

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



Г-935.

17/01-74  
P4 - 7821

2336/2-74

К.К.Гудима, Г.А.Ососков, В.Д.Тонеев

МОДЕЛЬ ПРЕДРАВНОВЕСНОГО РАСПАДА  
ВОЗБУЖДЕННЫХ ЯДЕР

**1974**

ЛАБОРАТОРИЯ  
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

К.К.Гудима,<sup>1</sup> Г.А.Ососков,<sup>2</sup> В.Д.Тонеев

**МОДЕЛЬ ПРЕДРАВНОВЕСНОГО РАСПАДА  
ВОЗБУЖДЕННЫХ ЯДЕР**

***Направлено в ЯФ***

---

<sup>1</sup> Институт прикладной физики АН Молд.ССР,  
Кишинев.

<sup>2</sup> Лаборатория вычислительной техники и автоматизация ОИЯИ, Дубна.

Ядерные реакции при высоких энергиях обычно анализируются в предположении двухстадийного механизма взаимодействия <sup>1/</sup>. На первой, быстрой стадии первичная частица инициирует внутриядерный каскад, при этом часть вторичных частиц покидает ядро. На второй, медленной стадии образовавшееся ядро снимает свое возбуждение путем испускания нуклонов, нуклонных ассоциаций или  $\gamma$ -квантов. По сути дела, тот же механизм предполагается и для области умеренных энергий с той лишь разницей, что первая стадия сводится к однократному столкновению бомбардирующей частицы с одним или группой нуклонов ядра-мишени. Существенно, что в обоих случаях первая стадия взаимодействия связывается с возбуждением лишь небольшого числа степеней свободы, тогда как на медленной стадии возбужденем охватывается существенно большее число степеней свободы. В реальных расчетах предполагается, что на второй стадии взаимодействия устанавливается статистическое равновесие и, следовательно, поведение возбужденного ядра может быть рассмотрено с помощью статистической теории ядерных реакций. Однако последнее предположение подразумевает, что за время установления статистического равновесия /т.е. за время между концом первой и началом второй стадии/ не было испущено ни одной частицы. Неудовлетворенность таким состоянием дела понималась давно, однако заметный прогресс наметился лишь после работы Гриффина <sup>2/</sup>. Гриффин предложил модель, в которой сделана попытка вычислить вероятность распада возбужденного ядра в каждый момент при стремлении ядра к равновесному

состоянию. Применение этой модели к ядерным реакциям в области умеренных энергий позволило объяснить высокоэнергетический хвост, наблюдаемый в спектре испущенных частиц. Дальнейшее развитие модель получила в работах Бланна <sup>/3,4/</sup>, Клайн <sup>/5,6/</sup> и группы итальянских физиков <sup>/7,8/</sup>. Несколько иной подход для временного описания ядерной реакции обсуждается в работах Харпа и Миллера <sup>/9,10/</sup>.

В данной работе предложен вариант экситонной модели предравновесного распада ядер, в известном смысле обобщающей модель Гриффина-Бланна. Физическая картина предравновесного распада ядер, ее связь с марковскими случайными процессами будет обсуждена в первом разделе статьи. В следующем разделе мы конкретизируем модель заданием парциальных вероятностей для возможных каналов реакции. Два последних раздела посвящены иллюстрации динамических свойств модели и сравнению с экспериментом результатов расчета.

### *Экситонная модель и случайные процессы*

Для конкретности изложения будем иметь в виду взаимодействие нуклона с ядром при умеренной энергии, скажем, в десяток или несколько десятков *МэВ*. Если рассмотреть ядро в рамках одночастичной модели и, следуя Гриффину-Бланну, предположить существование слабых двухчастичных остаточных взаимодействий, то одночастичные состояния будут смешиваться, приводя к состояниям большей сложности. Если, кроме того, допустить, что число экситонов  $n$  /т.е. сумма числа возбужденных частиц  $p$  и дырок  $h$ ,  $n=p+h$  / является хорошим квантовым числом, то эти сложные состояния могут быть классифицированы в соответствии со значением  $n$ .

Сделанные выше предположения во многом фиксируют модель. Действительно, вошедший в ядро нуклон за счет двухчастичного взаимодействия приведет к образованию входного возбужденного состояния две частицы - одна дырка:  $2p1h$ , т.е.  $n=3$ . Двухчастичный характер остаточ-

ного взаимодействия, определяя дальнейшее поведение системы, дает правила отбора для матричных элементов перехода:  $\Delta n = \pm 2$  и  $0$ ; переходы с  $\Delta n = +2$  и  $-2$  связаны соответственно с рассеянием экситона на рожденной и поглощенной парах частица-дырка, а  $\Delta n = 0$  отвечает рассеянию двух экситонов. В пренебрежении деталями двухчастичного взаимодействия вероятности переходов будут определяться статистическими весами доступных состояний.

На предравновесной стадии процесса наиболее вероятны переходы в состояния большей сложности, т.е. с  $\Delta n = +2$ . Таким образом, развитие системы во времени происходит, в основном, от менее сложных состояний к более сложным, т.е. система будет последовательно проходить состояния с  $n = 3, 5, 7$  и т.д., и тем самым энергия возбуждения, внесенная первичной частицей, каждый раз будет распределяться между все большим числом экситонов. При достижении статистического равновесия вероятности переходов с различными  $\Delta n$  становятся равными.

Среди всех возможных предравновесных состояний с заданным  $n$  могут быть и такие, энергия которых лежит выше энергии связи частицы. Следовательно, из этих состояний оказывается возможным испускание частиц. Именно это испускание из предравновесного состояния и представляет наибольший интерес.

Для теоретического описания изложенной выше физической картины установления равновесия были предложены различные /экситонные/ модели <sup>/2-8/</sup>. Введя вероятность  $P(n, t)$  нахождения системы в состоянии с числом экситонов  $n$  в момент времени  $t$  можно записать обобщенное кинетическое уравнение / master - уравнение Клайн-Бланна/, которое наиболее последовательно учитывает динамику процесса, в следующем виде: <sup>/4, 5/</sup>

$$\frac{dP(n, t)}{dt} = \lambda_{-}(n+2, E) P(n+2, t) + \lambda_{+}(n-2, E) P(n-2, t) - [\lambda_{-}(n, E) + \lambda_{+}(n, E)] P(n, t) .$$

/1/

Здесь  $\lambda_+(n, E)$  и  $\lambda_-(n, E)$  - вероятности переходов /в единицу времени/ соответственно с  $\Delta n = +2$  и  $-2$  из состояния, характеризуемого числом экситонов  $n$  и энергией возбуждения  $E$ . Фактически мы имеем систему уравнений для всех значений  $n$  с шагом  $\Delta n=2$ , начиная с некоторого начального  $n = n_0$  и до максимального значения  $n = n_{\text{равн}}$ , отвечающего установлению статистического равновесия в системе. При этом необходимо еще задать начальные условия  $P(n, t=0) = \delta_{nn_0}$ . Численное решение этой системы дифференциальных уравнений дает вероятность для состояния быть заселенным в момент времени  $t$ ,  $P(n, t)$ , что позволяет определить мгновенный

$$W_{\text{предр}}(\epsilon, t) d\epsilon = \sum_{\substack{n=n_0 \\ \Delta n=2}}^{n_{\text{равн}}} \lambda_c^j(n, \epsilon) P(n, t) d\epsilon, \quad /2a/$$

интегральный

$$W_{\text{предр}}(\epsilon, \geq t) d\epsilon = \sum_{\substack{n=n_0 \\ \Delta n=2}}^{n_{\text{равн}}} \int_0^t dt' \lambda_c^j(n, \epsilon) P(n, t') d\epsilon \quad /2б/$$

и полный энергетический спектр частиц, испущенных до установления в системе статистического равновесия,

$$W_{\text{предр}}(\epsilon) d\epsilon = \sum_{\substack{n=n_0 \\ \Delta n=2}}^{n_{\text{равн}}} \int_0^{t_{\text{равн}}} dt' \lambda_c^j(n, \epsilon) P(n, t') d\epsilon, \quad /2в/$$

где  $\lambda_c^j(n, \epsilon) d\epsilon$  - вероятность вылета частицы типа  $j$  с энергией в интервале от  $\epsilon$  до  $\epsilon + d\epsilon$  из состояния ядра с  $n$  экситонами, а  $t_{\text{равн}}$  определяется моментом достижения состояния с  $n = n_{\text{равн}}$ .

Однако при выводе мастер-уравнения /1/ предполагалось, что вероятность предравновесного испускания очень мала, и поэтому фактом обеднения состояний за счет этого эффекта можно пренебречь. В уравнении /1/ не учтены также переходы с  $\Delta n = 0$ . Кроме того, модель рассчитана на описание предравновесной части спектра

$W_{\text{предр}}(\epsilon)$ ; для получения измеряемого на опыте энергетического спектра частиц  $W(\epsilon)$  необходимо просуммировать  $W_{\text{предр}}(\epsilon)$  с равновесной частью спектра  $W_{\text{равн}}(\epsilon)$ , относительный вклад которой в данном варианте экситонной модели не фиксирован. Мы покажем, как можно обобщить экситонную модель и избежать отмеченных недостатков.

Прежде всего заметим, что описанная выше временная эволюция системы представляет собой пример разрывного марковского процесса /11/: временная переменная меняется непрерывно и в некоторый случайный момент происходит скачкообразное изменение состояния системы, причем поведение системы в будущем определяется состоянием ее в настоящий момент \*.

С этой точки зрения уравнение /1/ является уравнением Колмогорова-Чапмена /11/ для данного случайного процесса. Поскольку вероятности переходов не зависят явно от времени, то случайный процесс будет однородным марковским процессом.

Разрывный марковский процесс вышеуказанного типа можно полностью охарактеризовать заданием для каждого состояния обобщенного пуассоновского потока событий  $e^{-\Lambda(n,E)t}$ , где  $\Lambda(n,E)$  - плотность потока, а его обратная величина,  $\Lambda^{-1}(n,E)$  - есть среднее время пребывания системы в состоянии  $(n,E)$  /12/. Для случайного процесса, описываемого уравнением /1/,  $\Lambda(n,E) = \lambda_+(n,E) + \lambda_-(n,E)$ , пуассоновский поток управляет случайным моментом перехода системы из одного состояния в другое, а относительные величины компонент  $\Lambda(n,E)$  определяют вероятность того или иного канала, при условии, что такой переход действительно состоялся. Все это подсказывает простой способ решения системы /1/: моделирование случайного процесса с помощью метода Монте-Карло. Схема реализации этого случайного процесса проста. Момент времени  $t_1$  перехода из начального состояния выбирается согласно нормированному распределению

---

\* Часто для этого процесса используется название цепи Маркова с непрерывным временем.

$$f(t) = \frac{1}{\Lambda(n_0, E)} e^{-\Lambda(n_0, E)t}.$$

Поскольку переход с  $\Delta n = -2$  из состояния  $n = n_0$  невозможен, то с вероятностью единица система перейдет в состояние  $n = n_0 + 2$ . Момент следующего перехода  $t_2$  находится из распределения

$$f(t) = \frac{1}{\Lambda(n_0 + 2, E)} e^{-\Lambda(n_0 + 2, E)(t - t_1)};$$

по относительной вероятности  $\lambda_+(n_0 + 2E) / \Lambda(n_0 + 2, E)$  осуществляется выбор состояния  $n_0$  или  $n_0 + 4$ , в котором оказалась система в результате этого перехода. Аналогичным образом прослеживается и дальнейшее поведение системы вплоть до установления равновесия. Точность расчета будет определяться числом прослеженных "историй"  $N$ . Если за  $N$  реализаций процесса система  $N_1$  раз побывала в момент  $t$  в состоянии  $n$ , то  $P(n, t) = N_1 / N$ .

В применении к уравнению /1/ преимущества предложенного метода не столь очевидны: хотя система /1/ из-за сложного вида выражения для  $\lambda_{\pm}(n, E)$  не поддается точному аналитическому решению, она может быть решена численно с использованием разностных методов. Однако трудности даже численных методов решения быстро возрастают, если мы постараемся обобщить уравнение /1/. В этом случае указанная интерпретация физического явления как марковского процесса оказывается очень полезной, а метод Монте-Карло остается практически единственным методом, позволяющим решить систему уравнений типа /1/. Действительно, обобщение экситонной модели, учитывающее переходы с  $\Delta n = 0$  и обеднение состояний за счет предравновесного испускания частиц, в рамках нашего подхода сводится лишь к переопределению плотности пуассоновского потока

$$\Lambda(n, E) = \lambda_+(n, E) + \lambda_-(n, E) + \lambda_0(n, E) + \sum_j \Gamma_j(n, E), /3/$$

$$\Gamma_j(n, E) = \int_{V_j}^{E - V_j} \lambda_c^j(n, \epsilon) d\epsilon. /3a/$$



Здесь  $\Gamma_j(n, E)$  - отнесенная к единице времени полная вероятность испускания частицы типа  $j$  на ядра с числом экситонов  $n$  и энергией возбуждения  $E$ ,  $V_j$  и  $B_j$  - кулоновская энергия и энергия связи этой частицы, а суммирование проводится по всем типам частиц, испускание которых необходимо учесть.

Как нетрудно видеть, развитый метод естественным образом учитывает конкуренцию различных каналов реакции и возможность последовательного испускания нескольких частиц. Следует подчеркнуть, что при этом вся схема вычислений сохраняется, тогда как при попытке непосредственно решить соответствующие мастер-уравнения нам пришлось бы иметь дело с системой интегродифференциальных уравнений\*.

Прежде чем перейти к описанию физических параметров модели, необходимо сделать несколько замечаний.

Во-первых, как видно из соотношения /3/, в нашу модель на равных правах входят вероятности перехода между предравновесными состояниями ядра  $\lambda_+(n, E)$ ,  $\lambda_-(n, E)$ ,  $\lambda_0(n, E)$  и вероятности испускания частиц в непрерывный спектр  $\Gamma_j(n, E)$ , что предполагает их знание в абсолютной шкале. Этим самым фиксируется относительный вклад в энергетический спектр предравновесной компоненты.

---

\* Для учета переходов с  $\Delta n = 0$  необходимо характеризовать  $P(n, t)$  дополнительным индексом, указывающим положение пары частицы-дырка относительно уровня Ферми, что приводит к появлению в правой части уравнения /1/ сумм по этому индексу. Если учесть вероятность предравновесной эмиссии частиц, то  $P(n, t)$  становится функцией энергии возбуждения. Кроме того, поскольку энергетический спектр испущенной частицы является непрерывным, то в мастер-уравнения появляются интегральные члены. Последний эффект был приближенно учтен в недавней работе Клайн /13/.

В нашем подходе, вообще говоря, нет необходимости явно выписывать систему уравнений типа /1/. Везде ниже запись  $P(n, t)$  означает, что выполнено суммирование /интегрирование/ по всем значениям остальных аргументов этой функции.

Во-вторых, нет необходимости ограничивать моделирование процесса моментами времени  $t \leq t_{\text{равн}}$ ; в принципе, "судьбу" данного возбужденного ядра можно проследить вплоть до полного сброса энергии возбуждения. Однако, по определению, для состояний компаунд-ядра все переходы равновероятны и, следовательно, состояние ядра определяется заданием лишь энергии возбуждения. Но тогда отпадает необходимость дальнейшего временного рассмотрения поведения системы, и изложенная выше схема упрощается, естественно переходя в монте-карловскую схему расчета обычного испарительного каскада /1/.

Далее, если  $\Gamma_j(n, E)$  включена в  $\Lambda(n, E)$  и тем самым испускание частиц реализуется как один из возможных каналов, то информация об этих частицах получается непосредственно, не прибегая к соотношениям /2/. Кроме того, если интересоваться характеристиками, проинтегрированными по всему времени взаимодействия частицы с ядром /а только такие и можно сопоставить с экспериментальными данными/, то выборку момента перехода можно не проводить.

Наконец, предложенная схема относится к так называемому прямому методу моделирования. Для уменьшения дисперсии результатов и ускорения времени счета целесообразно использовать метод весовых функций, применение которого в данном случае довольно очевидно.

### *Вероятности переходов и испускания частиц. Параметры модели*

Детализируем нашу модель конкретным выбором вероятностей перехода  $\lambda_{\pm 0}(n, E)$  и испускания частиц  $\lambda_j^c(n, \epsilon)$ . По общим правилам квантовой механики вероятность перехода в единицу времени из начального состояния  $n'$  в конечное состояние  $n$

$$\lambda_{n' \rightarrow n}(E) = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{n' \rightarrow n}|^2 \rho_n(E), \quad /4/$$

где  $\rho_n(E)$  - плотность конечных состояний системы,  $M_{n' \rightarrow n}$  - соответствующий матричный элемент.

Для простоты, в качестве одночастичного базиса выберем довольно идеализированную эквидистантную схему уровней с одночастичной плотностью  $g$ . Тогда плотность  $n$ -экситонного состояния ядра, возбуждаемого до энергии  $E$ , дается известным выражением /14/:

$$\rho_n(E) \equiv \rho_{p,h}(E) = \frac{g(gE)^{p+h-1}}{p!h!(p+h-1)!} \quad /5/$$

Однако в силу сделанного ранее предположения о двухчастичном характере остаточных взаимодействий, не все эти состояния являются доступными. Учет правил отбора, выполненный Вильямсом /15/, приводит к следующим соотношениям:

$$\lambda_+(n, E) = \frac{2\pi}{\hbar} |M|^2 \frac{g^3 E^2}{p+h+1},$$

$$\lambda_0(n, E) = \frac{2\pi}{\hbar} |M|^2 g^2 E \left[ \frac{3(p+h)-2}{4} \right], \quad /6/$$

$$\lambda_-(n, E) = \frac{2\pi}{\hbar} |M|^2 g [ph(p+h-2)].$$

Здесь мы еще дополнительно пренебрегли различием матричных элементов, положив их все равными некоторому среднему  $|M_+| = |M_-| = |M_0| = |M|$ .

Из соотношений /6/ четко видна доминирующая роль члена  $\lambda_+(n, E)$  при малых значениях  $n = p + h$ .

В некотором приближении вероятность перехода  $\lambda_+(n, E)$  можно интерпретировать как квазисвободное рассеяние нуклона, находящегося выше энергии Ферми  $T_F$ , на нуклоне ядра-мишени. Тогда

$$\frac{\sigma(v) \cdot v}{v} = \frac{2\pi}{\hbar} |M|^2 \frac{g(gE)^2}{p+h+1}, \quad /7/$$

где  $v$  - относительная скорость сталкивающихся нуклонов,  $\sigma(v)$  - сечение их квазисвободного рассеяния,  $V$  - объем взаимодействия, а черта сверху означает усреднение по всем возбужденным нуклонам  $p$ , учет принципа Паули и т.п. Из уравнения /7/ легко получить оценку для квадрата усредненного матричного элемента  $|M|^2$ .

Средняя энергия, приходящаяся на возбужденную частицу в состоянии с  $n$ -экситонами и энергией возбуждения  $E$ ,  $\langle E \rangle = E/n$ \*, а ее кинетическая энергия, измеренная от дна потенциальной ямы,  $T_p = T_F + E/n$ . Кинетическая энергия внутриядерного нуклона, усредненная по фермиевскому спектру  $T_N = 3/5 T_F$ . В приближении так называемого "столкновения под прямым углом" относительная кинетическая энергия сталкивающихся частиц  $T = T_p + T_N = 8/5 T_p + E/n$ , откуда можно определить относительную скорость  $v = \sqrt{2T/M_N}$ , где  $M_N$  - масса свободного нуклона.

Для величины  $\sigma(v)$  взята полусумма сечений протон-протонного и протон-нейтронного рассеяния и, кроме того, введен множитель  $\eta$ , эффективно учитывающий принцип Паули точно так, как это делается в модели ферми-газа /16/:

$$\sigma(v) = \frac{1}{2} [\sigma_{pp}(v) + \sigma_{pn}(v)] \eta(T_F/T)$$

$$\eta(x) = \begin{cases} 1 - \frac{7}{5}x, & \text{если } x \leq 0,5 \\ 1 - \frac{7}{5}x + \frac{2}{5}x(2 - \frac{1}{x})^{5/2}, & \text{если } x > 0,5. \end{cases}$$

Сечения взаимодействия частиц аппроксимировались с помощью соотношений, предложенных Метрополисом и др. /17/.

\* В этом легко убедиться, вычислив

$$\langle E_p \rangle = \frac{E}{p \cdot \rho_{p,h}(E)} \int_0^E \rho_{p-1,h}(E - E_p) E_p dE_p,$$

где  $\rho_{p,h}(E)$  задано соотношением /5/.

$$\sigma_{pp}(v) = \frac{10.63}{v^2} - \frac{29.33}{v} + 42.9,$$

$$\sigma_{pn}(v) = \frac{34.10}{v^2} - \frac{83.2}{v} + 82.2,$$

где сечения даны в миллибарнах, а относительная скорость выражена в единицах скорости света.

Объем взаимодействия можно представить как  $V = (4/3)\pi(0.8 + \lambda)^3$ , где  $\lambda$  - длина де-бройлевской волны, соответствующей относительной скорости  $v$ , а 0,8 - величина порядка удвоенного радиуса ядра нуклона /в единицах ферми/ \*

Поскольку мы стремимся получить лишь оценку  $|M|^2$ , то в левую часть /7/ следует еще ввести некоторый фактор, точное значение которого находится из сравнения теории с экспериментом. В приведенных ниже результатах этот фактор положен равным единице.

Окончательно для вероятностей переходов имеем

$$\lambda_+(n, E) = \frac{\sigma(v) \cdot v}{V};$$

$$\lambda_0(n, E) = \frac{\sigma(v) \cdot v}{V} \cdot \frac{1}{gE} \cdot \frac{3(p+h)-2}{4(p+h+1)^{-1}}; \quad /8/$$

$$\lambda_-(n, E) = \frac{\sigma(v) \cdot v}{V} \cdot \frac{1}{(gE)^2} \cdot \frac{p \cdot h \cdot (p+h-2)}{(p+h+1)^{-1}}.$$

Вероятность испускания частицы на предравновесной стадии можно связать с сечением обратного процесса точно таким же образом, как и в случае "испарения" частиц из компаунд-ядра, если применить принцип детального баланса к предравновесным состояниям,

\* Следует заметить, что в моделях внутриядерного каскада аналогичным образом определяется радиус взаимодействия частиц  $r = 0.8 + \lambda / 18$ .

$$\lambda_c^j(\epsilon) d\epsilon = \frac{(2s_j + 1) \mu_j \sigma_{inv}(\epsilon) \cdot \epsilon}{\pi^2 h^3} \frac{\rho_{n-A_j}(U)}{\rho_n(E)} d\epsilon, \quad /9/$$

где  $s_j$  и  $\mu_j$  - спин и приведенная масса испущенной частицы с числом нуклонов  $A_j$ ;  $U = E - B_j - \epsilon$  - энергия возбуждения остаточного ядра. Плотность уровней задана соотношением /5/, а для сечений обратной реакции  $\sigma_{inv}(\epsilon)$  использована аппроксимация из работы /19/. Полная вероятность испускания частицы данного типа определена выражением /3а/.

В случае равновесного распада соответствующее  $\lambda_c^j(\epsilon)$  получается из соотношения /9/ путем подста-

новки  $\rho(E) = e^{-2\sqrt{aE}}$ , где  $a$  - параметр плотности уровней. В модели ферми-газа он может быть связан с одночастичной плотностью уровней вблизи энергии Ферми  $g$

$$a = \frac{\pi^2}{6} g. \quad /10/$$

Значения параметра плотности уровней  $a$ , извлеченные из анализа эксперимента с помощью равновесной статистической теории, лежат в пределах  $(A/7 - A/20) \text{ МэВ}^{-1}$ , где  $A$  - массовое число ядра /20/. Выбирая величину  $a$  в этих пределах, можно определить параметр  $g$  через уравнение /10/ как одночастичную плотность уровней для некоторой "эффективной" эквидистантной схемы.

Для полного определения модели необходимо, кроме того задать значение при котором достигается равновесие,  $n_{равн}$ . Как уже отмечалось выше, в состоянии равновесия все переходы становятся равновероятными, т.е. можно записать  $\lambda_-(n_{равн}, E) = \lambda_+(n_{равн}, E)$ , откуда получаем  $n_{равн} = \sqrt{2gE}$ .

### *Динамика предравновесного распада*

Прежде чем перейти к сравнению результатов конкретных расчетов с экспериментальными данными, интересно проследить поведение различных характеристик

процесса по мере установления равновесия в возбужденном ядре. При этом можно понять, при каких условиях экситонная модель в формулировке Клайн-Бланна /см. уравнение /1// будет давать достаточно хорошее приближение к обсуждаемому явлению.

В качестве примера рассмотрим ядро  $^{64}\text{Si}$  при двух энергиях возбуждения  $E = 24$  и  $96$  МэВ и с входным состоянием  $p_0 = 2$ ,  $h_0 = 1$ , т.е.  $n_0 = 3$ . Для удобства представления будем далее измерять время в единицах  $1/\lambda_+$  ( $n_0, E = 24$  МэВ)  $\approx 2.10^{-22}$  сек. Параметр плотности уровней, если не оговаривается особо, положим равным  $A/7,5$  МэВ $^{-1}$ .

На *рис. 1* для нашей модели и модели Бланна \* показано, как во времени изменяется среднее число экситонов в ядре

$$\langle n(t) \rangle = \frac{\sum_{n=n_0}^{n_{\text{равн}}} n P(n, t)}{\sum_{n=n_0}^{n_{\text{равн}}} P(n, t)}$$

Как видно, при обоих значениях  $E$  рост числа возбужденных частиц  $\langle n \rangle$  прекращается по достижении моментов времени  $t \approx 3.10^3$ , что в абсолютном масштабе соответствует вполне разумному времени релаксации системы на возмущение, внесенное первичной частицей,  $t_{\text{рел}} \approx 6.10^{-19}$  сек. Примечательно, что при  $E = 24$  МэВ обе модели дают близкие результаты, но при начальном возбуждении  $96$  МэВ влияние испускания частиц на заселенность состояний оказывается весьма существенным, что приводит к понижению равновесного значения  $n$ ; при этом равновесное состояние достигается даже несколько быстрее. Как следует из результатов, представленных на *рис. 2*, в случае  $E = 96$  МэВ к моменту установления равновесия ядро сбросило 70% своей энергии возбуждения, что соответствует потере ядром примерно 2,5 единиц массы.

\* Ниже под моделью Бланна мы будем понимать процесс, описываемый уравнением /1/, но с вероятностями перехода  $\lambda_+$  и  $\lambda_-$ , определенными соотношениями /6/, /ср. с /4,5//.

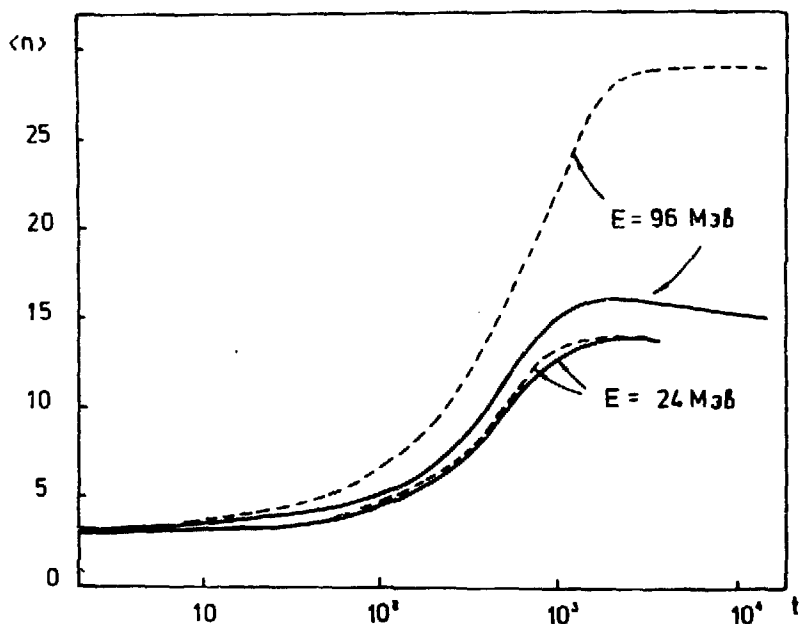
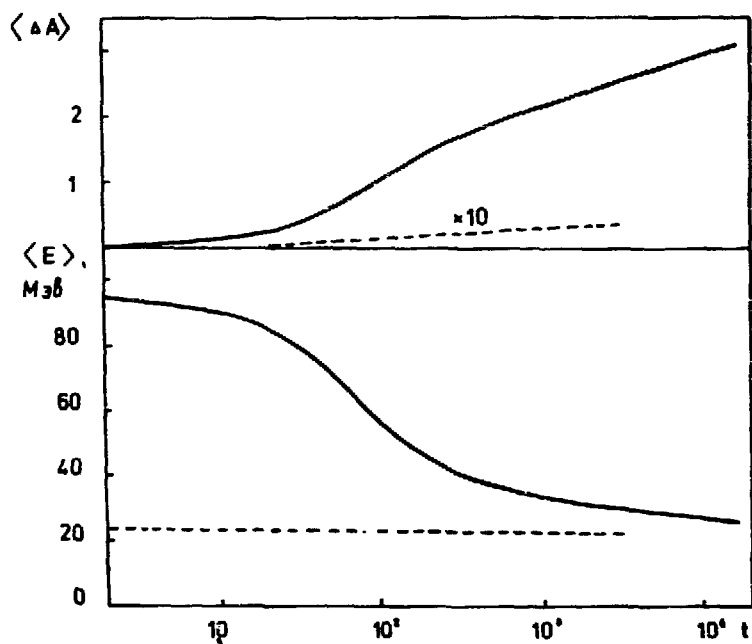


Рис. 1. Временная эволюция среднего числа экситонов в возбужденном ядре  $^{64}\text{Cu}$  с входным состоянием  $n_0 = 3$  и энергией возбуждения  $E$ . Сплошные кривые - результаты расчета по нашей модели, пунктир - по модели Бланна. Шкала времени нанесена в единицах  $1/\lambda_+(n_0=3, E=24 \text{ МэВ})$ .





**Рис. 2.** Среднее число нуклонов  $\langle \Delta A \rangle$ , испущенных на предравновесной стадии, и средняя энергия возбуждения  $\langle E \rangle$  для ядра  $^{64}\text{Cu}$  в момент времени  $t$ , если при  $t=0$  система находилась в состоянии с  $n_0 = 3$  и  $E = 96$  МэВ /сплошная кривая/ или  $E = 24$  МэВ /пунктир/. Единицы времени те же, что на рис. 1.

Охват ядра-мишени возбуждением с течением времени более четко прослеживается на *рис. 3*. Функция заселенности состояний  $P(n, t)$ , имевшая в момент  $t = 0$  вид дельта-функции, с ростом  $t$  не только сдвигается в сторону больших значений  $n$ , что мы уже видели при обсуждении зависимости  $\langle n(t) \rangle$ , но и существенно размывается; равновесная форма  $P(n) \equiv P(n, t_{\text{равн}})$  близка к гауссовскому распределению. Следует отметить, что для модели Бланна в соответствии с правилами отбора мы будем иметь состояния лишь с нечетными значениями  $n$ . В нашей модели благодаря учету испускания частиц на предравновесной стадии появляется компонента с четными значениями  $n$ . Как видно из *рис. 3*, вклад этой компоненты при больших возбуждениях имеет тот же порядок величины, что и  $P(n, t)$  для нечетных  $n$ .

Из рассмотрения мгновенных и интегральных спектров испущенных нейтронов /*рис. 4 и 5*/ следует, что наиболее жесткая часть энергетического спектра формируется в ранние моменты времени за счет испускания нейтронов из состояний с малым числом экситонов.

### Сравнение с опытом

Удобным примером применения модели предравновесного распада является реакция  $(n, n')$ \*. В этом случае входным состоянием будет состояние с  $n_0 = 3$  и энергией возбуждения  $E$ , равной сумме кинетической энергии бомбардирующего нейтрона  $T$  и энергии связи нейтрона в ядре  $(A+1)$ , причем интересующие нас каналы составляют основную часть сечения неупругого взаимодействия. Как видно из результатов, представленных на *рис. 6*,

---

\* Запись реакции  $(n, n')$  весьма условна. Фактически она указывает бомбардирующую частицу и тип вторичных детектируемых частиц, но не их число. В частности, в обсуждаемом примере с заметным сечением идет реакция  $(n, 2n)$ .

Сделанное замечание относится и к рассматриваемым ниже реакциям  $(p, n)$  и  $(\alpha, p)$ .

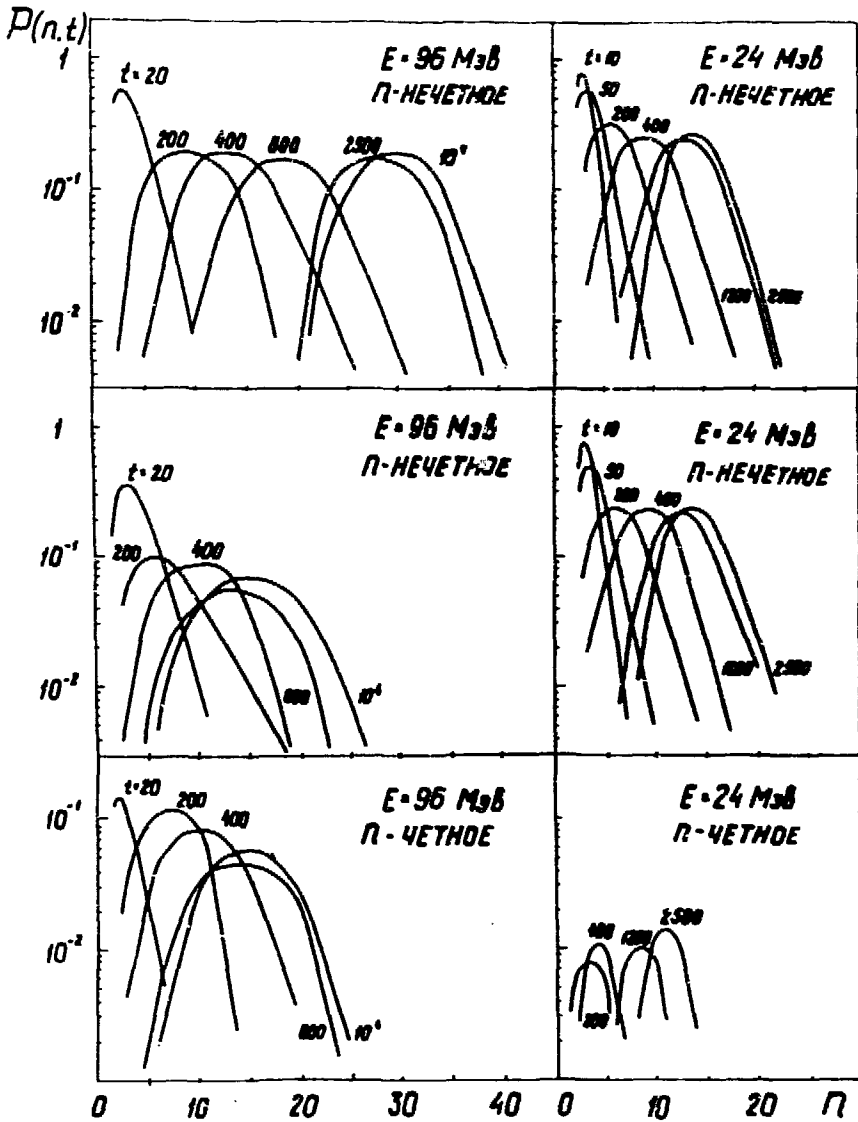


Рис. 3. Временная эволюция функции заселенности состояний. Расчеты выполнены для ядра  $^{64}\text{Cu}$ , начального состояния с  $n_0 = 3$  и энергией возбуждения  $E$ ; параметр плотности уровней  $a = A/7,5 \text{ МэВ}^{-1}$ . На двух верхних рисунках нанесены результаты, полученные по модели Бланна, на остальных - по нашей модели. На рисунках указано, через какие значения  $n$  /четные или нечетные/ проведены кривые, и момент времени  $t$  /в единицах  $1/\lambda_+$  ( $n_0 = 3$ ,  $E = 24 \text{ МэВ}$ ) /.

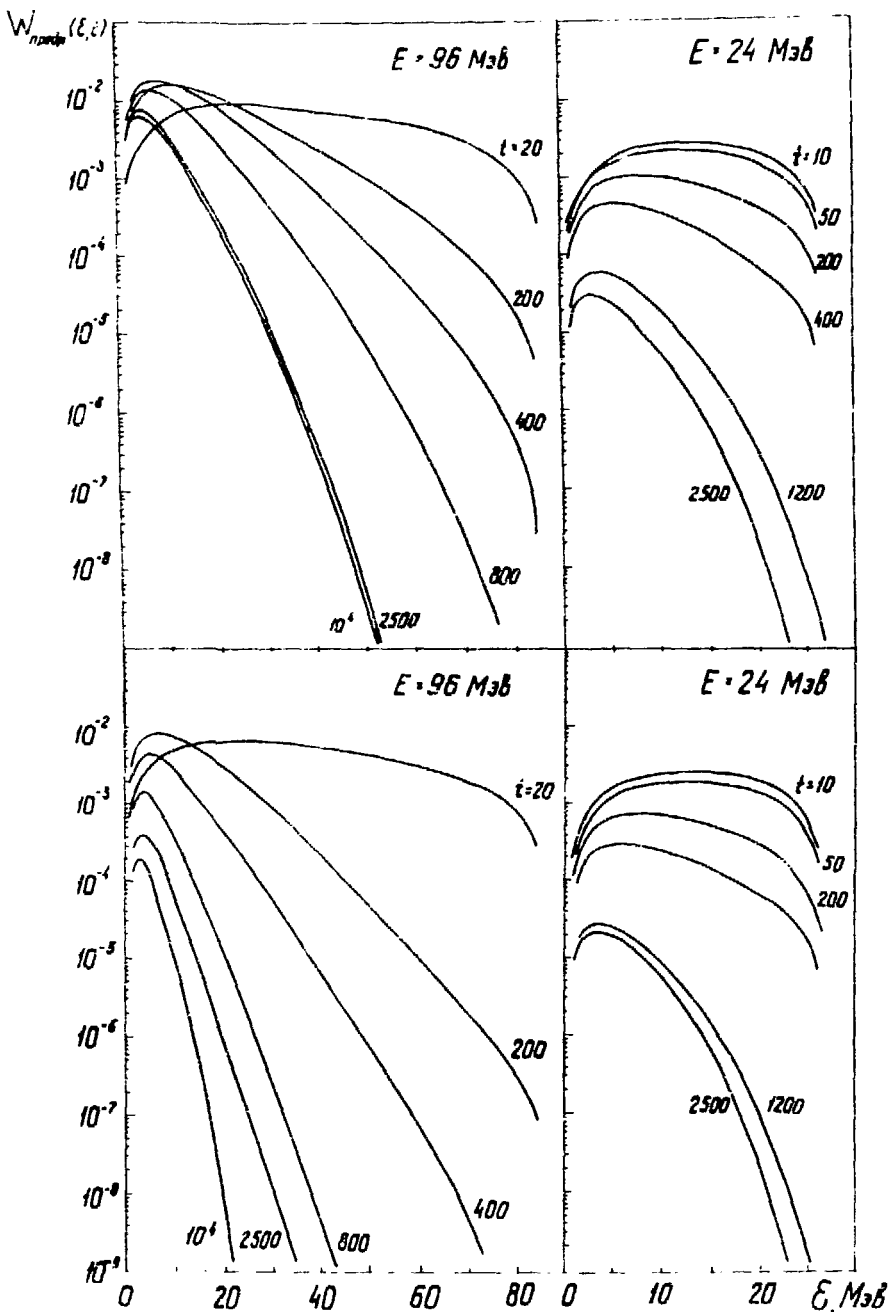


Рис. 4. Мгновенные спектры нейтронов, испущенных на предравновесной стадии взаимодействия. Расчеты выполнены для того же случая, что и на рис. 3. На двух верхних рисунках представлены результаты расчета по модели Бланна, на нижних - по нашей модели.

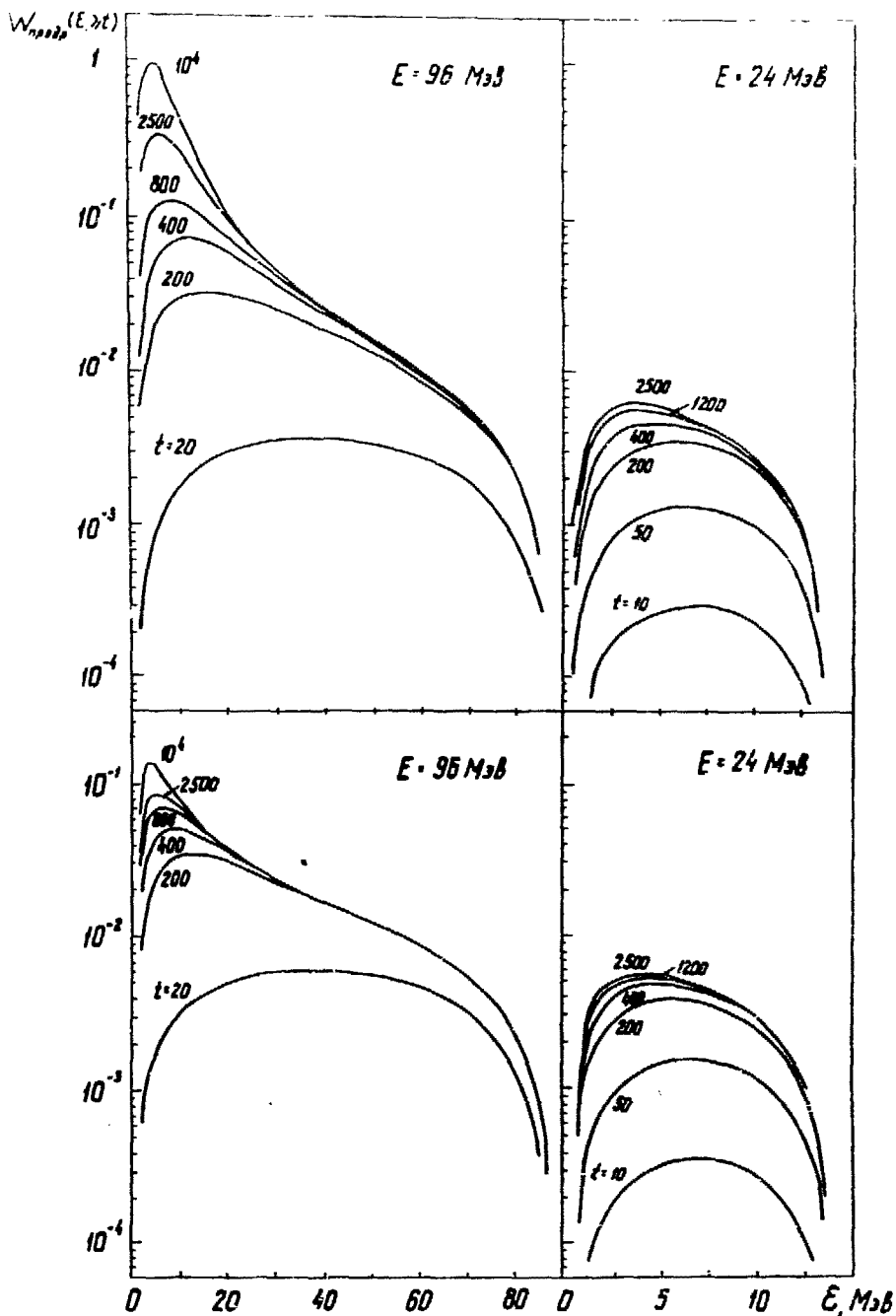
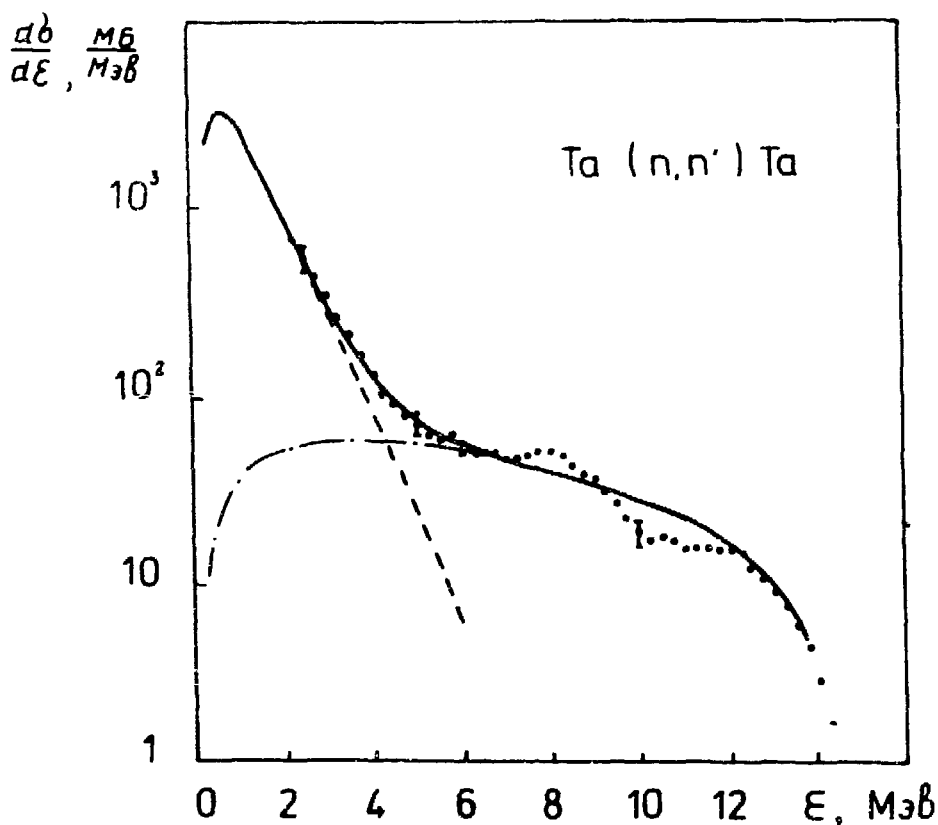


Рис. 5. Интегральные спектры нейтронов, испущенных на предравновесной стадии взаимодействия. Все обозначения, как на рис. 4.



**Рис. 6.** Энергетический спектр нейтронов, испущенных при взаимодействии 14-мэвных нейтронов с ядрами тантала. Точками нанесены экспериментальные данные из работы [21]/пунктирная и штрих-пунктирная кривые - результаты наших расчетов равновесной и предравновесной компоненты, соответственно, сплошная кривая - суммарный спектр. Теория и эксперимент нормированы друг к другу на уровне 100 МБ/МэВ.

предложенная модель достаточно хорошо воспроизводит общую форму энергетического распределения вторичных нейтронов. Предравновесная компонента составляет примерно 25%, но ее вклад при  $\epsilon \geq 6$  МэВ является определяющим. Следует подчеркнуть еще раз, что соотношение предравновесной и равновесной компонент фиксировано сделанной ранее оценкой для  $|M|^2$ , какой-либо специальной "подгонки" вклада предравновесной компоненты не производилось.

Два других примера приведены на *рис. 7*.

Отличительная черта реакции с перезарядкой нуклонов  $Ta(p, n)W$  состоит в том, что в этом случае необходимо принять во внимание заряд экситона. Учет этого обстоятельства довольно прост в рамках обсуждаемой модели, если предположить, что среди возбужденных частиц доля протонов и нейтронов пропорциональна протон-нейтронному составу ядра. Основной эффект сводится к уменьшению примерно в два раза вероятности испускания нейтронов из состояния с  $n_0=3$  в реакции  $(p, n)$  по сравнению - при равных условиях - с реакцией  $(n, n')$ , что отражается и на общей доле предравновесного испускания, которая составляет для рассмотренной реакции примерно 6-8%. Как видно из рисунка, варьирование параметра плотности уровней  $a$  сравнительно слабо влияет на форму спектра испущенных нейтронов.

Для реакции, инициируемой  $\alpha$ -частицей, выбор начального состояния не является вполне однозначным, поэтому на *рис. 8* нанесено несколько теоретических кривых, отвечающих различным значениям  $n_0$ . По сути дела, для подобных реакций число экситонов  $n_0$ , характеризующее входное состояние, становится дополнительным параметром. Интересно отметить большой вклад неравновесного процесса в реакции с испусканием заряженных частиц /для реакции  $(\alpha, p)$  это составляет 30-40%/.

Выполненное сравнение с экспериментом носит, конечно, иллюстративный характер. Результаты более ши-

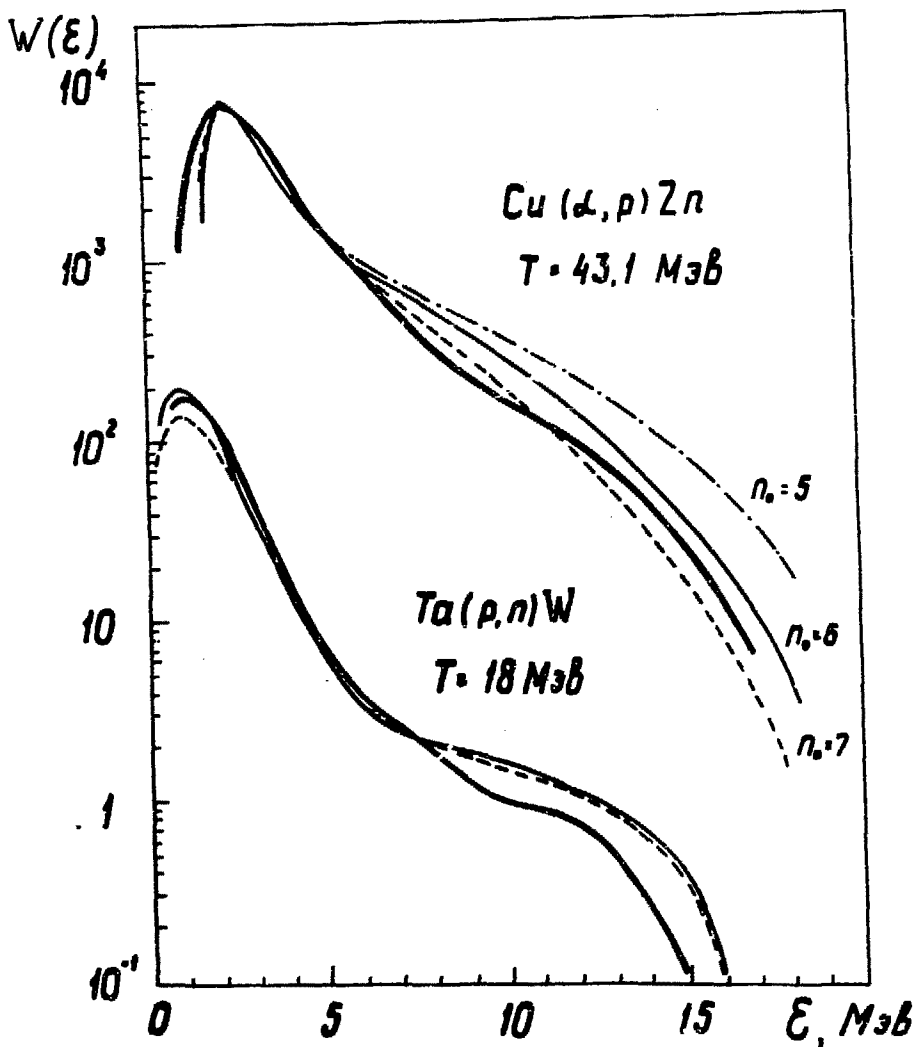


Рис. 7. Энергетические спектры нуклонов из реакций под действием протонов и  $\alpha$ -частиц /в относительных единицах/. Тип реакции и кинетическая энергия бомбардирующей частицы указаны на рисунке. Жирные кривые - экспериментальные данные из работ [22, 23]. Две теоретические кривые для реакции ( $p, n$ ) относятся к двум значениям параметра плотности уровней  $a = A/7,5 \text{ МэВ}^{-1}$  /сплошная кривая/ и  $a = A/20 \text{ МэВ}^{-1}$  /пунктир/. Для реакции ( $\alpha, p$ ) теоретические кривые отличаются заданием различного числа экситонов во входном состоянии.



рокого и тщательного анализа будут опубликованы отдельно \*.

### Заключение

Предложенная в данной работе модификация экситонной модели Гриффина - Бланна позволяет описать во времени процесс установления статистического равновесия в возбужденном ядре, приняв во внимание такие эффекты, как обеднение состояний ядра за счет испускания частиц на предравновесной стадии, конкуренцию различных каналов распада, последовательное испускание нескольких частиц. Сделанная оценка квадрата матричного элемента  $|M|^2$  привела к хорошему согласию с опытом для энергетических распределений вторичных нуклонов.

Связь обсуждаемых физических явлений с марковскими случайными процессами указывает на естественный и эффективный метод решения системы уравнений, описывающих процесс ядерной релаксации, - статистическое моделирование. Интересно отметить, что использование метода Монте-Карло допускает простое распространение этой модели на ядерные реакции при высоких энергиях, если задавать входные состояния, используя результаты расчетов по каскадной модели. Для области умеренных энергий также соединение каскадной и экситонной моделей позволило бы подойти к вопросу об угловом распределении частиц, который не обсуждается в рамках чисто экситонной модели.

### Литература

1. В.С. Барашенков, В.Д. Тонеев. Взаимодействие высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами. Москва, Атомиздат, 1972.
2. J.J. Griffin. *Phys. Rev. Lett.*, 17, 478 (1966).

---

\* Некоторые предварительные результаты такого анализа приведены в работе /24/.

3. M.Blann. *Phys.Rev.Lett.*, 21, 1375 (1968).
4. M.Blann. *Univ. of Rochester report UR-3591-20* (1971).
5. C.K.Cline. *Nucl.Phys.*, A198, 607 (1972).
7. C.Biratti, E.Gadioli, A.M.Grassi, Strini, G.Tagliaferri, L.Zetta. *Nucl.Phys.*, A166, 605 (1971).
8. G.M.Braga Marcazzan, E.Gadioli Erba, L.Milazzo Colli, P.G.Sona. *Phys.Rev.*, C6, 1398 (1972).
9. G.D.Harp, J.M.Miller, B.J.Verne. *Phys. Rev.*, 165, 1166 (1968).
10. G.D.Harp, J.M.Miller. *Phys.Rev.*, 3C, 1847 (1971).
11. А.И.Баруча-Рид. *Элементы теории марковских процессов и их приложения*. Москва, Наука, 1969.
12. С.Карлин. *Основы теории случайных процессов*, гл. 8 Москва, Мир, 1971.
13. C.K.Cline. *Nucl.Phys.*, A193, 417 (1972).
14. T.Ericson. *Adv.Phys.*, 9, 425 (1960); M.Bohning. *Nucl.Phys.*, A152, 184 (1970).
15. F.C.Williams, Jr., *Phys.Lett.*, 31B, 184 (1970).
16. M.L.Goldberger. *Phys.Rev.*, 76, 1268 (1948).
17. N.Metropolis, R.Bivins, M.Storm, A.Turkevich, J.M.Miller, G.Friedlander. *Phys. Rev.*, 110, 185 (1958).
18. В.С.Барашенков, А.С.Ильинов, В.Д.Тонеев. *ЯФ* 13, 743 /1971/;  
В.С.Барашенков, А.С.Ильин, Н.М.Соболевский, В.Д.Тонеев. *УФН* 109, 91 /1973/.
19. I.Dostrovski, Z.Fraenkel, G.Fridlander. *Phys.Rev.*, 116, 683 (195 ).
20. А.В.Мальшев. *Плотность уровней атомных ядер*. Москва, Атоиздат, 1969.
21. Д.Зелигер, К.Зайдель, Д.Вольфарг. *Всесоюзное совещание по нейтронной физике*, Киев, 1971. ч. 1, стр. 243, Киев, Наукова думка, 1972.
22. V.Verbinski, W.Burrus. *Phys.Rev.*, 177, 1671 (1969).
23. R.W.West. *Phys.Rev.*, 141, 1033 (1966).
24. Д.Зелигер, К.Зайдель, Д.Хермсдорф, С.Сассонов, В.Д.Тонеев. *Всесоюзное совещание по нейтронной физике*, Киев, Наукова думка, 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 марта 1974 года.