

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



СЗ6
К-658

11/15 74
P4 - 7513

В.А. Копцик, И.Н. Коцев, Ж.-Н.М. Кужукеев

614 / 2-74

БЕЛОВСКИЕ ЦВЕТНЫЕ ГРУППЫ
И КЛАССИФИКАЦИЯ МАГНИТНЫХ СТРУКТУР

1973

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P4 - 7513

В.А. Копчик, И.Н. Коцев, Ж.-Н.М. Кужукеев

БЕЛОВСКИЕ ЦВЕТНЫЕ ГРУППЫ
И КЛАССИФИКАЦИЯ МАГНИТНЫХ СТРУКТУР

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Копчик В.А., Коцев И.Н., Кужукеев Ж.-Н.М.

P4 - 7513

Беловские цветные группы и классификация магнитных структур

Предложена система классификации стационарных магнитных структур кристаллов на базе беловских (многоцветных) пространственных групп, на примерах показано преимущество предлагаемой системы по сравнению с классификациями на базе федоровских и шубниковских групп симметрии.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1973

Koptsik V.A., Kotzev J.N.,
Kuzhukeev Zh.-N.M.

P4 - 7513

The Belov Color Groups and the Magnetic Structure Classification

A system is suggested for classification of the stationary magnetic structures of crystals on the basis of the Belov (polychromatic) space groups; by the examples it is shown the advantage of the suggested system in comparison with the classifications on the basis of the Fedorov and Shubnikov symmetry groups.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1973

Магнитные свойства твердых тел существенным образом определяются характером упорядочения магнитных моментов атомов - их магнитной структурой /1/. Для предсказания, описания и классификации всех стационарных магнитных конфигураций, совместимых с данной кристаллохимической (атомной) структурой, особенно большую роль играют методы теории групп. В зависимости от конкретной задачи применяются как методы теории представлений /2-5/, так и "прямые" методы /6-8/. Для классификации магнитных структур оба подхода (называемые в /8/ классификацией С2 и С1, соответственно) эквивалентны.

I. Классификационный символ С1 (или С1') /8/ записывается в виде $\{G_{крх}; G_{M_1}, \bar{M}_1(\vec{r}_1), \dots, \bar{M}_1(\vec{r}_{n_1}); \dots; G_{M_i}, \bar{M}_i(\vec{r}_i), \dots, \bar{M}_i(\vec{r}_{n_i}); \dots\}$, (I) где $G_{крх}$ - федоровская группа симметрии кристаллохимической структуры, G_{M_i} - группа симметрии магнитной структуры атомов i -го сорта, $\bar{M}_i(\vec{r}_1), \dots, \bar{M}_i(\vec{r}_{n_i})$ - магнитные моменты атомов, занимающих одну (i -ую) систему эквивалентных положений в $G_{крх}$, распадающуюся на n_i различных систем в G_{M_i} .

Описание симметрии магнитного кристалла в рамках федоровских и шубниковских групп нельзя считать исчерпывающим. Группа симметрии кристалла, являясь пересечением $G_{крх}$ и всех G_{M_i} , часто сводится к $P1$ или $p1$, в то время как не только кристаллохимическая структура, но и ряд физических свойств, в том числе гамильтониан /5/ или термодинамический потенциал /2,3/ кристалла, инвариантны относительно $G_{крх}$. Взаимная ориентация n_i магнитных моментов в каждой $\bar{M}_i(\vec{r})$ также остается произвольной. Иногда в символе (I) вводятся дополнительные уравнения /8/, частично учитывающие связь между моментами $\bar{M}_i(\vec{r}_2)$.

Расширение понятия симметрии и применение "многоцветных" беловских пространственных групп /7,9/ значительно упрощают проблему

классификации и более полного учета симметрии магнитных кристаллов /10/. В частности, одной и той же группой $G^{(q)}$ описывается как кристаллохимическая структура, так и магнитная конфигурация, т.е. для классификации магнитных структур достаточно указать беловскую группу $G^{(q)}$ и по одному моменту $\vec{M}_i(\vec{r}_i)$ для каждого сорта атомов в ячейке,

$$\{ G^{(q)}; \vec{M}_1(\vec{r}_1); \dots; \vec{M}_i(\vec{r}_i); \dots \}. \quad (2)$$

В $G^{(q)}$ содержатся также обусловленные симметрией связи между моментами $\vec{M}_i(\vec{r}_i)$, которые в CI (I) или вообще не учитывались, или же для их учета в символ (I) вводились дополнительные уравнения.

Первые работы по применению многоцветных групп для описания магнетиков принадлежат Найшу /11, 12/. Несколько позже появилась аналогичная работа /13/. Спиново-пространственные группы /14/, применяемые для исследования спектра спиновых волн, также являются конкретной интерпретацией беловских групп.

2. Для пояснения основных идей методов цветной симметрии рассмотрим простой кристалл с группой симметрии $G_{крх}$, в котором магнитные атомы имеют одинаковые по величине моменты и занимают одну систему эквивалентных точек

$$G_{крх} \vec{r}_i = \{ \vec{r}_i \} = \{ g_i \vec{r}_i \mid g_i \in G_{крх} \}.$$

Магнитная структура кристалла описывается "пространственным вектором" /6/ $\vec{M}(\vec{r}) = \{ \vec{M}(\vec{r}_i) \}$ - аксиально-векторной функцией, определенной на этой системе, меняющей знак при инверсии времени.

При движении кристалла $g_i = (R_i | \vec{E}_i)$ одновременно с переносом магнитных атомов из точки \vec{r} в $g_i \vec{r}$, соответствующим образом изменяется и направление их моментов. Функция $\vec{M}(\vec{r})$ после преобразования g_i запишется в виде:

$$g_i \vec{M}(\vec{r}) = [g_i] \vec{M}(g_i^{-1} \vec{r}), \quad (3)$$

где $[g_i]$ - чисто поворотная часть оператора $g_i = (R_i | \vec{E}_i)$; $[g_i] = R_i$ или \bar{R}_i для собственных и несобственных вращений R_i соответственно.

Федоровскую группу симметрии H магнитной структуры образует лишь часть элементов $g_j \in G_{крх}$, относительно которых инвариантна функция $\vec{M}(\vec{r})$, т.е.

$$g_j \vec{M}(\vec{r}) = [g_j] \vec{M}(g_j^{-1} \vec{r}) = \vec{M}(\vec{r}), \quad g_j \in H \subset G_{крх}. \quad (4)$$

Первое обобщение понятия симметрии вводится для случая

$$g_k \vec{M}(\vec{r}) = [g_k] \vec{M}(g_k^{-1} \vec{r}) = -\vec{M}(\vec{r}), \quad g_k \in G_{крх}, g_k \notin H. \quad (5)$$

Операторы g_k заменяются на $g'_k = I' g_k$, которые преобразуют функцию $\vec{M}(\vec{r})$ следующим образом:

$$g'_k \vec{M}(\vec{r}) = (-1) [g_k] \vec{M}(g_k^{-1} \vec{r}) = \vec{M}(\vec{r}), \quad (6)$$

и вместе с $g_j \in H$ образуют "черно-белую" шубниковскую группу симметрии кристалла $\mathcal{H} = H + g'_k H \leftrightarrow H + g_k H \subseteq G_{крх}$ /6/.

Дальнейшее обобщение очевидно. Элементы группы $g'_k \notin H + g_k H$ $g'_k \in G_{крх}$ заменяются комбинированными ("цветными") операторами $g'_k = I^{(q_k)} g_k = (q_k) g_k$, где, по определению,

$$g'_k \vec{M}(\vec{r}) = (q_k) [g_k] \vec{M}(g_k^{-1} \vec{r}) = \vec{M}(\vec{r}). \quad (7)$$

Обычно дополнительное преобразование (q_k) называется нагрузкой, а классическая часть g_k - носителем. Так как векторы $\vec{M}(\vec{r}_i)$ отличаются лишь по направлению, в большинстве случаев можно ограничиться нагрузками $(q_k) \in \infty \infty I'$. В более общем случае (q_k) - любые локальные преобразования $\vec{M}(\vec{r}_i)$, удовлетворяющие (7).

Можно показать /10/, что цветные операторы $g'_k = (q_k) g_k = (q_k) (R_k | \vec{E}_k) = (R_k | \vec{E}_k) (q_k)$ образуют группу $G^{(q)}$ с законом умножения

$$(R_k | \vec{E}_k) (q_k) (R_l | \vec{E}_l) (q_l) = (R_k R_l | \vec{E}_k + R_k \vec{E}_l) (q_k R_l q_l R_k^{-1}) \quad (8)$$

Здесь учтено, что направление \vec{M} изменяется не только нагрузкой, но и поворотной частью R_k носителя g_k , а в общем случае $R_k q_k \neq q_k R_k$.

В группы $G^{(q)}$ входят операторы трех видов: $g_i^{(q)} = (R_i | E_i)^{(q)}$, $g_i^{(q)} = (R_i | E_i)^{(q)}$, $g_i^{(q)} = (R_i | E_i)^{(q)}$.
 $I^{(q)} = \{I\}$. Последние из них образуют подгруппу $I^{(q)} = \{I^{(q)}\}$. Все $G^{(q)}$,
 в которых нагрузки (q_i) являются ортогональными преобразованиями,
 суть подгруппы $I^{(q)} G^{(q)}$ группы $I^{(\infty \infty I')}$ $G^{(i)}$, где $G^{(i)}$ и $G^{(q)}$ изоморф-
 ны $G_{крк}$. При этом, для трехмерных (некомпланарных) магнитных
 конфигураций $I^{(q)} = I^{(i)} = I$, для двумерных (компланарных) структур
 $I^{(q)} = I^{(2)}$. Линейным (коллинеарным) структурам соответствует $I^{(q)} =$
 $= I^{(\infty 2'2')}$. Все группы $I^{(q)}$, не являющиеся подгруппами $I^{(\infty 2'2')}$, не
 допускают отличного от нуля магнитного момента.

Локальные преобразования (q_i) магнитных моментов $\vec{M}(\vec{r}_i)$, дей-
 ствующая в точках \vec{r}_i , не изменяют координаты атомов, т.е. белов-
 ская группа $G^{(q)}$ симметрии магнитной структуры (7) является одно-
 временно и группой симметрии для кристаллохимической (атомной)
 структуры:

$$G^{(q)} \vec{r}_i = \{g_i^{(q)} \vec{r}_i\} = \{g_i \vec{r}_i\} = G_{крк} \vec{r}_i.$$

Особо важную роль играют подгруппы $H^{(q)} = \{g_i^{(q)}\}$ - максимальные
 классические подгруппы беловских цветных групп $G^{(q)}$. Определяе-
 мые в литературе федоровские группы симметрии магнитных структур
 совпадают с $H^{(q)}$. С их помощью в теорию цветной симметрии перено-
 сятся основные результаты классической теории симметрии, облегчает-
 ся переход к классификации $C2 / 8 /$ и определение неприводимых пред-
 ставлений, по которым преобразуются описывающие структуру базисные
 векторы /2, 5/.

Подгруппа трансляций в беловских группах $G^{(q)}$ также может
 быть многоцветной, $T^{(q)} = \{(1|E_i)^{(q)}, (1|E_n)^{(q)}\}$. Так как группа трансляций абеле-
 ва, нагрузки (q_n) также должны принадлежать абелевым подгруппам
 $\infty \infty I'$: 1, 1'; 2, 2', 21'; 3, 31'; 4, 4', 41'; 6, 6', 61'; 222, 2'2'2, 2221'; $\infty, \infty 1'$.

Отсюда, например, следует, что оси спиралей в спиральных структу-
 рах не могут пересекаться.

Отметим, что возможна и другая магнитная интерпретация цвет-
 ной симметрии /II-I4/. В качестве основных элементов (носителей)
 рассматриваются не классические операции g_i движений всего кри-
 талла (3), а изоморфные им операторы \dot{g}_i , действующие только на
 координаты атомов. Поворот магнитных векторов осуществляется толь-
 ко нагрузками (r_i) , где $(r_i) = [g_i]$ или $(r_i) = (g_i) [g_i]$. Операторы $\dot{g}_i^{(r)}$
 образуют цветные группы $\dot{G}^{(r)}$. Несмотря на очевидную простоту, обу-
 словленную полным разделением "координатного" и "цветного" подпрост-
 ранств, такой подход страдает некоторыми недостатками. В $\dot{G}^{(r)}$ -ин-
 терпретации все классические группы заменяются многоцветными, в ре-
 зультате чего исчезает различие между классическими /в смысле (3),
 (4)/ и обобщенными (7) операциями симметрии, теряется связь с при-
 применяемыми до сих пор группами симметрии. В группах $I^{(r)} \dot{G}^{(r)}$ возни-
 кает неоднозначность в выборе символа группы. Тем не менее, приме-
 нение групп $\dot{G}^{(r)}$ /7, 9/ с последующим переходом к соответствующим
 группам $G^{(q)}$ может оказаться полезным.

3. Рассмотрим несколько примеров применения беловских цвет-
 ных групп $G^{(q)}$ для классификации магнитных структур кристаллов.

а) "Двойная спираль" в MnP /5, 8/ (рис 1б). Все магнитные мо-
 менты ионов Mn лежат в плоскостях, параллельных YZ , причем
 в каждой плоскости они упорядочены ферромагнитно, а в плоскостях,
 отстоящих на $n \frac{a}{2}$, повернуты на угол $n\pi$. Кристаллохимическая
 (атомная) структура описывается группой $P \frac{2}{2} \frac{2}{n} \frac{2}{m}$, а магнитная -
 - двумерной группой $p1$, содержащей лишь трансляции вдоль Y и Z .
 Для описания магнитной структуры с симметрией $p1$ необходимо или
 задать бесконечное число моментов $\vec{M}(\vec{r}_i)$, или ввести в CI-символ

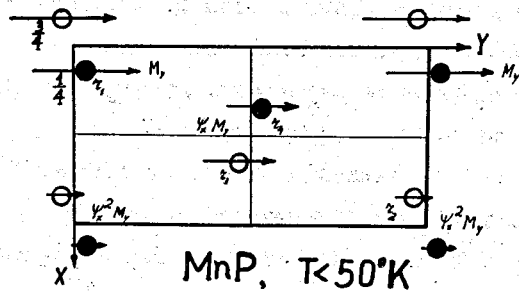
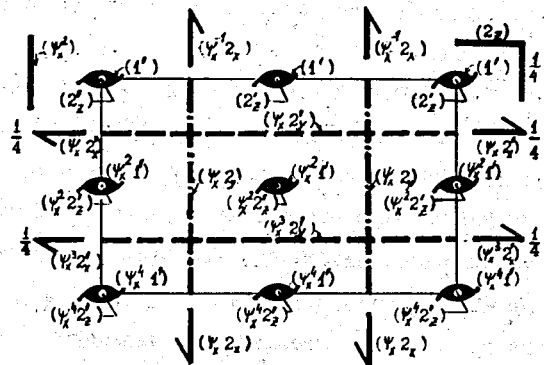


Рис. 1. а) Беловская группа симметрии; б) магнитная структура кристалла MnP при $T < 50^\circ K$. Черные и светлые кружки обозначают ионы Mn на высоте $z = \frac{1}{4}c$ и $z = \frac{3}{4}c$, стрелки - проекции магнитных моментов $\vec{M}(\vec{r}_i)$. Изменение величины проекций соответствует повороту моментов вокруг осей спиралей, параллельных X .

некоторые дополнительные уравнения, как это сделано в [8]:

$$\left\{ P \frac{2}{8} \frac{2}{n} \frac{2}{m} : \rho 1; \vec{M}(\vec{r}_i + n, \vec{a}) = (\psi_x)^{2n} \vec{M}(\vec{r}_i), \vec{M}(\vec{r}_i + n, \vec{a}) = (\psi_x)^{2n+1} \vec{M}(\vec{r}_i), \right. \quad (9)$$

$$\left. \vec{M}(\vec{r}_i + n, \vec{a}) = (\psi_x)^{2n} \vec{M}(\vec{r}_i), \vec{M}(\vec{r}_i + n, \vec{a}) = (\psi_x)^{2n+1} \vec{M}(\vec{r}_i), \vec{M}(\vec{r}_i) = (\psi_x) \vec{M}(\vec{r}_i) \right\}.$$

Эти уравнения выражают определенную "скрытую" симметрию ("криптосимметрию"), которую нельзя включить в федоровские и шубниковские группы, но легко учесть с помощью "многоцветных" беловских групп. Действительно, для полного и однозначного описания как магнитной, так и кристаллохимической структуры MnP достаточно задать соответствующую беловскую группу и лишь один магнитный момент $\vec{M}(\vec{r}_i)$:

$$\left\{ 1^{(2)} P_{\vec{a}}^{(\psi_x)} \frac{2_1^{(\psi_x)} 2_1^{(\psi_x)} 2_1^{(1)}}{\beta^{(\psi_x)} \eta^{(\psi_x)} m^{(2)}} : \vec{M}(xy\frac{1}{4}) = (0, M, 0) \right\}. \quad (10)$$

Здесь $\vec{a}^{(\psi_x)}$ означает, что при трансляции на вектор \vec{a} или \vec{a} магнитный момент не изменяет своего направления, а трансляция на вектор \vec{a} сопровождается поворотом (ψ_x^2) магнитного момента (на угол 2ψ вокруг оси X); плоскость скольжения $\beta^{(\psi_x)}$, кроме соответствующего переноса, осуществляет сначала поворот момента $[\beta_x] = 2_x$ (как и в классических группах), а вслед за ним - дополнительные локальные ("цветные") повороты $(2'_x)$ и (ψ_x) ; и т.д. На рис. 1а дано графическое изображение беловской пространственной группы (10), где стандартное изображение [15] федоровской группы "носителя" $P \frac{2}{8} \frac{2}{n} \frac{2}{m}$ дополнено указанными в скобках возле каждого элемента симметрии g_i "цветными нагрузками" (g_i) - локальными поворотами моментов, производимыми после g_i .

"Двойная спираль" в MnP относится к компланарным магнитным структурам, поэтому ее симметрия описывается однозначно беловской группой типа $1^{(2)} C^{(4)}$. Подгруппа $C^{(4)}$ допускает ферромагнитную компоненту вдоль оси X , $M_x(\vec{r})$, т.е. является группой симметрии

для конической (ферромагнитной) спиральной структуры. Роль элемента $1^{(2'_z)}$ - "запретить" $M_x(\vec{r}) \neq 0$ в любой точке \vec{r} кристалла.

б) Магнитная структура $DyCrO_3$ при температурах $T < 2,16^\circ K$ /5,8/ (рис. 2б). Кристаллохимическая структура описывается группой $P \frac{2_1}{b} \frac{2_1}{n} \frac{2_1}{m}$. В магнитоупорядоченном состоянии находятся моменты и Cr^{3+} , и Dy^{3+} . Магнитная элементарная ячейка подструктуры Cr^{3+} совпадает с кристаллохимической, а для подструктуры Dy^{3+} удваивается вдоль X и Y . Рассмотрим, каким образом описывается магнитная структура $DyCrO_3$ в рамках классических (федоровских), двухцветных (шубниковских) и многоцветных (беловских) пространственных групп. При этом возможны два подхода. Считая магнитные подструктуры хрома $\vec{M}(Cr)$ и диспрозия $\vec{M}(Dy)$ независимыми, для каждой из них в отдельности можно указать группу симметрии $G_{M(Cr)}$ и $G_{M(Dy)}$ и число не связанных симметрией моментов в элементарной ячейке, n_{Cr} и n_{Dy} . Однако распределение плотности магнитного момента по всему кристаллу является суперпозицией подструктур $\vec{M}(Cr)$ и $\vec{M}(Dy)$, а группа полной магнитной симметрии кристалла $G_{M(Cr+Dy)}$ - пересечением $G_{M(Cr)}$ и $G_{M(Dy)}$. Результаты сведены в приведенную ниже табличку.

	$G_{M(Cr)}$	n_{Cr}	$G_{M(Dy)}$	n_{Dy}	$G_{M(Cr+Dy)} = G_{M(Cr)} \cap G_{M(Dy)}$	$n_{Cr} + n_{Dy}$
Федоровские группы	$P \frac{2_1}{b}$	2	$P \frac{2_1}{a}$	2	$P \bar{1}$	8 + 4
Шубниковские группы	$P \frac{2_1}{b} \frac{2'_1}{n} \frac{2'_1}{m}$	1	$P \frac{2_1}{a}$	2	$P \frac{2'_1}{m}$	4 + 4
Беловские группы	$G_{Cr}^{(s)}$	1	$G_{Dy}^{(s)}$	1	$P \frac{2_1^{(2'_z)} 2_1^{(2'_y)} 2_1^{(2'_x)}}{a^{(2'_z)} b^{(2'_y)} n^{(2'_x)}}$	1 + 1

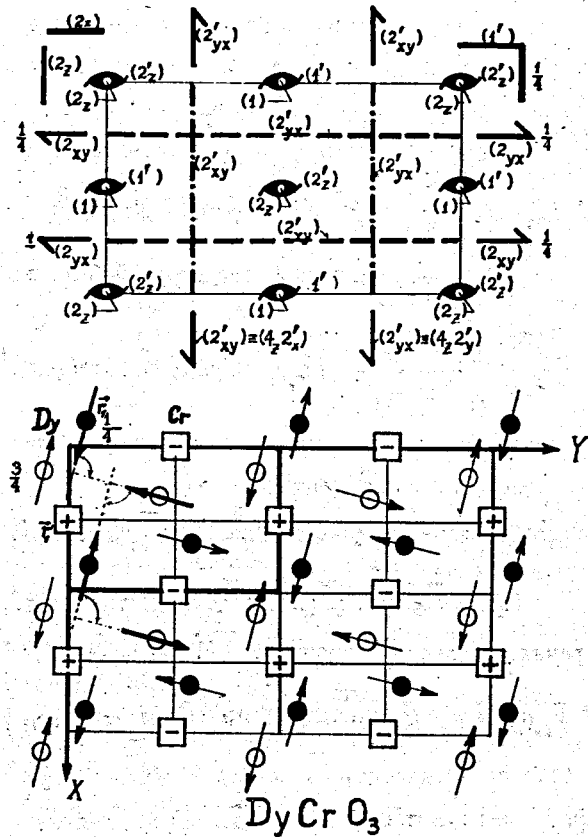


Рис. 2. а) Беловская группа симметрии; б) магнитная структура кристалла $DyCrO_3$ при $T < 2^\circ K$. Кристаллохимическая ячейка выделена жирной линией. Черные и светлые кружки обозначают ионы Dy^{3+} на высоте $z = \frac{1}{4}c$ и $z = \frac{3}{4}c$, квадратики - ионы Cr^{3+} , а знаки "+" и "-" соответствуют $\vec{M}_{Cr} = (0, 0, \pm M)$. На высоте $z = \frac{1}{2}c$ находятся (не показано на рисунке) ионы Cr^{3+} с противоположно направленными моментами.

Видно, что наиболее полное описание магнитной симметрии достигается с помощью беловской группы (рис. 2а), изоморфной группе кристаллохимической структуры. Ее подгруппами являются как федоровская, так и шубниковская группы симметрии магнитного кристалла:

$$P\bar{1} = P \frac{2'_1}{m'} \subset P \frac{2'_1(2'_{xy})}{a(2)g(2)} \frac{2'_1(2'_{xy})}{b(2'_{xy})} \frac{2'_1}{n(2'_{xy})} \frac{2'_1}{m'} \leftrightarrow P \frac{2'_1}{b} \frac{2'_1}{n} \frac{2'_1}{m}$$

Классификационный символ магнитной структуры $D_{2d}CrO_3$ запишется в виде

$$\left\{ P \frac{2'_1(2'_{xy})}{a(2)g(2)} \frac{2'_1(2'_{xy})}{b(2'_{xy})} \frac{2'_1}{n(2'_{xy})} \frac{2'_1}{m'}; \bar{M}_{D_y}(\vec{r}_1) = (A, B, 0); \bar{M}_{Cr}(\vec{r}_1) = (0, 0, M) \right\} \quad (II)$$

Ограничиваясь лишь шубниковскими группами, соответствующий

$C1'$ -классификационный символ /8/ был бы

$$\left\{ P \frac{2'_1}{b} \frac{2'_1}{n} \frac{2'_1}{m}; P \frac{2'_1}{m'}; \bar{M}_{D_y}(\vec{r}_1) = -\bar{M}_{D_y}(\vec{r}_2) = (A, B, 0); \bar{M}_{D_y}(\vec{r}_2) = -\bar{M}_{D_y}(\vec{r}_1) = (-B, A, 0); \bar{M}_{Cr}(\vec{r}_1) = \bar{M}_{Cr}(\vec{r}_1 + \vec{a}) = \bar{M}_{Cr}(\vec{r}_2) = \bar{M}_{Cr}(\vec{r}_2 + \vec{a}) = (0, 0, M) \right\} \quad (I2)$$

или, при рассмотрении независимо подструктур $\bar{M}(D_y)$ и $\bar{M}(Cr)$, /8/

$$\left\{ P \frac{2'_1}{b} \frac{2'_1}{n} \frac{2'_1}{m}; P \frac{2'_1}{a} \frac{2'_1}{a}; \bar{M}_{D_y}(\vec{r}_1) = (A, B, 0); \bar{M}_{D_y}(\vec{r}_2) = (-B, A, 0); P \frac{2'_1}{b} \frac{2'_1}{n} \frac{2'_1}{m}; \bar{M}_{Cr}(\vec{r}_1) = (0, 0, M) \right\} \quad (I3)$$

В символе (II) беловская группа включает симметричную связь между моментами, вводимую в (I2) с помощью дополнительных уравнений, а также связь между $\bar{M}_{D_y}(\vec{r}_1)$ и $\bar{M}_{D_y}(\vec{r}_2)$, которая не учитывается в (I2) и (I3).

в) Для гематита, $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ (кристаллохимической структуре соответствует группа $R\bar{3} \frac{2}{c}$) в работе /12/ определены три возможные магнитные структуры (I, II, III). Компоненты векторов ферромагнетизма $\vec{m} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2 + \vec{s}_3 + \vec{s}_4$ и антиферромагнетизма $\vec{c} = \vec{s}_1 - \vec{s}_2 - \vec{s}_3 + \vec{s}_4$ для каждой из них, а также соответствующие федоровские, шубников-

ские и беловские группы симметрии приведены ниже.

	I (0, 0, l_z)	II (m_x, l_y, l_z)	III (l_x, m_y, m_z)
Федоровские группы	$R\bar{3} \frac{2}{c}$	$B \frac{2}{b}$	$P\bar{1}$
Шубниковские группы	$R\bar{3} \frac{2}{c}$	$B \frac{2}{b}$	$B \frac{2}{b}$
Беловские группы	$R\bar{3} \frac{2}{c}$	$R\bar{3} \frac{2}{c}$	$R\bar{3} \frac{2}{c}$

Л и т е р а т у р а

- Ю.А.Изымов, Р.П.Озеров. Магнитная нейтронография, "Наука", М., 1966.
- И.Е.Дзялошинский. ЖЭТФ, 32, 1547 (1957); 46, 1420 (1964).
- S.V.Vonsovsky, B.A.Turov. J.Appl.Phys., 30, 98 (1959).
- О.В.Ковалев. ФТТ, 5, 3156 (1963).
- E.F.Bertaut. J.Phys., Suppl., 32, C1-462 (1971).
- В.А.Копчик. Шубниковские группы, МГУ, М., 1966.
- А.В.Шубников, В.А.Копчик. Симметрия в науке и искусстве, "Наука", М., 1972.
- W.Orechowski, T.Dreyfus. Acta Cryst., A 27, 470 (1971).
- В.А.Копчик, Ж-Н.М.Кужукеев., Кристаллография, 17, 705 (1972).
- В.А.Копчик, И.Н.Коцев, Ж-Н.М.Кужукеев. ОИЯИ, Р4-7514, Дубна, 1973.
- В.Е.Найп ФММ, 14, 315 (1962).
- В.Е.Найп. Изв.АН СССР, с.Физ., 27, 1496 (1963).
- A.Kitz. Phys.stat.sol., 10, 455 (1965).
- W.F.Brinkman, R.J.Elliott. Proc.Roy.Soc., A 294, 343 (1966).
- N.F.M.Henry, K.Lonsdale. International Tables for X-ray Crystallography, v.1, Symmetry Groups. Kinoch Press, Birmingham, 1952.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 октября 1973 года.