ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р4 - 7374

А.И.Вдовин, Г.Кырчев, Ч.Стоянов

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХКВАЗИЧАСТИЧНЫХ И ФОНОННЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ АТОМНЫХ ЯДРАХ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Р4 - 7374

А.И.Вдовин, Г.Кырчев, Ч.Стоянов

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХКВАЗИЧАСТИЧНЫХ И ФОНОННЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ АТОМНЫХ ЯДРАХ

Направлено в ТМФ

Как известно, для описания самых низких возбужденных состояний четно-четных атомных ядер достаточно учитывать небольшое число степеней свободы ядра. Это утверждение становится, однако, несправедливым для состояний, энергия возбуждения которых превышает величиину удвоеиной энергетической щели /2C/. Их структура уже не так проста и быстро усложняется по мере возрастания энергии возбуждения /1/. Одной из причин такого усложнения структуры состояний является взаимодействие двухквазичастичных и колебательных возбуждений.

В некоторых ядрах связь этих двух различных типов движения начинает проявляться уже в свойствах состояний, энергия которых равна 1,5 - 2,5 *Мэв*. Так, в обзоре /2/, где тщательно проанализирован экспериментальный материал о спектрах возбуждений в ядрах с $Z < 50$, неоднократно указывается на двойственность свойств многих уровней в *Cd* и *Sn*, на существование в их структуре примесей как коллективных, так и двухквазичастичных компонент. Значительное количество 4^+, 2^+, 0^+ состояний в области энергий возбуждения $1{,}5 \div 2{,}5$ *Мэв*, ряд экспериментальных данных по β-распаду /2,3/ /в *Sn, Cd* / также не может быть понят в рамках только вибрационной или только двухквазичастичной картины спектра этих ядер. В деформированных четно-четных ядрах мы, пожалуй, не найдем столь однозначных указаний на взаимодействие колебательных и неколлективных ветвей возбуждений. Сейчас здесь есть лишь первые данные о существовании двухфононных состояний /4/. Однако энергия таких состояний близка к энергии двухквазичастичных возбуждений, из чего можно предположить, что вышеуказанное взаимодействие будет важным и в этом случае.

Существует также и ряд теоретических работ, где изучалось влияние взаимодействия коллективных и неколлективных возбуждений на свойства уровней четно-четных ядер. К ним относятся, например, работы Алаги и его сотрудников [5]. Они используют феноменологическую модель. Более последовательное описание интересующих нас эффектов может быть получено в полумикроскопическом подходе. Впервые это было сделано Соловьевым при изучении деформированных четно-четных ядер [6,7]. Затем в работах [8,9] аналогичное исследование было проведено для некоторых сферических ядер.

Необходимо, однако, несколько уточнить вид волновой функции, которая использовалась в работах [6,8]. Это связано с существованием в некоторых ядрах двухквазичастичных состояний с одинаковыми J^π /или K^π/, энергии которых близки. Взаимодействие квазичастиц с фононами будет приводить к смешиванию таких состояний. Смешивание может оказаться в ряде случаев важным как для правильного описания структуры волновой функции, так и для описания энергий двухфононного триплета /или квинтета/.

Мы будем использовать гамильтониан, включающий, помимо среднего поля, остаточное взаимодействие, приводящее к парным корреляциям сверхпроводящего типа, а также квадруполь-квадрупольное и октуполь-октупольное остаточные взаимодействия. Такой гамильтониан при соответствующем выборе параметров взаимодействий обеспечивает в первом приближении хорошее описание двухквазичастичных и однофононных состояний.

Вид этого гамильтониана, если его записать через операторы рождения и уничтожения квазичастиц (a^+, a) и фононов (Q^+, Q), следующий:

а/ для сферических ядер

$$H = \sum_j \epsilon_j B(j) - \frac{1}{2\sqrt{2}} \sum_{\lambda,i,i'} \frac{2\lambda+1}{\kappa_\lambda} \cdot \frac{1}{\sqrt{Y(\lambda i)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{Y(\lambda i')}} \times \qquad /1a/$$

$$\times (Q^+_{\lambda-\mu i'} + (-)^{\lambda-\mu} Q_{\lambda\mu i'})(Q^+_{\lambda\mu i}(-1)^{\lambda-\mu} + Q_{\lambda-\mu i}) -$$

$$- \frac{1}{2\sqrt{2}} \sum_{j_1 j_2 \lambda i} \Gamma(j_1 j_2 \lambda i)\{(Q^+_{\lambda\mu i}(-1)^{\lambda-\mu} +$$

$$+ Q_{\lambda-\mu i})B(j_1 j_2 \lambda-\mu) + h.c.\}$$

б/ для деформированных ядер

$$H = \sum_q \epsilon_q B(q) - \frac{1}{4} \sum_{\bar g i i'} \frac{1}{2\kappa_\lambda} \cdot \frac{1}{\sqrt{Y(\bar g i)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{Y(\bar g i')}} \times$$

$$\times (Q^+_{\bar g i} + Q_{\bar g i})(Q_{\bar g i'} + Q^+_{\bar g i'}) - \qquad /1б/$$

$$- \frac{1}{4} \sum_{gqq'} \{(Q^+_g + Q_g)[\Gamma(q,q',g)B(qq') + \bar\Gamma(qq'g)\bar B(qq')] + h.c.\}.$$

Здесь мы следуем, в основном, обозначениям, принятым в [10]. Укажем только, что j и q - это квантовые числа уровней среднего поля в сферическом и деформированном базисах соответственно; $g \equiv \lambda\mu i$, и $\bar g \equiv \lambda\mu$ - квантовые числа фонона в деформированном ядре. Кроме того,

$$\Gamma(j_1 j_2 \lambda i) = \frac{f^{\lambda}_{j_1 j_2} \, v_{j_1 j_2}}{\sqrt{Y(\lambda i)}}, \quad \Gamma(qq'g) = \frac{f^{\lambda\mu}_{qq'} \, v_{qq'}}{\sqrt{Y(g)}},$$

$$\bar\Gamma(qq'g) = \frac{\bar f^{\lambda\mu}_{qq'} \, v_{qq'}}{\sqrt{Y(g)}}, \quad B(j) = B(jj00)\times(2j+1)^{1/2}$$

$$B(q) = B(qq).$$

В этих формулах, так же как и в /10/, $f^{\lambda\mu}_{-1'}$, $f^{\lambda}_{i_1 i_2}$ - это матричные элементы мультипольного оператора в деформированном и сферическом базисах соответственно, $v_{j_1 j_2}$, $v_{qq'}$ - известные комбинации u, v - коэффициентов преобразования Боголюбова.

В гамильтонианах /1а/, /1б/ $\lambda = 2,3$. Мы не включили сюда члены, необходимые при описании 0^+-возбуждений, т.к. они нас в дальнейшем интересовать не будут.

При описании состояний промежуточной энергии возбуждения надо использовать, как правило, весьма сложную волновую функцию /1/, которая содержит большое число многофононных и многоквазичастичных компонент. Расчет структуры такой волновой функции энергии состояния, которое она описывает, - непростая задача. Однако при интересующих нас энергиях возбуждения в волновой функции достаточно сохранить компоненты типа a^+a^+, Q^+, Q^+Q^+ и $a^+a^+Q^+$. Уже вклад компонент последнего сорта будет мал, как это показано в /8,10/, а вклад четырехквазичастичных компонент - и вовсе несущественным. Заметим, что при описании 2^+ и 3^- состояний /в деформированных ядрах 2^+, 3^-, 2^-, 1^-, 0^- состояний/, мы можем пользоваться языком только фононных возбуждений.

Таким образом, при изучении 2^+ и 3^- состояний сферических ядер /2^+, 3^-, 2^-, 1^-, 0^- деформированных/ мы будем использовать волновую функцию следующего вида:

а/ в сферических ядрах

$$\Psi(JM) = \{ \sum_i C_i Q^+_{JMi} + \sum \Delta^{\lambda_2 i_2}_{\lambda_1 i_1}(J) \langle\lambda_1\mu_1\lambda_2\mu_2|JM\rangle \times$$

$$\times Q^+_{\lambda_1\mu_1 i_1} Q^+_{\lambda_2\mu_2 i_2}\} \times |0\rangle_{ph}. \qquad /2а/$$

б/ в деформированных ядрах

$$\Psi(K^\pi) = \{ \sum_i C_i Q^+_{\bar{g}_0 i} + \sum_{g_1 g_2} \Delta^{g_2}_{g_1}(\bar{g}_0) Q^+_{g_1} Q^+_{g_2}\} |0\rangle_{ph}, \qquad /2б/$$

где $|0\rangle_{ph}$ - фононный вакуум, а суммирование по i_1, i_2 включено просто ради удобства, вклад компонент с $i_1, i_2 > 1$ будет, как уже говорилось, мал.

Нормировка волновых функций:

$$\sum_i C_i^2 + 2\sum [\Delta^{\lambda_2 i_2}_{\lambda_1 i_1}(J)]^2 = 1 \qquad /3а/$$

$$\sum_i C_i^2 + 2\sum [\Delta^{g_2}_{g_1}(\bar{g}_0)]^2 = 1. \qquad /3б/$$

Из требования минимизации среднего значения гамильтониана /1а/ по состоянию /2а/ при выполнении дополнительного условия на коэффициенты волновой функции /3а/ мы получим систему уравнений на C_i, Δ и энергию состояния η_J /для деформированных ядер аналогично/. Условие разрешимости этой системы для C_i и Δ записывается в виде уравнения относительно одного неизвестного - энергии состояния η_J,

$$\det \| (\omega_{\bar{g}i} - \eta_g)\delta_{ii'} - K(ii') \| = 0, \qquad /4/$$

где $\omega_{\bar{g}i}$ - энергия фонона $Q^+_{\bar{g}i}$; в сферическом ядре под $\bar{g}$ надо понимать только момент фонона J;

Величина $K(ii')$ выглядит следующим образом:

а/ для сферического ядра

$$K(ii') = \frac{1}{2} \sum_{\substack{\lambda_2 i_2 \\ \lambda_1 i_1}} \frac{U^{\lambda_2 i_2}_{\lambda_1 i_1}(Ji) U^{\lambda_2 i_2}_{\lambda_1 i_1}(Ji')}{\omega_{\lambda_1 i_1} + \omega_{\lambda_2 i_2} - \eta_J} \qquad /5а/$$

$$U^{\lambda_2 i_2}_{\lambda_1 i_1}(Ji) = \frac{1}{\sqrt{2}} [(2\lambda_1 + 1)(2\lambda_2 + 1)]^{1/2} (-)^{\lambda_1 + \lambda_2 + J} \times$$

$$\times \sum_{j_1 j_2 j_3} [\Gamma(j_1 j_2 J i) \left\{ \begin{matrix} \lambda_1 & \lambda_2 & J \\ j_2 & j_1 & j_3 \end{matrix} \right\} (\Psi^{\lambda_1 i_1}_{j_3 j_1} \Phi^{\lambda_2 i_2}_{j_2 j_3} +$$

$$+ \Psi^{\lambda_2 i_2}_{j_2 j_3} \Phi^{\lambda_1 i_1}_{j_3 j_1}) + \Gamma(j_1 j_2 \lambda_1 i_1) \left\{ \begin{matrix} \lambda_1 & \lambda_2 & J \\ j_3 & j_2 & j_1 \end{matrix} \right\} (\Psi^{\lambda_2 i_2}_{j_3 j_1} \Psi^{J i}_{j_2 j_3} +$$

$$+ \Phi^{\lambda_2 i_2}_{j_3 j_1} \Phi^{J i}_{j_2 j_3}) + \Gamma(j_1 j_2 \lambda_2 i_2) \left\{ \begin{matrix} \lambda_1 & \lambda_2 & J \\ j_1 & j_3 & j_2 \end{matrix} \right\} \times$$

$$\times (\Psi^{\lambda_1 i_1}_{j_2 j_3} \Psi^{J i}_{j_3 j_1} + \Phi^{\lambda_1 i_1}_{j_2 j_3} \Phi^{J i}_{j_3 j_1})]. \qquad /6а/$$

б/ для деформированного ядра

$$K(ii') = \frac{1}{2} \sum_{g_1 g_2} \frac{U^{g_2}_{g_1}(\bar{g}_0 i) U^{g_2}_{g_1}(\bar{g}_0 i')}{\omega_{g_1} + \omega_{g_2} - \eta} \qquad /5б/$$

$$U^{g_2}_{g_1}(\bar{g}_0 i) = \sum_{qq'\nu} \Gamma(qq'g_0)(\Psi^{g_2}_{q\nu'} \Phi^{g_1}_{\nu q'} +$$

$$+ \Phi^{g_2}_{q\nu} \Psi^{g_1}_{\nu q} - \bar{\Psi}^{g_2}_{q\nu} \bar{\Phi}^{g_1}_{\nu q'} - \bar{\Phi}^{g_2}_{q'\nu} \bar{\Psi}^{g_1}_{\nu q}) +$$

$$+ \Gamma(qq'\bar{g}_0)(\Phi^{g_2}_{q\nu} \bar{\Psi}^{g_1}_{\nu q'} + \bar{\Phi}^{g_2}_{q\nu} \Psi^{g_1}_{\nu q'} - \Psi^{g_2}_{q'\nu} \bar{\Phi}^{g_1}_{\nu q} - \bar{\Psi}^{g_2}_{q'\nu} \Phi^{g_1}_{\nu q}) +$$

$$+ \Gamma(qq'g_2)(\Psi^{g_1}_{\nu q'} \Psi^{g_0}_{q\nu} + \Phi^{g_1}_{\nu q'} \Phi^{g_0}_{q\nu} - \bar{\Phi}^{g_1}_{\nu q'} \bar{\Phi}^{g_0}_{q\nu} -$$

$$- \bar{\Psi}^{g_1}_{\nu q'} \bar{\Psi}^{g_0}_{q\nu}) + (g_1 \rightleftarrows g_2) + \Gamma(qq'g_2)(\Psi^{g_1}_{\nu q'} \Psi^{g_2}_{q\nu} +$$

$$+ \Phi^{g_1}_{q'\nu} \bar{\Phi}^{g_0}_{q\nu} - \bar{\Phi}^{g_1}_{q'\nu} \Psi^{g_0}_{q\nu} - \bar{\Phi}^{g_1}_{q'\nu} \Phi^{g_0}_{q\nu}) + (g_1 \rightleftarrows g_2).$$

Здесь и далее, если индекс j встречается в обозначениях $6j$ -символов $\left\{ \begin{matrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 \\ j_1 & j_2 & j_3 \end{matrix} \right\}$ или коэффициентов Клебша-Гордона $\langle j_1 m_1 j_2 m_2 | \lambda\mu \rangle$, он обозначает полный угловой момент того одночастичного состояния, все квантовые числа которого ранее были обозначены j. Встречающееся в формуле /6б/ обозначение $(g_1 \rightleftarrows g_2)$ подразумевает идущие перед ним в формуле слагаемые с переставленными индексами g_1 и g_2. Величины Ψ, Φ и $\bar{\Psi}, \bar{\Phi}$ - амплитуды двухквазичастичных состояний, входящих в волновую функцию фонона; их вид можно найти в работе /10/.

Выпишем выражения для C_i и $\Delta^{g_2}_{g_1}(g_0)$ через U и K:

$$\Delta^{g_2}_{g_1}(\bar{g}_0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\omega_{g_1} + \omega_{g_2} - \eta_{\bar{g}_0}} \sum_i C\, U^{g_2}_{g_1}(\bar{g}_0 i) \qquad /7/$$

$$C_i = \frac{M^{ii}}{[\sum_s (M^{ss})^2 + \frac{1}{2} \sum_{ss'} \frac{dK_{ss'}}{d\eta} M^{ss} M^{s's'}]^{1/2}} \cdot \qquad /8/$$

M^{ss}- соответствующий минор матрицы в уравнении /4/.

Описание состояний, моменты и четности которых отличны от 2^+ и 3^- / 2^+, 3^-, 2^-, 1^-, 0^-/, проводится тем же самым способом. Но так как мы не имеем однофононных состояний с $J^\pi \neq 2^+, 3^-$ / $K^\pi \neq 2^+$, $3^-, 2^-, 1^-, 0^-$/, то вид волновой функции будет другим:

$$\Psi(JM) = \{ \sum_{j_1 j_2} C(j_1 j_2) A^+(j_1 j_2 JM) + \sum D^{\lambda_2 i_2}_{j_1 j_2 \lambda_1}(J) \times$$

$$\times \quad \langle\lambda_1\mu_1\lambda_2\mu_2|JM\rangle\, Q^+_{\lambda_2\mu_2 i_2}\, A^+(j_1 j_2 \lambda_1 \mu_1) + \qquad /9а/$$

$$+ \Sigma\, \Delta^{\lambda_2 i_2}_{\lambda_1 i_1}(J) \langle \lambda_1\mu_1\lambda_2\mu_2|JM\rangle\, Q^+_{\lambda_1\mu_1 i_1} Q^+_{\lambda_2\mu_2 i_2} \}|0\rangle_{ph}\, |0\rangle_{qp}$$

Это в сферических ядрах. В деформированных же ядрах

$$\Psi(K^\pi) = \{ \frac{1}{\sqrt{2}} \Sigma\, C(\rho_1\rho_2)\theta_{\sigma_1\sigma_2}\, a^+_{\rho_1\sigma_1}\, a^+_{\rho_2\sigma_2} +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2}} \Sigma\, \theta_{\sigma_1\sigma_2}\, D^g_{q_1\sigma_1 q_2\sigma_2}\, a^+_{q_1\sigma_1} a^+_{q_2\sigma_2} Q^+_g + \qquad /9б/$$

$$+ \Sigma\, \Lambda^{g_2}_{g_1}(g_0)\, Q^+_{g_1} Q^+_{g_2} \}|0\rangle_{ph}\, |0\rangle_{qp}$$

$|0\rangle_{qp}$ обозначает в формулах /9а, 9б/ квазичастичный вакуум; σ - знак проекции момента квазичастицы на ось симметрии деформированного ядра

$$A^+(j_1 j_2 \lambda\mu) = \sum_{m_1 m_2} \langle j_1 m_1 j_2 m_2|\lambda\mu\rangle\, a^+_{j_1 m_1}\, a^+_{j_2 m_2}$$

$$\theta_{\sigma_1\sigma_2} = \begin{cases} \delta_{\sigma_1\sigma_2}, & \text{если } K = K_{\rho_1} + K_{\rho_2} \\ -\sigma_1 \cdot \delta_{\sigma_1 - \sigma_2} & \text{если } K = |K_{\rho_1} - K_{\rho_2}| . \end{cases}$$

Заметим, что в $A^+(j_1 j_2 \lambda\mu)\ \lambda \neq 2,3$, т.к. 2^+ и 3^- состояния входят как однофононные $Q^+_{2\mu i}$, $Q^+_{3\mu i}$. Уравнения для коэффициентов в /9а,б/ можно получить, повторив процедуру, описанную для 2 и 3 состояний. Можно поступить иначе и получить нужные уравнения прямо из /4/, использовав предельный переход $Q^+ \to a^+ a^+$, как это проделано в /7/. Этот переход от $Q^+_{\lambda\mu i} \to A^+(j_1 j_2 \lambda\mu)$ эквивалентен замене во всех формулах $\Phi^{\lambda i}_{s_1 s_2} = 0$, $\Psi^{\lambda i}_{s_1 s_2} = \delta_{s_1 j_1}\delta_{s_2 j_2} + (-)^{j_1 - j_2 + J}\delta_{s_1 j_2}\delta_{s_2 j_1}$, $\omega_{\lambda i} = \epsilon_{j_1} + \epsilon_{j_2}$. При этом для

секулярного уравнения и входящих в него коэффициентов получаются следующие выражения:

$$\det \| (\epsilon_{j_1} + \epsilon_{j_2} - \eta_J)\delta_{j_1 j_1'}\, \delta_{j_2 j_2'} - K\begin{pmatrix} j_1 j_2 \\ j_1' j_2' \end{pmatrix} \| = 0 \qquad /10/$$

$$K\begin{pmatrix} j_1 j_2 \\ j_1' j_2' \end{pmatrix} = \frac{1}{2(1+\delta_{j_1 j_1'}\,\delta_{j_2 j_2'})} \Big[\sum_{s_1 s_2} \frac{U^{\lambda_2 i_2}_{s_1 s_2 \lambda_1}(j_1 j_2 J)\, U^{\lambda_2 i_2}_{s_1 s_2 \lambda_1}(j_1' j_2' J)}{\epsilon_{s_1} + \epsilon_{s_2} + \omega_{\lambda_2 i_2} - \eta} -$$

$$- \sum_{\substack{\lambda_2 i_2 \\ \lambda_1 i_1}} \frac{U^{\lambda_2 i_2}_{\lambda_1 i_1}(j_1 j_2 J)\, U^{\lambda_2 i_2}_{\lambda_1 i_1}(j_1' j_2' J)}{\omega_{\lambda_1 i_1} + \omega_{\lambda_2 i_2} - \eta} \Big], \qquad /11а/$$

где

$$U^{\lambda_2 i_2}_{\lambda_1 i_1}(j_1 j_2 J) = \frac{1}{\sqrt{2}} [(2\lambda_1 + 1)(2\lambda_2 + 1)]^{1/2}\, (-)^{\lambda_1 + \lambda_2 + J} \times$$

$$\times \sum_s [\Gamma(s j_1 \lambda_1 i_1) \begin{Bmatrix} \lambda_1 \lambda_2 J \\ j_2 j_1 s \end{Bmatrix} \Psi^{\lambda_2 i_2}_{j_2 s} + (-)^{j_1 - j_2 + J} \times \qquad /12а/$$

$$\times \Gamma(s j_2 \lambda_1 i_1) \begin{Bmatrix} \lambda_1 \lambda_2 J \\ j_1 j_2 s \end{Bmatrix} \Psi^{\lambda_2 i_2}_{j_1 s} + \Gamma(j_2 s \lambda_2 i_2) \begin{Bmatrix} \lambda_1 \lambda_2 J \\ j_2 j_1 s \end{Bmatrix} \times$$

$$\times \Psi^{\lambda_1 i_1}_{s j_1} + (-)^{j_1 - j_2 + J}\, \Gamma(j_1 s \lambda_2 i_2) \begin{Bmatrix} \lambda_1 \lambda_2 J \\ j_1 j_2 s \end{Bmatrix} \Psi^{\lambda_1 i_1}_{s j_2}]$$

$$U^{\lambda_2 i_2}_{s_1 s_2 \lambda_1}(j_1 j_2 J) = \frac{1}{\sqrt{2}} [(2\lambda_1 + 1)(2\lambda_2 + 1)]^{1/2}\, (-)^{\lambda_1 + \lambda_2 + J} \times$$

$$[\Gamma(j_2 s_1 \lambda_2 i_2)\begin{Bmatrix}\lambda_1\lambda_2 J\\ j_2 j_1 s\end{Bmatrix}\delta_{j_1 s_2} + (-)^{s_1-s_2+\lambda_1}\times$$

$$\times\Gamma(j_2 s_2\lambda_2 i_2)\begin{Bmatrix}\lambda_1\lambda_2 J\\ j_2 j_1 s_2\end{Bmatrix}\delta_{j_1 s_1} + (-)^{j_1-j_2+J}\times$$

$$\times\Gamma(j_1 s_1\lambda_2 i_2)\begin{Bmatrix}\lambda_1\lambda_2 J\\ j_1 j_2 s_1\end{Bmatrix}\delta_{s_2 j_2} + (-)^{j_1-j_2+J+s_1-s_2+\lambda_1}\times$$

$$\times\Gamma(j_1 s_2\lambda_2 i_2)\begin{Bmatrix}\lambda_1\lambda_2 J\\ j_1 j_2 s\end{Bmatrix}\delta_{j_2 s_1}]$$

$$K\begin{pmatrix}\rho_1\rho_2\\ \rho_1'\rho_2'\end{pmatrix} = \frac{1}{2}\sum_{g_1 g_2}\frac{U^{g_2}_{g_1}(\rho_1\rho_2)U^{g_2}_{g_1}(\rho_1'\rho_2')}{\omega_{g_1}+\omega_{g_2}-\eta} +$$

$$+\frac{1}{8}\sum_{g q_1 q_2}\frac{U^{g\pm}_{q_1 q_2}(\rho_1\rho_2)U^{g\pm}_{q_1 q_2}(\rho_1'\rho_2')}{\epsilon_{q_1}+\epsilon_{q_2}+\omega_g-\eta} \qquad /11б/$$

$$U^{g_2}_{g_1}(\rho_1\rho_2) = \frac{1}{2}\sum_q [\Gamma(\rho_1 q g_2)(\Psi^{g_1}_{q\rho_2}+\bar\Psi^{g_1}_{q\rho_2}) +$$

$$+\bar\Gamma(\rho_1 q g_2)(\Psi^{g_1}_{q\rho_2}-\bar\Psi^{g_1}_{q\rho_2}) + \Gamma(\rho_2 q g_2)(\Psi^{g_1}_{q\rho_1}-\bar\Psi^{g_1}_{q\rho_1}) -$$

$$-\Gamma(q\rho_1 g_2)(\Psi^{g_1}_{q\rho_1}+\bar\Psi^{g_1}_{q\rho_1})] + (g_1 \rightleftarrows g_2) \qquad /12б/$$

$$U^{g\pm}_{q_1 q_2}(\rho_1\rho_2) = \Gamma(\rho_1 q_1 g)\delta_{\rho_2 q_2} \mp \Gamma(\rho_1 q_2 g)\delta_{\rho_2 q_1} +$$

$$+\Gamma(\rho_2 q_2 g)\delta_{\rho_1 q_1} \mp \Gamma(\rho_2 q_1 g)\delta_{\rho_1 q_2} +$$

$$+\bar\Gamma(\rho_2 q_1 g)\delta_{\rho_1 q_2} - \bar\Gamma(\rho_1 q_2 g)\delta_{\rho_2 q_1} \pm \qquad /13б/$$

$$\pm\bar\Gamma(\rho_1 q_1 g)\delta_{q_2\rho_2} \quad \bar\Gamma(\rho_2 q_2 g)\delta_{\rho_1 q_1}.$$

Верхний знак $U^{g\pm}$ соответствует случаю $K = K_{\rho_1}+K_{\rho_2}$, нижний - $K = |K_{\rho_1} - K_{\rho_2}|$.

В волновых функциях /9а/ и /9б/ мы учитывали вклад членов $a^+a^+Q^+$, хотя несколько ранее указывали на то, что он мал. Дело в том, что для некоторых J^π или K^π / например, для 3^+-состояний сферических ядер/ в волновой функции будет отсутствовать двухфононный член и тогда окажется необходимым сохранить члены типа $a^+a^+Q^+$, несмотря на их малость. Для состояний /2а/, /2б/ такая ситуация не может иметь места. Коэффициенты C, D, Δ мы выписывать не будем, т.к. они легко получаются из /7/, /8/ при помощи предельного перехода $Q^+ \to a^+a^+$.

Уравнения /4/ и /10/ очень сходны с уравнением, полученным в работе [11] для нечетных деформированных ядер, когда в волновой функции учитывается смешивание различных одноквазичастичных компонент с одинаковыми K^π. Так же как это сделано в работе [12], можно показать, что недиагональные $K(ii')$ много меньше диагональных, и основной вклад дают вблизи полюсов уравнений /4/, /10/. Все полюса этих двух уравнений - первого порядка. Роль недиагональных членов заключается в том, что они обеспечивают правильное распределение силы двухквазичастичного или двухфононного, или какого-либо другого состояния по истинным уровням ядра. Если пренебречь $K(ii')$ при $i \neq i'$ то решение /4/ или /10/ сведется к решению нескольких уравнений типа

$$\omega_{\bar g i} - \eta - K(ii) = 0 \qquad /14/$$

для разных i. При этом появляются лишние состояния, и суммарный вклад, например, двухфононного состояния, в структуру всех решений /14/ для разных i будет больше 1, что заведомо неверно. Конечно, в ряде случаев физическая ситуация такова, что можно ограничиться решением уравнений типа /14/, но это надо делать с осторожностью. Учет недиагональных членов исправляет ситуацию.

Примесь неколлективных состояний приводит к появлению еще одного интересного эффекта. Как известно, при описании двухфононных состояний на языке только коллективных вибраций с учетом в гамильтониане ангармонических членов не выше третьего порядка по числу фононов, получается жестко заданная последовательность уровней в мультиплете. В частности, для квадруполь-квадрупольного триплета $E_{2^+} > E_{4^+} > E_{0^+}$. Это, кстати, легко видеть из уравнения /4/, если в нем ограничиться во всех членах $\lambda=2$ и $i=1$. Тогда $\eta_{2_2^+} > 2\omega_{21}$, а энергия 4_1^+ в двухфононном приближении будет $2\omega_{21}$. Включение же в уравнение /4/ членов с $i>1$ может вызвать появление решения $\eta_{2_2^+} < 2\omega_{21}$. Покажем это на простом примере, когда $i=1,2$. В этом случае секулярное уравнение /4/ можно записать в следующем виде:

$$(\omega_{21}-\eta)(\omega_{22}-\eta) - \frac{1}{2}\sum \frac{[U_\ell^k(1)]^2\cdot(\omega_{22}-\eta)+[U_\ell^k(2)]^2(\omega_{21}-\eta)}{\omega_k+\omega_\ell-\eta}$$

$$+\frac{1}{4}\Big\{\sum_{k,\ell}\frac{[U_\ell^k(1)]^2}{\omega_k+\omega_\ell-\eta}\times\sum_{k,\ell}\frac{[U_\ell^k(2)]^2}{\omega_k+\omega_\ell-\eta} -$$

$$-\Big[\sum_{k,\ell}\frac{U_\ell^k(1)U_\ell^k(2)}{\omega_k+\omega_\ell-\eta}\Big]^2\Big\} = F(\eta) = 0$$

$$k,\ell = \lambda_1 i_1,\ \lambda_2 i_2 \qquad /15/$$

Если ангармонический подход вообще имеет смысл, т.е. ангармоничность не аномально сильная, то должно существовать решение /15/ на интервале $0<\eta<\omega_{21}$, причем $F(\omega_{21})<0$. Это решение интерпретируется как 2^+ состояние. Если теперь $\omega_{22} > 2\omega_{21}$, то достаточным условием существования второго решения /15/ при $\eta < 2\omega_{21}$ будет $\lim\limits_{\eta\to 2\omega_{21}} F(\eta) > 0$. При $\eta \to 2\omega_{21}$

$$F(\eta) \approx -\frac{1}{2}\cdot\frac{[U_1^1(1)]^2(\omega_{22}-\eta)+[U_1^1(2)]^2(\omega_{21}-\eta)}{2\omega_{21}-\eta}.$$

Отсюда видно, что при $[U_1^1(1)]^2(\omega_{22}-2\omega_{21})<[U_1^1(2)]^2\omega_{21}$ второй корень /15/ ниже $2\omega_{21}$ появляется. Если $\omega_{22}<2\omega_{21}$, то всегда существует решение ниже $2\omega_{21}$. Таким образом, мы видим, что в принципе возникает возможность для изменения порядка условий в триплете. Этот результат подтверждается расчетами /13/.

Мы рассмотрели возможность описания взаимодействия фононных и двухквазичастичных возбуждений в четно-четных атомных ядрах. По-видимому, на этом пути возможно получить хорошее описание как энергий состояний, так и целого ряда их свойств, которые связаны с неколлективными примесями в волновых функциях. Ясно, что волновые функции /2а, 2б/ и /9а,б/ будут годиться не во всех ядрах, в случае очень низких энергий 2^+ уровней мы не получим с такими волновыми функциями хороших результатов. Безусловно, необходимы численные расчеты для того, чтобы окончательно прояснить возможности предложенного подхода. Эта работа сейчас ведется, и ее результаты будут опубликованы.

Заканчивая, мы приносим глубокую благодарность В.Г.Соловьеву за постоянное внимание, полезные обсуждения и советы. Мы признательны также Р.В.Джолосу за плодотворные обсуждения.

Литература

1. *В.Г.Соловьев. ЭЧАЯ, 3, 770 /1972/.*
2. *Е.П.Григорьев. ЭЧАЯ 3, 479 /1972/.*

3. *К.Александер. ОИЯИ, Р6-3785, Дубна, 1968.*
4. J.Barrett, M.Barrett, A.Boutard et al. Can.J.Phys., 49, 2462 (1971).
R.A.Meyer. Phys.Rev., 170, 1089 (1968).
R.A.Meyer. Phys.Rev., 174, 1478 (1968).
5. *Г.Алага. Структура ядра. ОИЯИ, Д-6465, Дубна, 1972.*
G.Alaga, V.Paar and V.Lopac. Phys.Lett., 43B, 459 (1973).
6. V.G.Soloviev. Phys.Lett., 21, 320 (1966).
7. V.G.Soloviev. Nuclear Structure Dubna Symp., 1968, p. 101, IAEA, Vienna, 1968.
8. *А.И.Вдовин, Ч.Стоянов. ОИЯИ, Р4-6912, Дубна, 1973.*
9. *В.Е.Митрошин. Тезисы XXIII ежегодного совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Тбилиси, 1973.*
10. *В.Г.Соловьев. Теория сложных ядер. "Наука", М., 1971.*
11. V.G.Soloviev. Phys.Lett., 16, 308 (1965).
12. V.G.Soloviev, P.Vogel. Nucl.Phys., A92, 449 (1967).
13. H.Reinhard and F.Dönau. *XIII Совещание по ядерной спектроскопии и теории ядра. Д6-7094, Дубна, 1973.*

Рукопись поступила в издательский отдел 27 июля 1973 года.