

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



7529

P4 - 7529

Э.Д.Лозанский, Д.Б.Понтекорво

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ СТРИМЕРА НА ЕГО РАЗВИТИЕ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

P4 - 7529

Э.Д.Лозанский, Д.Б.Понтекорво

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ СТРИМЕРА НА ЕГО РАЗВИТИЕ

Направлено в ЖТФ

В связи с ростом числа публикаций, посвященных экспериментальному изучению развития искрового канала в стримерных камерах, представляет интерес сравнить имеющиеся теоретические данные с результатами последних экспериментов. В работах /1-2/ была разработана теория распространения стримера. Напомним, что приведенные в этих работах рассуждения математически представлялись в виде уравнения Лапласа для потенциала, создаваемого стримером в окружающем пространстве, -

$$\Delta \Phi(\rho, z, t) = 0 \quad /1/$$

Здесь ρ и z - цилиндрические координаты, ось z направлена вдоль приложенного поля E_0 , t - время.

Начальное условие уравнения /1/ выбирается в виде потенциала идеально проводящей сферы, помещенной в однородное поле E_0

$$\Phi(\rho, z, 0) = -E_0 z \left(1 - \frac{r_0^3}{(z^2 + \rho^2)^{3/2}} \right) \quad /2/$$

Здесь r_0 - начальный радиус лавины, определяемый подвижностью и диффузией электронов в момент перехода лавины в стример. Граничные условия на поверхности $(\rho = \tilde{\rho}, z = \tilde{z})$ таковы:

$$\Phi(\tilde{\rho}, \tilde{z}, t) = 0. \quad /3/$$

$$\frac{d\Phi(\rho, z, t)}{dt} = \frac{\partial\Phi(\tilde{\rho}, \tilde{z}, t)}{\partial t} + \vec{V} \vec{\nabla} \Phi(\tilde{\rho}, \tilde{z}, t) = 0. \quad /4/$$

Скорость движения эквипотенциальной поверхности $\Phi = 0$ определяется скоростью электронов в результирующем поле вблизи этой поверхности. При давлениях газа, близких к атмосферному, и напряженностях поля порядка пробивной, подвижность K в широких пределах изменения поля практически от него не зависит, поэтому можно написать, что

$$V = \pm K \nabla \Phi, \quad /5/$$

где знак плюс выбирается для анодного конца стримера, а минус - для катодного. Таким образом, /4/ переписывается так:

$$\frac{\partial\Phi(\tilde{\rho}, \tilde{z}, t)}{\partial t} + K (\nabla \Phi)^2 = 0. \quad /6/$$

На больших расстояниях от стримера потенциал должен переходить в потенциал однородного поля

$$\Phi_{\infty} \longrightarrow -E_0 z. \quad /7/$$

Точное решение задачи /1-7/ с нелинейным граничным условием /6/ и движущейся границей, по-видимому, в настоящий момент невозможно, поэтому в /1,2/ истинная фигура стримера, т.е. эквипотенциали $\Phi = 0$, была заменена на эллипсоид вращения, вытянутый вдоль направления внешнего поля E_0 .

Однако для сравнения с экспериментом теория, развитая в /1,2/, нуждается в некотором уточнении. Дело в том, что, поскольку при $z = 0$, как следует из /2/, поле равно нулю, то все точки этой плоскости на поверх-

ности стримера будут практически неподвижны, что приведет к образованию "шейки" и, следовательно, отличию фигуры стримера от эллипсоида вращения.

В настоящей работе предлагается модель развития стримера, учитывающего давление "шейки".

Модель распространения стримера с учетом влияния "шейки"

Влияние "шейки" на развитие стримера можно учесть, если выбрать в качестве решения уравнения /1/ следующую функцию:

$$\Phi = -E_0 z \left[1 + \frac{P r_0^3}{(z^2 + \rho^2)^{3/2}} - (1 + P) \times \right. \\ \left. \ln \frac{\sqrt{(f-z)^2 + \rho^2} + f - z}{\sqrt{(f+z)^2 + \rho^2} - f - z} + \frac{\sqrt{(f-z)^2 + \rho^2} - \sqrt{(f+z)^2 + \rho^2}}{z} \right] \\ \times \left[\ln \frac{\sqrt{f^2 + r_0^2} + f}{\sqrt{f^2 + r_0^2} - f} - \frac{2f}{\sqrt{f^2 + r_0^2}} \right] \quad /8/$$

Здесь

$$P = \frac{\ln \frac{\sqrt{r_0^2 + f^2} + f}{\sqrt{r_0^2 + f^2} - f} - \ln \frac{a+f}{a-f} - \frac{2f}{\sqrt{r_0^2 + f^2}} - \frac{2f}{a}}{\ln \frac{a+f}{a-f} - \frac{2f}{a} - \frac{1}{a^3} \left(\ln \frac{\sqrt{r_0^2 + f^2} + f}{\sqrt{r_0^2 + f^2} - f} - \frac{2f}{\sqrt{r_0^2 + f^2}} \right)} \quad /9/$$

Выбор Φ в виде /8/ обусловлен следующими соображениями. Если положить параметр $P = 0$, то оставшаяся часть выражения /8/ дает эквипотенциаль $\Phi = 0$ в виде поверхности эллипсоида вращения с фокусным расстоянием f и большой полуосью a . Если же положить $a = r_0$,

что справедливо в начальный момент времени, то из /9/ следует, что $P = -1$, и тогда /8/ дает эквипотенциаль $\Phi = 0$ в виде сферы радиуса r_0 .

И, наконец, при $z = 0$, $\rho = r_0$ поле

$$E = \sqrt{E_z^2 + E_\rho^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \rho}\right)^2} = 0,$$

что и обеспечит появление "шейки".

В работе /2/ были получены следующие два, не зависящих от выбора модели, соотношения для радиуса кривизны R поверхности стримера вблизи его концов:

$$R = \frac{2\phi'}{\phi''} \quad /10/$$

$$\frac{dR}{da} = 2 \left(\frac{\phi' \phi'''}{\phi''^2} - 2 \right), \quad /11/$$

где ϕ' , ϕ'' , и ϕ''' - значения соответственно первой, второй и третьей производных потенциала по z в точке $z = a$, $\rho = 0$, т.е. на конце стримера.

Из /8/ получаем, что

$$\phi' = -E_0 \frac{2f^3}{a(a^2 - f^2)B} \left[1 - \frac{r_0^3}{a^3} - \frac{3r_0^3}{a^2} \frac{(a^2 - f^2)}{2f^3} A \right] \quad /12/$$

$$\phi'' = E_0 \frac{4f^3}{(a^2 - f^2)B} \left[1 - \frac{r_0^3}{a^3} - \frac{3r_0^3}{a^4} \frac{(a^2 - f^2)^2}{2f^3} A \right] \quad /13/$$

$$\phi''' = -E_0 \frac{16f^3}{(a^2 - f^2)^3 B} \left[1 - \frac{r_0^3}{a^3} - \frac{3r_0^3}{a^6} \frac{(a^2 - f^2)^3}{2f^3} A \right] \quad /14/$$

Здесь введены обозначения

$$A = \ln \frac{\sqrt{f^2 + r_0^2} + f}{\sqrt{f^2 + r_0^2} - f} - \frac{2f}{\sqrt{f^2 + r_0^2}} - \ln \frac{a + f}{a - f} + \frac{2f}{a} \quad /15/$$

$$B = \ln \frac{a + f}{a - f} - \frac{2f}{a} - \frac{r_0^3}{a^3} \left(\ln \frac{\sqrt{f^2 + r_0^2} + f}{\sqrt{f^2 + r_0^2} - f} - \frac{2f}{\sqrt{r_0^2 + f^2}} \right) \quad /16/$$

Теперь из /10/ и /11/ имеем:

$$R = - \frac{a^2 - f^2}{a} \frac{1 - \frac{r_0^3}{a^3} - \frac{3}{2} \frac{r_0^3 (a^2 - f^2)}{a^2 f^3} A}{1 - \frac{r_0^3}{a^3} - \frac{3}{2} \frac{r_0^3 (a^2 - f^2)^2}{a^4 f^3} A} \quad /17/$$

$$\frac{dR}{da} = -6 \frac{(a^2 - f^2) r_0^3 f \left(1 - \frac{r_0^3}{a^3} \right) A}{\left[1 - \frac{r_0^3}{a^3} - \frac{3}{2} \frac{(a^2 - f^2) r_0^3}{a^4 f^3} A \right]^2 a^6} \quad /18/$$

При $f \ll r_0$, т.е. при $a \rightarrow r_0$, из /18/ можно получить, что

$$\frac{dR}{da} \approx - \left(1 - \frac{r_0^3}{a^3} \right),$$

т.е. близко к нулю.

При увеличении a $\frac{dR}{da}$ быстро стремится к нулю. Следовательно, в первом приближении можно считать, что при развитии стримера $\frac{dR}{da}$ остается равным нулю, т.е. $R = \text{const}$ и, как следует из /17/ и /18/, при этом

$$|R| = \frac{a^2 - f^2}{a} = r_0 \quad /19/$$

Выражая из /19/ f через a и r_0 и подставляя это значение в /12/, получаем зависимость $\phi'(a)$. Так как скорость $v = |K\phi'|$, то тем самым найдена зависимость скорости стримера от его длины.

Интересно также посмотреть, какова будет форма поверхности стримера при его развитии. Для этого следует выразить f через a из /19/ и подставить в /9/.

Затем полученную функцию $P(a)$ подставить в /8/ и для определенного значения a , приравняв выражение /8/ к нулю, найти зависимость $z(\rho)$, т.е. уравнение поверхности.

Выбирая для каждого значения a максимальное значение ρ и принимая это значение за эффективную полуширину стримера, можно получить также зависимость ширины стримера от его длины.

На рис. 1 приведен график зависимости максимальной ширины стримера D от его длины L , где $D_0 = 2r_0$ и

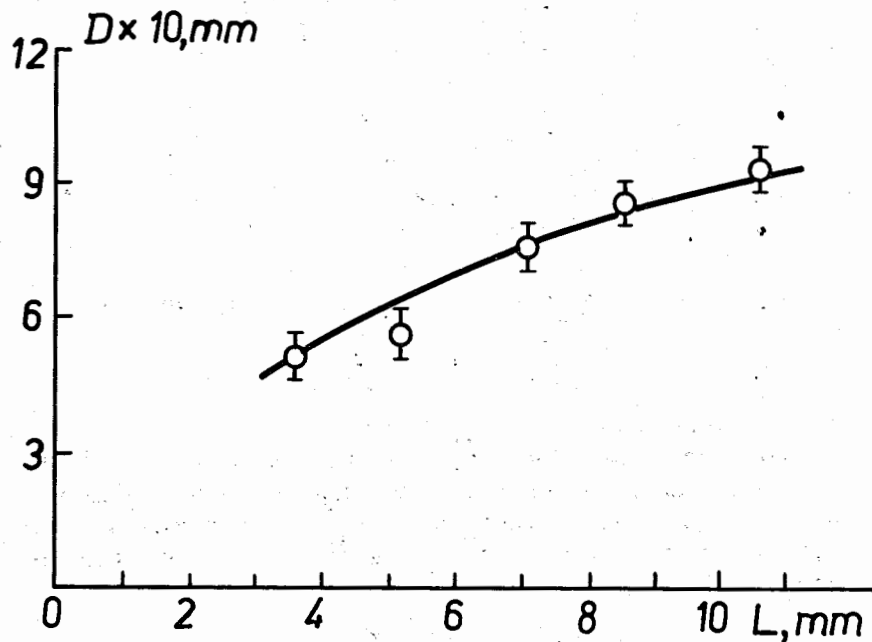


Рис. 1. Зависимость максимальной ширины стримера от его длины; экспериментальные точки из работы /3/.

$L = 2a$. На том же рисунке представлены результаты эксперимента, полученные В.А. Давиденко и др. /3/. На рис. 2 представлена зависимость скорости распространения стримера от его длины в безразмерных параметрах V/V_0 и L/D_0 , где $V_0 = KE_0$. Расчеты выполнены на ЭВМ СДС-1604А.

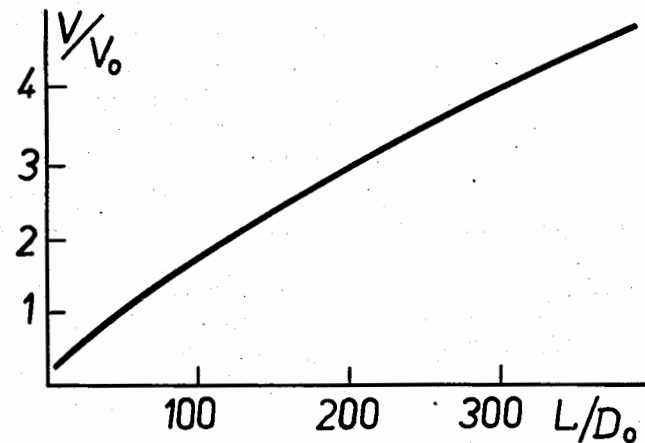


Рис. 2. Зависимость скорости распространения стримера от его длины.

На рис. 3 приведены результаты экспериментов Долгошеина и др. /4/, Руденко и Сметанина /5/.

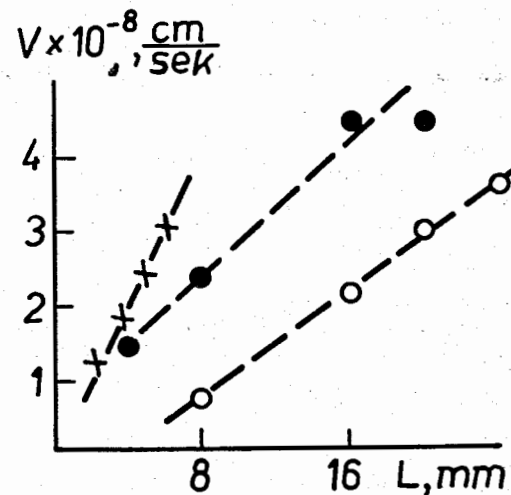


Рис. 3. Зависимость скорости распространения стримера от его длины при различных напряженностях поля: 16 кВ/см /5/; о - 10,4 кВ/см /5/; + - 16,7 кВ/см /3/.

Как видно из этих рисунков, наблюдается хорошее качественное согласие развитой теории с экспериментальными данными. Количественное сравнение с экспериментом в настоящее время затруднительно из-за отсутствия надежных данных о начальных характеристиках разряда в газе. Например, столь важный параметр стримера, как Γ_0 , может быть получен только с помощью точного критерия перехода лавины в стример, в то время как существующие теории позволяют вычислить Γ_0 лишь по порядку величины.

В заключение авторы выражают глубокую признательность О.Б.Фирсову, М.М.Кулюкину, И.В.Фаломкину и Ю.А.Щербакову за полезные обсуждения.

Литература

1. Э.Д.Лозанский, О.Б.Фирсов. ЖЭТФ, 56, №2 /1969/.
2. Э.Д.Лозанский, О.Б.Фирсов. IX Международная конференция по явлениям в ионизованных газах, Бухарест, Румыния, 275 /1969/.
3. В.А.Давиденко, Б.А.Долгошеин, С.В.Сомов. ЖЭТФ, 55, №2, 435 /1968/.
4. V.A.Davidov, B.A.Dolgoshein and S.V.Somov. Nucl. Instr. and Meth., 75, 277 (1969).
5. Н.С.Руденко, В.И.Сметанин. ЖЭТФ, 61, №1, 146 /1971/.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 ноября 1973 года.