

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



И-678

12/11-74  
P4 - 7741

2337/2-74

И.В.Инопин, В.С.Кинчаков, В.К.Лукьянов, Ю.С.Поль

ЗАРЯДОВЫЕ ФОРМФАКТОРЫ ЯДЕР  
В АЛЬФА-КЛАСТЕРНОЙ МОДЕЛИ  
С ПРОЕКТИРОВКОЙ

**1974**

ЛАБОРАТОРИЯ  
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Р4 - 7741

И.В.Инопин,<sup>1</sup> В.С.Кинчаков,<sup>2</sup> В.К.Лукьянов, Ю.С.Поль<sup>3</sup>

ЗАРЯДОВЫЕ ФОРМФАКТОРЫ ЯДЕР  
В АЛЬФА-КЛАСТЕРНОЙ МОДЕЛИ  
С ПРОЕКТИРОВКОЙ

Направлено в Изв. АН СССР

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

- 
- <sup>1</sup> Физико-технический институт АН УССР, Харьков.  
<sup>2</sup> Дальневосточный государственный университет,  
Владивосток.  
<sup>3</sup> Физический институт им. П.Н.Лебедева АН СССР,  
Москва.

Инопин Е.В., Кинчаков В.С., Лукьянов В.К.,  
Поль Ю.С.

P4 - 7741

Зарядовые формфакторы ядер в альфа-кластерной модели  
с проектировкой

Рассчитаны переходные плотности ряда состояний альфа-кластеризованных ядер  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$  и  $^{40}\text{Ca}$ . Дано сравнение с экспериментом соответствующих им зарядовых формфакторов рассеяния электронов.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.  
Дубна, 1974

Inopin E.V., Kinchakov V.S.,  
Lukianov V.K., Pol Yu.S.

P4 - 7741

Charge Form Factors in Nuclei in the  
Alpha-Cluster Projection Model.

Transition densities are calculated for a series of states of alpha-clusterized nuclei  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$  and  $^{40}\text{Ca}$ . The corresponding charge form factors of the electron scattering are compared with experiment.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.  
Dubna, 1974

## §1. Введение

Альфа-кластерная модель с проектировкой /АКМП/ или модель Бринка <sup>/1/</sup> - одна из последовательных моделей альфа-кластеризованных ядер. В ней состояния вращения генерируются оператором проектировки из антисимметризованной многочастичной функции, построенной из гауссовских пробных функций нуклонов в  $s$ -состояниях относительно центров альфа-кластеризации ядра. Цель данной работы - провести в этой модели анализ формфакторов группы ядер  $p$ - и  $sd$ -оболочек. Такой анализ дополнит известные результаты расчетов энергий и других характеристик ряда ядер <sup>/1-4/</sup>, что позволит судить о действительном характере альфа-кластеризации ядер.

Ранее формфакторы альфа-кластеризованных ядер анализировались в рамках простой альфа-частичной модели /АЧМ/ <sup>/5,6/</sup>, где было получено согласие с экспериментом при малых переданных импульсах. В такой модели положение альфа-частиц в ядре фиксировано, антисимметризация нуклонов не учитывается. Интересно, что если появляющийся в этой модели гауссовский формфактор связанной альфа-частицы формально заменить на формфактор свободной альфа-частицы, взятый из эксперимента, то для ядер  $p$ - и  $sd$ -оболочек удастся получить качественное согласие с экспериментом не только при малых, но и при больших передаваемых импульсах  $q \approx 3\Phi^{-1/7,8/}$ . Расчеты формфакторов проводились также и в близкой к этим моделям модели нуклонных ассоциаций <sup>/9/</sup>. Все эти и другие подобные расчеты основаны на использовании базиса нуклонных функций гармонического осциллятора, имеющих, вообще говоря, неправильную асимптотику гауссовского типа. Часто именно это явля-

ется главным препятствием в объяснении поведения формфакторов при больших  $q$ .

Преимущества АКМП перед этим и рядом других подходов состоят в следующем. Во-первых, модель позволяет довольно просто /по сравнению, например, с методом Хартри-Фока/ отыскивать волновую функцию альфа-кластерного ядра в основном и возбужденных состояниях вращения. Во-вторых, как будет показано ниже, в этой модели можно провести расчеты с пробными функциями нуклонов реалистической экспоненциальной асимптотики. Это существенно расширяет возможности описания формфакторов в области больших переданных импульсов.

Очевидно, что анализ формфакторов позволяет определить волновую функцию ядра более точно, нежели минимизация энергии связи. Такое восстановление ядерной функции - основная задача исследования рассеяния электронов, и не может быть в принципе выполнена в рамках АЧМ. В модели Бринка до сих пор формфакторы рассчитывались лишь в виде отдельных примеров /3,4/. Широкие расчеты и сравнения с экспериментом формфакторов  $O^{+2}$ ,  $3^{-}$  вращательных состояний ядра  $^{12}C$  были выполнены в предыдущей работе /10/, там же дан первый анализ с пробными функциями экспоненциальной асимптотики. Здесь мы на базе того же подхода проведем анализ зарядовых формфакторов целой группы ядер альфа-кластерной природы  $^{12}C$ ,  $^{16}O$ ,  $^{24}Mg$ ,  $^{28}Si$ ,  $^{32}S$  и  $^{40}Ca$ .

## §2. Зарядовые формфакторы и переходная плотность в АКМП

Если влияние кулоновского поля ядра на относительное движение электрона оказывается достаточно сильным /на практике это начинается с ядер тяжелее  $^{16}O$  /, то необходимо отказываться от плоскотоволнового, борновского приближения. В работе /11/ было показано, что метод высокэнергетического приближения /ВЭП/ дает результаты, практически совпадающие с точными, рассчитанными по фазовому анализу, если выполнены условия  $E/U(0) \gg 1$ ,  $kR \gg 1$  и  $E \gg E_J$  где  $E_J$  - энергия возбуж-

дения данного состояния ядра. В дальнейшем все расчеты будем проводить в рамках этого подхода. В ВЭП зарядовый формфактор четного ядра имеет вид

$$F_L^2(E, q) = G(q) |q^2 \int d\vec{r} \frac{g(\vec{r})}{q^2(\vec{r})} e^{i\vec{q}\vec{r} + i\phi(\vec{r})} \rho_L(\vec{r}) Y_{L0}^*(\hat{r})|^2.$$

Функции  $g$  и  $\phi$  учитывают искажение и даны в работе /12/,  $\rho_L(\vec{r})$  - радиальная переходная плотность. Множитель  $G(q)$  учитывает размеры протона и движение центра масс. В хорошем приближении можно взять /13/:

$$G(q) = \exp\left[-\frac{q^2}{3} \left(\bar{R}^2(p) - \frac{\bar{R}^2(a)}{A}\right)\right], \quad /2/$$

где  $\bar{R}(p)$  и  $\bar{R}(a)$  - среднеквадратичные радиусы протона и  $a$  - кластера. В плоскотоволновом борновском приближении  $q_{эфф} = q$ ,  $g=1$ ,  $\phi=0$ , в результате получаем

$$F_L^{B2}(q) = G(q) |i \sqrt{4\pi(2L+1)} \int r^2 dr \rho_L(r) j_L(qr)|^2 /3/$$

По определению, радиальная переходная плотность  $\rho_L$  есть матричный элемент соответствующего коэффициента разложения оператора плотности заряда ядра, состоящего из точечных нуклонов, в ряд сферических гармоник:

$$\langle L0 | \rho(\vec{r}, \zeta) | 00 \rangle = \sum_L \rho_L(r) Y_{LM}^*(\hat{r}) \quad /4/$$

$$\rho(\vec{r}, \zeta) = \frac{1}{Z} \sum_{k=1}^A e_k \delta(\vec{r} - \vec{r}_k) = \sum_{L,M} \mathcal{P}_{LM}(\vec{r}, \zeta) Y_{LM}^*(\hat{r}) \quad /5/$$

$$\mathcal{P}_{LM} = \sum_{k=1}^A \mathcal{P}_{LM}^{(k)} = \sum_{k=1}^A \frac{e_k}{Z} \delta(r - r_k) \frac{1}{r^2} Y_{LM}(\hat{r}_k) \quad /6/$$

$$\rho_L(r) = \langle L0 | \mathcal{P}_{L0} | 00 \rangle \quad /7/$$

Для упругого рассеяния  $\rho = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \rho_0(r)$ , где  $\rho(r)$  - распределение плотности заряда ядра, нормированное на единицу.

В рамках АКМП мы будем изучать формфакторы упругого и неупругого рассеяния, для чего потребуется получить и вычислить соответствующие плотности перехода /7/.

Суть модели состоит в том, что в ядре выделяются центры расположения альфа-кластеров:  $\vec{R}_i$ ;  $i = 1, 2, \dots, N$

- индекс кластера,  $N$  - полное число кластеров в ядре. Относительно этих центров четыре нуклона находятся в  $s$ -состояниях с функциями

$$u_a(\vec{r} - \vec{R}_i) = \chi_\sigma \chi_\tau u(|\vec{r} - \vec{R}_i|), \quad /8/$$

где  $a = i, \sigma, \tau$  - индекс одночастичного состояния. Затем, на основе /8/, строится пробная многочастичная антисимметризованная функция

$$U(\vec{R}) = \sum_P \epsilon_P \prod_{a=1}^A u_a(\rho_a), \quad /9/$$

из которой с помощью операторов четности  $\hat{P}_\pi$ , проективки  $P_{MK}^J$  /14/ составляются функции с заданными квантовыми числами  $|JMK\pi\rangle$ , где  $K$  - проекция момента  $J$  на внутреннюю ось ядра. Полная функция есть суперпозиция

$$|JM\pi\rangle = \sum_K C_K^J |JMK\pi\rangle, \quad /10/$$

где коэффициенты  $C_K^J$  для нижних состояний определяются из соображений симметрии, выбранной альфа-частичной конфигурации ядра. С помощью этих функций вычисляются матричные элементы оператора плотности заряда ядра /5/-/7/. Можно показать /10/, что в этой модели для четного ядра распределение плотности заряда /р.п.з./ и переходная плотность /7/ оказываются равными

$$\rho_L = \frac{1}{4\pi^2 N_{00}^{1/2} \pi_0} \sum_K C_K^L N_{LK}^{-1/2} \int d\theta [ \langle U(\vec{R}) | \mathcal{P}_{LK} | U(\vec{S}) \rangle + P_{\pi_0} \langle U(\vec{R}) | \mathcal{P}_{LK} | U(-\vec{S}) \rangle ], \quad /11/$$

где  $N$  - нормировочные множители волновых функций. Интегрирование ведется по углам Эйлера и возникает из-за поворота, предписываемого оператором проективки, исходной альфа-конфигурации ядра  $R = \{R_i\}$  к новой, повернутой конфигурации  $S = \{S_i = R(\theta) R_i\}$ . Многочастичные матричные элементы выражаются через детерминанты

$$\langle U(\vec{R}) | \mathcal{P}_{LK} | U(\epsilon \vec{S}) \rangle = 2 [\det B_{ij}(\epsilon)]^3 \sum_{n=1}^A \det B_{ij}^{(n) LK}(\epsilon), \quad /12/$$

$\epsilon_i = \pm 1,$

которые определяются одночастичными функциями

$$B_{ij}^{(n) LK}(\epsilon) = (u(\vec{r} - \vec{R}_i), \mathcal{P}_{LK}^{(i)} u(\vec{r} - \epsilon \vec{S}_j) \delta_{ni} + B_{ij}(\epsilon) (1 - \delta_{ni}) \quad /13/$$

$$B_{ij}(\epsilon) = (u(\vec{r} - \vec{R}_i), u(\vec{r} - \epsilon \vec{S}_j)) \quad /14/$$

Итак, в техническом плане задача состоит в вычислении сначала одночастичных /13/, /14/, затем многочастичных /12/ матричных элементов и проведении трехмерного интегрирования /15,16/ в /11/ по углам Эйлера.

### §3. Вид пробных функций. Сравнение с экспериментом

Естественно, результат зависит от того, какая выбрана геометрическая конфигурация расположения центров альфа-кластеров  $\vec{R}_i$  и какого вида пробные функции  $u(\vec{r} - \vec{R}_i)$  используются в расчетах. Что касается альфа-конфигураций, то расчеты характеристик основных

состояний ряда ядер по АКМП /1-4/, а также расчеты формфакторов по альфа-частичной модели /5-8/ позволяют выбрать их в виде, изображенном на рис. 1. А именно,  $^{12}\text{C}$  - равносторонний треугольник,  $^{16}\text{O}$  - тетраэдр,  $^{24}\text{Mg}$  - битетраэдр,  $^{28}\text{Si}$  -  $D_{3d}$  - структура,  $^{32}\text{S}$  -  $D_{3h}$  - структура,  $^{40}\text{Ca}$  - тетраэдр внутри октаэдра, ( $T_d + O_h$ ) - структура. На основе присущих этим фигурам симметрий можно найти коэффициенты  $C_k$  в волновой функции /10/. Одночастичные пробные функции выбирались в /10/ как в форме традиционных гауссовских

$$u_G(|\vec{r} - \vec{R}_i|) = \exp\left[-\frac{(\vec{r} - \vec{R}_i)^2}{2b_i^2}\right], \quad /15/$$

так и в виде функций с экспоненциальной асимптотикой,

$$u_{SF}(|\vec{r} - \vec{R}_i|) = \left(\text{ch} \frac{R_{ai}}{b_{ai}} + \text{ch} \frac{|\vec{r} - \vec{R}_i|}{b_{ai}}\right)^{-1}, \quad /16/$$

где  $R_{ai}$  и  $b_{ai}$  определяют радиус и ширину области полуспада функции наклона от центра альфа-кластера. Оказывается, что одночастичные матричные элементы с функциями /15/ и /16/ вычисляются в явном виде /10/, что весьма ценно в практических приложениях.

Результаты расчетов распределений плотности заряда и перехода и формфакторов в ВЭП, согласно изложенной схеме, представлены на рис. 2-10. Общее замечание, касающееся ядер, состоит в том, что возможности гауссовских пробных функций весьма ограничены. Так, расчеты с этими функциями не дают особенностей поведения формфакторов в области второго минимума ядер  $p$ -оболочки и третьего минимума ядер  $sd$ -оболочки. Это поведение интересно связать с появлением дифракционного минимума в формфакторе  $^4\text{He}$  при  $q \approx 3.3 \Phi^{-1}$ . Действительно, гауссовская функция п.п.з.  $\rho(^4\text{He}) = \exp(-\frac{r^2}{b^2})$

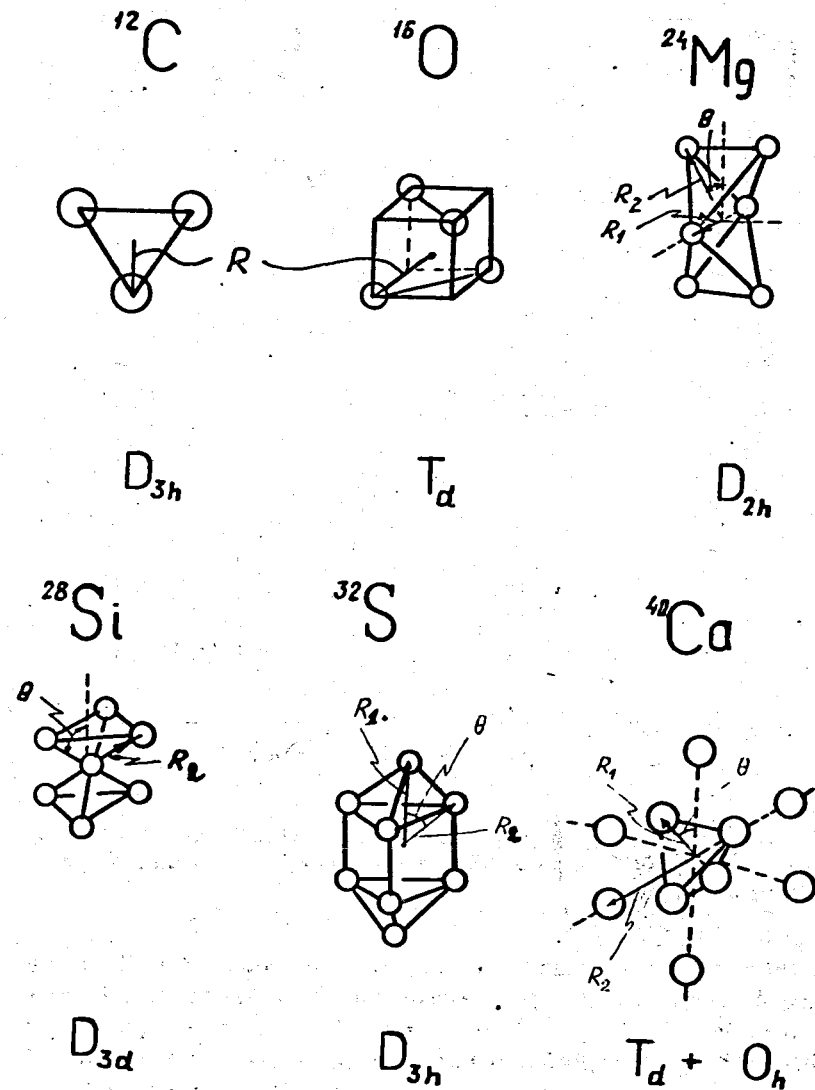


Рис. 1. Альфа-конфигурации ядер  $p$ - и  $sd$ -оболочек, используемые в расчетах формфакторов.

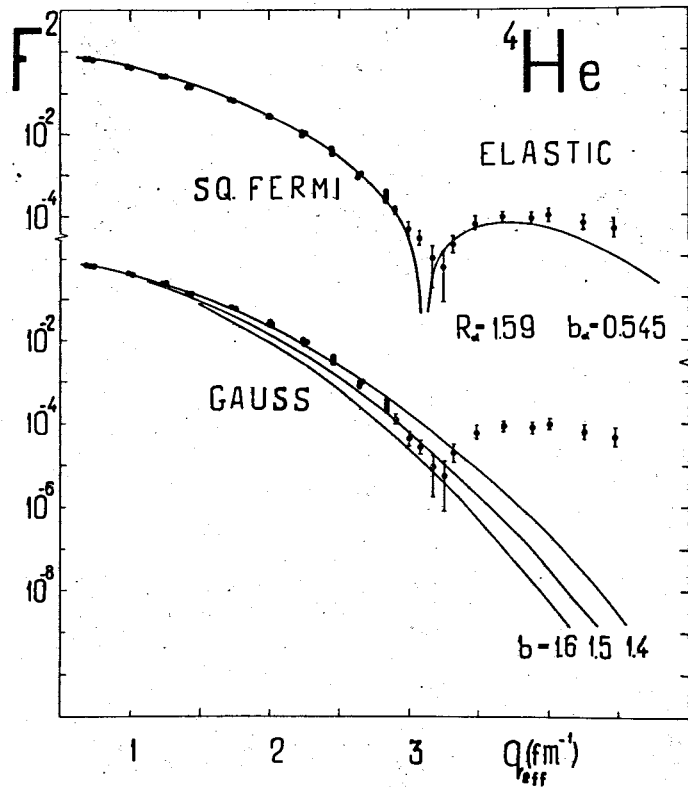


Рис. 2. Формфакторы упругого рассеяния электронов на  ${}^4\text{He}$  для пробных гауссовских и симметризованных ферми-функций нуклонов.

принципе не может дать минимума /см. рис. 2//. В то же время функция /16/ с реалистической асимптотикой дает такую плотность  $\rho({}^4\text{He}) = u_{SF}^2(r, R_i = 0)$ , которая при  $R_\alpha = 1,59 \Phi$  и  $b_\alpha = 0,545 \Phi$  объясняет не только "размерный" минимум свободной альфа-частицы, но и весь ход ее экспериментального формфактора. Поэтому естественно считать, что те "дополнительные" минимумы или особенности при  $q \approx 3 \div 3.3 \Phi^{-1}$ , которые наблюдаются в формфакторах указанных ядер, являются не обычным проявлением размеров ядра как целого, а несут в себе черты

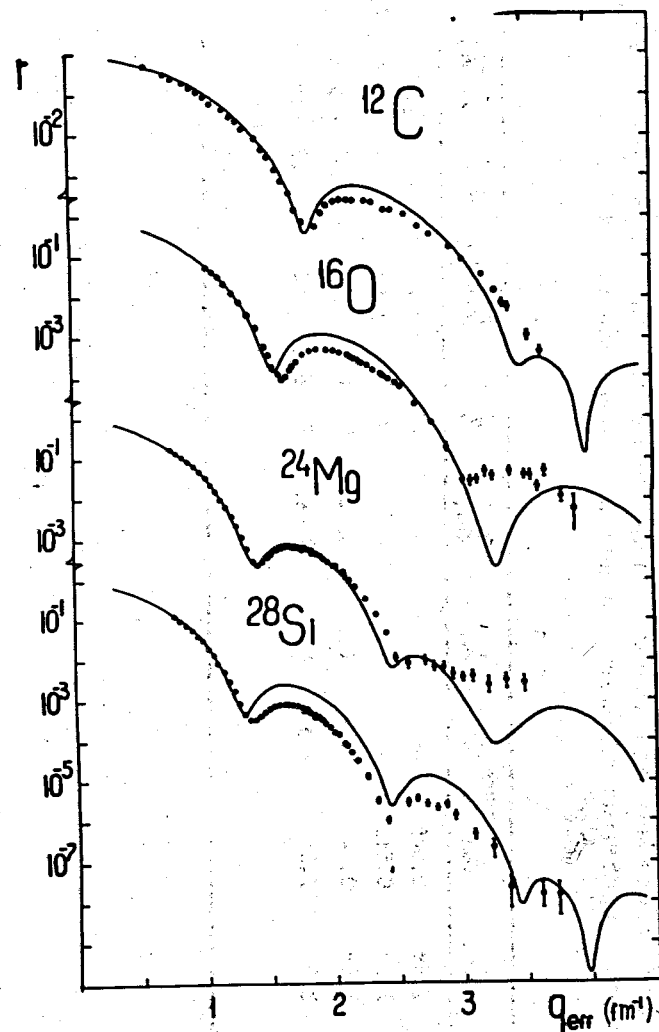


Рис. 3. Зарядовые формфакторы  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$ ,  ${}^{24}\text{Mg}$  и  ${}^{28}\text{Si}$ , рассчитанные при фиксированных по  ${}^4\text{He}$  параметрах пробных симметризованных ферми-функций нуклонов с подгонкой только по параметрам альфа-конфигураций /параметры в табл. 1/.

Таблица 1

Параметры упругого рассеяния для кривых, изображенных на рис. 3. Расчёт проводился с пробными симметризованными ферми-функциями

Кристалл	$R_1$	$R_{011}$	$b_{011}$	$R_2$	$R_{012}$	$b_{012}$	$\vartheta$	$\bar{R}(011)$	$\bar{R}(012)$	$\bar{R}(A)$
$^{12}\text{C}$	1.5	1.59	0.545	-	-	-	-	1.62	-	2.275
$^{16}\text{O}$	1.9	1.59	0.545	-	-	-	-	1.62	-	2.539
$^{24}\text{Mg}$	1.5	1.59	0.545	2.7	1.59	0.545	0.314	1.62	1.62	2.917
$^{28}\text{Si}$	0.0	2.0	1.0	2.3	1.59	0.545	1.256	2.56	1.62	2.92

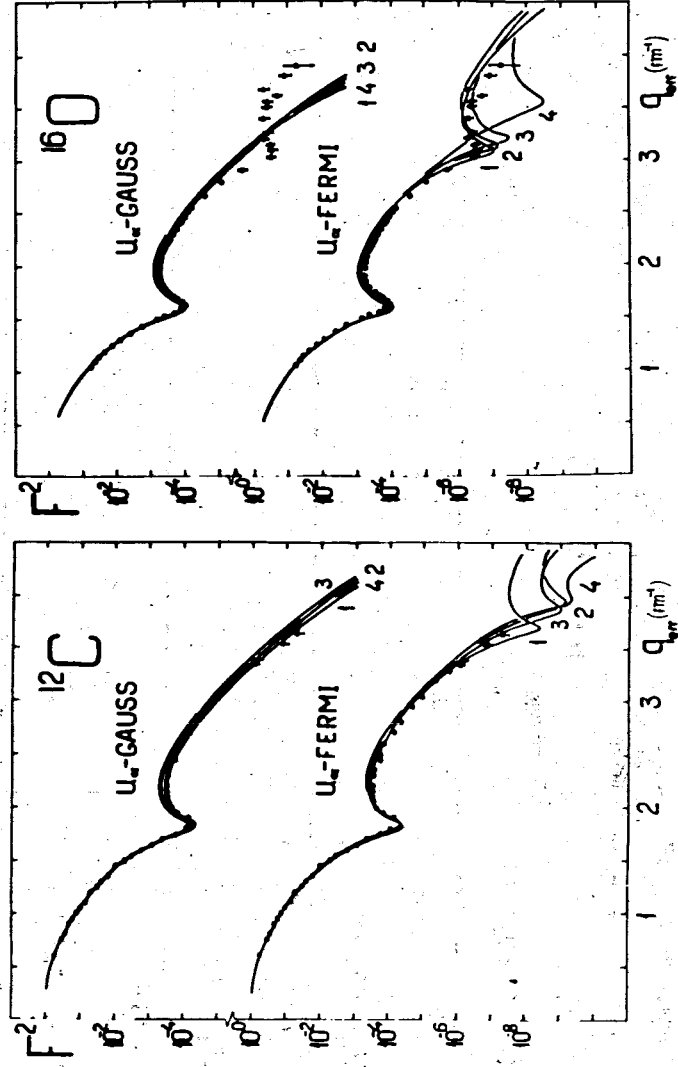


Рис. 4. Формфакторы  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ , рассчитанные с пробными гауссовскими функциями и функциями экспоненциальной асимптотики при различных наборах параметров /табл. 2/.



Таблица 2

Параметры упругого рассеяния для кривых рис. 4

Идентификация	Кривые	R	$R_\alpha$	$b_\alpha$	$\bar{R}(\alpha)$	$\bar{R}(A)$
$^{12}\text{C}$	1	0.7	-	1.6	1.96	2.41
	2	1.0	-	1.55	1.90	2.40
	3	1.15	-	1.5	1.84	2.37
	4	1.45	-	1.4	1.71	2.35
$^{12}\text{C}$	1	0.7	1.45	0.85	2.09	2.48
	2	0.9	1.35	0.85	2.06	2.488
	3	1.1	1.4	0.8	1.98	2.47
	4	1.3	1.4	0.7	1.80	2.354
$^{16}\text{O}$	1	1.6	-	1.5	1.84	2.585
	2	1.3	-	1.6	1.96	2.595
	3	0.8	-	1.7	2.07	2.614
	4	0.1	-	1.75	2.14	2.624
$^{16}\text{O}$	1	0.9	1.8	0.8	2.131	2.658
	2	0.3	1.75	0.85	2.199	2.646
	3	0.1	1.7	0.9	2.27	2.701
	4	1.7	1.5	0.7	1.834	2.617

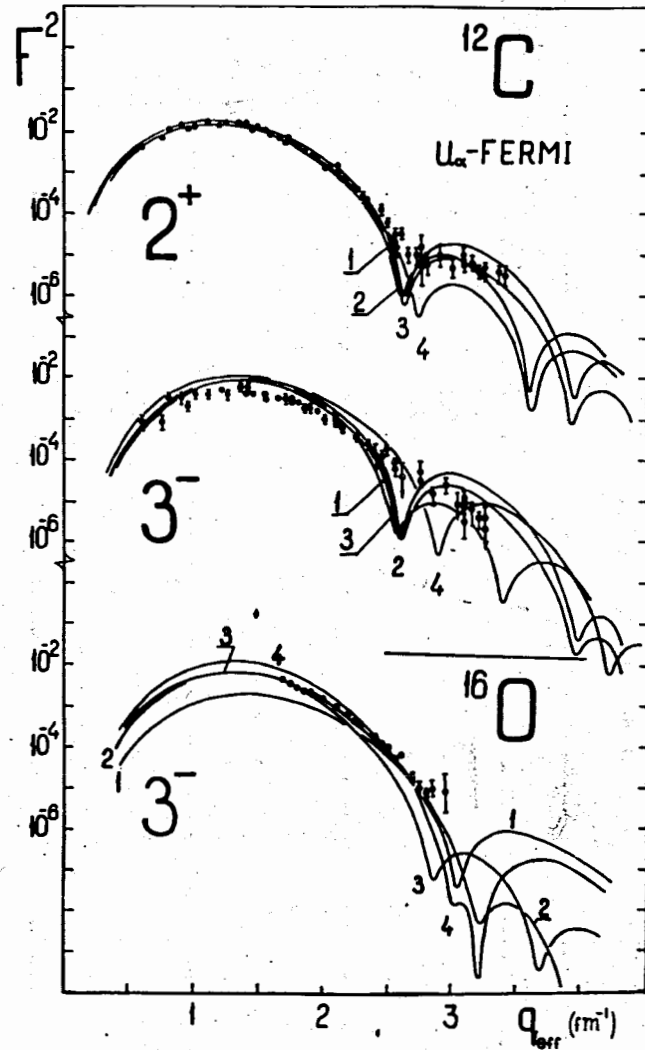


Рис. 5. Расчеты формфакторов неупругого рассеяния на  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  с использованием пробных ферми-функций экспоненциальной асимптотики /параметры в табл. 3/.

Таблица 3

Параметры неупругого рассеяния для кривых рис. 5. Расчёт с пробными симметризованными функциями

Идентификация	Кривые	R	$R_\alpha$	$b_\alpha$	$\bar{R}(\alpha)$	$\bar{R}(A)$
$^{12}\text{C}$	1	1.3	2.0	0.5	1.77	2.36
	2	1.5	2.0	0.5	1.77	2.43
	3	1.3	2.0	0.6	1.90	2.50
	4	1.5	1.9	0.6	1.85	2.51
$^{12}\text{C}$	1	1.7	2.0	0.5	1.77	2.58
	2	1.7	2.0	0.6	1.90	2.65
	3	2.0	2.0	0.6	1.90	2.80
	4	1.6	1.8	0.6	1.80	2.504
$^{16}\text{O}$	1	0.1	1.7	0.9	2.27	2.70
	2	1.7	1.6	0.85	2.142	2.91
	3	1.8	1.8	0.8	2.131	2.96
	4	2.1	1.7	0.7	1.918	2.92

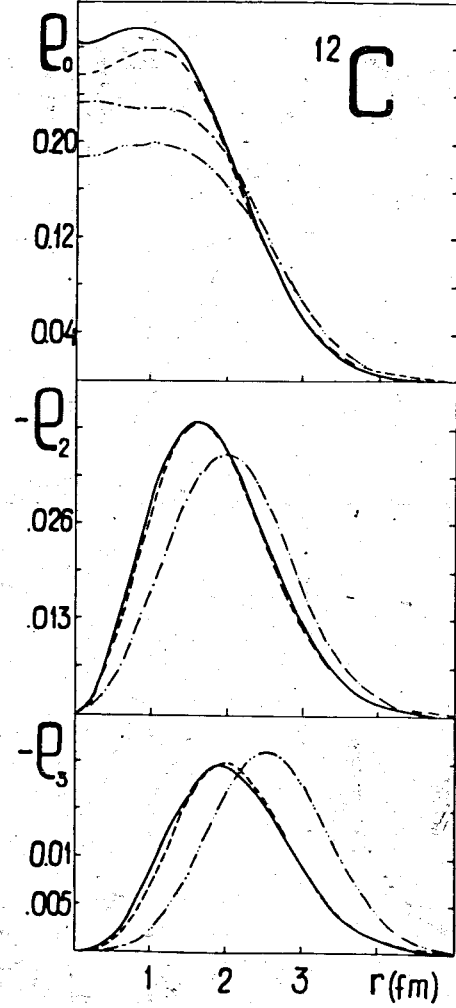


Рис. 6. Распределения плотности заряда и перехода в упругом / $O^+$  / и неупругом / $2^+$ ,  $3^-$  / рассеянии электронов на  $^{12}\text{C}$ , соответствующих формфакторам наилучшего согласия с экспериментом. Сплошные кривые соответствуют подгонке на рис. 4, кр. 2 / $O^+$  гаусс/; пунктирные кр. 1 / $O^+$   $\Phi$ /; штрих-пунктирные - рис. 5, кр. 2 / $2^+$   $\Phi$ /; пунктир-две точки - кр. 2 / $3^-$   $\Phi$ /.

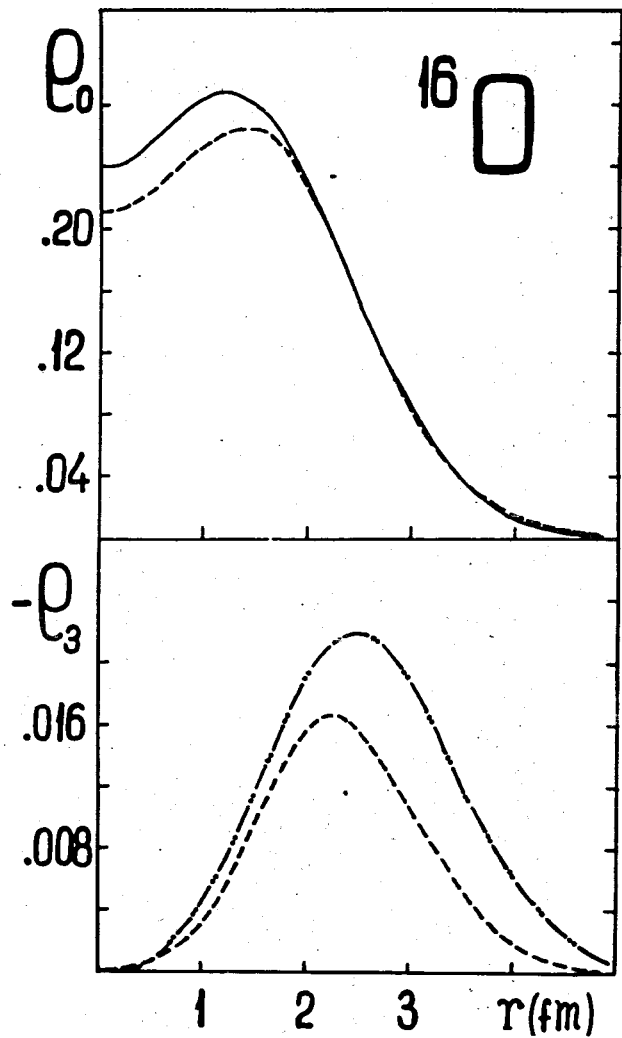


Рис. 7. Распределения плотности заряда и перехода в упругом  $/O^+$  / и неупругом  $/3^-$  / рассеянии электронов на  $^{16}O$ . Сплошная соответствует кривой 4 рис. 4  $/O^+$  гаусс/, пунктир р.п.з. - кривой 3 рис. 4  $/O^+$  Ф/. Для р.п.з. пунктир соответствует кривой 1 рис. 5  $/3^-$  Ф/, пунктир - две точки соответствует кривой 3 рис. 5  $/3^-$  Ф/.

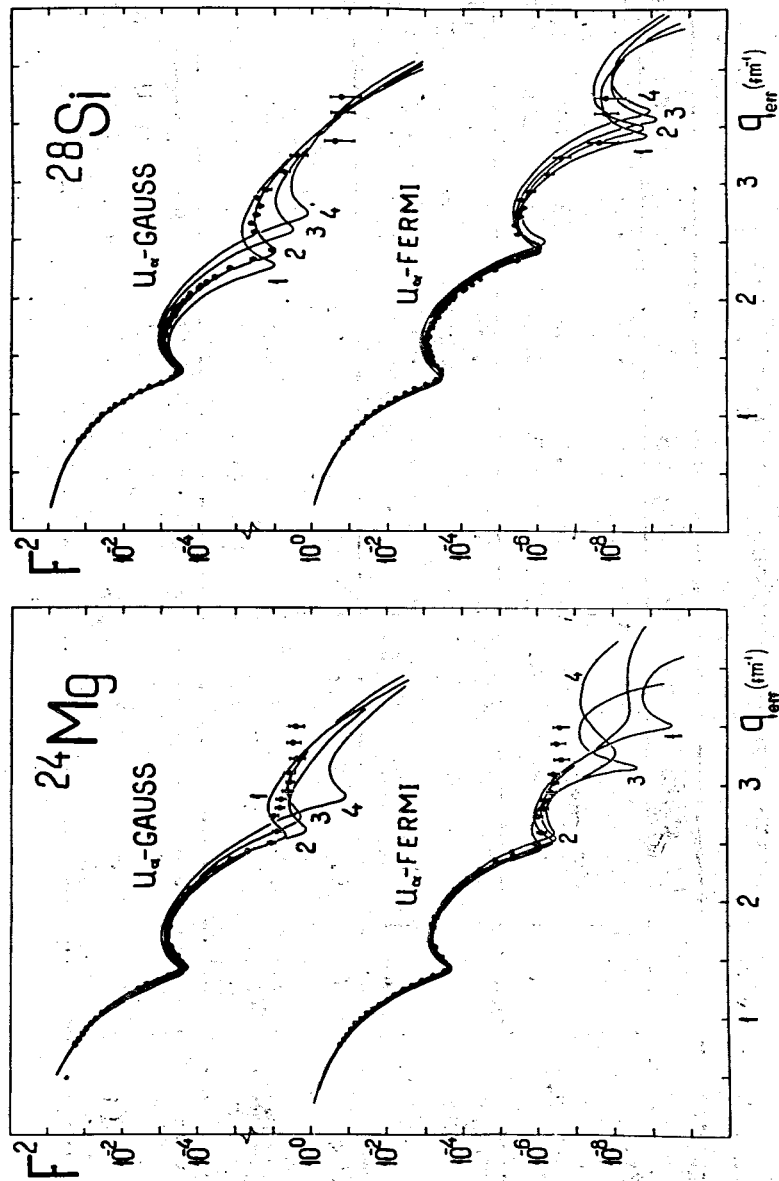


Рис. 8. То же, что и на рис. 4, но для ядер  $^{24}Mg$  и  $^{28}Si$  /параметры из табл. 4/.

Таблица 4

Параметры упругого рассеяния для кривых рис. 8

Идентификация ядра	Кривые	$R_1$	$R_{a1}$	$b_{a1}$	$R_2$	$R_{a2}$	$b_{a2}$	$\theta$	$\bar{R}(a_1)$	$\bar{R}(a_2)$	$\bar{R}(A)$
$^{24}\text{Mg}$ $U_\alpha$ -GAUSS	1	1.0	-	1.6	2.2	-	1.5	0.314	1.96	1.84	2.906
	2	0.7	-	1.7	1.5	-	1.7	0.314	2.07	2.07	2.935
	3	1.4	-	1.5	2.0	-	1.5	0.314	1.84	1.84	2.86
	4	1.0	-	1.75	1.0	-	1.75	0.314	2.14	2.14	2.947
$^{24}\text{Mg}$ $U_\alpha$ -FERMI	1	0.9	1.7	0.8	1.9	1.7	0.8	0.314	2.1	2.1	3.00
	2	1.3	1.5	0.7	2.4	1.5	0.7	0.314	1.834	1.834	2.941
	3	1.5	1.6	0.65	2.6	1.6	0.65	0.314	1.79	1.79	2.93
	4	1.5	1.59	0.545	2.7	1.59	0.545	0.314	1.62	1.62	2.917
$^{28}\text{Si}$ $U_\alpha$ -GAUSS	1	0.0	-	1.8	1.4	-	1.7	1.256	2.20	2.07	3.003
	2	0.0	-	1.8	1.3	-	1.7	1.256	2.20	2.07	2.981
	3	0.0	-	1.8	1.2	-	1.7	1.256	2.20	2.07	2.961
	4	0.0	-	1.8	1.0	-	1.7	1.256	2.20	2.07	2.932
$^{28}\text{Si}$ $U_\alpha$ -FERMI	1	0.0	1.8	1.0	1.8	1.6	0.85	1.256	2.49	2.142	3.113
	2	0.0	1.7	1.0	1.4	1.6	0.9	1.256	2.456	2.235	3.08
	3	0.0	1.7	1.0	1.8	1.5	0.85	1.256	2.456	2.107	3.063
	4	0.0	1.6	1.0	1.7	1.5	0.85	1.256	2.423	2.107	3.025

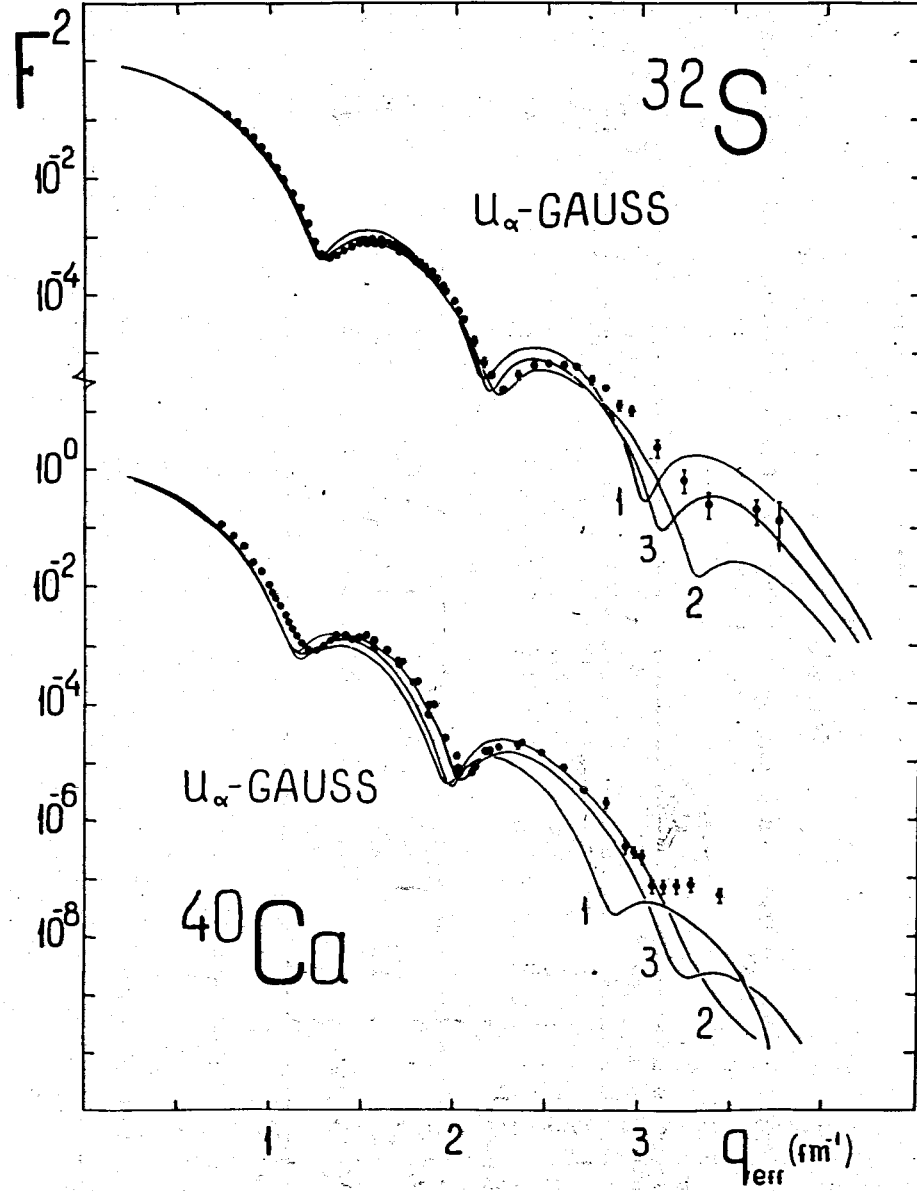


Рис. 9. Формфакторы ядер  $^{32}\text{S}$  и  $^{40}\text{Ca}$ . Расчет с гауссовскими пробными функциями /параметры из табл. 5/.

Таблица 5

Параметры упругого рассеяния для кривых рис. 9. Расчёт с пробными гауссовскими функциями

Идентификация	Кривые	$R_1$	$b_{\alpha 1}$	$R_2$	$b_{\alpha 2}$	$\delta$	$\bar{R}(\alpha_1)$	$\bar{R}(\alpha_2)$	$\bar{R}(A)$
$^{32}\text{S}$	1	1.9	1.4	2.5	1.4	0.628	1.71	1.71	3.13
	2	1.6	1.6	2.0	1.6	0.628	1.96	1.96	3.14
	3	1.8	1.5	2.3	1.5	0.628	1.84	1.84	3.146
$^{40}\text{Ca}$	1	1.8	1.6	2.8	1.6	0.955	1.96	1.96	3.454
	2	1.7	1.7	2.4	1.65	0.955	2.07	2.01	3.392
	3	1.9	1.6	2.6	1.6	0.955	1.96	1.96	3.403

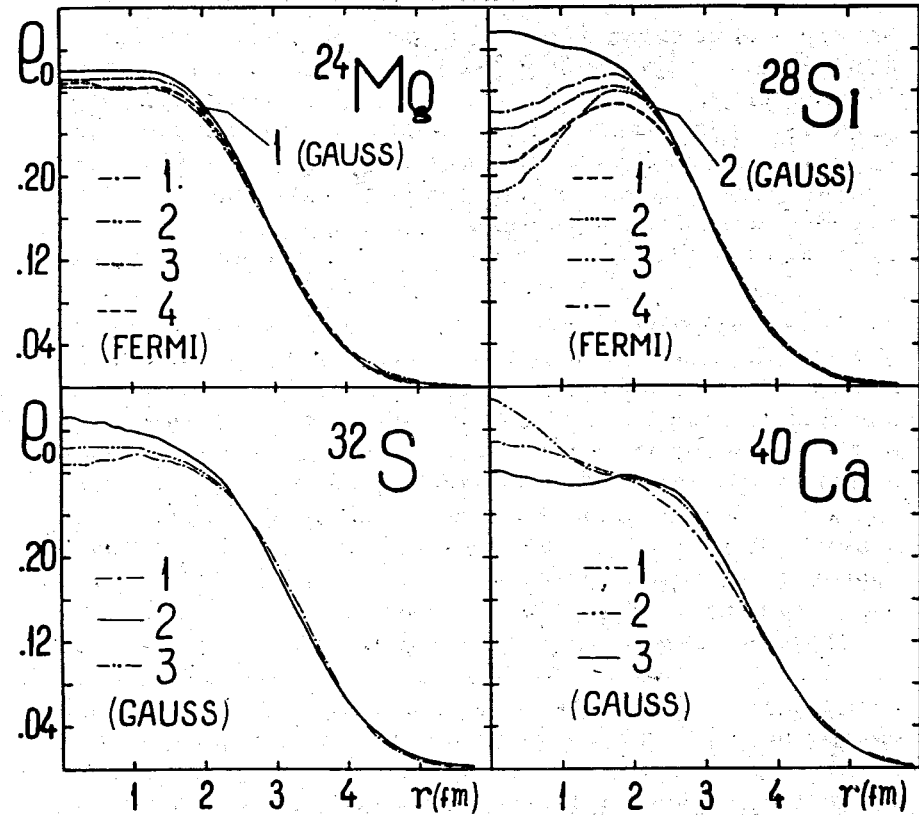


Рис. 10. Распределения плотности заряда ядер  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$  и  $^{40}\text{Ca}$ , соответствующие /с той же нумерацией кривых/ формфакторам на рис. 8 и 9.

структуры альфа-кластера внутри ядра. В то же время попытки /рис. 3/ описать наблюдаемые формфакторы ядер  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$  и  $^{28}\text{Si}$  с параметрами  $R_\alpha$  и  $b_\alpha$  свободной альфа-частицы и подгонкой только по конфигурационным параметрам  $R_i$  /см. табл. 1/ не дали согласия при средних и больших  $q$ . Исключение составило ядро  $^{24}\text{Mg}$ , которое, таким образом, можно считать близким к альфа-частичному. В остальных же ядрах размеры альфа-кластеров сильно отличаются от альфа-частичных.

Так, на *рис. 4* даны формфакторы упругого рассеяния электронов на ядрах  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$ , рассчитанные с пробными функциями гауссовской и экспоненциальной асимптотик. Параметры  $R$ ,  $R_a$  и  $b_a$  подгонялись так, чтобы во всех расчетах среднеквадратичные радиусы этих ядер совпадали с известными экспериментальными значениями. Это достигалось в основном подгонкой формфактора в области первого дифракционного минимума. Оказалось, что в обоих случаях имеется довольно большой класс кривых; каждая из которых с хорошей точностью описывает эксперимент по упругому рассеянию /17,18/ во всей наблюдаемой области переданных импульсов, если пользоваться пробными симметризованными ферми-функциями. Среди наборов параметров наилучшей подгонки /табл. 2/ имеются и такие, которые близки или совпадают с найденными в других работах /1-3/ из вариационных расчетов энергий ядерных состояний с разного вида нуклон-нуклонными взаимодействиями. В этом смысле надежды на успешное описание формфакторов как критерия отбора вариантов  $N-N$  сил пока себя не оправдывают.

Пробные симметризованные ферми-функции дают более содержательное описание формфакторов. Так, если в будущем эксперимент для ядра  $^{12}\text{C}$  действительно обнаружит второй минимум в формфакторе упругого рассеяния при  $q > 3,5 \text{ Ф}^{-1}$ , то кривые, найденные на базе гауссовских пробных функций, уже не будут соответствовать эксперименту. Наоборот, кривые расчетов с ферми-функциями содержат такую возможность.

Отметим, что для ядра  $^{16}\text{O}$  гауссовские пробные функции вообще не способны дать описания второго минимума одновременно с правильным предсказанием величины среднеквадратичного радиуса. Это указывает на преимущества использования в альфа-кластерных и оболочечных моделях функций с экспериментальной асимптотикой.

Из физических следствий анализа формфакторов в рамках АКМП следует выделить то, что для ядра  $^{12}\text{C}$  среди возможных наборов имеются кривые с малыми значениями параметров размера треугольника  $R = 0,7 - 1,1 \text{ Ф}$ . Учтя, что при  $R \rightarrow 0$  АКМП переходит в модель оболочек,

можно заключить, что результаты сравнения с данными упругого рассеяния не противоречат предположению о слабой кластеризации ядра  $^{12}\text{C}$  в основном состоянии. Относительно ядра  $^{16}\text{O}$  можно заключить, в соответствии с выводами других работ /1/, что оно в основном состоянии фактически не кластеризовано, так как наилучшая подгонка упругого формфактора оценивается при очень малом значении параметра  $R$ . Тот же вывод следует из типичного вида распределения плотности заряда этих ядер /рис. 6,7/. Видно характерное для модели оболочек понижение кривых р.п.з. в центральной области ядра.

В работе /10/ было показано, что для  $^{12}\text{C}$  не удастся найти набора параметров, одинаково хорошо описывающих как упругое, так и неупругое рассеяние при всех значениях  $q$ . Поэтому представляет интерес независимая подгонка за счет вариации параметров пробных функций формфакторов неупругого рассеяния без привязки к параметрам упругого. Это позволит детально понять структуру возбужденных состояний ядра, например, их плотности перехода и соответствующие среднеквадратичные радиусы. Естественно, подгонка должна вестись на базе пробных функций с экспоненциальной асимптотикой, чтобы описать область минимума неупругих формфакторов в районе  $q = 2,5 \div 3,0 \text{ Ф}^{-1}$ .

На *рис. 5* приведены результаты таких расчетов и их сравнение с экспериментом. Во-первых, и в этом случае видна неоднозначность модели, так как, по крайней мере, по три кривые на каждое состояние /1,2,3 для  $2^+$  и 1,2,3 для  $3^-$  ядра  $^{12}\text{C}$  / можно считать удачно описывающими эксперимент. Далее среднеквадратичные радиусы ядер с параметрами подгонки под неупругое рассеяние оказываются примерно на  $0,2 \text{ Ф}$  больше соответствующих  $\bar{R}(^{12}\text{C})$  упругого рассеяния /ср. табл. 2 и 3/. Требование наилучшей подгонки неупругого рассеяния для  $^{12}\text{C}$  приводит к параметрам  $R_a = 2,0 \text{ Ф}$  и  $b_a = 0,5 \div 0,6 \text{ Ф}$  / $\bar{R}(a) = 1,77 \div 1,9 \text{ Ф}$ /, то есть альфа-кластеры в возбужденных состояниях ядра  $^{12}\text{C}$  становятся более компактными, чем в основном, где  $R_a = 1,35 \div 1,45 \text{ Ф}$ ,  $b_a = 0,7 \div 0,85 \text{ Ф}$  / $\bar{R}(a) = 1,8 \div 2,1 \text{ Ф}$  и имеют тенденцию к сближению с параметрами свободной альфа-частицы.

Этот же эффект формирования кластеров при возбуждении ядра виден и из рис. 6, где плотности перехода с параметрами наилучшей подгонки неупругих формфакторов /штрих-пунктирные кривые/ выдвинуты от центра ядра значительно дальше /  $\approx$  на  $1 \Phi'$  /, чем рассчитанные с параметрами наилучшей подгонки упругого рассеяния /сплошные и пунктирные кривые/. Об этом же говорит и изменение параметра треугольника  $R$ . По данным упругого рассеяния, он оказывается заметно меньшим, чем для возбужденных состояний.

На рис. 8 представлены результаты соответствующих расчетов для ядер  $^{24}\text{Mg}$  и  $^{28}\text{Si}$ . Для каждого ядра имеется по крайней мере одна кривая наилучшей подгонки. Остальные кривые дают представление о зависимости поведения формфакторов от входных параметров.

Результаты проведенных расчетов показывают следующее /табл. 4/. Для ядра  $^{24}\text{Mg}$  согласие с экспериментом достигается с одинаковыми параметрами  $R_a$  и  $b_a$  для внутренних и периферийных кластеров, причем их величины близки к  $R_a = 1,59 \Phi$  и  $b_a = 0,545 \Phi$  свободной  $\alpha$ -частицы. Параметр  $R_2$  оказывается примерно вдвое большим, чем  $R_1$  - расстояния до внутренних кластеров, что говорит о равномерном распределении центров кластеризации по объему ядра. Это обстоятельство позволяет сделать вывод об  $\alpha$ -частичной природе ядра  $^{24}\text{Mg}$ . Поскольку характерный угол  $\theta$  направления векторов  $\vec{R}_i$  здесь является острым, то ядро является в то же время вытянутым.

Иная ситуация обнаруживается у ядра  $^{28}\text{Si}$ . В выбранной конфигурации "внутренний" альфа-кластер расположен в центре ядра, поэтому  $R_1 = 0$ . Согласие с экспериментом удается достичь только при сильно отличающихся параметрах центрального и периферийного кластеров, причем их величины далеки от альфа-частичных.

Таким образом, нуклоны в ядре сильно "размешаны". В то же время значение расстояния  $R_2 = 1,5 \div 2 \Phi$ , которое необходимо выбирать для успешного описания эксперимента, является немалым, поэтому делать вывод о простой оболочечной структуре этого ядра нельзя. Скорее следует говорить об альфа-кластерной структуре  $^{28}\text{Si}$ .

Для ядер  $^{32}\text{S}$  и  $^{40}\text{Ca}$  сравнение было сделано на базе гауссовских пробных функций /рис. 9/, поэтому найденное согласие может оказаться не всегда отражающим физическую картину истинного р.п.з. в ядре /рис. 10/.

#### §4. Заключение

Основные результаты работы следующие:

1. В рамках АКМП получены выражения для зарядовых формфакторов упругого и неупругого рассеяния электронов на альфа-кластерных ядрах. Выполнены их численные расчеты с пробными функциями нуклонов с гауссовской экспоненциальной асимптотикой.

2. Модель с хорошей точностью описывает формфакторы ядер  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ . Наилучшая подгонка осуществляется для пробных функций нуклонов с экспоненциальной асимптотикой, когда согласие с экспериментом получается не только в области малых переданных импульсов  $q < 2 \phi^{-1}$ , что возможно сделать и для гауссовских пробных функций и в рамках альфа-частичной модели, но и в области больших  $q$ , вплоть до предельного в известных пока экспериментах  $q \approx 3,5 \phi^{-1}$ . При этом естественно связывать особенности поведения формфакторов в области  $q \approx 2,7 \div 3,5 \phi^{-1}$  /минимумы или пологий ход экспериментальных кривых/ с проявлением конечных размеров альфа-кластеров внутри ядра. Тогда остальные дифракционные минимумы при  $q \leq 2,7 \phi^{-1}$  можно считать структурными, размерными минимумами ядра как целого.

3. Анализ показывает, что ядро  $^{12}\text{C}$  в основном состоянии слабо кластеризовано; ядро  $^{16}\text{O}$  фактически не кластеризовано; ядро  $^{24}\text{Mg}$  близко к альфа-частичному, причем альфа-кластерная конфигурация имитирует вытянутое неаксиальное деформированное ядро; в ядре  $^{28}\text{Si}$  альфа-кластеры сильно "размыты", особенно центральный, однако природа ядра остается альфа-кластерной, и можно говорить о кластеризации поверхности этого ядра. Относительно ядер  $^{32}\text{S}$  и  $^{40}\text{Ca}$  пока можно лишь сказать, что предположение об их альфа-кластерной при-

роде не противоречит возможности соответствующего описания зарядовых формфакторов. На примере ядра  $^{12}\text{C}$  видно, что в возбужденных вращательных состояниях кластеризация усиливается, причем сами альфа-кластеры становятся более компактными и приближаются по своим размерам к свободной альфа-частице.

4. Расчеты показывают, что модель не может дать однозначного описания формфакторов ядер  $p$ -оболочек. Имеется хорошее согласие с экспериментом для целого ряда наборов параметров в случае упругого рассеяния, и, по крайней мере, по три набора параметров для каждого из формфакторов  $2^+$  и  $3^-$  / неупругого рассеяния. При этом в некоторых наборах параметры оказываются близкими к тем, которые были найдены ранее в вариационных расчетах энергий состояний при различного рода предположениях о нуклон-нуклонных силах. Таким образом, эти результаты не противоречат тем, которые были получены в энергетических расчетах. Однако неоднозначность параметров при описании формфакторов ядер  $p$ -оболочки приводит к тому, что их анализ в измеренной области  $q$  пока не дает возможности сделать заключение о преимуществе того или иного вариационного расчета энергий. Что касается ядер  $sd$ -оболочки, то здесь практически отсутствуют расчеты энергий и других основных характеристик ядер в рамках АКМП, поэтому делать обоснованные выводы об альфа-кластерной природе этих ядер только на основе сравнений формфакторов было бы преждевременно.

В заключение авторы благодарят А.И.Салтыкова за консультации по составленной им стандартной программе многомерного интегрирования.

#### Литература

1. Д.Бринк. В сб. "Структура сложных ядер", Москва, Атомиздат, 1966.  
D.M.Brink. Intern. School of Physics "Enriko Fermi", course XXXVI (1965).  
D.M.Brink, H.Friedrich, A.Weiguny, C.W.Wong. Phys.Lett., 33B, 143 (1970).

2. И.Ш.Вашакидзе, Т.Р.Джалагания. ЯФ, 6, 941 /1971/.
3. N.Tagikawa, A.Arima. Nucl.Phys., A168, 593 (1971).
4. J.Yamashita, Y.Abe, J.Hiura, H.Tanaka. Int.Conf. on Clustering, Bochym IIAFA, 1969) p. 281.
5. Е.В.Инопин, Б.И.Тищенко. ЖЭТФ, 38, 1160 /1960/.  
Е.В.Вадиа, Е.В.Инопин, М.Юсеф. ЖЭТФ, 45, 1164 /1963/.  
Е.В.Инопин, А.А.Креснин, Б.И.Тищенко. ЯФ, 2, 802 /1965/.
6. А.Н.Антонов, Е.В.Инопин. ЯФ, 16, 326 /1972/.
7. L.J.McDonald, H.Uberrall, S.Numrich. Nucl.Phys., A147, 541 (1970).
8. P.S.Hauge, S.A.Williams, C.H.Duffey. Phys.Rev., v. C4, 1044 (1971).
9. В.Г.Неудачин, Ю.Ф.Смирнов. Нуклонные ассоциации в легких ядрах. Москва, Наука, 1969 г.
10. Е.В.Инопин, В.К.Лукьянов, Ю.С.Поль. Препринт ОИЯИ Р4-7350, Дубна, 1973.
11. В.К.Лукьянов, Ю.С.Поль. ЯФ, 11, 556 /1970/.
12. И.Ж.Петков, В.К.Лукьянов, Ю.С.Поль, ЯФ, 4, 57 /1966/.
13. T. de Forest, J.D.Walecka. Adv. in Phys., 15, no 57, 1 (1966).
14. R.E.Pierls, J.Yossoz. Proc.Roy.Soc., A70, 381 (1957).
15. Н.М.Коробов. Теоретико-численные методы в приближенном анализе. Физматгиз. М., 1963.  
А.И.Салтыков. ЖВМ и МФ, 3, 181 /1963/.
16. А.И.Салтыков. В сб. Труды совещания по программированию и математическим методам решения физических задач: ДПО-7707, Дубна, 1974.
17. R.F.Frosch, J.S.McCarthy, R.E.Rand, M.R.Yearian. Phys.Rev., 160, 874 (1967).
18. H.Granel. Phys.Rev., 148, 1107 (1966).  
I.Sick, J.S.McCarthy. Nucl.Phys., A150, 631 (1970).  
C.C.Li, I.Sick, M.R.Yearian, HEPL 691, Stanford 1973.  
J.B.Bellicard, P.Bourin, R.Frosch et al. Phys.Rev.Lett., 19, 527(1967).

Рукопись поступила в издательский отдел  
19 февраля 1974 года.