СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

P4 - 7709

Й.П.Влахов, В.П.Калашников

ТЕОРИЯ АКУСТИЧЕСКОГО СПИНОВОГО РЕЗОНАНСА НА ЭЛЕКТРОНАХ ПРОВОДИМОСТИ.

1.ПОГЛОЩЕННАЯ МОЩНОСТЬ И ШИРИНА ЛИНИИ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P4 - 7709

Й.П.Влахов, В.П.Калашников

ТЕОРИЯ АКУСТИЧЕСКОГО СПИНОВОГО РЕЗОНАНСА НА ЭЛЕКТРОНАХ ПРОВОДИМОСТИ.

1.ПОГЛОЩЕННАЯ МОЩНОСТЬ И ШИРИНА ЛИНИИ

1. *Постановка задачи*

Поглощение энергии ультразвуковой волны в парамагнитных металлах и полупроводниках обусловлено взаимодействием звука как с кинетическими, так и со спиновыми степенями свободы электронов проводимости. Можно назвать целый ряд механизмов, ответственных за спиновое поглощение ультразвука свободными электронами проводящих кристаллов:

1. Модуляция звуком спин-орбитального взаимодействия электронов с решеткой [1,2];
2. Взаимодействие электронного спина с переменным магнитным полем, сопровождающим звуковую волну [3];
3. Модуляция звуком диполь-дипольных взаимодействий электронных спинов; /3/;
4. Модуляция звуком взаимодействия спиновых и кинетических степеней свободы электронов проводимости, возникающего, например, в кристаллах без центра инверсии, для g -фактора электронов, зависящего от импульса, и т.д. [4].

В общем случае взаимодействие звука со спинами электронов проводимости имеет резонансный характер. Резонанс возникает при совпадении частоты звука ω с частотой прецессии спина ω_s, а также и на других частотах, представляющих собой линейные комбинации зеемановской ω_s и циклотронной ω_0 частот. Таким образом, акустический спиновый резонанс /АСР/ во многом подобен электронному комбинированному резонансу [4] и, в отличие от парамагнитного резонанса, может наблюдаться как в продольной, так и в поперечной поляризации звуковой волны.

Механизмы 1 - 4 определяют также фононную релаксацию неравновесной спиновой намагниченности электронов проводимости. Из теории спин-решеточной релаксации /5,6/ известно, что в большинстве проводящих кристаллов наибольший вклад во время релаксации спина вносит первый из перечисленных механизмов. В ряде кристаллов / CdS, InSb / с ним конкурирует механизм 4.

Существенным является то обстоятельство, что перечисленные механизмы АСР отличаются не только по интенсивности взаимодействия, но и по ширине линии и положению резонансных частот. Если поэтому наибольшему по величине взаимодействию соответствует широкая линия АСР, то возникает возможность наблюдения вкладов от других механизмов, дающих более узкие линии резонанса.

В настоящей работе будет получено общее выражение для мощности, поглощенной электронными спинами, и на его основе построены выражения для ширины резонансных линий.

2. Слаболинейный режим АСР и поглощенная мощность

В общем случае гамильтониан $H_{ef}(t)$ взаимодействия электронов со звуковой волной

$$\vec{u}(\vec{x},t)=\sum_{\vec{q}}\vec{u}(\vec{q})\,e^{i\vec{q}\vec{x}+i\omega t}, \qquad /2.1/$$

$\omega=sq$, где s - скорость звука, а $\vec{q}$ - волновой вектор, имеет вид

$$H_{ef}(t)=H_{kf}(t)+H_{sf}(t)=\sum_{in\vec{q}}\Phi_{-i}^{-n}(\vec{q})\,u^{i}(\vec{q})\,e^{i\omega t}\,T^{n}(\vec{q}), \qquad /2.2/$$

где $\Phi_i^n(\vec{q})$ — c-числовые матрицы, а $T^n(\vec{q})$ - тензорные операторы, зависящие от группы индексов $n=(\mu,\alpha_1,\alpha_2...)$, причем для взаимодействия, не зависящего от спина $/H_{kf}(t)/$:

$$T^n(\vec{q})=\begin{cases}\sum_j e^{i\vec{q}\vec{x}_j}\equiv T^{\cdot\cdot}(\vec{q})=N(\vec{q})\\ \sum_j\{P_j^{\alpha},e^{i\vec{q}\vec{x}_j}\}\equiv T^{\cdot\alpha}(\vec{q})=P^{\alpha}(\vec{q})\\ \sum_j\{P_j^{\alpha_1}P_j^{\alpha_2}...,e^{i\vec{q}\vec{x}_j}\}\equiv T^{\cdot\alpha_1\alpha_2\cdots}(\vec{q})\end{cases} \qquad /2.3/$$

и т.д.

Операторы $T^n(\vec{q})$, описывающие спиновые взаимодействия $/H_{sf}(t)/$, имеют вид

$$T^n(\vec{q})=\begin{cases}\sum_j S_j^{\mu}e^{i\vec{q}\vec{x}_j}\equiv T^{\mu\cdot}(\vec{q})=S^{\mu}(\vec{q})\\ \sum_j S_j^{\mu_1}S_j^{\mu_2}...e^{i\vec{q}\vec{x}_j}\equiv T^{\mu_1\mu_2}(\vec{q})\\ \sum_j\{S_j^{\mu}P_j^{\alpha},e^{i\vec{q}\vec{x}_j}\}\equiv T^{\mu\alpha}(\vec{q})\\ \sum_j\{S_j^{\mu}P_j^{\alpha_1}P_j^{\alpha_2}...,e^{i\vec{q}\vec{x}_j}\}\equiv T^{\mu\alpha_1\alpha_2\cdots}(\vec{q})\end{cases} \qquad /2.4/$$

и т.д.

Здесь $x_j^{\alpha}, P_j^{\alpha}, S_j^{\mu}$ - операторы координаты, кинетического импульса и спина j-того электрона, соответственно, индексы $(\mu,\alpha_1,\alpha_2,...)$ пробегают значения /0, +, – /, причем

$$S_j^{\pm}=\frac{1}{\sqrt{2}}(S_j^x\pm iS_j^y),\quad P_j^{\pm}=\frac{1}{\sqrt{2}}(P_j^x\pm iP_j^y),\quad S_j^0=S_j^z,\ P_j^0=P_j^z.$$

$N(\vec{q}), P^{\alpha}(\vec{q}), S^{\mu}(\vec{q})$ - операторы плотности числа частиц, импульса и спина электронов в фурье-представлении. Скобки $\{...,...\}$ означают симметризованное произведение операторов. Компоненты импульса P_j^{α} подчиняются перестановочным соотношениям

$$[P_j^{\alpha},P_{j'}^{\alpha'}]=\delta_{\alpha',-\alpha}\,\delta_{jj'}\,\alpha m\hbar\omega_0,\quad \alpha=(0,\pm).$$

Конкретный вид операторов $T^n(\vec{q})$, реально входящих в формулу /2.2/, зависит от механизма взаимодействия. Если пренебречь спиновыми эффектами, то останется только взаимодействие с кинетическими степенями свободы электронов $H_{kf}(t)$, которое будет содержать лишь оператор $N(\vec{q})$, если не учитывать зависимости деформационного потенциала от импульса. При учете этой зависимости появляются остальные $T^{\cdot\alpha_1\alpha_2\cdots}(\vec{q})$ из набора /2.3/. Структура взаимодействия $H_{sf}(t)$ звука со спиновыми степенями свободы электронов различна для механизмов 1 - 4. Например, для механизма 1 в кристалле с экстремумом энергии в центре или на грани зоны Бриллюэна

$T^n(\vec{q}) = T^{\mu\alpha}(\vec{q}) = \sum_j \{ S_j^{\mu} P_j^{\alpha}, e^{i\vec{q}\vec{x}_j} \}$ /щелочные металлы Na, K ; ряд полупроводниковых кристаллов -InSb, Ge и др./; при других положениях экстремума $T^n(\vec{q}) =$

$= \sum_j S_j^{\mu} e^{i\vec{q}\vec{x}_j} \equiv S^{\mu}(\vec{q})$, т.е. совпадает с фурье-компонентой плотности распределения спинов[5] /кристаллы Bi, Si /. Такой же вид имеет оператор $T^n(\vec{q})$ для механизма 2 и в некоторых случаях - для механизма 4 /инверсионная асимметрия в кристаллах типа CdS, зависимость g-фактора от импульса в Si и т.д./. Для механизма 4 в InSb /инверсионная асимметрия/ $T^n(\vec{q}) =$

$= T^{\mu\alpha_1\alpha_2}(\vec{q}) = \sum_j \{ S_j^{\mu} P_j^{\alpha_1} P_j^{\alpha_2}, e^{i\vec{q}\vec{x}_j} \}$.

Полный гамильтониан электронов проводимости в постоянном магнитном поле $(0,0,H)$, взаимодействующих с полем смещений решетки $\vec{u}(\vec{x},t)$ и рассеивателями, можно записать в виде:

$$\mathcal{H}(t) = H + H_{ef}(t), \qquad /2.5/$$

$$H = H_k + H_s + H_{e\ell} + H_{\ell}, \quad H_k = \sum_j \frac{P_j^2}{2m}, \quad H_s = -\hbar\omega_s \sum_j S_j^z,$$

где H_k и H_s - операторы кинетической и зеемановской энергии электронов; $H_{e\ell}$ и H_{ℓ} - гамильтониан взаимодействия электронов с рассеивателями и гамильтониан решетки, соответственно. Выражения $H_k(t) = H_k + H_{kf}(t)$ и $H_s(t) = H_s + H_{sf}(t)$ можно рассматривать как мгновенные значения операторов кинетической и зеемановской энергии электронов в поле звуковой волны.

Неравновесное состояние электронной подсистемы будем описывать средними по времени и объему системы значениями этих операторов /или, что то же самое, значениями термодинамически сопряженных с ними параметров β_k и β_s, имеющих смысл обратных эффективных температур кинетической и спиновой подсистем. Мы будем рассматривать поглощение энергии звука электронами в окрестности частот АСР, ограничиваясь квадратичным приближением по амплитуде смещений /слабонелинейный режим АСР/. Если поглощение звука спинами электронов имеет резонансный характер, то отклонение β_s от равновесного значения будет иметь место в узком интервале частот порядка ширины линии АСР. В то же время отклонение β_k от равновесия /разогрев кинетических степеней свободы/ будет обусловлено, во-первых, нерезонансным бесспиновым взаимодействием $H_{kf}(t)$, и, во-вторых, передачей части энергии от неравновесной спиновой подсистемы к кинетическим степеням свободы в процессах спин-решеточной релаксации. Последний механизм в условиях АСР должен приводить к резонансному изменению параметра β_k. Это явление в обычном парамагнитном резонансе наблюдалось по резонансному изменению электропроводности[7]. Имея в виду рассмотрение в дальнейшем эффектов, связанных с отклонением от равновесия обоих параметров β_k и β_s, запишем оператор энтропии системы в виде:

$$S(t) = \Phi(t) + \beta_k(t)(H_k(t) - \mu(t)N) + \beta_s(t)H_s(t) + \beta(H_{e\ell} + H_{\ell}) \simeq$$

$$\simeq S_0 + \delta S(t)$$

$$S_0 = -\ln\rho_0 = \beta(H - \mu N - \Omega), \quad \Omega = -\frac{1}{\beta}\ln Sp\exp\{-\beta(H - \mu N)\}.$$

$$\delta S(t)=\Delta\{\delta\beta_s(t)H_s+\beta H_{sf}(t)+\delta\beta_k(t)(H_k-\mu N)-$$

$$-\beta\delta\mu(t)N+\beta H_{kf}(t)\}= \qquad /2.6/$$

$$=\Delta\{\delta\beta_s(t)H_s+\delta\beta_k(t)(H_k-\mu N)-\beta\delta\mu(t)N+\beta H_{ef}(t)\}$$

$$\Delta A=A-\langle A\rangle_0, \quad \langle A\rangle_0=\mathrm{Sp}A\rho_0,$$

где ρ_0 - равновесное распределение Гиббса, N - оператор числа частиц, β и μ - равновесные значения обратной температуры и химического потенциала системы, $\delta\beta_s(t)$, $\delta\beta_k(t)$, $\delta\mu(t)$ - неравновесные добавки к обратным эффективным температурам спиновой и кинетической подсистем и химическому потенциалу электронов. В выражении /2.6/ сохранены только члены не выше второго порядка по амплитуде звука.

Построим неравновесный статистический оператор /НСО/ системы в виде [8]

$$\rho(t)=\exp\{-\widetilde{S(t)}\}, \qquad /2.7/$$

где $\widetilde{S(t)}$ - инвариантная по отношению к эволюции с полным гамильтонианом /2.5/ часть оператора энтропии. Эта величина удовлетворяет следующему интегральному уравнению

$$\widetilde{S(t)}=S^\circ(t)-i\int_{-\infty}^{0}dt_1 e^{\epsilon t_1} e^{it_1L} L_{ef}(t+t_1)\widetilde{S(t+t_1)}$$

$$S^\circ(t)=\epsilon\int_{-\infty}^{0}dt_1 e^{\epsilon t_1} e^{it_1L} S(t+t_1), \qquad /2.8/$$

где L, $L_{ef}(t)$ - операторы Лиувилля, соответствующие гамильтонианам H, $H_{ef}(t)$, например,

$$iLA=\frac{1}{i\hbar}[A,H], \quad e^{itL}A=e^{\frac{itH}{\hbar}}Ae^{-\frac{itH}{\hbar}}.$$

Для получения уравнения баланса энергии в квадратичном приближении по смещению достаточно найти решение уравнения /2.8/, линейное по явно входящему возмущению $H_{ef}(t)$. При этом в последнем члене интегрального уравнения /2.8/ можно положить $\widetilde{S(t+t_1)}=S_0$. Учитывая, что

$$iL_{ef}(t)S_0\equiv\frac{1}{i\hbar}[S_0,H_{ef}(t)]=-\beta iLH_{ef}(t)$$

и интегрируя /2.8/ по частям, имеем

$$\widetilde{S(t)}=S_0+\delta S(t)-\int_{-\infty}^{0}dt_1 e^{\epsilon t_1} e^{it_1L}\Delta\{\sum_{ni\vec q}\Phi_{-i}^{-n}(\vec q)u^i(\vec q)\beta i\omega\times$$

$$\times e^{i\omega(t+t_1)}T^n(\vec q)+\delta\beta_s(t+t_1)\dot H_{s(\ell)}+\delta\beta_k(t+t_1)\dot H_{k(\ell)}+$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}(\delta S(t+t_1)-\beta H_{ef}(t+t_1))\}. \qquad /2.9/$$

Из этого выражения видно, что происходит релаксация неравновесного распределения электронов к локально-равновесному распределению $e^{-S_0-\delta S(t)}$ в поле звуковой волны. При выводе /2.9/ мы учли, что

$$iLH_s=\frac{1}{i\hbar}[H_s,H]=\frac{1}{i\hbar}[H_s,H_{e\ell}]\equiv\dot H_{s(\ell)}$$

$$iLH_k=\frac{1}{i\hbar}[H_k,H]=\dot H_{k(\ell)}.$$

$$iLN=0$$

Из формулы /2.9/ вытекает в том же приближении следующее выражение для неравновесного статистического оператора системы:

$$\rho(t) = \rho_0 - \int_0^1 d\tau\, \rho_0^{\tau}\, \delta S(t)\, \rho_0^{1-\tau} +$$

$$+ \int_{-\infty}^{0} dt_1\, e^{\epsilon t_1} \int_0^1 d\tau\, \rho_0^{\tau}\, e^{it_1 L} \{\beta \sum_{ni\vec{q}} i\omega\, \Phi_{-i}^{-n}(\vec{q})\, u^i(\vec{q}) \times$$

$$\times e^{i\omega(t+t_1)}\, T^n(\vec{q}) + \qquad /2.10/$$

$$+ \delta\beta_s(t+t_1)\dot{H}_{s(\ell)} + \delta\beta_k(t+t_1)\dot{H}_{k(\ell)} + \frac{\partial}{\partial t}(\delta S(t+t_1) - \beta H_{ef}(t+t_1)\}\rho_0^{1-\tau} + \dots$$

В настоящей работе мы используем это разложение для построения общей формулы полной средней мощности Q,поглощенной электронами.

Имеем

$$Q = \overline{Q(t)} = \lim_{\epsilon \to +0} \epsilon \int_{-\infty}^{0} dt_1\, e^{\epsilon t_1}\, Q(t+t_1) \qquad /2.11/$$

$$Q(t) = \frac{\partial}{\partial t} < \mathcal{H}(t) >^t = \frac{\partial}{\partial t} Sp\, \mathcal{H}(t)\, \rho(t) = < \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{H}(t) >^t =$$

$$= \sum_{in\vec{q}} \Phi_{-i}^{-n}(\vec{q})\, u^i(\vec{q})\, i\omega\, e^{i\omega t} < T^n(\vec{q}) >^t . \qquad /2.12/$$

Подставляя в /2.12/ выражение /2.10/ для НСО и выполняя усреднение по ансамблю и усреднение по времени /2.11/, получим

$$Q = \beta \sum_{nn',ii',\vec{q}} \omega^2\, \mathrm{Re}\{\Phi_{-i}^{-n}(\vec{q})\, \Phi_{i'}^{n'}(-\vec{q})\, u^i(\vec{q})\, u^{-i'}(-\vec{q})\, G_{-n'}^{n}(\vec{q},\omega)\} \qquad /2.13/$$

$$G_{n'}^{n}(\vec{q},\omega) = \int_{-\infty}^{0} dt\, e^{t(\epsilon - i\omega)}\, (T^n(\vec{q}), T^{-n'}(-\vec{q}', t)), \qquad /2.14/$$

где

$$(A, B) = \int_0^1 d\tau < \Delta A, \Delta B(ih\beta\tau) >_0 , \quad B(t) = e^{itL} B$$

и мы учли, что при усреднении по времени t

$$\overline{e^{i\omega t}\, e^{i\omega'(t+t_1)}} = \delta_{\omega', -\omega}\, e^{-i\omega t_1},$$

а при усреднении по ансамблю

$$(T^n(\vec{q}), T^{-n'}(\vec{q}', t)) = \delta_{\vec{q}', -\vec{q}}(T^n(\vec{q}), T^{-n'}(-\vec{q}, t)),$$

вследствие пространственной однородности невозмущенной системы. Во многих случаях в /2.13/ существуют дополнительные правила отбора, вытекающие из инвариантности гамильтониана основного состояния H по отношению к вращениям в координатном и спиновом пространстве вокруг оси z /направление постоянного магнитного поля/. При этом $n' = n$, и поглощенная мощность Q принимает вид

$$Q = \sum_{\vec{q}n} \omega^2\, \Big| \sum_i \Phi_{-i}^{-n}(\vec{q})\, u^i(\vec{q}) \Big|^2\, \mathrm{Re}\, G_{-n}^{n}(\vec{q}, \omega) . \qquad /2.13a/$$

Для аксиально-симметричного гамильтониана H такие правила отбора возникают всегда, если звук распространяется вдоль оси z, и при произвольном направлении распространения для операторов $T^n(\vec{q})$, не зависящих от импульса электронов /например, при $T^n(\vec{q}) = S^{\alpha}(\vec{q})$ /. В общем случае при $q \to 0$

$$(T^n(\vec{q}), T^{-n}(-\vec{q}, t)) = \delta_{n',n}(T^n(\vec{q}), T^{-n}(-\vec{q}, t)) + O(q^2); \qquad /2.15/$$

где функция $O(q^2)$, если она отлична от нуля, пропорциональна малому параметру $(qr_c)^2$ где r_c - характерная корреляционная длина в системе. Поэтому в случае $qr_c \ll 1$ можно пользоваться формулой /2.13а/.

3. Ширина линий АСР

Общие выводы о возможности наблюдения АСР и ширине резонансных линий можно сделать, рассматривая корреляционную функцию $G^n_{-n}(\omega)$. Введем запаздывающую функцию Грина

$$G^n_{-n}(t-t_1)=\theta(t-t_1)e^{\epsilon(t_1-t)}(T^n(\vec q,t).T^{-n}(-\vec q,t_1)) =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega}{2\pi}e^{i\omega(t_1-t)}G^n_{-n}(\omega). \qquad /3.1/$$

Операторы $T^n(\vec q)=T^{\mu\alpha_1\alpha_2\cdots}(\vec q)$ удовлетворяют уравнениям движения

$$\dot T^n(\vec q) = iLT^n(\vec q) = -i\Omega_n T^n(\vec q) + iq^{-\kappa}\frac{1}{m}T^{n\kappa}(\vec q)+\dot T^n_{(\ell)}(q), \qquad /3.2/$$

где

$$T^{n\kappa}(\vec q) = \sum_j \{S_j^{\mu} P_j^{\alpha_1}P_j^{\alpha_2}\ldots,\{P_j^{\kappa}, e^{i\vec q\vec x_j}\}\}$$

$$\dot T^n_{(\ell)}(q) = \frac{1}{ih}[T^n(\vec q),H_{e\ell}]$$

$$\Omega_n=\mu\omega_s+(\alpha_1+\alpha_2+\ldots)\omega_0 .$$

Ω_n - частоты прецессии величин $T^n(\vec q)$ в магнитном поле, представляющие собой резонансные частоты АСР; $\frac{1}{m}T^{n\kappa}(\vec q)$ описывает диффузионный поток неоднородного распределения $T^n(\vec q)$, а $\dot T^n_{(\ell)}(\vec q)$ определяет скорость изменения величин $T^n(\vec q)$ при взаимодействии электронов с решеткой.

Функции Грина /3.1/ удовлетворяют цепочке уравнений

$$(i(\Omega_n-\omega)+\epsilon)G=I-G_1$$

$$(i(\Omega_n-\omega)+\epsilon)G_1=I_1+G_2, \qquad /3.3/$$

где

$$G\equiv G^n_{-n}(\omega),\quad G_1=\int_{-\infty}^{0} dt\, e^{t(\epsilon-i\omega)}(T^n(\vec q),-q^{\kappa}\frac{1}{m}T^{-n-\kappa}(-\vec q,t)+$$

$$+\dot T^{-n}_{(\ell)}(-\vec q,t)) \qquad /3.4/$$

$$G_2=\int_{-\infty}^{0} dt\, e^{t(\epsilon-i\omega)}(iq^{-\kappa}\frac{1}{m}T^{n\kappa}(\vec q)+\dot T^n_{(\ell)}(\vec q),$$

$$-q^{\kappa}\frac{1}{m}T^{-n-\kappa}(-\vec q,t)+\dot T^{-n}_{(\ell)}(-\vec q,t))$$

$$I=(T^n(\vec q),T^{-n}(-\vec q)) \qquad /3.5/$$

$$I_1=(T^n(\vec q),-iq^{\kappa}\frac{1}{m}T^{-n-\kappa}(-\vec q)+\dot T^{-n}_{(\ell)}(-\vec q)).$$

Формальное решение цепочки /3.3/ можно записать в виде

$$G=\frac{I}{M+\epsilon+i(\Omega_n-\omega)},\quad \mathrm{Re}\,G=\frac{I\Gamma}{(\Omega_n'-\omega)^2+\Gamma^2}, \qquad /3.6/$$

где $M=G_1 G^{-1}$ - массовый оператор для функции Грина /3.1/,

$$\Gamma=\Gamma^{n}_{-n}(\omega)=\mathrm{Re}M, \quad \Omega'_n=\Omega_n+\mathrm{Im}M .$$

Величина $\Gamma=\Gamma^{n}_{-n}(\omega)$ представляет собой ширину линии АСР, а $\Omega'_n-\Omega_n$ - сдвиг резонансной линии, обусловленный диффузией электронов и рассеянием их на решетке. С помощью цепочки уравнений /3.3/ массовый оператор можно представить в виде

$$M=\frac{I_1+G_2}{I-G_1}=\frac{1}{I}(I_1+G_2+G_1^2G^{-1}), \quad \Gamma=\frac{1}{I}\mathrm{Re}(G_2+G_1^2G^{-1}). \qquad /3.7/$$

Найдем ширину линии Γ с точностью до членов $\sim q^2$ и в борновском приближении по взаимодействию электронов с решеткой $H_{e\ell}$. В этом случае ширина линии определяется только функцией G_2 в /3.7/, так что

$$\Gamma=\frac{1}{I}\mathrm{Re}G_2=q^2D+\nu , \qquad /3.8/$$

причем $D\equiv D^{n}_{-n}(\omega)=D^{||}\cos^2\theta+D^{\perp}\sin^2\theta$ - тензор диффузии / θ - угол между волновым вектором звука и осью z /, а $\nu\equiv\nu^{n}_{-n}(\omega)$ - частота однородной релаксации. Явные выражения для этих величин имеют вид

$$D^{||}=\frac{m^{-2}}{(T^n,T^{-n})}\mathrm{Re}\int_{-\infty}^{0}dt\, e^{t(\epsilon-i\omega)}\,(T^{nz},T^{-nz}(t)) \qquad /3.9/$$

$$D^{\perp}=\frac{m^{-2}}{(T^n,T^{-n})}\mathrm{Re}\int_{-\infty}^{0}dt\, e^{t(\epsilon-i\omega)}\{(T^{n+},T^{-n-}(t))+$$

$$+(T^{n-},T^{-n+}(t))\} \qquad /3.10/$$

$$\nu=\frac{1}{(T^n,T^{-n})}\mathrm{Re}\int_{-\infty}^{0}dt\, e^{t(\epsilon-i\omega)}\,(\dot{T}^{n}_{(\ell)},\dot{T}^{-n}_{(\ell)}(t)), \qquad /3.11/$$

где $T^n=T^n\ (q=0)$.

Рассмотрим функцию Грина $G^{n\kappa}_{-n-\kappa}(\omega)$. По аналогии с /3.6/ имеем

$$G^{n\kappa}_{-n-\kappa}(\omega)=\frac{(T^{n\kappa}(\vec{q}),T^{-n-\kappa}(-\vec{q}))}{M^{n\kappa}_{-n-\kappa}(q,\omega)+i(\Omega_n+\kappa\omega_0-\omega)}, \quad \kappa=(0,\pm), \qquad /3.12/$$

причем затухание этой функции равно

$$\Gamma_1=q^2D_1+\nu_1, \quad D_1\equiv D^{n\kappa}_{-n-\kappa}(\omega)=D_1^{||}\cos^2\theta+D_1^{\perp}\sin^2\theta \qquad /3.13/$$

$$D_1^{||}=\frac{m^{-2}}{(T^{n\kappa},T^{-n-\kappa})}\mathrm{Re}\int_{-\infty}^{0}dt\, e^{t(\epsilon-i\omega)}(T^{n\kappa z},T^{-n-\kappa z}(t))$$

$$D_1^{\perp}=\frac{m^{-2}}{(T^{n\kappa},T^{-n-\kappa})}\mathrm{Re}\int_{-\infty}^{0}dt\, e^{t(\epsilon-i\omega)}\{(T^{n\kappa+},T^{-n-\kappa-}(t))+$$

$$+(T^{n\kappa-},T^{-n-\kappa+}(t))\} \qquad /3.14/$$

$$\nu_1=\frac{1}{(T^{n\kappa},T^{-n-\kappa})}\mathrm{Re}\int_{-\infty}^{0}dt\, e^{t(\epsilon-i\omega)}(\dot{T}^{n\kappa}_{(\ell)},\dot{T}^{-n-\kappa}_{(\ell)}(t)).$$

Как видно из формул /3.9/, /3.10/, компоненты тензора диффузии, входящие в ширину линии АСР /3.8/, представляют собой функции Грина /3.12/ при $q=0$.

Прежде всего отметим, что величина ν /3.11/ зависит от структуры оператора T^n. Если $T^n = \sum_j S_j^\mu$ и не содержит компонент электронного импульса, то ν представляет собой частоту релаксации поперечного ν_{2s} ($\mu = \pm$) или продольного ν_{1s} ($\mu = 0$) спина электронов проводимости. Если же оператор T^n зависит от электронного импульса, то ν по порядку величины совпадает либо с ν_{1m}, либо с ν_{2m}, где ν_{1m} и ν_{2m} - частоты релаксации продольного и поперечного импульсов электронов. Однородная часть затухания тензора диффузии /3.14/, очевидно, всегда имеет порядок ν_{1m} ($\kappa=0$) или ν_{2m} ($\kappa = \pm$), так как оператор потока величины T^n всегда содержит компоненту импульса хотя бы линейно. Далее, нетрудно заметить, что

$$\frac{(T^{nz}, T^{-nz})}{(T^n, T^{-n})} \simeq m^2 v_{||}^2, \quad \frac{(T^{n+}, T^{-n-})}{(T^n, T^{-n})} \simeq \frac{1}{2} m^2 v_\perp^2,$$

где $v_{||}$ и $v_\perp$ – средние скорости хаотического движения электронов вдоль и поперек направления магнитного поля. С учетом этих соотношений ширину линии АСР /3.8/ в резонансной точке $\omega \simeq \Omega_n$ можно записать в виде

$$\Gamma \simeq q^2 \{\cos^2\theta \frac{v_{||}^2}{\nu_{1m}} + \sin^2\theta \frac{1}{2} v_\perp^2 \frac{\nu_{2m}}{\omega_0^2 + \nu_{2m}^2}\} + \nu. \qquad /3.15/$$

При выводе формул /3.8/ и /3.15/ мы пренебрегли диффузионной частью затухания Γ_1 в тензоре диффузии D. Таким образом, теория справедлива при $q^2 D_1 < \nu_1$, или

$$q^2 \{\cos^2\theta \frac{v_{||}^2}{\nu_{1m}} + \sin^2\theta \frac{v_\perp^2}{2} [\frac{\nu_{2m}}{(\kappa+1)^2\omega_0^2 + \nu_{2m}^2} + \frac{\nu_{2m}}{(\kappa-1)^2\omega_0^2 + \nu_{2m}^2}]\} < \nu_1, \qquad /3.16/$$

где $\nu_1 \simeq \nu_{1m}$ при $\kappa = 0$, и $\nu_1 \simeq \nu_{2m}$ при $\kappa = \pm$. Отсюда получаем, что при продольном распространении звука критерий применимости теории есть $qv_{||} < \nu_{1m}$ или $q\ell_{||} < 1$, где $\ell_{||} = v_{||}/\nu_{1m}$ - средняя длина свободного пробега электрона вдоль магнитного поля. При поперечном распространении в случае слабых магнитных полей $\omega_0 < \nu_{2m}$ имеем условие

$$q\ell_\perp < 1,$$

где $\ell_\perp = v_\perp/\nu_{2m}$ - средняя длина свободного пробега в плоскости, перпендикулярной Н. В сильном магнитном поле $\omega_0 > \nu_{2m}$ имеем критерии

$$qR < 1 \quad \text{и} \quad q\ell_\perp < 1,$$

где $R = v_\perp/\omega_0$ - радиус циклотронной орбиты электрона.

Резонанс будет заметным, если $\omega \simeq \Omega_n > \Gamma$. Обсудим возможность наблюдения АСР для различных механизмов взаимодействия электронных спинов со звуком.

А. Пусть оператор $T^n = \sum_j S_j^+$ не зависит от импульса. Тогда мы получаем одну линию АСР на частоте $\Omega_n = \omega_s$, а ν в /3.15/ совпадает с частотой релаксации поперечного спина ν_{2s}. Для электронов проводимости обычно $\nu_{2s} \ll \nu_{2m}$, так что линия АСР оказывается узкой, как в случае парамагнитного резонанса. При этом, согласно /3.15/, критерий выполняется, если

$$\begin{aligned} &\nu_{2s} < \omega < \nu_{1m} \frac{s^2}{v_{||}^2} && (\vec{q} \,||\, \vec{H}) \\ &\nu_{2s} < \omega < \nu_{2m} \frac{2s^2}{v_\perp^2} && (\vec{q} \perp \vec{H},\ \omega_0 < \nu_{2m}) \qquad /3.17/ \\ &\nu_{2s} < \omega < \frac{\omega_0^2}{\nu_{2m}} \frac{2s^2}{v_\perp^2} && (\vec{q} \perp \vec{H},\ \omega_0 > \nu_{2m}). \end{aligned}$$

Ширина линии АСР в резонансной точке ω_s равна, соответственно

$$\Gamma \simeq \nu_{2s} + (q\,\ell_{||})^2 \nu_{1m} \quad (\vec{q}\,||\,\vec{H})$$

$$\Gamma \simeq \nu_{2s} + \frac{1}{2}(q\ell_{\perp})^2 \nu_{2m} \quad (\vec{q} \perp \vec{H},\ \omega_0 < \nu_{2m}) \qquad /3.17a/$$

$$\Gamma \simeq \nu_{2s} + \frac{1}{2}(qR)^2 \nu_{2m} \quad (\vec{q} \perp \vec{H},\ \omega_0 > \nu_{2m}).$$

Формулы /3.17/ определяют интервалы частот, в которых можно наблюдать АСР. Этот случай может иметь место для механизма 1 /кристаллы Bi, Si /, механизма 2, механизма 4 /например, в кристалле CdS /. Для кристалла Bi второй из критериев /3.17/ получен Микошибой [2].

Б. Пусть оператор $T^n = \sum\limits_j S_j^+ P_j^\alpha$. В этом случае АСР будет содержать три линии на частотах ω_s, $\omega_s \pm \omega_0$ соответственно трем значениям $\alpha = (0, \pm)$. Как мы видели выше, в этом случае однородная часть ширины линии АСР оказывается порядка частоты релаксации импульса, и, следовательно, линии АСР вообще должны быть гораздо шире, чем в случае А.

Далее, из формулы /3.15/ следует, что при $\omega_0 < \nu_{2m}$ и $\vec{q} \perp \vec{H}$, а при $\vec{q}\,||\,\vec{H}$ во всех случаях неравенство $\omega > \Gamma$ не выполняется. Это означает, что в слабом магнитном поле, а для продольного распространения звука всегда АСР ненаблюдаем. Этот результат остается справедливым и в более общем случае операторов T^n, зависящих от импульса: $T^n = \sum\limits_j S_j^+ P_j^{\alpha_1} P_j^{\alpha_2} \ldots$. Для поперечного распространения звука в сильном магнитном поле $\omega_0 > \nu_{2m}$ условие $\omega > \Gamma$ выполняется в области частот

$$\nu_{1m} < \omega < \frac{\omega_0^2}{\nu_{2m}} \frac{2s^2}{v_\perp^2} \qquad /3.18/$$

для АСР на частоте $\omega \simeq \omega_s$, и

$$\nu_{2m} < \omega < \frac{\omega_0^2}{\nu_{2m}} \frac{2s^2}{v_\perp^2} \qquad /3.19/$$

для АСР на частоте $\omega_s \pm \omega_0$. Ширины этих линий равны соответственно $(qR < 1,\ \nu_{1m} \simeq \nu_{2m})$

$$\Gamma(\omega_s) \simeq \nu_{1m} + \nu_{2m} \frac{1}{2}(qR)^2 \simeq \nu_{1m}$$

$$\Gamma(\omega_s \pm \omega_0) \simeq \nu_{2m} + \nu_{2m} \frac{1}{2}(qR)^2 \simeq \nu_{2m}. \qquad /3.2O/$$

Случай Б реализуется в щелочных металлах /механизм 1/ и ряде полупроводников /механизм 4/.

АСР в щелочных металлах рассматривался в работе Герасименко [1]. В ней было использовано неправильное выражение для компонент матрицы $\Phi_i^n(\vec{q})$, найденное ранее Эллиотом [6]. Структура этой матрицы была впоследствии пересмотрена в работе Яфета [5], который показал, что в приближениях, принятых этими авторами, компоненты матрицы $\Phi_i^n(\vec{q})$ для кристаллов с центром инверсии /например, для щелочных металлов/ обращаются в нуль, и нужно учитывать члены более высокого порядка $\vec{k}.\vec{p}$ -теории возмущений. В связи с этим оценка интенсивности АСР оказалась несколько завышенной. В работе Герасименко была обнаружена только одна линия АСР при $\omega \sim \omega_s$, ширина которой оказалась гораздо меньше, чем в нашей теории /3.2О/, и равна /3.17a/. Мы показали, однако, что выражения для ширины линии вытекают из операторной структуры взаимодействия спинов со звуком /2.2/. Если это взаимодействие содержит операторы электронного импульса, как в рассматриваемом случае, ширина линии АСР не может быть меньше, чем частота релаксации импульса ν_{1m} или ν_{2m}. Поэтому результаты работы [1] следует отнести к кристаллам типа Bi или Si, где экстремум энергии электронов не лежит в центре или на грани зоны Бриллюэна.

Литература

1. *В.И.Герасименко. ЖЭТФ, 4О, 585 /1961/.*
2. *N.Mikoshiba. Phys.Lett., 12, 289 (1964).*

3. A.Overhauser. Phys.Rev., 89. 689 (1953).
4. Э.И.Рашба. УФН, 84, 557 /1964/.
5. Y.Yafet. Sol.St.Phys., 14, 1 (1964).
6. R.Elliott. Phys.Rev., 96, 266 (1954).
7. M.Gueron, I.Solomon. Phys.Rev.Lett., 15, 667 (1965).
8. Д.Н.Зубарев. "Неравновесная статистическая термодинамика", Москва, "Наука", /1971/.

Рукопись поступила в издательский отдел
1 февраля 1974 года.