

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



С-603

4/11-74

P4 - 7499

442/2-74

В.Г. Соловьев, Ч. Стоянов, А.И. Вдовин

ПОЛУМИКРОСКОПИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПЛОТНОСТИ  
УРОВНЕЙ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДЕР

**1973**

ЛАБОРАТОРИЯ  
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P4 - 7499

**В.Г. Соловьев, Ч. Стоянов, А.И. Вдовин**

**ПОЛУМИКРОСКОПИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПЛОТНОСТИ  
УРОВНЕЙ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДЕР**

*Направлено в Nuclear Physics A*

Плотность уровней является одной из основных характеристик ядерного спектра при больших энергиях возбуждения. Она играет важную роль при анализе различных экспериментальных данных о свойствах высоковозбужденных состояний. Поэтому правильное описание плотности является пробным камнем для любой модели, претендующей на объяснение свойств ядра при различных энергиях возбуждения. Вплоть до настоящего времени свойства ядерных состояний, находящихся при энергии порядка энергии связей нуклона и выше, как правило, описываются в рамках статистической модели ядра. С помощью этой модели удалось объяснить многие экспериментальные данные, касающиеся свойств высоковозбужденных уровней, особенно после того как было учтено влияние парного остаточного взаимодействия нуклонов<sup>/1/</sup>. Однако вряд ли можно довольствоваться существующим положением вещей в теории высоковозбужденных состояний атомных ядер. Не ясно, до каких энергий возбуждения будут существенны флуктуации плотности уровней, связанные с положением одночастичных состояний. Не выяснено влияние коллективных вибрационных состояний на плотности. Да и независимо от этих вопросов важно знать, как описывать высокие возбуждения на основе полумикроскопической модели ядра. Одним из тривиальных вариантов расчета плотности на полумикроскопическом уровне является расчет плотности возбужденных состояний комбинаторным методом, т.е. путем пересчета всевозможных многочастичных конфигураций, имеющих заданную энергию<sup>/2/</sup>. Этот метод весьма трудоемок и, кроме того, с его помощью из всех остаточных взаимодействий опять-таки

учитывалось только взаимодействие, приводящее к парным корреляциям сверхпроводящего типа.

Недавно был предложен новый способ описания структуры ядерных состояний с промежуточной и большой энергией возбуждения<sup>/3/</sup>. На базе этого общего рассмотрения была затем сформулирована модель, которая призвана довести идеи общего подхода до практического воплощения<sup>/4,5/</sup>. Эта модель в идейном отношении является развитием тщательно отработанной при описании низколежащих ядерных возбуждений сверхтекучей модели ядра<sup>/6/</sup>. Одним из частных результатов, полученных при анализе уравнений модели<sup>/4,5/</sup>, был вывод о возможности простого вычисления плотности возбужденных состояний атомных ядер. Предложенный метод в некотором отношении напоминает комбинаторный способ расчета плотности, упоминавшийся чуть выше. Он позволяет в непосредственной форме учесть влияние взаимодействия, приводящего к сверхтекучим парным корреляциям, а также квадруполь-квадрупольного и октуполь-октупольного остаточных взаимодействий на плотность возбужденных состояний.

С помощью этого метода были рассчитаны плотности состояний  $\Gamma^{\pi} = 1/2^{+}$  в некоторых  $N$ -нечетных деформированных и сферических ядрах при энергии связи нейтрона  $B_n$  и исследовано, как описывает теория изменение плотности возбужденных состояний в зависимости от массового числа  $A$ <sup>/7/</sup>. Затем в работе<sup>/8/</sup> были подробно исследованы возможности метода при описании плотности состояний в деформированных ядрах.

В настоящей работе рассчитаны плотности возбужденных состояний при энергии связи нейтрона  $B_n$  более чем в 60  $N$ -нечетных и 30 четно-четных сферических ядрах в широком диапазоне из-

менения массового числа ( $50 < A < 205$ ). Исследованы флуктуации плотности состояний в зависимости от энергии возбуждения, зависимость плотности от спина и четности состояний, роль коллективных эффектов и другие вопросы.

## 2. Общая идея расчетов

Пренебрегая взаимодействием квазичастиц с фононами, спектр нечетного ядра можно представить в виде следующего набора состояний: одноквазичастичные состояния, состояния типа "одна квазичастица плюс фонон", состояния типа "одна квазичастица плюс два фонона" и т.д. Такие состояния мы в дальнейшем будем называть "базовыми", их энергии совпадают с энергиями фундаментальных полюсов уравнений, которые получены в работах<sup>/4,5/</sup>. Выпишем энергии базовых состояний:

$$\epsilon_j - \text{одноквазичастичная энергия,} \quad (I)$$

$$\epsilon_j + \omega_{\lambda i} - \text{энергия состояния "одна квазичастица плюс фонон",}$$

$$\epsilon_j + \omega_{\lambda i} + \omega_{\lambda' i'} - \text{энергия состояния "одна квазичастица плюс два фонона" и т.д.}$$

В (I)  $j$  означает совокупность индексов одночастичного состояния,  $\omega_{\lambda i}$  - энергия фонона мультипольности  $\lambda$  с номером  $i$ .

Взаимодействие квазичастиц с фононами приводит к смешиванию базовых состояний. Однако общее число истинных состояний будет равно числу базовых, а энергии истинных состояний будут мало

отличаться от базовых. Поэтому, вычислив число базовых состояний ( $I$ ), из которых вычтена энергия основного состояния, в некотором интервале энергий возбуждения ( $\epsilon, \epsilon + \Delta\epsilon$ ) и поделив его на величину интервала  $\Delta\epsilon$ , мы получим плотность возбужденных состояний в нечетном А-ядре. В четно-четных ядрах базовыми состояниями служат: "однофононные", "двухфононные", "трехфононные" и т.д. Схема вычисления плотности такая же.

Поясним, что мы понимаем под фононными возбуждениями. Обычно, говоря о фононах четно-четного сферического ядра, имеют в виду коллективные  $2^+_1$  и  $3^-_1$  состояния, которые генерируются квадруполь-квадрупольными и октуполь-октупольными силами. Мы же здесь понимаем под фононом возбуждение с произвольным моментом и четностью, которое является некоторой суперпозицией двухквaziчастичных состояний. Фононы с  $I^\pi = 2^+, 3^-$  генерируются, как уже говорилось, квадруполь-квадрупольными и октуполь-октупольными силами. Нижайшие из них ( $2^+_1, 3^-_1$ ) сильно коллективизированы, энергия их сильно опущена относительно энергии первого двухквaziчастичного  $2^+$  или  $3^-$  состояния. Более высокие однофононные  $2^+$  и  $3^-$  состояния, как правило, неколлективны, в их волновой функции преобладает вклад какой-либо одной двухквaziчастичной компоненты, а энергия мало отличается от энергии этого двухквaziчастичного состояния<sup>/6/</sup>. Данных о существовании в сферических ядрах коллективных однофононных состояний с другими моментами и четностями практически нет. Однако на языке фононов, т.е. в рамках квазибозонного приближения, мы можем формально описывать любые двухквaziчастичные состояния. Для этого достаточно ввести некоторые остаточные силы, которые могут генерировать фононы с данными  $I^\pi$ ,

а константы этих сил брать настолько малыми, чтобы энергия фононов практически совпадала с энергией двухквазичастичных состояний. При этом, однако, строя многофононные состояния, мы можем нарушить принцип Паули, т.к. будем игнорировать фермионную структуру фонона. На практике, как это будет показано чуть позже, такое нарушение оказывается крайне малым. В качестве остаточных сил мы выбрали мультиполь-мультипольные силы и спин-мультипольные-спин-мультипольные<sup>/5/</sup>. С помощью первых мы генерируем фононы с  $\Gamma^{\text{I}} = \lambda^{(-1)^{\lambda}}$ , с помощью вторых - фононы с  $\Gamma^{\text{V}} = \lambda^{(-1)^{\lambda+1}}$ . Такой выбор связан с правилами отбора по моменту и четности, которым удовлетворяют силы, а также со структурой получаемого в результате фонона. Например, хотя спин-мультипольные-спин-мультипольные силы могут генерировать состояния с  $\Gamma^{\text{V}} = \lambda^{(-1)^{\lambda}}$ , такие фононы, вследствие специфических свойств сил, не будут содержать диагональных двухквазичастичных состояний (для четных  $\lambda$ ), поэтому мы выбрали для генерации этих фононов мультиполь-мультипольные силы. Энергии  $\Gamma^{\text{I}}$ -состояний получаются из решения уравнения для парных вибраций<sup>/6/</sup>.

Приведем уравнения, с помощью которых мы находим энергии фононов:

$$\frac{2\lambda+1}{\omega_{\lambda}} = \sum_{j_1 j_2} \frac{(\langle j_1 || \tau^{\lambda} Y_{\lambda} || j_2 \rangle U_{j_1 j_2}^{(\lambda)})^2 (\epsilon_{j_1} + \epsilon_{j_2})}{(\epsilon_{j_1} + \epsilon_{j_2})^2 - \omega_{\lambda}^2} \quad (2)$$

В (2)  $\lambda = 1, 2, 3, 4, \dots$ . С его помощью находится энергия фононов с  $\Gamma^{\text{I}} = \Gamma^{-}, 2^{+}, 3^{-}, 4^{+}, \dots$ .

$$\frac{2L+1}{\omega_L} = \sum_{j_1 j_2} \frac{(\langle j_1 || \tau^{\lambda} [\sigma^{\pm} Y_{\lambda}] || j_2 \rangle U_{j_1 j_2}^{(\lambda)})^2 (\epsilon_{j_1} + \epsilon_{j_2})}{(\epsilon_{j_1} + \epsilon_{j_2})^2 - \omega_L^2} \quad (3)$$

Здесь  $\lambda = 1, 2, 3, 4, \dots$ ,  $L = \lambda + 1$ . Решения уравнений этого типа для разных  $\lambda$  дают энергии фононов с  $\Gamma^{\pm} = 2^-, 3^+, \dots$ . Энергии парных вибрационных фононов находятся из уравнения:

$$\left\{ \sum_j \frac{(\omega_j^2 - \omega_i^2)^2 2E_j (2j+1)}{4E_j^2 - \omega_i^2} - \frac{2}{G_{\tau}} \right\} \left\{ \sum_j \frac{2E_j (2j+1)}{4E_j^2 - \omega_i^2} - \frac{2}{G_{\tau}} \right\} - \omega_i^2 \left\{ \sum_j \frac{(2j+1)(\omega_j^2 - \omega_i^2)}{4E_j^2 - \omega_i^2} \right\}^2 = 0 \quad (4)$$

В формулах (2)-(4) используются следующие обозначения:

$\mathcal{K}_{\lambda}$ ,  $\mathcal{K}_L$  - константы мультиполь-мультипольных и спин-мультиполь-спин-мультипольных сил,

$G_{\tau} \equiv G_N, G_Z$  - константы спаривания для нейтронов и протонов,

$\langle j_1 || \mathcal{Z}^{\lambda} Y_{\lambda} || j_2 \rangle$ ,  $\langle j_1 || \mathcal{Z}^{\lambda} [\sigma^{\pm} Y_{\lambda}]_L || j_2 \rangle$  - приведенные

одночастичные матричные элементы для мультипольного и спин-мультипольного операторов соответственно.

$U_{j_1 j_2}^{(\pm)} = U_j \mathcal{Z}_{j_2}^{\pm} \pm U_{j_2} \mathcal{Z}_{j_1}^{\pm}$ , где  $U_j$ ,  $\mathcal{Z}_j^{\pm}$  - коэффициенты преобразования Боголюбова.

Вычислив энергии фононов и одноквантовые энергии, мы можем рассчитывать плотность возбужденных состояний. При расчетах в нечетном ядре с массовым числом  $A$  мы берем характеристики фононов из соседнего четно-четного ядра  $A-1$ , полагая, что присутствие нечетной квазичастицы слабо сказывается на их свойствах. Таким образом, расчеты в четно-четных и нечетных ядрах проводятся с использованием одних и тех же параметров.

## 2. Детали расчетов

Прежде чем перейти к собственно результатам расчетов, следует сказать несколько слов о параметрах. Они у нас следующие:

а. Параметры потенциала Вудса-Саксона, который описывает среднее поле, взяты в соответствии с работами<sup>/9/</sup>. Они использовались при расчетах некоторых свойств сферических ядер в работах<sup>/10,11/</sup>.

б. Константы спаривания  $G_N$ ,  $G_Z$  выбирались в соответствии с работой<sup>/10/</sup>.

в. Константы  $\alpha_2$  и  $\alpha_3$  выбраны так, чтобы первые корни уравнения (2) для  $\lambda = 2,3$  совпадали с экспериментальными значениями энергий  $2_1^+$  и  $3_1^-$  уровней. Константы прочих сил существенной роли в расчетах не играют.

Возникают еще следующие вопросы: "Каково максимальное число фононов, которое надо учитывать при вычислении плотности вблизи энергии связи нейтрона?" Каким следует выбрать максимальный момент фонона, чтобы исчерпать практически все конфигурационное пространство двухквaziчастичных состояний? Ответ на эти вопросы оказывается различным в разных областях массового числа  $A$ . Для вычисления плотности состояний в нечетных ядрах с  $A \sim 50-100$  более чем достаточно учитывать четырехфононные состояния, а в четно-четных ядрах - пятифононные. С возрастанием массового числа в нечетных ядрах возрастает и роль четырехфононных состояний, а в изотопах Hg и Pt уже заметен вклад состояний пятифононных ( $\sim 20-30\%$ ). В четно-четных ядрах мы везде учитывали

пять фононов, которые, давая малый вклад в плотность состояний таких ядер, как Fe, Ni, весьма существенны уже в Te, Ba и тем более в Hg, Pt.

Аналогичная ситуация складывается с максимальным моментом фонона. В легких ядрах  $I_{\max} = 8$ , хотя, строго говоря, было бы достаточно  $I_{\max} = 6$ . Вклад  $1^-, 7^+, 8^-$  состояний для ядер с  $A \sim 50-100$  ничтожен, как в нечетных так и в четно-четных ядрах. В нечетных ядрах их энергии просто больше  $B_n$ . В ядрах с  $A \sim 120-140$  возрастает роль  $8^+$  состояний, а в Hg, Pt мы уже учитывали  $\lambda, \lambda = 9$  (т.е.  $9^+$  и  $9^-$  -состояния). Наибольший вклад в плотность дают мультиполь-мультипольные фононы  $2^+, 4^+, 6^{\pm}, 8^+$  и  $3^-, 5^- 7^-$ . Для этих мультипольностей двухквартичный спектр оказывается самым богатым.

Весьма значительна роль квадруполь-квадрупольных и октуполь-октупольных сил. Если положить  $\alpha_2 = \alpha_4 = 0$ , то при  $E = B_n$  изменение среднего расстояния  $D$  может быть весьма различным. Это видно из таблицы I, где мы привели результаты расчетов плотности с учетом остаточных квадруполь-квадрупольного и октуполь-октупольного взаимодействий и без них. В легких ядрах увеличение  $D$  наиболее значительно - в 5-10 раз, в более тяжелых оно слабее - 1,5-2 раза. Относительно слабое изменение  $D$  при выключении коллективных состояний в <sup>124</sup>Te и Hg объясняется тем, что плотность в этих ядрах надо рассчитывать с большим числом фононов.

В предыдущем параграфе мы указывали, что использование фононного языка для описания двухквартичных возбуждений может привести к нарушению принципа Паули в многофононных состояниях.

Можно, однако, показать, что получающиеся в результате такого нарушения лишние состояния дают в плотность вклад  $\leq 7\%$ . Эта цифра на практике никогда не достигается, т.к. в расчетах мы не учитывали состояния более чем с 2 одинаковыми неколлективными фоновыми (именно на такие состояния приходится основное количество лишних). Но состояния с несколькими коллективными фоновыми мы сохраняли, т.к. в них, вследствие малости амплитуды каждой двухквaziчастичной компоненты, нарушения принципа Паули не происходит.

Все параметры, которые мы использовали в расчетах, фиксированы при анализе низколежащей части ядерного спектра. Однако ясно, что эта фиксация не носит абсолютного характера, что эти параметры известны лишь с некоторой точностью. Так, константы  $G_N$ ,  $G_2$  определяются по парным энергиям с точностью 10-15%.

Мы проверили чувствительность наших результатов к изменениям параметров среднего поля и констант  $G_N$ ,  $G_2$ . Расчет плотности в  $Cd$ ,  $Ba$  с разными одночастичными схемами при согласованных значениях  $G_N$ ,  $G_2$  показал, что изменения теоретических значений плотности могут достигать 30%. Вариации  $G_N$ ,  $G_2$  влияют на результаты сильнее. Происходящие при этом изменения в плотности сильно отличаются для разных ядер, колеблясь от 10% до 80%. Особенно сильно сказываются изменения сверхтекучих констант в ядрах полумагических или соседних с ними. Здесь плотность может измениться в 2-3 раза при 15% вариациях  $G_N$  или  $G_2$ .

Значительные изменения плотности, по-видимому, связаны с ее флуктуациями, которые подробно будут обсуждаться в разделе 4.

Таким образом, мы вычисляем плотность возбужденных состояний с точностью до множителя 1,5-2 вследствие ошибок в определении параметров.

### 3. Общие результаты

В таблицах 2 и 3 представлены результаты расчетов среднего расстояния  $D$  при энергии связи нейтрона между состояниями с  $I^\pi = I/2^+$  в нечетных ядрах и  $I^\pi = (J \pm 1/2)^\pi$  в четно-четных ( $J$  - момент ядра-мишени). В четно-четных ядрах приведенные в таблице 3 значения  $D = \frac{1}{\rho}$ , где плотность  $\rho$  вычислялась по формуле

$$\rho = \rho_{J-1/2} + \rho_{J+1/2}.$$

Интервал усреднения менялся в нечетных ядрах от 500 кэв в  $Ni$ ,  $Fe$  до 50 кэв в  $Hg$  и  $Pt$ . В четно-четных ядрах в тех же областях массового числа эти величины составляли 100 и 30 кэв соответственно. Экспериментальные значения взяты из <sup>12/</sup>, для изотопов  $Nd$  и  $Sm$  из <sup>13/</sup> и для изотопов  $Ce$ ,  $Pt$  и  $Hg$  из <sup>14/</sup>.

Общее согласие теоретических и экспериментальных значений  $D$  можно считать удовлетворительным. Согласие значительно лучше в легких ядрах с  $A \sim 50-100$  и ухудшается с увеличением массового числа. Наибольшее расхождение между теорией и экспериментом наблюдается в ядрах  $Ce$ ,  $Nd$ ,  $Sm$  и  $Pt$ ,  $Hg$ ,  $Pb$ .

Сам этот факт не столь уж удивителен, так как ядра с  $A \sim 140$ ,

$Pt$ ,  $Hg$  — переходные ядра, у них могут сильно различаться деформации в основном и возбужденных состояниях, а мы рассматриваем их как сферические. Удивительно другое — если в ядрах с  $A \sim 140$  расчеты дают плотность на порядок меньшую, чем эксперимент, то в  $Pt$ ,  $Hg$  теоретическая плотность значительно больше экспериментальной. Нам не удастся описать резкое уменьшение плотности при переходе от  $^{139}Hg$  к  $^{201}Hg$  и далее к изотопам  $Pb$ .

Правильно передается в наших расчетах резкое увеличение плотности возбужденных состояний в четно-четных ядрах по сравнению с соседними нечетными. Степень согласия с экспериментом в соседних четно-четных и нечетных ядрах, как правило, одинакова. Исключение составляют ядра с  $N = 80$  и  $N = 81$  ( $^{136}Ba$ ,  $^{137}Ba$ ). Это связано с тем, что для ядер с  $N = 81$  (а также  $N = 49, 125$ ) наше описание фононов является очень грубым. Используя при расчетах в  $^{137}Ba$  фононы  $^{136}Ba$ , мы резко преувеличиваем роль коллективных эффектов и в результате получаем сильно завышенную плотность (аналогично в  $^{139}Ce$ ,  $^{207}Pb$ ). Заметим также, что согласие с экспериментом у нас ухудшается в ядрах с малой энергией  $E_n$ , что частично связано с флуктуациями плотности, к обсуждению которых мы сейчас и переходим.

#### 4. Изменение плотности возбужденных состояний с ростом энергии возбуждения. Флуктуации плотности

С помощью полумикроскопического метода можно рассчитывать плотность состояний при любых энергиях возбуждения. Конечно, при очень низких энергиях использование самого понятия плотности

состояний ничем не оправдано, т.к. здесь слишком велико расстояние между уровнями. Поэтому при энергиях 2-3 Мэв мы просто вычисляем положение уровней без учета взаимодействия квазичастиц с фононами.

Ясно, что при низких энергиях возбуждения возможны резкие колебания плотности, т.к. здесь мало уровней. Но оказывается, что такие колебания могут сохраниться и при энергии связи нейтрона. Примером тому может служить рис. 1, на котором изображена в логарифмическом масштабе гистограмма числа уровней на отрезке 100 кэв в интервале энергии возбуждения от 3 до 7 Мэв для ядра  $^{143}\text{Nd}$ . В области  $B_n = 6,1$  Мэв видно довольно резкое уменьшение плотности.

Подобные флуктуации наблюдаются всегда, если плотность возбужденных состояний мала. Поэтому они значительны в легких ядрах (см. рис. 2). Так как плотность возбужденных состояний в четно-четных ядрах выше, чем в нечетных, то флуктуации здесь меньше. Мы привели на рис. 3 гистограмму суммарного количества  $0^-$  и  $1^-$  состояний на 100 кэв для  $^{54}\text{Fe}$ . Сравнение рис. 2 и 3 подтверждает наше высказывание. Плотность состояний зависит от их спина и четности (подробно мы остановимся на этом в разделе 5). Состояния с большими спинами ( $I^{\pi} \geq 13/2$ ) имеют малую плотность. Наблюдающиеся здесь флуктуации больше, чем для состояний с максимальной плотностью. Мы приводим для сравнения на рис. 4 и 5 гистограммы состояний  $9/2^+$  в  $19/2^+$  в  $^{57}\text{Fe}$ .

Легкие ядра, ядра околomagические (к которым относится  $^{143}\text{Nd}$ ) имеют весьма бедный спектр двухквазичастичных состояний и поэтому

при энергиях 5-6 Мэв плотность состояний в них мала ( $D \sim 5$  кэв), а флуктуации ее велики. В ядрах средних и тяжелых, где фононы сильно коллективизированы, при тех же энергиях плотность значительно выше, и флуктуации ее меньше. Примером такого ядра может служить  $^{123}\text{Te}$  (рис. 6). Коллективные состояния помимо общего увеличения плотности приводят еще и к сглаживанию ее флуктуаций, к более плавному изменению ее с энергией возбуждения. На рис. 7 мы изобразили гистограмму для  $^{123}\text{Te}$  при  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ . Заметны крайне резкие всплески плотности при энергиях 2,2 Мэв и 4,4 Мэв, которые связаны с появлением в спектре одно- и двух-фононных состояний. Подобные же всплески при низких энергиях видны и на рис. 5, где интервал между ними  $\sim 500$  кэв (энергия  $2\frac{1}{2}$  фонона).

На рис. 2, 3, 6 и 7 мы показали также прямые, которые описывают рост плотности в ядрах  $^{52}\text{Fe}$ ,  $^{54}\text{Fe}$ ,  $^{123}\text{Te}$ , получающийся из статистической модели (на рис. 6 и 7 эти прямые одни и те же). Прямые построены по формуле

$$P(J) = \frac{(2J+1)}{24 \cdot \sqrt{2} \cdot A^{1/4} U^{5/4} \sigma^3} \exp \left\{ 2(aU)^{1/2} - \frac{(J+1/2)^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (5)$$

$$\sigma^2 = 8.88 \cdot 10^{-2} (aU)^{1/2} A^{2/3},$$

где  $J$  - спин ядра мишени,  $A$  - массовое число,

$$U = E - \delta.$$

В свою очередь

$$\delta = \begin{cases} \delta_z & \text{в нечетном ядре} \\ \delta_N + \delta_z & \text{в четно-четном ядре} \end{cases}$$

и учитывает энергию спаривания. Величины  $\delta_1, \delta_2$  взяты из работы /15/. Параметр  $\alpha$  извлекался из экспериментальных данных по формуле (5). С ростом энергии возбуждения результаты наших расчетов приближаются к предсказаниям статистической модели, а флуктуации плотности становятся меньше. Выключение квадруполь-квадрупольных и октуполь-октупольных остаточных сил приводит к большому различию между нашими расчетами и результатами статистической модели (см. рис. 7).

### 5. Зависимость плотности возбужденных состояний от их спина и четности

С целью выяснения этого вопроса мы рассчитали плотности состояний с  $I^\pi = 1/2^+ \div 19/2^+$ ;  $1/2^- \div 19/2^-$  в  $^{57}\text{Fe}$ ,  $^{123}\text{Te}$  (рис. 8, 10) и  $I^\pi = 0^+ \div 9^+$ ;  $0^- \div 9^-$  в  $^{58}\text{Fe}$ ,  $^{124}\text{Te}$  (рис. 9, 11) при энергии связи нейтрона  $B_n$ .

Самым разительным является крайне резкая зависимость плотности возбужденных состояний от их четности. Так, в  $^{57}\text{Fe}$

$\rho(\pi^-) \approx 4 \div 5 \rho(\pi^+)$ . Соотношение между  $\rho(\pi^-)$  и  $\rho(\pi^+)$  в  $N$ -нечетных ядрах, по-видимому, определяется характером спектра нейтронных одночастичных состояний вблизи поверхности Ферми. Действительно,  $^{57}\text{Fe}$ -ядро с 31 нейтроном, которые заполняют оболочку с  $N$  от 28 до 50 и преимущественно отрицательной четностью одночастичных уровней. И здесь  $\rho(\pi^-) > \rho(\pi^+)$ .

В  $^{123}\text{Te}$  заполняется по нейтронам оболочка с  $N$  от 50 до 82, четность уровней в которой в основном положительна. Здесь  $\rho(\Gamma^+) > \rho(\Gamma^-)$  и  $\rho(\Gamma^+)/\rho(\Gamma^-) \approx 1.3$ , т.е. меньше чем  $\rho(\Gamma^-)/\rho(\Gamma^+)$  в  $^{57}\text{Fe}$ , что объясняется, по-видимому, присутствием низколежащего одночастичного состояния  $1h_{7/2}$ .

В четно-четных ядрах  $\rho(\Gamma^+) > \rho(\Gamma^-)$ , что связано, во-первых, с малой энергией  $2\frac{+}{2}$  уровня, а во-вторых, с тем, что энергия двухквaziчастичных состояний положительной четности меньше, чем у имеющих отрицательную четность. Однако в  $^{124}\text{Te}$  кривые  $\rho(\Gamma^+)$  и  $\rho(\Gamma^-)$  очень близки. По-видимому, они должны сближаться с ростом массового числа.

Заметим, что в деформированных ядрах, где состояния положительной и отрицательной четности в одночастичном спектре перемешаны, такие регулярные эффекты в поведении плотности не наблюдались<sup>/8/</sup>.

Вторым важным моментом является систематически наблюдающийся максимум в зависимости плотности состояния от их спинов. Он достигается при  $I \approx 5/2 \div 9/2$  в нечетных ядрах и  $I \approx 3 \div 5$  в четно-четных. Максимум этот довольно плоский. Надо сказать, что кривые  $\rho(I)$  на удивление плавные. Исключения составляют  $\rho(\Gamma^+)$  в четно-четных ядрах и особенно в  $^{124}\text{Te}$ .

Форма кривой  $\rho(I)$  сохраняется при разных энергиях возбуждения. На рис. 12 мы изобразили зависимость плотности состояний отрицательной четности от  $I$  в  $^{57}\text{Fe}$  для разных энергий (сплошные кривые). С ростом энергии кривая становится более гладкой и на ее форме меньше сказываются флуктуации. На том же

рис. 12 пунктирной линией изображена кривая, рассчитанная по статистической модели при  $\mathcal{E} = 7$  Мэв (формула (5)). Параметр  $\alpha$  подбирался по плотности  $1/2^-$  состояний при  $V_n$ , которая получилась в наших расчетах. Статистическая кривая имеет более резкий максимум, она предсказывает более резкий рост плотности состояний с  $I \approx 3/2 - 13/2$ , чем наши расчеты. Следует указать на рост относительного числа состояний с большими  $I$  при возрастании  $\mathcal{E}$ . Это продемонстрировано на рис. 13, где мы изобразили кривые  $\rho_{\text{отн}} = \frac{\rho(I^-)}{\sum_I \rho(I^-)}$  в  $^{57}\text{Fe}$  при  $\mathcal{E} = 5, 7, 9$  Мэв.

Здесь же мы привели аналогичную кривую, рассчитанную по статмодели при  $\mathcal{E} = 7$  Мэв. Сравнивая наши расчеты со статистическими, следует отметить, что относительный вклад состояний с  $I \geq 13/2$  в наших расчетах больше.

Количество многофононных состояний среди уровней с разными  $I$  различно. Так, вклад 4-х фононных состояний в  $^{57}\text{Fe}$  максимален для  $1/2^+$  и  $19/2^+$  уровней, а в промежутке между ними имеет минимум при  $I^{\pi} \approx 5/2^+$ . Однако эти изменения составляют всего  $\sim 10\%$ .

Мы представили в настоящей статье результаты полумикроскопических расчетов плотности высоковозбужденных состояний сферических атомных ядер. Согласие с экспериментальными данными получено вполне удовлетворительное. Этот метод прост, он позволяет учесть влияние остаточных взаимодействий на плотность возбужденных состояний, легко рассчитать зависимость плотности от спина и четности состояний, от энергии возбуждения. Метод самым непосредственным образом связывает характеристики высоколежащей

части спектра с основными параметрами сверхтекучей модели ядра, полученными при изучении низколежащей части спектра.

Заканчивая, мы хотим поблагодарить Л.А.Малова и В.В.Воронова за полезные обсуждения ряда проблем, затронутых в настоящей работе.

### Л и т е р а т у р а

1. В.С.Ставинский. ЭЧАЯ 3, 852 (1972).  
J.R.Nuizenga and L.G.Moretto. *Ann.Rev.Nucl.Science*, 427 (1972).
2. M. Hillman, J.R.Grover, *Phys.Rev.* 185, 1303 (1969).
3. В.Г.Соловьев. Известия АН СССР. сер.физ. 35, 666 (1971).  
В.Г.Соловьев. ЭЧАЯ 3, 770 (1972).
4. V.G.Soloviev, L.A.Malov. *Nucl.Phys.* A196, 433 (1972).
5. A.I.Vdovin, V.G.Soloviev. *JINR*, E4-7054, Dubna, 1973.
6. В.Г.Соловьев. Теория сложных ядер. Наука, М. 1971.
7. L.A.Malov, V.G.Soloviev, Ch.Stoyanov, A.I.Vdovin, V.V.Voronov. *JINR*, E4-7294, Dubna, 1973.
8. Л.А.Малов, В.Г.Соловьев, В.В.Воронов. ОИЯИ, P4-742I, Дубна, 1973.
9. П.Э.Немировский, В.А.Чепурлов. ЯФ 3, 998 (1966).  
K.Takenchi, P.A.Moldauer, *Phys.Lett.* 28B, 384 (1969).
10. А.И.Вдовин, А.Л.Комов, Л.А.Малов. ОИЯИ, P4-5125, Дубна, 1970.
11. А.И.Вдовин, Ч.Стоянов, Н.Ю.Ширикова. Изв. АН СССР сер.физ. (1973).  
А.И.Вдовин, Ч.Стоянов. ОИЯИ, P4-6912, Дубна (1973).

12. H. Vava. Nucl. Phys. A159, 625 (1970).
23. А.Б.Молов. Автореферат диссертации на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук, ОИЯИ, Э-4421, Дубна, 1969.
14. В.П.Вертебный, А.И.Кальченко, М.В.Пасечник. ЯФ, 16, 38 (1972).
15. A. Gilbert and A.G. Saxon. Can. Journ. of Phys. 43 (1965) 1146.

Рукопись поступила в издательский отдел  
15 октября 1973 года.

## Т а б л и ц а I

Изменение среднего расстояния  $D$  между уровнями при выключении квадруполь-квадрупольного и октуполь-октупольного остаточных взаимодействий ( $E = B_n$ )

Я д р о	$B_n$ Мэв	$I^\pi$	$D, \text{эБ}$	
			$Z_1 = Z_2$ вест.	$Z_1 = 0$
57Fe	7.642	1/2 <sup>+</sup>	$25 \times 10^3$	$200 \times 10^3$
58Fe	10.043	0 <sup>-</sup> , 1 <sup>-</sup>	$5.0 \times 10^3$	$27 \times 10^3$
97Mo	6.816	1/2 <sup>+</sup>	980	$1.7 \times 10^3$
96Mo	9.157	2 <sup>+</sup> , 3 <sup>+</sup>	98	304
123Te	6.943	1/2 <sup>+</sup>	145	267
124Te	9.408	0 <sup>+</sup> , 1 <sup>+</sup>	19.6	30.2
199Hg	6.653	1/2 <sup>+</sup>	84.2	135
200Hg	8.027	0 <sup>-</sup> , 1 <sup>-</sup>	19.5	36

Таблица 2

Экспериментальные и рассчитанные величины среднего расстояния между уровнями  $I/2^+$  при энергии равной  $B_n$ .

Составное Ядро	$B_n$ , МэВ	Опыт	Расчет
		$D$ , эВ	$D$ , эВ
1	2	3	4
$^{51}\text{Ti}$	6.379	$(18 \pm 6) \times 10^3$	$200 \times 10^3$
$^{53}\text{Cr}$	8.170	$(46 \pm 7) \times 10^3$	$100 \times 10^3$
$^{55}\text{Cr}$	6.254	$(48 \pm \frac{37}{24}) \times 10^3$	$400 \times 10^3$
$^{55}\text{Fe}$	9.300	$(21 \pm 4) \times 10^3$	$308 \times 10^3$
$^{57}\text{Fe}$	7.642	$(21 \pm 4) \times 10^3$	$25.0 \times 10^3$
$^{59}\text{Ni}$	9.003	$(21 \pm 6) \times 10^3$	$15.4 \times 10^3$
$^{61}\text{Ni}$	7.821	$(21 \pm 4) \times 10^3$	$17.4 \times 10^3$
$^{63}\text{Ni}$	7.140	$(19.5) \times 10^3$	$21.0 \times 10^3$
$^{65}\text{Ni}$	6.400	$28.5 \times 10^3$	$36.4 \times 10^3$
$^{65}\text{Zn}$	7.988	$(3.4 \pm 0.9) \times 10^3$	$6.9 \times 10^3$
$^{67}\text{Zn}$	7.053	$(5.6 \pm 1.9) \times 10^3$	$17.5 \times 10^3$
$^{69}\text{Zn}$	6.503	$20.0 \times 10^3$	$18.2 \times 10^3$
$^{71}\text{Ge}$	7.415	$(2.0 \pm 0.8) \times 10^3$	$2.7 \times 10^3$
$^{73}\text{Ge}$	6.785	$(3.9 \pm 1.5) \times 10^3$	$4.8 \times 10^3$
$^{75}\text{Ge}$	6.486	$(8.5 \pm \frac{4.7}{4.3}) \times 10^3$	$5.0 \times 10^3$
$^{77}\text{Ge}$	6.030	$(8.0 \pm 0.8) \times 10^3$	$5.6 \times 10^3$
$^{75}\text{Se}$	8.026	$(0.2 \pm \frac{0.6}{0.1}) \times 10^3$	$1.0 \times 10^3$
$^{77}\text{Se}$	7.415	$(1.2 \pm 0.6) \times 10^3$	$2.9 \times 10^3$
$^{79}\text{Se}$	6.972	$(4.5 \pm 1.0) \times 10^3$	$2.8 \times 10^3$
$^{81}\text{Se}$	6.715	$(1.6 \pm 0.6) \times 10^3$	$5.0 \times 10^3$
$^{83}\text{Se}$	5.990	$(6.9 \pm 1.1) \times 10^3$	$11.1 \times 10^3$
$^{85}\text{Sr}$	8.482	$(0.35 \pm 0.12) \times 10^3$	$1.58 \times 10^3$
$^{87}\text{Sr}$	8.437	$(2.1 \pm 1.0) \times 10^3$	$2.1 \times 10^3$

1	2	3	4
$^{89}\text{Sr}$	6.393	$(12 \pm 2) \times 10^3$	$10.0 \times 10^3$
$^{91}\text{Zr}$	7.194	$(3.3 \pm 0.8) \times 10^3$	$10.8 \times 10^3$
$^{93}\text{Zr}$	6.750	$(3.4 \pm 1.1) \times 10^3$	$1.8 \times 10^3$
$^{95}\text{Zr}$	6.468	$(3.3 \pm 0.9) \times 10^3$	$1.8 \times 10^3$
$^{97}\text{Zr}$	5.575	$(1.1 \pm 0.3) \times 10^3$	$5.3 \times 10^3$
$^{97}\text{Mo}$	6.816	$(1.2 \pm 0.5) \times 10^3$	980
$^{99}\text{Mo}$	5.918	$790 \pm \begin{matrix} 740 \\ 395 \end{matrix}$	$1.96 \times 10^3$
$^{101}\text{Mo}$	5.390	$400 \pm 75$	$4.3 \times 10^3$
$^{113}\text{Cd}$	6.538	200	$1.12 \times 10^3$
$^{113}\text{Sn}$	7.744	$140 \pm 50$	454
$^{115}\text{Sn}$	7.537	$320 \pm 90$	336
$^{117}\text{Sn}$	6.941	$250 \pm 40$	962
$^{119}\text{Sn}$	6.481	$730 \pm 180$	$1.28 \times 10^3$
$^{121}\text{Sn}$	6.182	$240 \pm 50$	$3.2 \times 10^3$
$^{123}\text{Sn}$	5.932	400	$4.8 \times 10^3$
$^{125}\text{Sn}$	5.767	250	$6.7 \times 10^3$
$^{123}\text{Te}$	6.943	$130 \pm 8$	128
$^{129}\text{Te}$	6.116	550	950
$^{131}\text{Te}$	5.895	$(5.7 \pm 0.8) \times 10^3$	900
$^{131}\text{Ba}$	7.633	120	36
$^{135}\text{Ba}$	7.200	380	80
$^{137}\text{Ba}$	6.950	$(3.8 \pm \begin{matrix} 2.8 \\ 1.9 \end{matrix}) \times 10^3$	224
$^{139}\text{Ba}$	4.720	$(9.6 \pm 3.4) \times 10^3$	$50 \times 10^3$
$^{137}\text{Ce}$	7.840	$58 \pm 12$	32
$^{139}\text{Ce}$	7.490	200	76
$^{141}\text{Ce}$	5.438	$(3.0 \pm 1.0) \times 10^3$	$50 \times 10^3$
$^{143}\text{Ce}$	5.105	$(1.0 \pm 0.2) \times 10^3$	$12.5 \times 10^3$
$^{143}\text{Nd}$	6.100	$(1.0 \pm 0.25) \times 10^3$	$8. \times 10^3$
$^{145}\text{Nd}$	5.970	$520 \pm 70$	$2.2 \times 10. \text{ }^3$

1	2	3	4
$^{147}\text{Nd}$	5.140	$310 \pm 43$	$3.2 \times 10^3$
$^{149}\text{Nd}$	4.940	$200 \pm 21$	$2.6 \times 10^3$
$^{145}\text{Sm}$	6.900	$200 \pm 40$	$3 \times 10^3$
$^{149}\text{Sm}$	5.860	$90 \pm 15$	$1.3 \times 10^3$
$^{195}\text{Pt}$	6.126	$270 \pm 70$	105
$^{197}\text{Pt}$	5.854	$380 \pm 100$	191
$^{199}\text{Pt}$	5.570	$340 \pm 70$	180
$^{199}\text{Hg}$	6.653	$100 \pm 30$	84.2
$^{201}\text{Hg}$	6.227	$(1.3 \pm 0.1) \times 10^3$	112
$^{203}\text{Hg}$	5.987	$\sim 2.4 \times 10^3$	283
$^{205}\text{Pb}$	6.730	$(2.8 \pm 0.7) \times 10^3$	325
$^{207}\text{Pb}$	6.734	$(24 \pm 4) \times 10^3$	341

Таблица 3.

Экспериментальные и рассчитанные значения  $D$  для двух спинов при энергии возбуждения равной  $B_n$

Составное ядро	$B_n$ МэВ	$\Gamma$	Опыт		Расчет	
			$D$	эВ	$D$	эВ
$^{50}\text{Ti}$	10.944	$3^-, 4^-$	$(3.6 \pm 0.9) \times 10^3$		$10.5 \times 10^3$	
$^{54}\text{Cr}$	9.721	$1^-, 2^-$	$(3.2 \pm 1.1) \times 10^3$		$7.1 \times 10^3$	
$^{58}\text{Fe}$	10.043	$0^-, 1^-$	$(5.9 \pm 1.5) \times 10^3$		$5.0 \times 10^3$	
$^{62}\text{Ni}$	10.599	$1^-, 2^-$	$(2.3 \pm 0.4) \times 10^3$		$1.7 \times 10^3$	
$^{68}\text{Zn}$	10.203	$2^-, 3^-$	$720 \pm 190$		$2.7 \times 10^3$	
$^{74}\text{Ge}$	10.197	$4^+, 5^+$	$77 \pm 9$		286	
$^{78}\text{Se}$	10.491	$0^-, 1^-$	$150 \pm 40$		425	
$^{88}\text{Sr}$	11.100	$4^+, 5^+$	$210 \pm 80$		448	
$^{92}\text{Zr}$	8.640	$2^+, 3^+$	$250 \pm 50$		257	
$^{96}\text{Mo}$	9.157	$2^+, 3^+$	$100 \pm 40$		98	
$^{98}\text{Mo}$	8.642	$2^+, 3^+$	$120 \pm 60$		188	
$^{100}\text{Ru}$	9.671	$2^+, 3^+$	200		77	
$^{102}\text{Ru}$	9.216	$2^+, 3^+$	$15 \pm 4$		94	
$^{106}\text{Pd}$	9.548	$2^+, 3^+$	$11.1 \pm 1.7$		81	
$^{112}\text{Cd}$	9.400	$0^+, 1^+$	$34 \pm 6$		127	
$^{114}\text{Cd}$	9.048	$0^+, 1^+$	$27 \pm 3$		210	
$^{116}\text{Sn}$	9.563	$0^+, 1^+$	$50 \pm 20$		330	
$^{118}\text{Sn}$	9.331	$0^+, 1^+$	$65 \pm 15$		228	
$^{120}\text{Sn}$	9.110	$0^+, 1^+$	$62 \pm 12$		146	
$^{124}\text{Te}$	9.408	$0^+, 1^+$	$33 \pm 9$		19.6	
$^{126}\text{Te}$	9.092	$0^+, 1^+$	$46 \pm 11$		34	
$^{132}\text{Xe}$	8.932	$1^+, 2^+$	$31 \pm 1$		20	
$^{136}\text{Xe}$	7.880	$1^+, 2^+$	500		63	
$^{136}\text{Ba}$	9.230	$1^+, 2^+$	$35 \pm 9$		20	
$^{138}\text{Ba}$	8.540	$1^+, 2^+$	$450 \pm 250$		314	

1	2	3	4	5
$^{144}\text{Nd}$	7.830	$3^-, 4^-$	$19 \pm 9$	137
$^{146}\text{Nd}$	7.561	$3^-, 4^-$	$25 \pm 9$	208
$^{148}\text{Sm}$	8.142	$3^-, 4^-$	$7.9 \pm 1.3$	106
$^{196}\text{Pt}$	7.929	$0^-, 1^-$	$19.3 \pm 3.6$	39
$^{200}\text{Hg}$	8.027	$0^-, 1^-$	$84 \pm 18$	19.5
$^{202}\text{Hg}$	7.760	$1^-, 2^-$	$110 \pm 20$	25

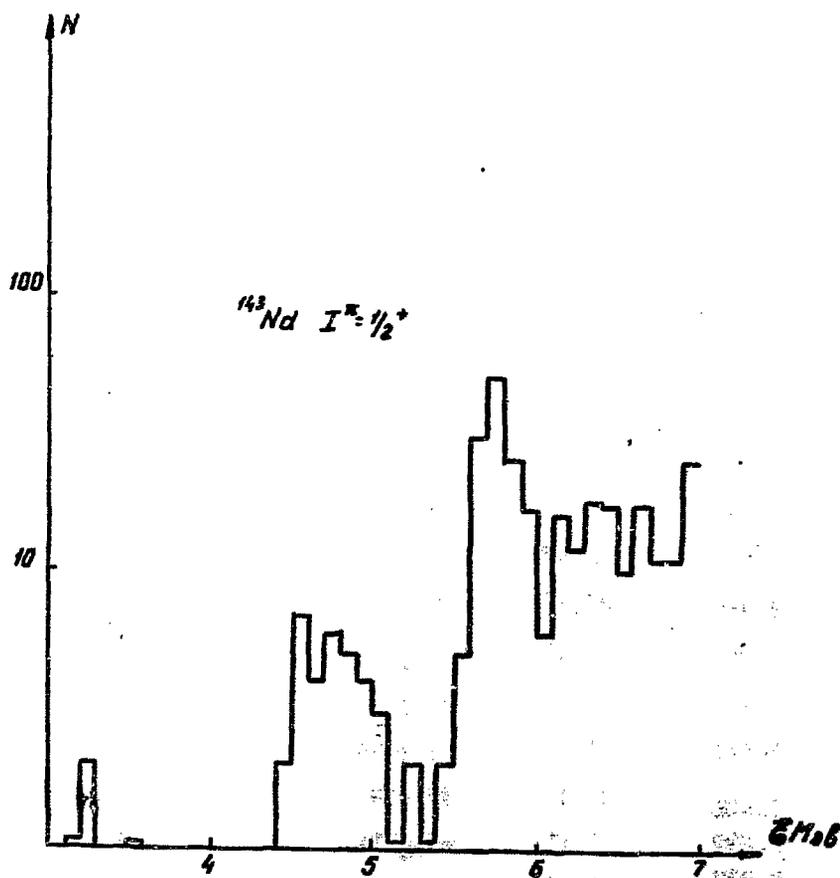


Рис. 1. Гистограмма числа состояний  $N$  на интервале 100 кэв с  $I^{\pi} = 1/2^+$  для  $^{143}\text{Nd}$  в зависимости от энергии возбуждения  $E$ .

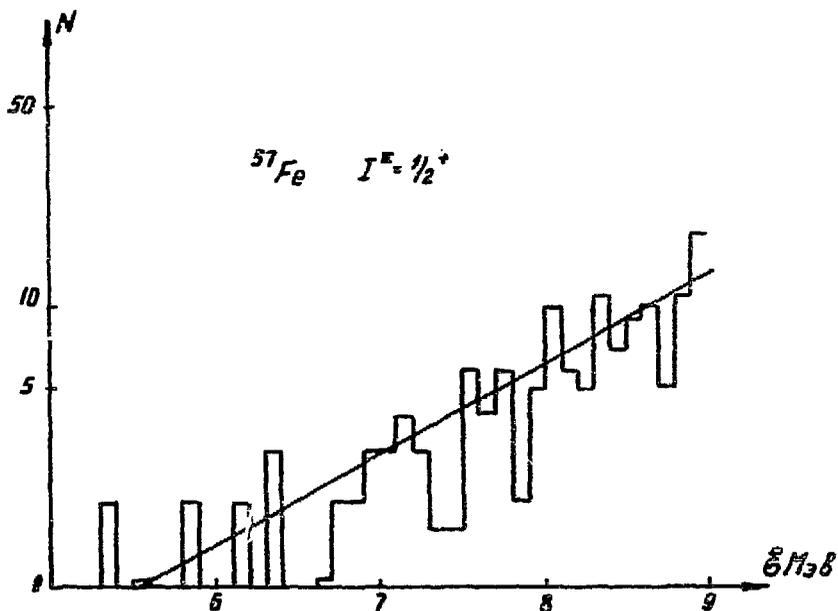


Рис. 2. Гистограмма числа состояний  $N$  с  $I^{\pi} = 1/2^{+}$  на интервале 100 кэВ для  $^{57}\text{Fe}$  в зависимости от энергии возбуждения  $E$ . Прямая - расчет по статистической модели.

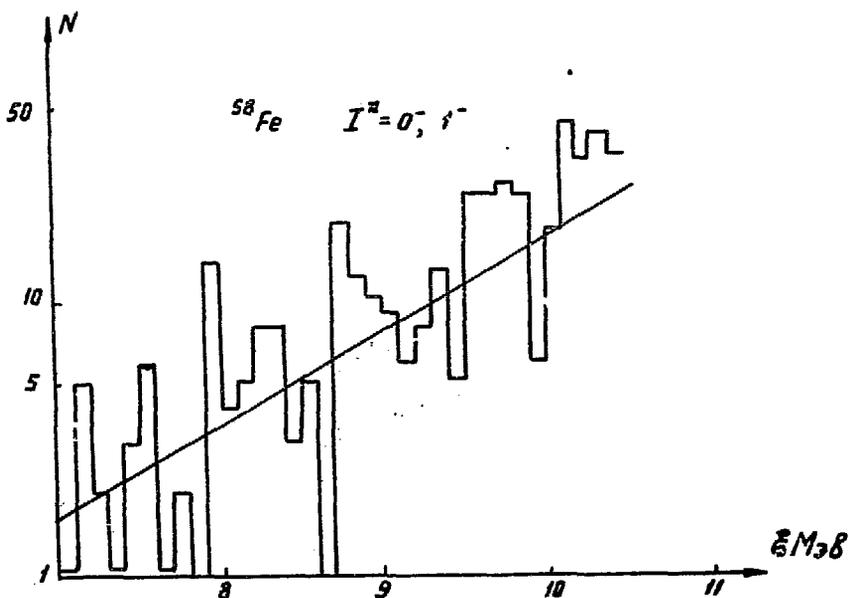


Рис. 3. Гистограмма суммарного числа состояний  $N$  с  $I^\pi = 0^-, 1^-$  на интервале 100 кэв для  $^{58}\text{Fe}$  в зависимости от энергии возбуждения  $E$ . Прямая - расчет по статистической модели.

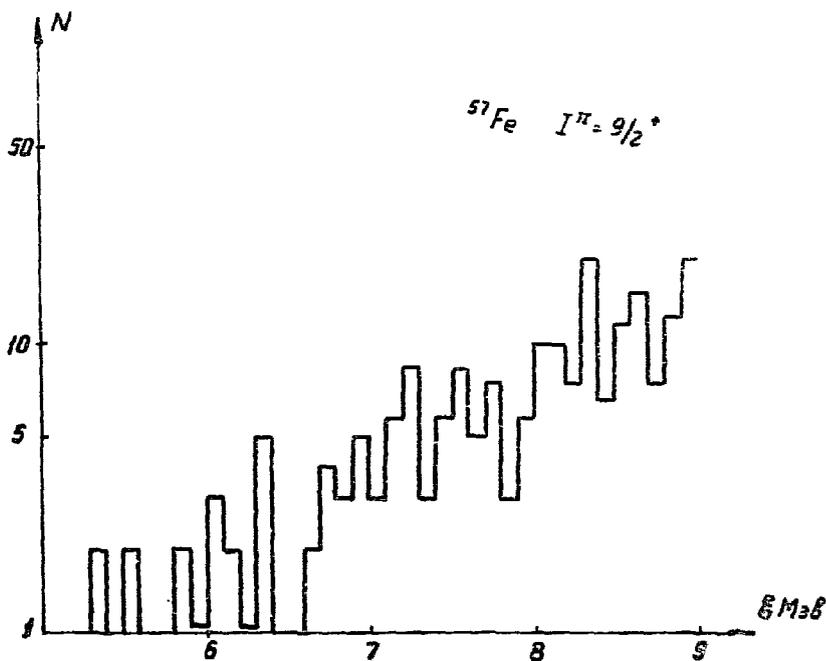


Рис. 4. Гистограмма числа состояний  $N$  с  $I^{\pi} = 9/2^{+}$  на интервале 100 кэв для  $^{57}\text{Fe}$  в зависимости от энергии возбуждения  $E$ .

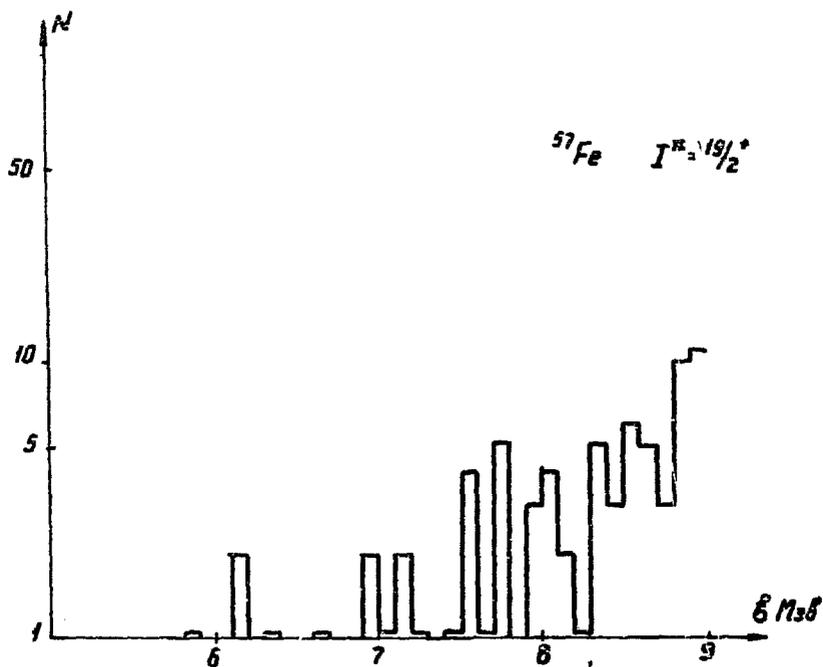


Рис. 5. Гистограмма числа состояний  $N$  с  $I^{\pi} = 19/2^{+}$  на интервале 100 кэв в зависимости от энергии возбуждения  $E$  для ядра  $^{57}\text{Fe}$ .

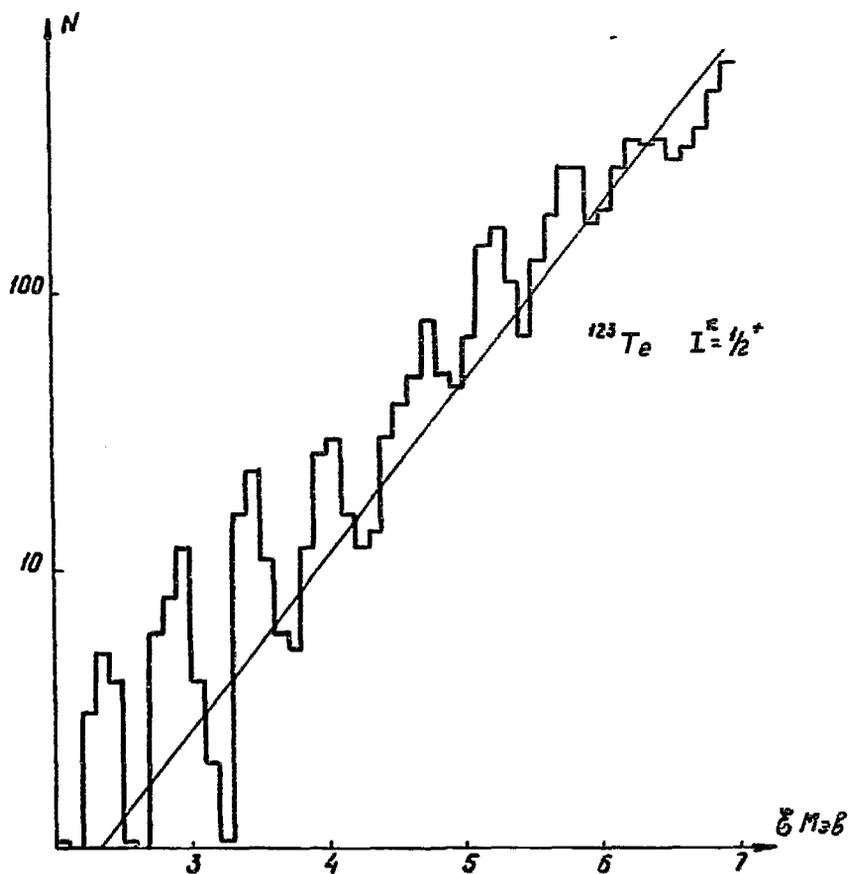


Рис. 6. Гистограмма числа состояний  $N$  с  $I^\pi = 1/2^+$  на интервале 100 кэВ для  $^{123}\text{Te}$  в зависимости от энергии возбуждения. Прямая линия - расчет по статистической модели.

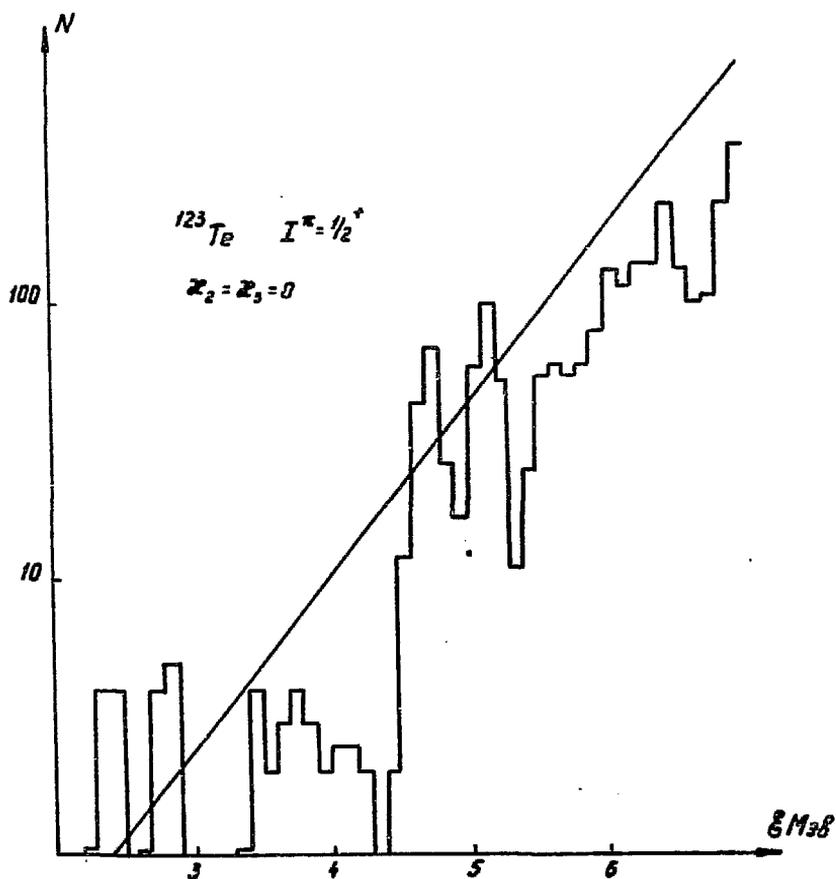


Рис. 7. Гистограмма числа состояний  $N$  с  $I^{\pi} = 1/2^{+}$  на интервале 100 кэв в ядре  $^{123}\text{Te}$  при  $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$ . Прямая-расчет по статистической модели.

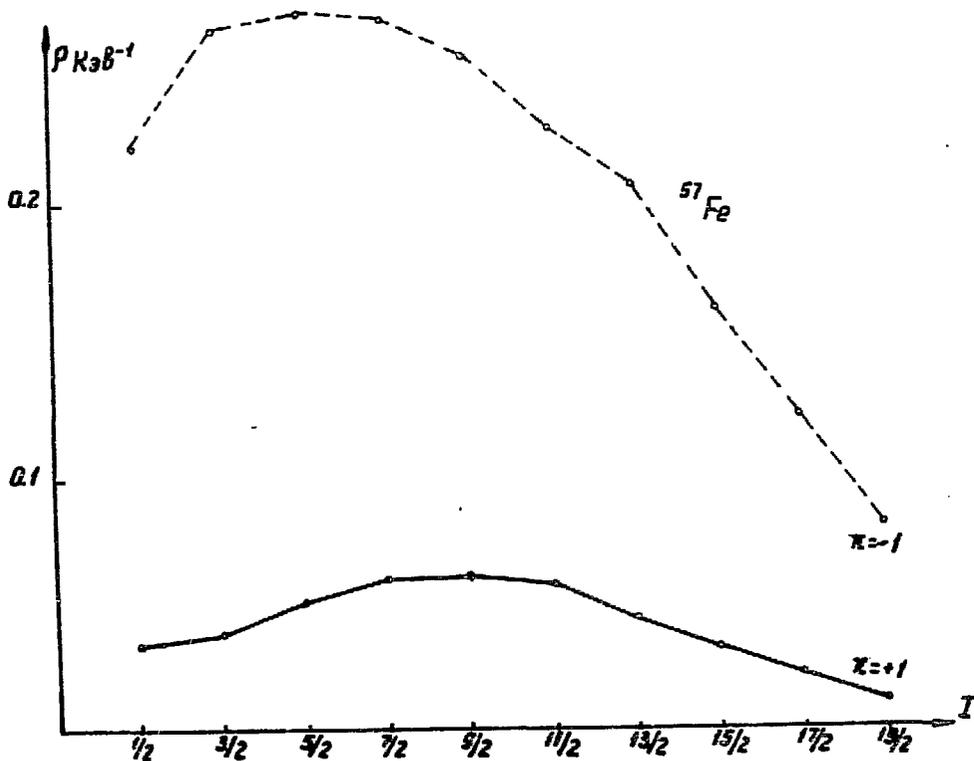


Рис. 8. Зависимость плотности состояний  $\rho$  при  $\epsilon = B_n$  от спина  $I$  в ядре  $^{57}\text{Fe}$ . Сплошная линия - состояния положительной четности, пунктирная отрицательной четности.

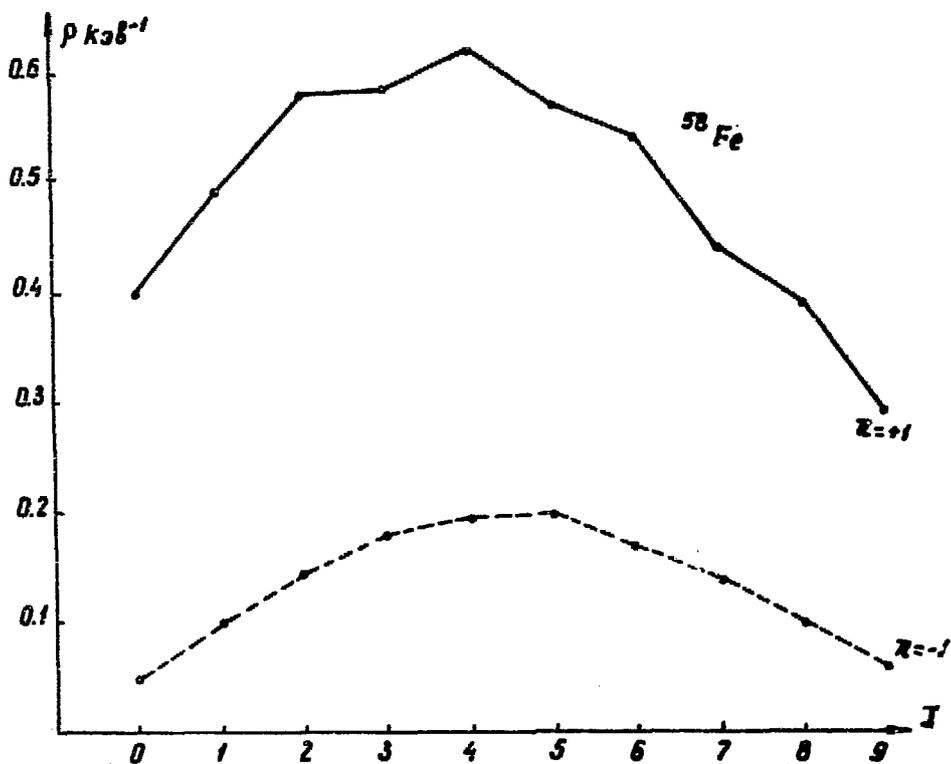


Рис. 9. Зависимость плотности состояний  $\rho$  при  $E = B_n$  от спина  $I$  в ядре  $^{58}\text{Fe}$ . Сплошная линия - результат для состояний положительной четности, пунктирная - результат для состояний отрицательной четности.

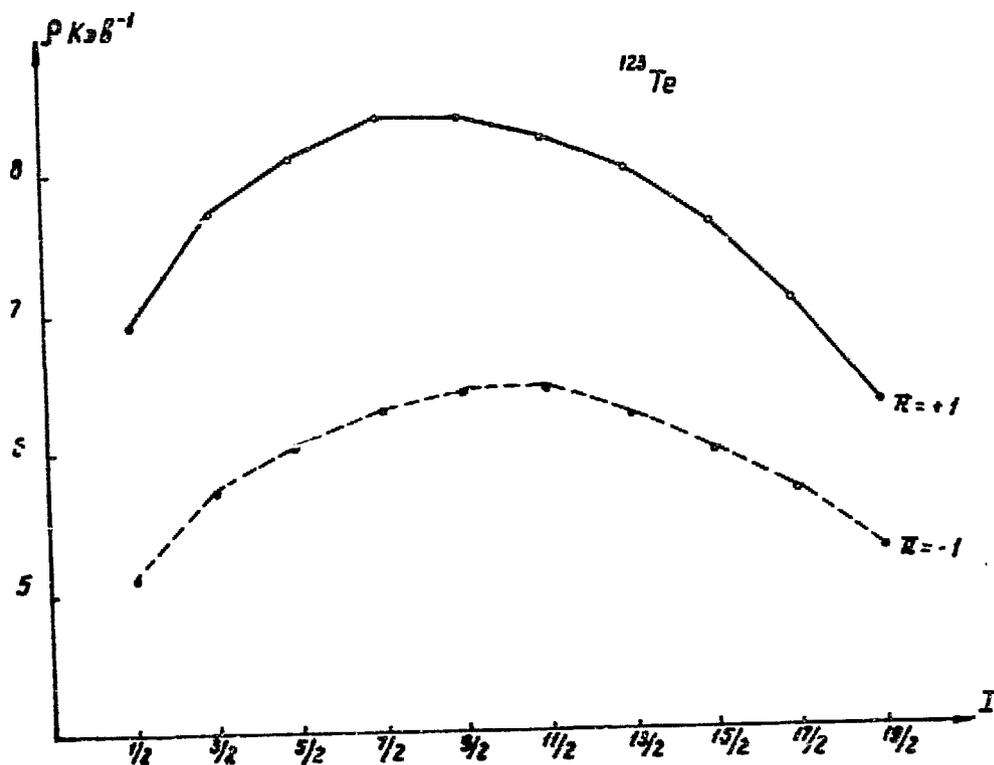


Рис. 10. Зависимость плотности состояний  $\rho$  при  $E = B_n$  от спина  $I$  в ядре  $^{123}\text{Te}$ . Сплошная линия - результат для состояний положительной четности, пунктирная - результат для состояний отрицательной четности.

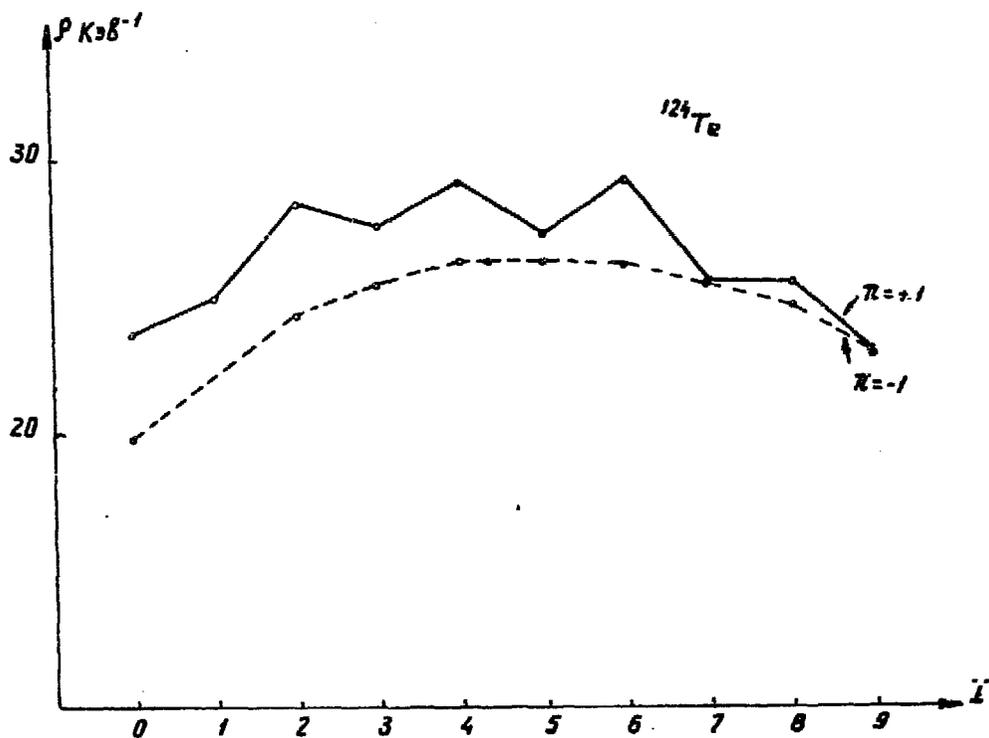


Рис. II. Зависимость плотности возбужденных состояний  $\rho$  от спина  $I$  при  $\varepsilon = \varepsilon_n$  для ядра  $^{124}\text{Te}$ . Сплошная линия - результат для состояний положительной четности, пунктирная - результат для состояний отрицательной четности.

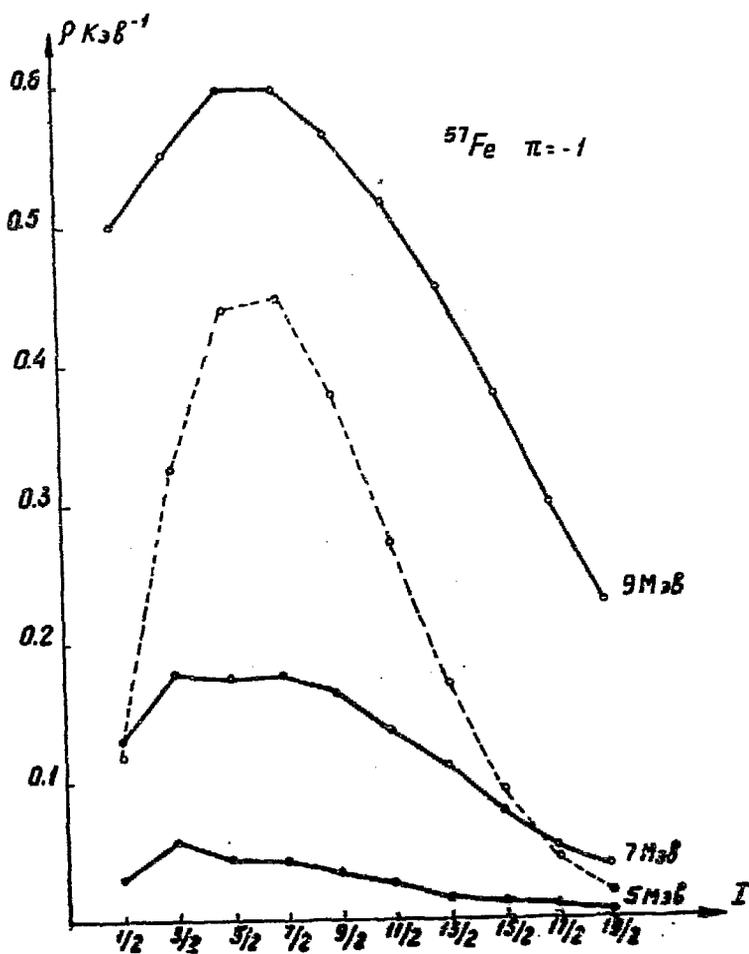


Рис. 12. Зависимость плотности  $\rho$  возбужденных состояний с отрицательной четностью от спина  $I$  при  $E = 5, 7, 9$  Мэв в ядре  $^{57}\text{Fe}$ . Пунктирной линией изображен результат расчета аналогичной кривой по статистической модели при  $E = 7$  Мэв.

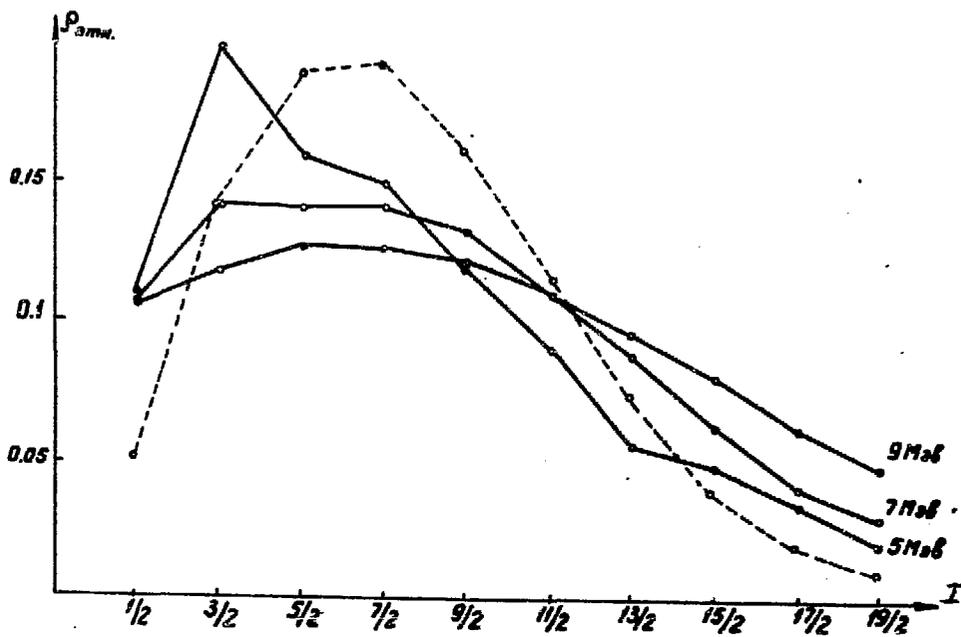


Рис. 13. Кривая  $P_{амп}(I) = \frac{P(I^-)}{\sum_I P(I^-)}$  при разных энергиях

возбуждения:  $E = 5, 7, 9$  Мэв для ядра  $^{57}\text{Fe}$ . Пунктир-  
ная линия - результат расчета аналогичной кривой  
при  $E = 7$  Мэв по статистической модели.