

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



13/11-74

P4 - 7639

M-197

962/2-74

Л.А.Малов, В.Г.Соловьев

МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СТРУКТУРЫ
ВЫСОКОВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ
В ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

II. Исключение лишних решений

1973

**ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

P4 - 7639

Л.А.Малов, В.Г.Соловьев

МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СТРУКТУРЫ
ВЫСОКОВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ
В ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

II. Исключение лишних решений

Направлено в Nuclear Physics

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Малов Л.А., Соловьев В.Г.

P4 - 7639

Модель для описания структуры высоковозбужденных состояний в деформированных ядрах. II. Исключение лишних решений

Проведено дальнейшее развитие модели для описания состояний промежуточной и высокой энергии возбуждения. Разработан новый приближенный метод решения основных уравнений модели, позволяющий исключить лишние корни, появившиеся ранее при учете лишь когерентных членов уравнений. Сравнение точного и приближенного решений показывает, что главные компоненты волновой функции правильно передаются приближенным решением. Это позволяет изучить фрагментацию одночастичных и многочастичных состояний по уровням ядра.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1973

Malov L.A., Soloviev V.G.

P4 - 7639

Model for the Description of the Structure of Highly Excited States in Deformed Nuclei. II. Exclusion of Superfluous Solutions

The model for the description of states of intermediate and high excitation energies was further developed. A new approximation method for solution of basic equations of the model was proposed which allowed to exclude superfluous roots appeared earlier when taking into account only coherent members of equation. The comparison between exact and approximation solutions demonstrates that the main components of the wave function are correctly expressed with the approximation solution. This enables us to study the fragmentation process of one- and many-particle states over nuclear levels in deformed nuclei.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1973

I. Введение

В^{1/} предложена модель для описания структуры неротационных состояний промежуточной энергии возбуждения и высоковозбужденных состояний в нечетных деформированных ядрах. Гамильтониан модели взят в виде потенциала, описывающего среднее поле, взаимодействий, приводящих к парным корреляциям сверхпроводящего типа и мультиполь-мультипольных взаимодействий. За усложнение структуры состояний с ростом энергии возбуждения ответственны взаимодействия квазичастиц с фонами. В^{2/} рассмотрена модель, в которой дополнительно включены спин-мультиполь-спин-мультипольные силы. В^{3/} аналогичная модель сформулирована для описания усложнения состояний нечетных сферических ядер с ростом энергии возбуждения. В ней приняты во внимание мультиполь-мультипольные и спин-мультиполь-спин-мультипольные силы. В^{1/} также кратко изложен общий полумикроскопический подход к изучению структуры высоковозбужденных состояний, разработанный в^{4-6/}.

На основе вариационного принципа в^{1/} получены системы уравнений для двух случаев. В первом случае волновая функция модели состоит из одноквазичастичного члена и суммы многих членов типа квазичастица плюс фонон и квазичастица плюс два фоновна. Во втором случае к этой волновой функции добавляются члены: квазичастица плюс три фоновна. В обоих случаях учитывались только когерентные члены, и системы уравнений сведены к секулярному урав-

нению, которое следует решать численно. Однако полученное приближенное секулярное уравнение содержит лишние решения. Лишние решения трудно отделить от истинных решений. Простое отбрасывание лишних решений существенно ухудшает результаты расчетов. Этот недостаток затрудняет использование модели для выяснения основных закономерностей фрагментации одночастичных и многочастичных состояний по ядерным уровням.

Целью настоящей работы является нахождение таких приближенных решений основных уравнений модели, которые бы не содержали лишних корней. Расчеты выполнены для случая, когда волновая функция содержит следующие члены: одноквазичастичный, квазичастица плюс один фотон и квазичастица плюс два фотона. Для выяснения точности полученного приближения проведено сравнение с точными расчетами для случая небольшого числа одночастичных уровней среднего поля и фотонов.

2. Система основных уравнений

Гамильтониан, описывающий взаимодействия между нуклонами в ядре, запишем в следующем виде:

$$H = H_{av} + H_{rciz} + H_a \quad (I)$$

где H_{av} — среднее поле нейтронной и протонной систем, H_{rciz} — взаимодействия, приводящие к парным корреляциям сверхпроводящего типа, H_a — мультиполь-мультипольное взаимодействие.

Рассмотрим взаимодействие квазичастиц с фотонами в нечетном A деформированном ядре. Считаем, что в нечетном A ядре фотоны такие же, как в четно-четном ядре с $A-1$. Константы мультиполь-мультипольных взаимодействий фиксированы при вычислении энергий однофотонных состояний в четно-четных ядрах (см. /7/). Это позволяет преобразовать гамильтониан (I) к виду, даваемому формулой (2) в /1/.

Волновую функцию нечетного N ядра, описывающую состояние с данным значением K^π , запишем в виде

$$\begin{aligned} \Psi_i(K^\pi) = & \frac{C_i}{\sqrt{2}} \sum_{\rho\sigma} \left\{ \alpha_{\rho\sigma}^+ + \sum_{j_1 j_2} D_{\rho j_1 \sigma}^{j_2} \alpha_{j_1 \sigma}^+ Q_{j_2}^+ \right. \\ & \left. + \sum_{j_1 j_2} \sum_{\nu} F_{\rho j_1 \sigma}^{j_2 \nu} \alpha_{j_1 \sigma}^+ Q_{j_2}^+ \right\} \Psi_0 \end{aligned} \quad (2)$$

В данной статье, как и в /1/, используем следующие обозначения: Ψ_0 — волновая функция основного состояния четно-четного ядра, i — номер состояния; Q_j , ω_j , Y_j — оператор, энергия и характеристика (формула (3') в /1/) фотона; через g обозначено $\lambda\mu j$, причем $g \equiv \lambda\mu$, j — номер корня секулярного уравнения для фотона; $\alpha_{\nu\sigma}^+$ — оператор рождения квазичастицы, $E(\nu) = \sqrt{C^2 + (E(\nu) - \lambda)^2}$, $E(\nu)$ — одночастичная энергия, C — корреляционная функция, λ — химический потенциал. Через $(\nu\sigma)$ обозначена совокупность квантовых чисел, характеризующих одночастичный уровень среднего поля, $(\rho\sigma)$ — то же для уровней с данным K^π , $\sigma = \pm 1$; $\mathcal{V}_{\nu\nu'} = U_\nu U_{\nu'} - V_\nu V_{\nu'}$, где U_ν , V_ν — коэффициенты

преобразования Боголюбова. Матричный элемент от оператора мультипольного момента $\rho \equiv \lambda \mu$ обозначим так:

$$f_{\sigma}^{\rho}(\nu, \nu_2) = \begin{cases} f^{\rho}(\nu, \nu_2), & \text{если } K_1 \pm \mu = K_2 \\ \sigma \bar{f}^{\rho}(\nu, \nu_2), & \text{если } K_1 + K_2 = \pm \mu, \end{cases} \quad (3)$$

где K - проекция углового момента на ось симметрии ядра. Для данных значений ν, ν_2 отлична от нуля или $f^{\rho}(\nu, \nu_2)$ или $\bar{f}^{\rho}(\nu, \nu_2)$, поэтому можно не делать различия между ними, а свойства матричных элементов $f^{\rho}(\nu, \nu_2) = f^{\rho}(\nu_2, \nu)$, $\bar{f}^{\rho}(\nu, \nu_2) = -\bar{f}^{\rho}(\nu_2, \nu)$ можно учесть путем введения соответствующего фазового множителя.

В/И/ вычислено среднее значение N по состоянию (2) и с помощью вариационного принципа получена система основных уравнений модели. Прежде чем выписывать эти уравнения, преобразуем их. Из уравнения (2I) в/И/ видно, что $D_{\rho, \nu}^{\rho, i} = 0$, если $f_{\sigma}^{\rho}(\rho \nu) = 0$, поэтому можно сопоставить функцию $D_{\rho, \nu}^{\rho, i}(\sigma)$ с функцией $f^{\rho}(\rho \nu)$, а функцию $\bar{D}_{\rho, \nu}^{\rho, i}(\sigma)$ - с функцией $\bar{f}^{\rho}(\rho \nu)$. Нетрудно показать, что можно отбросить зависимость от σ (которую легко восстановить) и не делать различия между $D_{\rho, \nu}^{\rho, i}$ и $\bar{D}_{\rho, \nu}^{\rho, i}$, а это различие учесть с помощью фазового множителя δ_i . В уравнении (2I) в/И/ под знаком суммы стоят произведения вида

$$f_{\sigma}^{\rho}(\nu \nu_2) f_{\sigma}^{\rho'}(\nu' \nu_2) D_{\rho, \nu}^{\rho, i}(\sigma).$$

Определим значение фазового множителя δ_i следующим образом: в уравнении, где свободный член содержит $f^{\rho}(\rho \nu)$,

$\delta_i = 1$ для произведений вида

$$\begin{aligned} & f^{\rho}(\nu \nu_2) f^{\rho'}(\nu' \nu_2) D_{\rho, \nu}^{\rho, i} \\ & \bar{f}^{\rho}(\nu \nu_2) \bar{f}^{\rho'}(\nu' \nu_2) D_{\rho, \nu}^{\rho, i} \\ & f^{\rho}(\nu \nu_2) \bar{f}^{\rho'}(\nu' \nu_2) \bar{D}_{\rho, \nu}^{\rho, i} \end{aligned}$$

и $\delta_i = -1$ для произведений вида

$$f^{\rho}(\nu \nu_2) \bar{f}^{\rho'}(\nu' \nu_2) \bar{D}_{\rho, \nu}^{\rho, i};$$

в уравнении, где свободный член содержит $\bar{f}^{\rho}(\rho \nu)$, $\delta_i = 1$ для произведений вида

$$\begin{aligned} & f^{\rho}(\nu \nu_2) \bar{f}^{\rho'}(\nu' \nu_2) D_{\rho, \nu}^{\rho, i} \\ & f^{\rho}(\nu \nu_2) f^{\rho'}(\nu' \nu_2) \bar{D}_{\rho, \nu}^{\rho, i} \\ & \bar{f}^{\rho}(\nu \nu_2) \bar{f}^{\rho'}(\nu' \nu_2) \bar{D}_{\rho, \nu}^{\rho, i} \end{aligned}$$

и $\delta_i = -1$ для произведений вида

$$\bar{f}^{\rho}(\nu \nu_2) f^{\rho'}(\nu' \nu_2) D_{\rho, \nu}^{\rho, i}.$$

Подобным образом вводится фазовый множитель δ_2 , чтобы не писать уравнения отдельно для $F_{\rho, \nu}^{\rho, i}(\sigma)$ и $\bar{F}_{\rho, \nu}^{\rho, i}(\sigma)$. Фазовый множитель δ_2 в выражении типа (22) в/И/ для $F_{\rho, \nu}^{\rho, i}(\sigma)$ равен $\delta_2 = 1$ для членов $f^{\rho}(\nu_2 \nu) D_{\rho, \nu_2}^{\rho, i}(\sigma)$ и $\delta_2 = -1$ для членов $\bar{f}^{\rho}(\nu_2 \nu) \bar{D}_{\rho, \nu_2}^{\rho, i}(\sigma)$ и равен $\delta_2 = 1$ для $\bar{F}_{\rho, \nu}^{\rho, i}(\sigma)$.

После проведения таких переобозначений систему основных уравнений запишем в следующем виде:

$$F(\nu) = \varepsilon(\rho) - \nu_2 - \sum_j \sum_{\nu'} X^{\rho}(\rho, \nu) D_{\rho, \nu}^{\rho, i} = 0, \quad (4)$$

$$(\varepsilon(\nu) + \omega_g - \zeta_i) D_{\rho\nu}^{g_i} - \sum_{g_2} \sum_{\nu_2, \nu_3} \frac{1}{p(\nu_2, g_2, g_2) - \zeta_i} \left[\delta_1 X^{g_2}(\nu, \nu_2) X^{g_2}(\nu_3, \nu_2) D_{\rho\nu_3}^{g_2} + \delta_2 X^{g_2}(\nu, \nu_2) X^{g_2}(\nu_3, \nu_2) D_{\rho\nu_3}^{g_2} \right] = X^g(\rho, \nu), \quad (5)$$

$$F_{\rho\nu}^{g_2 i} = \frac{1}{2(p(\nu_2, g_2, g_2) - \zeta_i)} \sum_{\nu_2} \left[\delta_1 X^{g_2}(\nu_2, \nu) D_{\rho\nu_2}^{g_2} + \delta_2 X^g(\nu_2, \nu) D_{\rho\nu}^{g_2 i} \right], \quad (6)$$

где

$$X^g(\nu, \nu_2) = \frac{v_{\nu\nu_2}}{2\sqrt{V_g}} p^g(\nu, \nu_2), \quad (7)$$

$$p(\nu_2, g_1, g_2) = \varepsilon(\nu_2) + \omega_{g_1} + \omega_{g_2}. \quad (7')$$

Условие нормировки волновой функции (2) принимает такой вид:

$$(C_p^i)^2 \left\{ 1 + \sum_g \sum_{\nu} (D_{\rho\nu}^{g_i})^2 + 2 \sum_{g_2} \sum_{\nu} (F_{\rho\nu}^{g_2 i})^2 \right\} = 1. \quad (8)$$

Необходимо отметить, что в уравнения (4), (5) и (6) (так же, как и в соответствующие уравнения в [1]) следует добавить члены, в которых вместо одного матричного элемента $f^g(\nu\nu')$ содержится произведение трех различных матричных элементов. Роль этих членов невелика. Они появляются при учете коммутационных соотношений операторов фононов с операторами квазичастиц. Добавление таких членов не приводит к дополнительным трудностям, но увеличивает время счета при численном решении.

Для нахождения энергий ζ_i нужно решить уравнение (5) относительно $D_{\rho\nu}^{g_i}$ и подставить полученное выражение в уравнение (4). Решив уравнение (4), т.е. найдя корни ζ_i , нетрудно, пользуясь формулами (6) и (8), найти выражения для $F_{\rho\nu}^{g_2 i}$ и C_p^i .

Решение уравнения (5) можно представить в виде

$$D_{\rho\nu}^{g_i} = \frac{A_{\nu}^g}{\Delta}, \quad (9)$$

где в знаменателе стоит определитель системы Δ , а в числителе - определитель A_{ν}^g , который получается из Δ путем замены коэффициентов при определяемом неизвестном соответствующими свободными членами. В реальных случаях, когда учитывается большое число одночастичных состояний и фононов, в (9) входят определители очень высокого порядка, и задача становится практически неразрешимой. Поэтому необходимо найти приближенный метод решения системы уравнений (5).

3. Приближенное решение

В [1] найдено приближенное решение когерентного типа системы уравнений (5). Под знаками сумм в (5) учитывались только члены с квадратами одночастичных матричных элементов и отбрасывались все остальные члены. Полученное решение, которое обозначим через $\tilde{D}_{\rho\nu}^{g_i}$, имеет вид

$$\tilde{D}_{\rho\nu}^{g_i} = \frac{X^g(\rho, \nu)}{\varepsilon(\nu) + \omega_g - \zeta_i - S_{\nu}^{g_i}}, \quad (10)$$

где

$$\sum_{y_2} g_i = \sum_{g_2, y_2} \frac{(X^{g_2}(y_2))^2 (1 + \delta_{g_2, y_2})}{p(y_2, g_2, g_2) - \lambda_i} \quad (II)$$

Данное приближение не является хорошим, т.к. после подстановки (10) в уравнение (4) последнее содержит лишние решения. Поэтому попытаемся улучшить это приближение.

При решении системы уравнений (4), (5) важную роль играют полюса типа

$$\begin{aligned} p(y_2, g_2, g_2) - \lambda_p &= 0, \\ \varepsilon(y) + \omega_g - \lambda_p &= 0. \end{aligned} \quad (I2)$$

Для определенности назовем их фундаментальными полюсами. Как отмечалось в /1/, число фундаментальных полюсов типа (I2) равно числу корней секулярного уравнения (4). Это обстоятельство использовано в /8-10/ при вычислении плотностей возбужденных состояний большого числа ядер.

Наша цель - улучшить приближение (10) таким образом, чтобы уравнение (4) не имело лишних решений. Для этого вблизи каждого фундаментального полюса найдем свое приближение для уравнения (5), в котором учтем некогерентные полюсные члены.

Найдем приближенное решение уравнения (5) вблизи фундаментального полюса $p(y_0, g_0, \bar{g}_0) = \varepsilon(y_0) + \omega_{g_0} + \omega_{\bar{g}_0}$. Сначала упростим уравнение (5). В уравнении (5) оставим все когерентные члены и учтем некогерентные члены, содержащие полюс $1/[p(y_0, g_0, \bar{g}_0) - \lambda_i]$. В результате получим

$$\left[\varepsilon(y) + \omega_{g_0} - \lambda_i - \sum_{\substack{g_2, y_2 \\ (g_2, y_2) \neq (g_0, y_0)}} \frac{(X^{g_2}(y, y_2))^2 (1 + \delta_{g_2, y_2})}{p(y_2, g_2, g_2) - \lambda_i} \right] D_{py}^{g_0, i} \quad (I3)$$

$$- \frac{1}{p(y_0, g_0, \bar{g}_0) - \lambda_i} \sum_{y'} \sum_{g=g_0, \bar{g}_0} \delta_i X^{g_2}(y, y_0) X^{\bar{g}}(y', y_2) D_{py'}^{g_2} = X^{g_0}(py)$$

и аналогичное уравнение для $D_{py}^{g_0, i}$. Здесь $(g_2, y_2) \neq (g_0, y_0)$ означает, что в сумме по g_2 и y_2 отсутствует только один член с $g_2 = g_0$ и $y_2 = y_0$.

Введем обозначение

$$g_y^{g_0}(y_0, \bar{g}_0) = \varepsilon(y) + \omega_{g_0} - \lambda_i - \sum_{\substack{g_2, y_2 \\ (g_2, y_2) \neq (g_0, y_0)}} \frac{(X^{g_2}(y, y_2))^2 (1 + \delta_{g_2, y_2})}{p(y_2, g_2, g_2) - \lambda_i} \quad (I4)$$

и уравнение (I3) перепишем в виде

$$\begin{aligned} D_{py}^{g_0, i} - \frac{\sum_{y'} \sum_{g_2, \bar{g}_2} \delta_i X^{g_2}(y, y_0) X^{\bar{g}_2}(y', y_2) D_{py'}^{g_2}}{g_y^{g_0}(y_0, \bar{g}_0) [p(y_0, g_0, \bar{g}_0) - \lambda_i]} &= \\ &= \frac{X^{g_0}(py)}{g_y^{g_0}(y_0, \bar{g}_0)} \end{aligned} \quad (I5)$$

Решение уравнения (I5) можно представить в виде (9). В этом случае детерминант системы будет во много раз более низкого порядка по сравнению с детерминантом системы (5).

Рассмотрим систему n уравнений

$$\sum_{j=1}^n (\delta_{ij} + a_{ij}) x_j = y_i \quad (I6)$$

для определения неизвестных x_1, x_2, \dots, x_n . Если коэффициенты a_{ij} удовлетворяют следующему условию:

$$a_{ij} a_{ij'} = a_{ij'} a_{ij} \quad (16')$$

то все детерминанты второго порядка и выше равны нулю, т.е.

$$\det \{ a_{ij} \} = 0.$$

В этом случае детерминант системы равен

$$\det \{ \delta_{ij} + a_{ij} \} = 1 + \sum_{i=1}^n a_{ii} \quad (17)$$

Решение системы принимает вид

$$x_i = \frac{1}{\det \{ \delta_{ij} + a_{ij} \}} \begin{vmatrix} y_1 & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ y_2 & a_{22} + 1 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_n & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} + 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{y_i \left(1 + \sum_{i=1}^n a_{ii} \right) - \sum_{i=1}^n a_{ii} y_i}{1 + \sum_{i=1}^n a_{ii}}$$

или для любого значения $i = i_0$

$$x_{i_0} = y_{i_0} - \frac{\sum_{i=1}^n a_{i,i_0} y_i}{1 + \sum_{i=1}^n a_{ii}} \quad (18)$$

Вспользуемся формулами (17) и (18) для нахождения решений системы уравнений (15).

Коэффициенты системы уравнений (15) удовлетворяют условию (16'). Действительно,

$$\frac{\delta_i \cdot X^{\bar{j}}(\nu, \nu) X^{\bar{j}}(\nu, \nu)}{[p(\nu, g_0, \bar{g}_0) - \bar{z}_i] \beta_{\bar{j}}^{\bar{j}_0}(\nu, \bar{g}_0)} \cdot \frac{\delta_i' \cdot X^{\bar{j}_0}(\nu, \nu) X^{\bar{j}}(\nu, \nu)}{[p(\nu, g_0, \bar{g}_0) - \bar{z}_i] \beta_{\bar{j}}^{\bar{j}_0}(\nu, \bar{g}_0)} =$$

$$= \frac{\delta_i X^{\bar{j}}(\nu, \nu) X^{\bar{j}}(\nu, \nu)}{[p(\nu, g_0, \bar{g}_0) - \bar{z}_i] \beta_{\bar{j}}^{\bar{j}_0}(\nu, \bar{g}_0)} \cdot \frac{\delta_i' X^{\bar{j}_0}(\nu, \nu) X^{\bar{j}}(\nu, \nu)}{[p(\nu, g_0, \bar{g}_0) - \bar{z}_i] \beta_{\bar{j}}^{\bar{j}_0}(\nu, \bar{g}_0)},$$

поэтому, пользуясь формулами (17) и (18), нетрудно вычислить детерминант системы уравнений (15) и найти функции $D_{p, \bar{j}}^{\bar{j}_0}$ и $D_{p, \bar{j}}^{\bar{j}_0}$.

Детерминант системы уравнений (15) для решений вблизи фундаментального полюса $\bar{z}_p = p(\nu, g_0, \bar{g}_0)$ равен

$$\Delta(\nu, g_0, \bar{g}_0) = 1 - \frac{1}{p(\nu, g_0, \bar{g}_0) - \bar{z}_i} \sum_{\bar{j}} \sum_{\bar{j}_0} \frac{(X^{\bar{j}}(\nu, \nu))^2}{\beta_{\bar{j}}^{\bar{j}_0}(\nu, \bar{g}_0)} \quad (19)$$

Полюса секулярного уравнения (4) определяются из условия равенства нулю детерминанта системы уравнений (5). Обозначим через \bar{z}^{pol} такое значение \bar{z} , при котором детерминант (19) обращается в нуль, т.е. через \bar{z}^{pol} обозначим полюс уравнения (4) вблизи фундаментального полюса $\bar{z}_p = \varepsilon(\nu) + \omega_{g_0} + \omega_{\bar{g}_0}$. Из уравнения

$$\Delta(\nu, g_0, \bar{g}_0) = 0 \quad (20)$$

следует, что

$$p(\nu, g_0, \bar{g}_0) - \bar{z}^{pol} = \sum_{\bar{j}, \bar{j}_0} \sum_{\bar{j}_0} \frac{(X^{\bar{j}}(\nu, \nu))^2}{\beta_{\bar{j}}^{\bar{j}_0}(\nu, \bar{g}_0)} \quad (20')$$

В выражении для $\beta_{\bar{j}}^{\bar{j}_0}(\nu, \bar{g}_0)$ можно заменить корень секулярного уравнения (4) \bar{z}_{i_0} вблизи фундаментального полюса на полюс \bar{z}^{pol} , определяемый

формулой (20'). В результате получим

$$b_{\nu}^{g_0}(\nu_0, \bar{g}_0) = \varepsilon(\nu) + \omega_{g_0} - \zeta^{\rho_0 c} - \sum_{\substack{g_2, \nu_2 \\ (\nu_2, g_2, \bar{g}_2)}} \frac{(X^{g_2}(\nu, \nu_2))^2 (1 + \delta_{g_2 g_0})}{\rho(\nu_2, g_2, \bar{g}_2) - \zeta^{\rho_0 c}} \quad (14')$$

Эта замена крайне мало изменяет функцию $b_{\nu}^{g_0}(\nu_0, \bar{g}_0)$, т.к. она не содержит полюсных членов, а величина $|\zeta^{\rho_0 c} - \zeta^{\rho c}|$ очень мала.

Возьмем $b_{\nu}^{g_0}(\nu_0, \bar{g}_0)$ в виде (14') и, пользуясь формулой (20'), получим для детерминанта системы уравнений (15) следующее выражение:

$$\Delta(\nu_0, g_0, \bar{g}_0) = 1 - \frac{\rho(\nu_0, g_0, \bar{g}_0) - \zeta^{\rho_0 c}}{\rho(\nu_0, g_0, \bar{g}_0) - \zeta_{i_0}} \quad (19')$$

Следуя формуле (16) для функций $D_{\rho\nu}^{g_i}$ с $g = g_0$ или \bar{g}_0 вблизи фундаментального полюса $\zeta_{\rho} = \varepsilon(\nu_0) + \omega_{g_0} + \omega_{\bar{g}_0}$, получим следующее выражение:

$$D_{\rho\nu}^{g_0, i_0} = \frac{X^{g_0}(\rho, \nu)}{b_{\nu}^{g_0}(\nu_0, \bar{g}_0)} + \frac{1}{\zeta^{\rho_0 c} - \zeta_{i_0}} \frac{X^{g_0}(\nu, \nu_0)}{b_{\nu}^{g_0}(\nu_0, \bar{g}_0)} \sum_{\nu_2} \sum_{g_2, \bar{g}_2} \delta_{\nu_2} \frac{X^{g_2}(\rho, \nu_2) X^{\bar{g}_2}(\nu_2, \nu_0)}{b_{\nu_2}^{g_2}(\nu_0, \bar{g}_2)} \quad (21)$$

Найдем решение уравнения (4), соответствующее фундаментальному полюсу $\zeta_{\rho} = \varepsilon(\nu_0) + \omega_{g_0} + \omega_{\bar{g}_0}$, находящемуся вблизи полюса $\zeta^{\rho_0 c}$, определяемого формулой (20'). Для значений, не равных g_0 и \bar{g}_0 , вместо $D_{\rho\nu}^{g_i}$ подставим $\tilde{D}_{\rho\nu}^{g_i}$, определяемое формулой (10), а для значений $g = g_0$ и \bar{g}_0 под-

ставим $D_{\rho\nu}^{g_i}$ в виде (21). В результате получим

$$F(\zeta_{i_0}) = \varepsilon(\rho) - \zeta_{i_0} - \sum_{g_2, \nu_2, \bar{g}_2} \sum_{\nu} \frac{(X^{g_2}(\rho, \nu))^2}{\varepsilon(\nu) + \omega_{g_2} - \zeta_{i_0} - \zeta^{\rho_0 c}} - \sum_{g_2, \nu_2, \bar{g}_2} \sum_{\nu} \frac{(X^{g_2}(\rho, \nu))^2}{b_{\nu}^{g_2}(\nu_0, \bar{g}_2)} - \frac{1}{\zeta^{\rho_0 c} - \zeta_{i_0}} \sum_{g_2, \nu_2, \bar{g}_2} \sum_{\nu} \frac{X^{g_2}(\rho, \nu) X^{\bar{g}_2}(\nu, \nu_0)}{b_{\nu}^{g_2}(\nu_0, \bar{g}_2)} \sum_{g_2, \nu_2, \bar{g}_2} \delta_{\nu_2} \frac{X^{g_2}(\rho, \nu) X^{\bar{g}_2}(\nu, \nu_0)}{b_{\nu_2}^{g_2}(\nu_0, \bar{g}_2)} = 0 \quad (22)$$

Проведем дальнейшее упрощение уравнения (22). Во всех членах, кроме $\zeta^{\rho_0 c} - \zeta_{i_0}$, заменим ζ_{i_0} на $\zeta^{\rho_0 c}$ и в результате для $\zeta^{\rho_0 c} - \zeta_{i_0}$ получим следующее выражение:

$$\zeta^{\rho_0 c} - \zeta_{i_0} = \frac{\sum_{g_2, \nu_2, \bar{g}_2} \sum_{\nu} \frac{X^{g_2}(\rho, \nu) X^{\bar{g}_2}(\nu, \nu_0)}{b_{\nu}^{g_2}(\nu_0, \bar{g}_2)} \sum_{g_2, \nu_2, \bar{g}_2} \delta_{\nu_2} \frac{X^{g_2}(\rho, \nu) X^{\bar{g}_2}(\nu, \nu_0)}{b_{\nu_2}^{g_2}(\nu_0, \bar{g}_2)}}{\varepsilon(\rho) - \zeta^{\rho_0 c} - \sum_{g_2, \nu_2, \bar{g}_2} \sum_{\nu} \frac{(X^{g_2}(\rho, \nu))^2}{\varepsilon(\nu) + \omega_{g_2} - \zeta^{\rho_0 c} - \zeta^{\rho_0 c}} - \sum_{g_2, \nu_2, \bar{g}_2} \sum_{\nu} \frac{(X^{g_2}(\rho, \nu))^2}{b_{\nu}^{g_2}(\nu_0, \bar{g}_2)}} \quad (23)$$

Решение (23) следует рассматривать как первое приближение и, подставив его неполюсные члены в (22), получить более точное решение, т.е. можно искать это решение методом последовательных приближений.

Конечно, можно сразу искать решение уравнения (22), не пользуясь приближением (23).

Таким образом систему уравнений (5) вблизи фундаментального полюса $\varepsilon(\nu_0) + \omega_{g_0} + \omega_{\bar{g}_0}$ заменим уравнениями (15). Определители высокого порядка в (9) мы представили в виде субопределителя g_0, \bar{g}_0 и ν_1, ν_2 и диагональные члены в виде (10). Далее, следуя формулам (17) и (18), субопределители вычислим явным образом.

Рассмотрим случай, когда вблизи фундаментального полюса $\rho(\nu_0, g_0, \bar{g}_0)$ находится другой фундаментальный полюс $\rho(\nu_0', g_0', \bar{g}_0')$, причем $\nu_0 \neq \nu_0'$, $g_0 \neq g_0' \neq \bar{g}_0 \neq \bar{g}_0'$. Из уравнения (15) видно, что в нашем приближении функции $D_{\rho\nu}^{g_0}$, $D_{\rho\nu}^{\bar{g}_0}$ не связаны с функциями $D_{\rho\nu}^{g_0'}$, $D_{\rho\nu}^{\bar{g}_0'}$. В этом случае определитель в (9) следует представить в виде двух субопределителей $g_0, \bar{g}_0, \nu_1, \nu_2$ и $g_0', \bar{g}_0', \nu_1', \nu_2'$ и диагональных членов. Мы рассматриваем состояния с одинаковыми значениями κ^π , для которых соседние фундаментальные полюса с $g_0 = g_0'$ или $\bar{g}_0 = \bar{g}_0'$ очень редки. Однако такие случаи заслуживают отдельного рассмотрения.

Найдем решение секулярного уравнения (4) вблизи фундаментального полюса $\varepsilon(\nu_0) + \omega_{g_0}$. В этом случае функцию $D_{\rho\nu}^{g_0}$ возьмем в виде (10), подставим в (4) и получим

$$F(\zeta) = \varepsilon(\rho) - \zeta_i - \sum_g \sum_\nu \frac{(X^g(\rho, \nu))^2}{\varepsilon(\nu) + \omega_g - \zeta_i - S_g^{g_0}} = 0 \quad (24)$$

Полюс уравнения (24) вблизи фундаментального полюса $\varepsilon(\nu_0) + \omega_{g_0}$ находится из уравнения

$$\varepsilon(\nu_0) + \omega_{g_0} - \zeta^{poc} - S_{g_0}^{g_0} = 0 \quad (25)$$

Найдем решение (24) в том же приближении, в котором получено решение (23) уравнения (22). Выделим в (24) полюсный член, а в остальных числах заменим ζ_{i0} на ζ^{poc} , в результате получим

$$\varepsilon(\rho) - \zeta^{poc} - \frac{(X^{g_0}(\rho, \nu))^2}{\zeta^{poc} - \zeta_{i0}} - \sum_{\substack{g, \nu \\ (g, \nu) \neq (g_0, \nu_0)}} \frac{(X^g(\rho, \nu))^2}{\varepsilon(\nu) + \omega_g - \zeta^{poc} - S_g^{g_0}} = 0 \quad (26)$$

Отсюда нетрудно найти, что

$$\zeta^{poc} - \zeta_i = \frac{(X^{g_0}(\rho, \nu_0))^2}{\varepsilon(\rho) - \zeta^{poc} - \sum_{g, \nu} \frac{(X^g(\rho, \nu))^2}{\varepsilon(\nu) + \omega_g - \zeta^{poc} - S_g^{g_0}}} \quad (27)$$

Систему уравнений (4), (5) можно свести к секулярному уравнению (24) в случае, когда решение имеется вблизи квазичастичной энергии $\varepsilon(\rho)$. В этом случае находят численно решение уравнения (24).

4. Сравнение точного и приближенного решений на примере весьма ограниченного базиса

Точно решить систему уравнений (5) для $D_{\rho\nu}^{g_0}$ в реальном случае тяжелого деформированного ядра практически не представляется возможным. В этом случае порядок системы (5) достигает нескольких тысяч. Поэтому сравнение точных решений системы (5) и секулярного уравнения (4) с приближенными решениями проведем на весьма ограниченном базисе. В расчетах учтем II уровень среднего поля в нейтронной системе и 9 уровней - в протонной системе. Ограничимся фононами с мультипольностями $\lambda_\mu = 20, 22, 30, 32$ и двумя корнями для каждой мультипольности.

В рассматриваемом случае волновая функция (2) содержит около 100 компонент, т.е. является достаточно сложной. Система уравнений (5) будет I4 порядка, и ее мы решим точно. Решив систему уравнений (5) и подставив решение в (4), найдем точные решения ζ_i секулярного уравнения. Зная корень секулярного уравнения ζ_{i0} , из уравнений (5), (6) и (8) найдем коэффициенты $C_{\rho\nu}^{g_0}$, $D_{\rho\nu}^{g_0}$ и $F_{\rho\nu}^{g_0}$ волновой функции (2).

Полученные точные решения сравним с решениями приближенных уравнений (20'), (23) и (25), (27).

Сравнения выполнены для трех возможных типов решений секулярного уравнения (4):

случай а), когда корень уравнения (4) находится вблизи одноквазичастичного состояния;

случай в), когда корню уравнения (4) соответствует фундаментальный полюс типа квазичастица плюс фонон;

случай с), когда корню уравнения (4) соответствует фундаментальный полюс типа квазичастица плюс два фоновна. Для этих трех случаев поведение функции $F(\eta)$ вблизи соответствующего полюса секулярного уравнения (4) дано на рис. I-3, Корень определяется из уравнения $F(\eta_i) = 0$.

На рис. I приведена иллюстрация для случая а). Сравнение показывает, что в этом случае точное решение η^{ex} отличается от приближенного η^{ap} незначительно, только на $5 \cdot 10^{-3}$ Мэв. Большой интерес представляет сравнение компонент волновой функции для точного и приближенного решений. В табл. Ia) для этого же случая а) приведены главные компоненты точной и приближенной волновых функций. Из таблицы видно, что все компоненты волновой функции, превышающие по абсолютной величине 0,1%, для приближенного решения близки к таковым для точного решения.

На рис. 2 проводится сравнение поведения $F(\eta)$ для точного и приближенного решений уравнения (4) в случае в). В этом случае η^{ap} отличается от η^{ex} на 10^{-3} Мэв. Из соответствующей этому рисунку табл. Ib) видно, что в этом

Таблица I.

Сравнение компонент волновой функции для точного и приближенного решений

Компоненты	Точное решение, %	Прибл. решение, %
а) Корень вблизи одноквазичастичного полюса		
63I†	81,9	82,5
63I† + $q_1(20)$	15,6	15,3
620† + $q_1(20)$	0,50	0,32
770† + $q_1(30)$	0,12	0,10
63I† + $q_1(22)$	0,11	0,14
63I† + $q_1(20)$ + $q_1(20)$	1,48	1,41
620† + $q_1(20)$ + $q_1(20)$	0,11	0,10
63I† + $q_1(20)$ + $q_1(22)$	0,03	0,03
в) Корень вблизи полюса-квазичастица плюс фонон		
63I†	17,3	17,0
63I† + $q_1(20)$	59,4	60,7
63I† + $q_1(22)$	2,05	0,64
633† + $q_1(22)$	0,42	0,30
752† + $q_1(32)$	0,36	0,10
620† + $q_1(20)$	0,14	0,15
63I† + $q_1(20)$ + $q_1(20)$	19,5	19,9
620† + $q_1(20)$ + $q_1(20)$	0,52	0,54
с) Корень вблизи полюса-квазичастица плюс два фоновна		
63I†	$1 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-4}$
633† + $q_1(22)$	7,04	6,9
622† + $q_1(22)$	$3 \cdot 10^{-4}$	0,01
752† + $q_1(22)$ + $q_1(30)$	72,6	71,8
633† + $q_1(20)$ + $q_1(22)$	13,3	12,6
63I† + $q_1(22)$ + $q_1(22)$	5,1	6,6
622† + $q_1(20)$ + $q_1(22)$	1,5	1,8
734† + $q_1(22)$ + $q_1(32)$	0,16	0,12
770† + $q_1(20)$ + $q_1(30)$	0,1	0,11

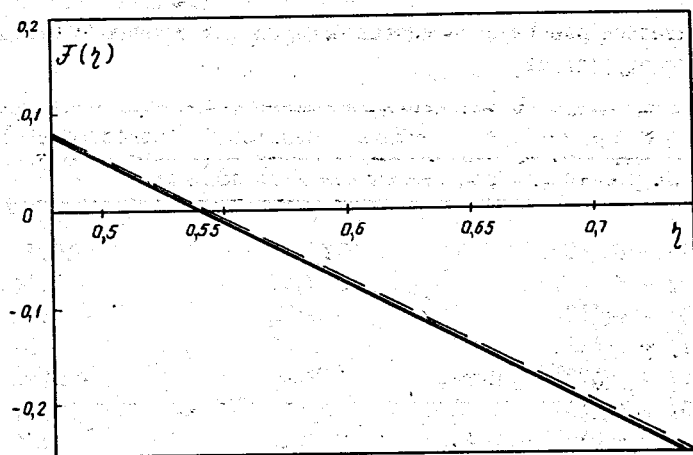


Рис. 1. Поведение функции $F(\eta)$ вблизи корня $F(\eta)=0$ для точного решения уравнения (4) и для приближенного решения вблизи одноквазичастичного полюса $63I\psi$, приближенное уравнение в виде (24).
Обозначения: сплошная линия – точная функция, штриховая линия – приближенная функция.

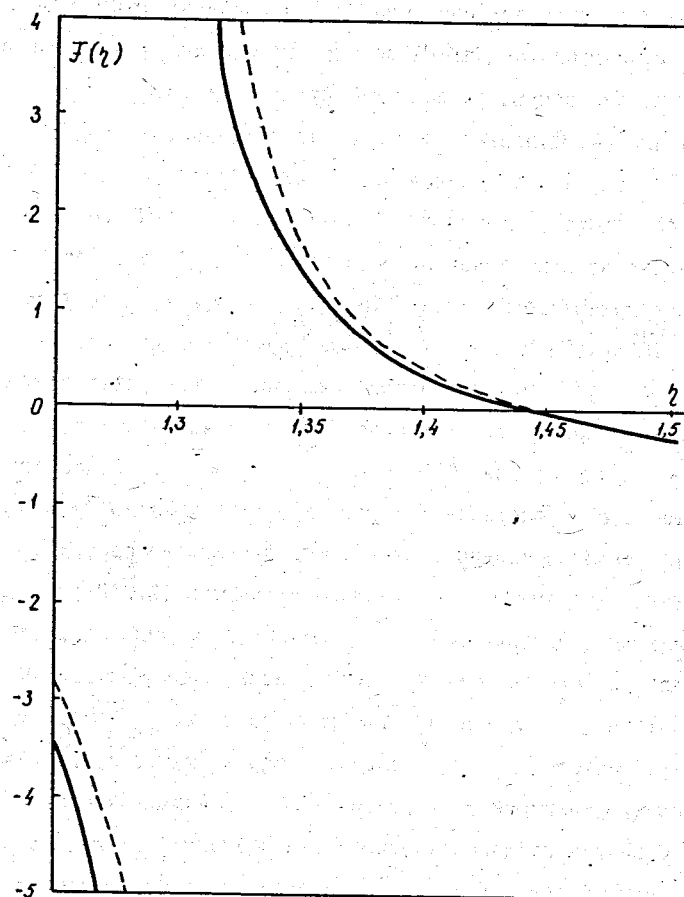


Рис. 2. Поведение функции $F(\eta)$ вблизи корня $F(\eta)=0$ для точного решения уравнения (4) и для приближенного решения, соответствующего фундаментальному полюсу – квазичастица плюс фонон $\epsilon(63I\psi) + \omega_{202}$, приближенное уравнение в виде (26).
Обозначения те же, что и на рис. 1.

случае структура волновой функции, полученная приближенным методом, неплохо совпадает со структурой, полученной точно. Заметим, что структура волновой функции для этого корня уравнения (4) довольно сложна, и это состояние нельзя считать близким к состоянию квазичастица + фонон.

Поведение функции $F(\eta)$ для случая с) дано на рис. 3., причем на вставке показано поведение $F(\eta)$ в окрестности корня секулярного уравнения (масштаб по оси абсцисс растянут в 100 раз). Видно, что в этом случае величина корня уравнения (4), полученная приближенным методом, близка к точному значению. Однако можно заметить, что производная $F'(\eta)$ в точке, где $F(\eta) = 0$, значительно различается для точного и приближенного решений. Поскольку $(C_p^i)^2 \sim F'(\eta)$, то это различие сильно сказывается на величине одноквазичастичной компоненты C_p^i волновой функции (2). В табл. Ic) сравниваются главные компоненты волновой функции, полученные для данного решения точным и приближенным методом. Из таблицы Ic) видно, что приближенное значение $(C_p^i)^2$ в 5 раз меньше точного. Следует отметить, что в случае с) главные компоненты волновой функции, найденные приближенным методом, близки к компонентам, полученным точным методом. В приближенном решении малые компоненты волновой функции (в том числе C_p^i) определяются с малой точностью. Это объясняется тем, что коэффициенты $\tilde{D}_{p_i}^j$ для $j \neq p_i, \bar{j}_0$ определяются формулой (10), т.е. без учета некогерентных членов. Поэтому с меньшей точностью определяются из уравнения (6) коэффициенты $F_{p_i}^{j,j^i}$ (для $j \neq p_i, \bar{j}_0, j_0 \neq p_i, \bar{j}_0$). Для то-

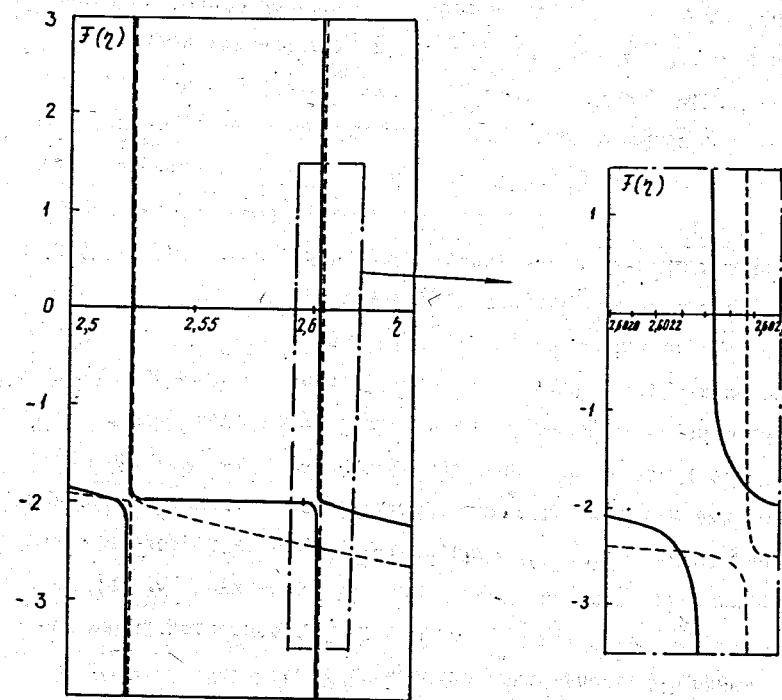


Рис. 3. Поведение функции $F(\eta)$ вблизи корня $F(\eta) = 0$ для точного решения уравнения (4) и для приближенного решения, соответствующего фундаментальному полюсу-квазичастица плюс два фоновых $\epsilon(752^+) + \omega_{222} + \omega_{301}$, приближенное уравнение в виде (22). Обозначения те же, что и на рис. I.

го, чтобы найти малые компоненты волновой функции с большей точностью, видимо, в приближенном решении необходимо некоторые коэффициенты $D_{p_i}^{g_i}$ для $g \neq g_0, \bar{g}_0$ вычислять также по формулам типа (21).

В таблице 2 проведено сравнение результатов приближенных и точных расчетов еще двух корней уравнения (4). В первом примере приближенное решение уравнения (4) соответствует фундаментальному полюсу $\varepsilon(6331) + \omega_{301} + \omega_{321}$, во втором примере - полюсу $\varepsilon(6311) + \omega_{201} + \omega_{201}$. Как и в ранее рассмотренных примерах, положение корня и главные компоненты волновой функции определяются приближенным методом с достаточной точностью даже в том случае, когда состояние очень сложное по структуре, и в его волновой функции нет одной выделенной компоненты. Однако из второго примера видно, что уравнения для $D_{p_i}^{g_i}$ со значениями $g_0 = 201$, $\bar{g}_0 = 201$ и $\bar{g}'_0 = 221$, соответствующие соседним фундаментальным полюсам $\varepsilon(6221) + \omega_{201} + \omega_{221}$ и $\varepsilon(6311) + \omega_{201} + \omega_{201}$, должны быть решены совместно.

5. З а к л ю ч е н и е

Основным результатом является получение достаточно хорошего приближенного решения системы уравнений (5) и нахождение секулярного уравнения (4) в явном виде. Приближенные секулярные уравнения (22), (24) и (26) отличаются друг от друга полюсными членами. Эти уравнения не содержат лиш-

Таблица 2.

Сравнение компонент волновой функции для точного и приближенного решений

Компоненты волновой функции	Точное решение	Приближенное решение
а) Корень уравнения (4) с энергией		
	$\chi^{ex} = 2,5258$ Мэв	$\chi^{ap} = 2,5262$ Мэв
6311	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$7,6 \cdot 10^{-6}$
7521 + $a_1(32)$	0,3	0,32
6201 + $a_1(20)$	0,27	10^{-6}
7701 + $a_1(30)$	0,006	0,005
6331 + $a_1(30) + a_1(32)$	86,0	86,3
7521 + $a_1(20) + a_1(32)$	11,76	11,72
7521 + $a_1(22) + a_1(30)$	0,21	1,6
7701 + $a_1(20) + a_1(30)$	0,036	0,025
6221 + $a_1(30) + a_1(32)$	0,005	0,005
6331 + $a_1(20) + a_1(22)$	0,82	10^{-6}
6221 + $a_1(20) + a_1(22)$	0,31	$4 \cdot 10^{-6}$
в) Корень уравнения (4) с энергией		
	$\chi^{ex} = 2,683$ Мэв	$\chi^{ap} = 2,661$ Мэв
6311	0,4	0,38
6311 + $a_1(20)$	9,1	9,3
6201 + $a_1(20)$	1,3	0,1
6221 + $a_1(22)$	2,2	$3 \cdot 10^{-6}$
6221 + $a_1(20) + a_1(22)$	33,6	46,4
6311 + $a_1(20) + a_1(20)$	40,7	39,4
6311 + $a_1(20) + a_1(22)$	9,9	2,2
7701 + $a_1(20) + a_1(30)$	0,2	1,5
7521 + $a_1(22) + a_1(30)$	1,0	10^{-3}
6201 + $a_1(20) + a_1(20)$	0,6	0,3

них решений. Разработан эффективный метод численного решения секулярных уравнений.

В результате использования формул (17) и (18) найдено приближенное секулярное уравнение, не содержащее лишних решений для более сложного случая, когда волновая функция (2) дополнена слагаемыми: квазичастица плюс три фонона. Особенности решений этого приближенного секулярного уравнения будут обсуждены позднее.

Сравнение точного и приближенного решений в случае небольшого базиса показало, что приближенные решения являются достаточно хорошими. Главные компоненты приближенного и точного решений близки друг к другу. Поэтому данный приближенный метод может быть использован для изучения фрагментации одночастичного, трехчастичного и пятичастичного состояний по многим ядерным уровням. Начато изучение структуры неротационных состояний промежуточной энергии возбуждения в нечетных деформированных ядрах в областях редкоземельных элементов и актинидов.

Исследования показали, что приближенный метод дает плохое описание очень малых компонент волновых функций. Плохо описываются малые одноквазичастичные компоненты $(C_p^i)^2$. Поэтому с помощью приближенного метода можно изучить основные закономерности фрагментации одночастичных состояний по ядерным уровням, но нельзя описать эффекты, связанные с очень малыми компонентами $(C_p^i)^2$, т.е. нельзя, например, получить описание поведения силовых функций для S - и ρ - нейтронов в зависимости от A . В [5] отмечено, что пред-

ставляет интерес изучение поведения силовой функции от энергии возбуждения путем сочетания данных по $(\alpha\rho)$ -реакции с $\ell=0$ и $\ell=1$, усредненных по ряду уровней, с силовыми функциями для S - и ρ - нейтронов. В рамках данного приближенного метода можно изучить распределение силы одноквазичастичных компонент в тех пределах, пока еще эти компоненты не очень малы.

В заключение благодарим Н.Н.Боголюбова за очень полезные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. V.G.Soloviev, L.A.Malov, Nucl.Phys. A196 (1972) 433.
2. В.Г.Соловьев, ТМФ 17 (1973) 90.
3. А.И.Вдовин, V.G.Soloviev. Preprint JINR, E4-7054 (1973).
4. В.Г.Соловьев, ЯФ 13 (1971) 48; 15 (1972) 733.
5. В.Г.Соловьев, ЭЧАЯ 3 (1972) 770.
6. V.G.Soloviev, Communication JINR E4-6563 (1972); Phys. Lett. 42B (1972) 409.
7. В.Г.Соловьев, Теория сложных ядер. М., Наука, 1971.
8. А.И.Вдовин, V.V.Voronov, L.A.Malov, V.G.Soloviev, Ch.Stoyanov. Preprint JINR, E4-7294 (1973).
9. Л.А.Малов, В.Г.Соловьев, В.В.Воронов. Препринт ОИЯИ, Р4-7421 (1973).
10. В.Г.Соловьев, Ч.Стоянов, А.И.Вдовин. Препринт ОИЯИ, Р4-7499 (1973).

Рукопись поступила в издательский отдел
26 декабря 1973 года.