продолжением цикла работ [1–4], посвященных изучению влияния различных факторов на время удержания ультрахолодных нейтронов /УХН/ в ловушках. Здесь будет рассмотрена роль пустот, которые могут иметь место в приповерхностном слое.

В первой части работы решена наиболее простая задача о коэффициенте поглощения УХН при отражении от стенки, внутри которой находится плоская щель, параллельная внешней поверхности. Во второй части рассматривается такая же задача, но пустоты предполагаются имеющими вид сферических пор. В третьей части проводится обсуждение того, насколько присутствие пор может реально увеличить коэффициент поглощения.

1. *Отражение от стенки, внутри которой имеется плоская щель, параллельная внешней поверхности*

При наличии плоской щели внутри стенки потенциал взаимодействия нейтрона со стенкой имеет вид, указанный на рис. 1. Амплитуда отражения /коэффициент Френеля/ волны УХН, падающей слева, равна

$$R = \frac{r_{12} + r_{II} e^{-2k_z' H}}{1 + r_{12} r_{II} e^{-2k_z' H}}, \qquad /1/$$

где

$$r_{12} = \frac{k_z - i k_z'}{k_z + i k_z'} = e^{-2i\phi}, \quad \phi = \arccos \frac{k_z}{\sqrt{u_0}}, \qquad /2/$$

k_z - z -компонента волнового вектора нейтрона, падающего слева, $k_z' = \sqrt{u_0 - k_z^2}$, а r_{II} - амплитуда отражения нейтрона, падающего на границу H из области 2. Величина r_{II} определяется аналогично /1/:

$$r_{II} = \frac{r_{23} + r_{34} e^{2ik_z d}}{1 + r_{23} r_{34} e^{2ik_z d}} . \qquad /3/$$

Здесь $r_{23} = -r_{34} = -r_{12}$. С помощью выражений /2/ ее можно представить и иначе:

$$r_{II} = \frac{\sin(k_z d)}{\sin(2\phi - k_z d)} . \qquad /4/$$

Отсюда видно, что r_{II} имеет полюс при тех значениях $k_z = k_{zp}$, при которых $\sin(2\phi - k_z d) = 0$. Разлагая знаменатель в /4/ по $\Delta k^2 = k_z^2 - k_{zp}^2$ и полагая, что потенциал u_0 содержит мнимую часть, т.е. $u_0 = u_0' - iu_0''$, причем $0 < u_0'' \ll u_0'$, получаем:

$$r_{II} \simeq \frac{\sin(k_z d)}{2(\phi' - i\phi'') - k_z d} = -\frac{A}{\Delta k^2 + i\Gamma_1} , \qquad /5/$$

где

$$\phi' = \phi \,\Big|_{u_0'' = 0} , \quad -i\phi'' = -iu_0'' \frac{d\phi}{du_0} \Big|_{u_0'' = 0} ,$$

$$A = 4k_z^2 \frac{(k_z')^2}{u_0'(2 + k_z' d)} , \quad \Gamma_1 = 2u_0'' \frac{k_z^2}{u_0'(2 + k_z' d)} . \qquad /6/$$

Представим теперь выражение /1/ в виде

$$R = r_{12} + \frac{r_{II} T_{12} T_{21} e^{-2k_z' H}}{1 + r_{12} r_{II} \cdot e^{-2k_z' H}} , \qquad /7/$$

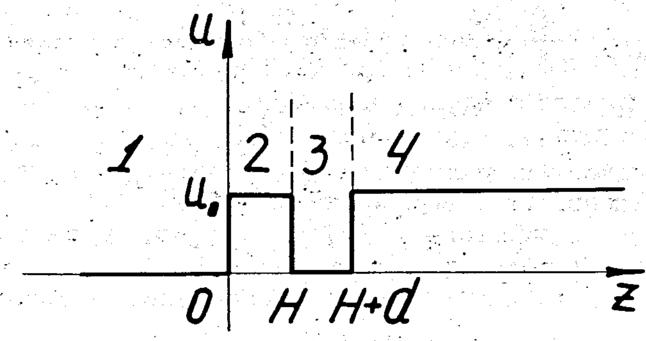

рис 1

где $T_{12} = \frac{2k_z}{k_z + ik_z'}$ и $T_{21} = \frac{2ik_z'}{k_z + ik_z'}$ - коэффициенты перехода из области 1 /см. рис. 1/ в область 2 и соответственно наоборот. Теперь с учетом /5/ легко видеть, что вблизи резонанса имеем:

$$R \simeq r_{12} \left(1 - \frac{2i\Gamma_2}{\Delta k^2 + \delta + i(\Gamma_1 + \Gamma_2)}\right) , \qquad /8/$$

где

$$\delta \simeq \frac{(k_z')^2 - k_z^2}{u_0'} A e^{-2k_z' H} , \quad \Gamma_2 = 2 \frac{k_z k_z'}{u_0'} A e^{-2k_z' H} . \qquad /9/$$

Коэффициент поглощения определяется выражением $\mu = 1 - |R|^2$. Вблизи резонанса $k_z \simeq k_{zp}$ его можно записать в виде

$$\mu \simeq 1 - |r_{12}|^2 + \frac{4\Gamma_1 \Gamma_2}{(\Delta k^2 + \delta)^2 + (\Gamma_1 + \Gamma_2)^2} = \mu_0 + \frac{4\Gamma_1 \Gamma_2}{(\Delta k^2 + \delta)^2 + (\Gamma_1 + \Gamma_2)^2} , \qquad /10/$$

где μ_0 - коэффициент поглощения в сплошной стенке. Если $\Gamma_1 \ll \Gamma_2$ и $\Delta k^2 \ll \delta$, то

$$\mu \simeq \mu_0 + \frac{4\Gamma_1\Gamma_2}{\delta^2 + \Gamma_2^2} = \mu_0(1 + 2e^{2k_z' H}).$$

При $k_z' H > 1$ имеем $\mu \gg \mu_0$.

Возникает вопрос: не может ли нейтрон туннельным переходом вообще выйти из ловушки? Ответ на этот вопрос - отрицателен. Действительно, если толщина стенки H настолько велика, что $4\Gamma_2/\Gamma_1 < \mu_0$, то, как следует из /10/, $\mu \simeq \mu_0$. Указанное неравенство выполняется при $H \simeq \frac{-1}{2\sqrt{u_0'}} \ln(\mu_0^2/4) \lesssim 1000$ Å, стенки же ловушки обычно намного толще.

II. Рассеяние на сферических пустотах

Наличие внутри стенки пустот в виде плоских щелей менее реально, чем в виде сферических пор или вакуолей. Поэтому последний случай представляет больший практический интерес. С точки зрения математики задача о рассеянии на порах имеет некоторую специфику, поскольку волны УХН внутри среды - неоднородны.

Решение задачи проводится методом, аналогичным описанному в предыдущем пункте. Для простоты рассмотрим сначала задачу о рассеянии плоской волны УХН шариком, расположенным у отражающей плоскости вне среды. Примем, что среда занимает полупространство $z \geq 0$. Обозначим волновую функцию УХН в отсутствие шарика $\Psi_0(r)$. В области $z < 0$

$$\Psi_0(r) = e^{i\vec{k}_+\vec{r}} + R(k_z) e^{i\vec{k}_-\vec{r}}, \qquad /11/$$

где

$$\vec{k}_+ = (\vec{k}_t, k_z), \quad \vec{k}_- = (\vec{k}_t, -k_z), \quad \vec{k}_t = (k_x, k_y), \; R(k_z) = r_{12}.$$

Присутствие шарика искажает волновое поле. Казалось бы, искажение состоит в том, что поле $\Psi_0(\vec{r})$ возбуждает шарик и порождает рассеянные волны, которые добавляются к /11/, однако поле, возбуждающее шарик, не совпадает с $\Psi_0(\vec{r})$, оно уже искажено присутствием шарика. Обозначим поле, возбуждающее шарик, через $\Psi_1(\vec{r})$. Разложим его по сферическим гармоникам вокруг центра шарика:

$$\Psi_1(\vec{r}) = 4\pi \sum_{\ell,m} i^{\ell} C_{\ell m} Y_{\ell m}(\hat{\vec{r}}') j_\ell(kr'). \qquad /12/$$

Здесь $j_\ell(kr')$ - сферическая функция Бесселя, имеющая асимптотики

$$j_\ell(z) = \begin{cases} \frac{1}{z}\sin\left(z - \frac{\pi\ell}{2}\right) & \text{при } z \to \infty, \\ \frac{z^\ell}{(2\ell+1)!!} & \text{при } z \to 0, \end{cases}$$

$Y_{\ell m}(\hat{\vec{r}})$ - сферическая функция, $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{r}_1$, $\vec{r}_1$ - координата центра шарика, а $C_{\ell m}$ - пока неизвестные коэффициенты. Возбуждающее поле $\Psi_1(\vec{r})$ порождает рассеянное поле $\Psi_2(\vec{r})$, которое можно представить в виде

$$\Psi_2(\vec{r}) = 4\pi i k \sum_{\ell,m} i^{\ell} f_\ell C_{\ell m} Y_{\ell m}(\hat{\vec{r}}') h_\ell^{(1)}(kr'), \qquad /13/$$

где $h_\ell^{(1)}(kr')$ - сферическая функция Ханкеля первого рода, имеющая асимптотики:

$$h_\ell^{(1)}(z) = -i \begin{cases} \frac{1}{z} e^{i(z - \frac{\pi\ell}{2})} & z \to \infty, \\ \frac{(2\ell-1)!!}{\ell+1} & z \to 0, \end{cases} \qquad /14/$$

$$f_\ell = \frac{1}{2ik}(e^{2i\delta_\ell z} - 1),$$

а δ_ℓ - фаза рассеяния. Поле $\Psi_2(\vec{r})$ можно разложить на плоские волны. Та часть плоских волн, которая отвечает волнам, распространяющимся от шарика в сторону плоскости $z = 0$, может быть представлена в виде

$$\Psi_{2+}(\vec r)=\int w_{2+}(\vec p_t)e^{i\vec p_+\vec r'}\,d^2p_t\,, \qquad /15/$$

где $\vec p_+=(\vec p_t,p_z)$, $p_z=\sqrt{k^2-\vec p_t^{\,2}}$, а $w_{2+}(\vec p)$ находится путем фурье-преобразования выражения /13/, в результате которого

$$2\pi i^\ell Y_{\ell m}(\hat{\vec r}')h_\ell^{(1)}(kr')=\int e^{i\vec p_+\vec r'}Y_{\ell m}(\hat{\vec p}_+)\frac{d^2p_t}{p_z k}. \qquad /16/$$

Подстановка /16/ в /13/ и сравнение с /15/ дает

$$w_{2+}(\vec p)=\sum_{\ell,m}2if_\ell C_{\ell m}Y_{\ell m}(\hat{\vec p}_+)e^{-i\vec p_+\vec r_1}\frac{1}{p_z}. \qquad /17/$$

Плоские волны /15/, отразившись от плоскости $z=0$ с коэффициентом $R(p_z)$ каждая, создают поле, отраженное в область $z<0$:

$$\Psi_{3-}(\vec r)=\int w_{3-}(\vec p_-)e^{i\vec p_-\vec r}\,d^2p_t', \qquad /18/$$

где $\vec p_-=(\vec p_t,-p_z)$, а

$$w_{3-}(\vec p_-)=w_{2+}(\vec p_+)R(p_z). \qquad /19/$$

Поле $\Psi_{3-}(\vec r)$ вместе с полем $\Psi_0(\vec r)$ и создают возбуждающее шарик поле /12/. Разлагая поле $\Psi_0(\vec r)+\Psi_{3-}(\vec r)$ по сферическим гармоникам вокруг центра шарика, находящегося в точке $\vec r=\vec r_1=z_1$, и приравнивая его к /12/, находим уравнение для коэффициентов $C_{\ell m}$:

$$C_{\ell m}=C_{\ell m}^{(0)}+\sum_{\ell'}Q(\ell,\ell',m)C_{\ell' m}f_{\ell'}, \qquad /20/$$

где

$$C_{\ell m}^{(0)}=[e^{ik_z z_1}+(-1)^{\ell-m}R(k_z)e^{-ik_z z_1}]Y^*_{\ell m}(\hat{\vec k}_+), \quad /21/$$

$$Q(\ell,\ell',m)=2i\int_{-\infty}^{\infty}e^{-2ip_z z_1}Y_{\ell' m}(\hat{\vec p}_+)Y^*_{\ell m}(\hat{\vec p}_+)(-1)^{\ell-m}R(p_z)\frac{d^2p_t}{p_z}. \qquad /22/$$

Нужно отметить, что интегрирование в /22/ производится по всем $\vec p_t\in(-\infty,\infty)$, поскольку шарик возбуждают не только реально распространяющиеся волны, но и волны экспонециально затухающие в области $z<0$. При $p_t>k$ аргумент p_z/p сферической функции $Y_{\ell m}(\hat{\vec p}_+)$ становится чисто мнимым.

Рассеяние на пустотах внутри среды описывается совершенно аналогичными формулами, несмотря на то, что внутри среды могут существовать только экспоненциально затухающие волны УХН. Выпишем подряд все формулы, аналогичные /11/-/12/, снабдив соответствующие величины штрихом:

$$\Psi_0'(\vec r)=T(k_z)e^{i\vec k_+'\vec r}, \qquad /11a/$$

где $T(k_z)=2k_z/(k_z+ik_z')$, $k_z'=\sqrt{u_0-k_z^2}$, $\vec k_+'=(\vec k_t,ik_z')$;

$$\Psi_1'(\vec r)=4\pi\sum_{\ell,m}i^\ell Y_{\ell m}(\hat{\vec r}')j_\ell(ik'r')C_{\ell m}', \qquad /12a/$$

где $\vec r'=\vec r-\vec r_1$, r_1 - координата центра вакуоли, $k'=\sqrt{u_0-k^2}$.

$$\Psi_2'(\vec r)=4\pi i(ik')\sum_{\ell,m}i^\ell C_{\ell m}'f_\ell'Y_{\ell m}(\hat{\vec r}')h_\ell^{(1)}(ik'r'), \qquad /13a/$$

$$f_\ell'=-\frac{1}{2k'}(e^{2i\delta_\ell'}-1).$$

Плоские волны, распространяющиеся к границе раздела, описываются выражением

$$\Psi_{2-}'(\vec r)=\int w_{2-}'(\vec p_-')e^{i\vec p_-'\vec r}\,d^2p_t. \qquad /15a/$$

Здесь $\vec p_-'=(\vec p_t-p_z')$, $w_{2-}(p_-')$ также определяется фурье-преобразованием $\Psi_2'(\vec r)$ в соответствии со следующим результатом:

$$2\pi i^\ell Y_{\ell m}(\hat{\vec r}')h_\ell^{(1)}(ik'r')=-\int Y_{\ell m}(\hat{\vec p}_\pm')e^{i\vec p_\pm'\vec r'}\frac{d^2p_t}{p_z'k'}, \quad /16a/$$

где $\vec{p}'_{\pm} = (\vec{p}_t, \pm i p'_z)$,

$$Y_{\ell m}(\hat{\vec{p}}'_{-}) = (-1)^{\ell-m} Y_{\ell m}(\hat{\vec{p}}'_{+}), \; \hat{\vec{p}}'_{\pm} = \frac{\vec{p}'_{\pm}}{ip'} = \frac{\vec{p}'_{\pm}}{ik'}.$$

Таким образом:

$$w'_{2-}(\vec{p}'_{-}) = -2\sum_{\ell,m} f'_{\ell} C'_{\ell m}(-1)^{\ell-m+1} Y_{\ell m}(\hat{\vec{p}}'_{+}) \frac{1}{p'_z} e^{-p'_z z_1}. \qquad /17a/$$

Плоские волны /17a/, преломившись на границе $z=0$, создают в области $z<0$ поле /18/, в котором

$$w_{3-}(\vec{p}_{-}) = w'_{2-}(\vec{p}'_{-}) T(p'_z), \qquad /19a/$$

где $T(p'_z) = 2ip'_z/(p_z + ip'_z)$. С другой стороны, отразившись от границы внутрь среды, плоские волны /17a/ создают поле

$$\Psi'_{3+}(\vec{r}) = \int w'_{3+}(\vec{p}'_{+}) e^{i\vec{p}'_{+}\vec{r}} d^2p_t, \qquad /23/$$

где

$$w_{3+}(\vec{p}'_{+}) = -w'_{2-}(\vec{p}'_{-}) R(p_z). \qquad /24/$$

Сумма полей $\Psi'_0(\vec{r}) + \Psi'_{3+}(\vec{r})$ создает поле /12a/, возбуждающее вакуоль. Разложив $\Psi'_0(\vec{r}) + \Psi'_{3+}(\vec{r})$ по сферическим волнам и приравняв к /12a/, найдем уравнение для $C'_{\ell m}$, аналогичное /20/:

$$C'_{\ell m} = C^{(0)\prime}_{\ell m} + \sum_{\ell'} Q'(\ell,\ell',m) C'_{\ell' m} f_{\ell'}, \qquad /20a/$$

где

$$C^{(0)\prime}_{\ell m} = T(k_z) e^{-k_z z_1} Y^*_{\ell m}(\hat{\vec{k}}'_{+}), \qquad /21a/$$

$$Q'(\ell,\ell',m) = 2(-1)^{\ell'-m+1} \int Y^*_{\ell m}(\hat{p}'_{+}) Y_{\ell' m}(\hat{p}'_{+}) e^{-2p'_z z_1} R(p_z) \frac{d^2p_t}{p'_z}. \qquad /22a/$$

Для определения поглощения удобно все поле, уходящее в область $z<0$, записать в виде совокупности плоских волн:

$$\Psi_{-}(\vec{r}) = \int w_{-}(\vec{p}) e^{i\vec{p}_{-}\vec{r}} d^2p_t. \qquad /25/$$

Полный уходящий поток при этом равен:

$$J_{-} = +\frac{1}{2i}\int [\Psi^*_{-}(\vec{r}) \overleftrightarrow{\nabla}_z \Psi(\vec{r})] d^2\rho \,\Big|_{z\to-\infty} =$$

$$= (2\pi)^2 \int |w_{-}(\vec{p}_{-})|^2 p_z d^2p_t. \qquad /26/$$

Сравнение его с падающим $J_0 = k_z S$, где S - полная освещаемая площадь, показывает, что коэффициент поглощения μ равен:

$$\mu = 1 - \int (2\pi)^2 \frac{p_z}{k_z} |w_{-}(\vec{p}_{-})|^2 \frac{d^2p_t}{S}. \qquad /27/$$

Формулы /11-24/ позволяют найти $w_{-}(\vec{p}_{-})$. В случае шарика

$$w_{-}(\vec{p}_{-}) = R(p_z)\delta(\vec{p}_t - \vec{k}_t) + \frac{2i}{p_z}\sum_{\ell,m} f_{\ell} C_{\ell m} Y_{\ell m'}(\hat{\vec{p}}_{+}) \times$$

$$\times [e^{-ip_z z_1} R(p_z) + (-1)^{\ell-m} e^{ip_z z_1}], \qquad /28/$$

а в случае вакуоли

$$w_{-}(\vec{p}_{-}) = R(p_z)\delta(\vec{p}_t - \vec{k}_t) + \frac{2}{p'_z}\sum_{\ell,m} f'_{\ell} C'_{\ell m} Y_{\ell m}(\hat{\vec{p}}'_{+}) \times$$

$$\times (-1)^{\ell-m} T(p'_z) e^{-p'_z z_1}. \qquad /29/$$

Если обозначить вторые слагаемые в /28/ и /29/ через $G(\vec{p})$, то μ можно представить в виде

$$\mu = 1 - |R(k_t)|^2 - \frac{(2\pi)^2}{S}[2\mathrm{Re}[G(k)R^*(k_z)] + \int |G(p)|^2 \frac{p_z}{k_z} d^2p_t]. \qquad /30/$$

В случае отсутствия поглощения как в самой стенке, так и в шарике или в вакуоли $|R(k_t)|^2 = 1$ и выражение в квадратных скобках в /30/ должно обращаться в нуль.

Последнее есть формулировка оптической теоремы для данной ситуации.

Амплитуда рассеяния f_ℓ и для шариков, и для вакуоли может быть представлена одинаковым выражением. Если обозначить через k волновое число падающей плоской волны нейтрона, через p - волновое число нейтрона внутри шарика /или вакуоли/, через a - радиус шарика /или вакуоли/, а через α и β величины ak и ap соответственно, то

$$f_\ell = -\frac{ia}{\alpha}\,\frac{\alpha\, j_\ell'(\alpha)\, j_\ell(\beta) - \beta\, j_\ell'(\beta)\, j_\ell(\alpha)}{\beta\, j_\ell'(\beta)\, h_\ell^{(1)}(\alpha) - \alpha\, h_\ell^{(1)\prime}(\alpha)\, j_\ell(\beta)}. \qquad /31/$$

Рассмотрим случай, когда всеми f_ℓ, кроме одного, можно пренебречь, т.е. когда одно f_ℓ имеет резонансное поведение. Например, пусть это будет f_0, т.е. наиболее существенным является s-рассеяние. Отметим, что s-рассеяние может доминировать также тогда, когда размеры рассеивателя малы по сравнению с длиной волны нейтрона, однако этот случай мало интересен, поскольку он хорошо описывается обычной теорией возмущения. Кроме того, из двух рассеивающих объектов /шарик и вакуоль/ только последний может иметь резонанс, поэтому именно его мы и будем рассматривать.

Обозначая в случае вакуоли $\alpha = ik'a = iq$, $\beta = ka$, получаем:

$$f_0 = \frac{a}{q} e^{q}\, \frac{q \sin\beta \,\mathrm{ch}\, q - \beta \cos\beta \,\mathrm{sh}\, q}{\beta\cos\beta + q\sin\beta}. \qquad /32/$$

При $k = k_p$ таких, что $\beta\cos\beta + q\sin\beta \approx 0$, амплитуда f_0 имеет полюс. Разлагая знаменатель f_0 по $\Delta k = k^2 - k_p^2$ и учитывая, что потенциал u_0 содержит мнимую часть / $u_0 = u_0' - iu_0''$, $u_0'' \ll u_0'$ /, представим f_0 в виде

$$f_0 \approx -\frac{A}{\Delta k^2 + i\Gamma_1}, \qquad /33/$$

где

$$A = \frac{2q\,k^2 a}{\gamma^2(1+q)}\, e^{2q}, \quad \Gamma_1 = \frac{2\beta^2 u_0''}{\gamma^2(1+q)}, \quad \gamma^2 = u_0' a^2. \qquad /34/$$

Найдем коэффициент поглощения вблизи $k^2 \approx k_p^2$, когда все f_ℓ, кроме f_0, можно положить равными нулю. В этом случае согласно /29/

$$w_-(\vec p_-) = R(k_z)\,\delta(\vec p_t - \vec k_t) + \frac{2}{p_z'} f_0' C_{00}' \frac{1}{\sqrt{4\pi}} T(p_z') e^{-p_z' z_1}, \qquad /36/$$

где C_{00} определяется уравнением /20а/, которое теперь имеет вид

$$C = C_0 + f_0 Q C. \qquad /35/$$

Здесь для упрощения записи переобозначено $C = C_{00}$, $C_0 = C_{00}^{(0)}$, $Q = Q_{(0,0,0)}$. Из /36/ находим

$$C = \frac{C_0}{1 - f_0 Q},$$

где

$$C_0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} T(k_z) e^{-k_z' z_1}, \quad Q = -\frac{1}{2\pi}\int_\infty \frac{p_z - ip_z'}{p_z + ip_z'}\, e^{-2p_z' z_1} \frac{d^2 p_t}{p_z'}. \qquad /37/$$

Подставив найденные выражения в /35/, получим:

$$G(\vec p) = w_-(\vec p_-) - R(p_z)\,\delta(\vec p_t - \vec k_t) = -\frac{(2\pi)^2}{S} 2i\, \frac{\Gamma(k_z, p_z)}{\Delta k^2 + \delta + i(\Gamma_1 + \Gamma_2)}, \qquad /38/$$

где

$$\Gamma_2 = A\,\mathrm{Im}\,Q, \quad \delta = A\,\mathrm{Re}\,Q,$$

$$\Gamma(k,p) = \frac{A}{\pi}\,\frac{k_z}{u_0'}\,\frac{k_z - ik_z'}{p_z + ip_z'}\, e^{-(p_z' + k_z')z_1}. \qquad /39/$$

Нетрудно проверить, что

$$2\,\mathrm{Re}\,[\Gamma(k_z,k_z)\Gamma_2\; R^*(k_z)] \sim 4\int|\Gamma(k_z,p_z)|^2\frac{p_z}{k_z}\,d^2p_t,$$

поэтому согласно /30/

$$\mu = 1-|R|^2+\frac{(2\pi)^2}{S}\,4\,\frac{\Gamma(k_z,k_z)\Gamma_1\; R^*(k_z)}{(\Delta k^2+\delta)^2+(\Gamma_1+\Gamma_2)^2}. \qquad /40/$$

Полученное выражение сильно упрощается, если усреднить его по углам падения следующим образом:

$$\bar\mu = \frac{1}{\pi}\int\frac{k_z}{k}\,\mu(k_z)\,d\Omega.$$

После усреднения получаем:

$$\bar\mu = \bar\mu_0+\frac{(2\pi)^2}{\pi k^2 S}\,\frac{4\Gamma_1\Gamma_2}{(\Delta k^2+\delta)^2+(\Gamma_1+\Gamma_2)^2}. \qquad /41/$$

Пусть число пор радиуса a на глубине z в слое толщины dz равно $N(z)\,dz\,W(a)\,da$. Примем, что $N(z)=N_0/L$, а $W(a)$ описывается логнормальным распределением [5]:

$$W(a)=[\sqrt{2\pi}\,\sigma a_0 e^{\sigma^2/2}]^{-1}\exp[-(\ln a-\ln a_0)^2/2\sigma^2],$$

тогда

$$\langle\Delta\mu\rangle=\langle\bar\mu-\bar\mu_0\rangle=\int\frac{16\pi}{SLk^2}\,dz\int W(a)da\,\frac{\Gamma_1\Gamma_2}{(\Delta k^2+\delta)^2+(\Gamma_1+\Gamma_2)^2}. \qquad /42/$$

Усредняя по спектру

$$\langle\langle\Delta\mu\rangle\rangle=\frac{4}{(u_0')^2}\int k^3dk\,\langle\Delta\mu(k)\rangle \qquad /43/$$

и учитывая, что в интеграл /43/ дают вклад $(ka)^3$ областей каждая шириной $\Delta k^2\simeq\Gamma_2$, получаем при $\Gamma_1\ll\Gamma_2$:

$$\langle\langle\Delta\mu\rangle\rangle\sim\int dz\,\frac{32\pi n}{(u_0')^2}\int(\sqrt{u_0'}\,a)^3\,\Gamma_1 W(a)\,da, \qquad /44/$$

где n - число пор в единице объема в приповерхностной области и где, кроме того, все k^2 и k'^2 приближенно заменены на u'. Учитывая, далее, что $(4\pi/3)\int W(a)\,a^3da\simeq V_1$ - средний объем поры, вводя удельную пористость $V_p=V_1 n$ и заменяя все оставшиеся аргументы a на a_0, получаем:

$$\langle\langle\Delta\mu\rangle\rangle=24V_p\int\frac{\Gamma_1}{\sqrt{u_0}}\,dz. \qquad /45/$$

Выражение /41/ справедливо только до тех z_{max}, при которых $\Gamma_2\lesssim\Gamma_1$, что эквивалентно $z_{max}\simeq a-\frac{1}{2\sqrt{u_0'}}\ln\mu_0$, где μ_0 - коэффициент поглощения при отражении от идеально ровной поверхности, усредненный по углам падения и спектру $|\mu_0=\frac{\pi}{2}\frac{u_0''}{u_0'}|$. Вспоминая выражение /34/ для Γ_1 и полагая $\beta^2\approx q^2\simeq\gamma^2=a^2u_0'$, получаем:

$$\langle\langle\Delta\mu\rangle\rangle\sim24V_p\,\mu_0 z_{max}\sqrt{u_0'}\,\frac{2}{1+a_0\sqrt{u_0'}}. \qquad /46/$$

Из последнего выражения видно, что максимальное поглощение будет иметь место при $a_0\sqrt{u_0}\simeq1$, что соответствует $z_{max}=-\frac{1}{2\sqrt{u_0}}\ln\mu_0$. Полагая указанные соотношения выполненными, получаем для коэффициента поглощения следующее выражение:

$$\langle\langle\mu\rangle\rangle\approx\mu_0(1-12V_p\ln\mu_0). \qquad /47/$$

Для слабо поглощающих веществ $\mu_0\approx10^{-5}$ /см. [5] /, поэтому

$$\langle\langle\mu\rangle\rangle\approx\mu_0\,(1+138V_p).$$

Если потребовать, чтобы $\langle\langle\mu\rangle\rangle\gtrsim10\mu_0$, то необходимо принять, что $V_p \approx 0,1$ по крайней мере в приповерхностном слое глубиной $L = 1000\,\text{Å}$. Интересно отметить, что у ферромагнитной стенки эффективная V_p, отвечающая разным доменам, может быть $\approx 0,5$, т.е. при $\mu_0 \approx 0,001$ $\langle\langle\mu\rangle\rangle \approx 0,04$, т.е. $\langle\langle\mu\rangle\rangle \approx 40\mu_0$.

Автор благодарен всем членам группы УХН в ЛНФ ОИЯИ за полезные обсуждения, а также А.В.Степанову за внимание к работе.

Литература

1. *В.К.Игнатович. Сообщение ОИЯИ, Р4-6681, Дубна, 1972.*
2. *В.К. Игнатович. Препринт ОИЯИ, Р4-6553, Дубна, 1972.*
3. *В.К. Игнатович. Сообщение ОИЯИ, Р4-7055, Дубна, 1973.*
4. *А.С.Герасимов и др. Препринт ОИЯИ, Р4-6970, Дубна, 1973.*
5. *Ф.Л.Шапиро. Сообщение ОИЯИ, Р3-7135, Дубна, 1973.*

Рукопись поступила в издательский отдел
2 апреля 1974 года.