ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 7316

Г.Н.Афанасьев

ЯДРО КАК КВАНТОВЫЙ АНАЛОГ УПРУГОГО ТЕЛА

1973

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Р4 - 7316

Г.Н.Афанасьев

ЯДРО КАК КВАНТОВЫЙ АНАЛОГ УПРУГОГО ТЕЛА

Направлено в ЯФ

1. Хорошо известно, что теория Бора-Моттельсона /Б.М./ является квантовым аналогом модели жидкой капли. Цель настоящей работы состоит в том, чтобы получить квантовую теорию коллективных движений в ядре, беря за основу классическую теорию упругого тела. В предельных случаях получаем теорию Б.М. и абсолютно твердое тело. Раньше аналогичные попытки предпринимались неоднократно /1-5/. Однако эти работы практически остались незамеченными. Причиной этого является громоздкий математический аппарат, используемый в них; отсутствие новых физических выводов по сравнению с теорией Б.М.; наконец, туманные, а иногда и ошибочные утверждения, обязанные недостаточно четким определениям.

Данная работа во многом перекрывается с упомянутыми. Однако мы сделали упор на физические предпосылки и следствия, опуская по возможности математические выкладки.

2. Пусть $x_i^{(s)}(0)$ i-я декартова координата частицы с номером s в начальный момент времени $t = 0$. Мы допускаем только такие движения, для которых координаты положения i-й частицы в момент времени t линейно связаны с начальными координатами посредством коэффициентов $a_{ik}(t)$, зависящих от времени и не зависящих от номера частицы s:

$$x_i^{(s)}(t) = a_{ik}(t)\, x_k^{(s)}(0). \qquad /1.1/$$

Здесь и в дальнейшем в очевидных случаях мы опускаем знак суммирования. Таким образом, вся динамика определяется коэффициентами a_{ik}.

Произвольную /3x3/ матрицу A/составленную из коэффициентов a_{ik} / можно представить в виде:

$$A = R(\phi,\theta,\psi)\cdot\Lambda\cdot R(\phi_1,\theta_1,\psi_1). \qquad /2.1/$$

Здесь R - трехмерная матрица поворота, Λ - диагональная матрица:

$$\Lambda_{ij} = \delta_j\cdot\delta_{ij} \quad .$$

Мы считаем, что в начальный момент времени моменты инерции тела направлены вдоль координатных осей.

$$m\sum x_i^{(s)}(0)\,x_j^{(s)}(0) = \delta_{ij}\cdot I_j\,.$$

Преобразование $R(\phi_1,\theta_1,\psi_1)$разворачивает тело таким образом, что совмещает главные оси деформации с координатными осями. Преобразование Λ растягивает тело в отношениях $(\delta_1:\delta_2:\delta_3)$ вдоль трех взаимно перпендикулярных осей. Наконец, $R(\phi,\theta,\psi)$ приводит к повороту тела как целого.

Ротационная инвариантность означает, что все физические явления в данной системе координат и в системе координат, полученной из данной инфинитезимальным /а, следовательно, и глобальным/ вращением, выглядит одинаково. Поскольку переход к другой системе координат эквивалентен повороту тела как целого /а этот последний осуществляется изменением ϕ,θ,ψ /, то компоненты операторов углового момента должны содержать производные только по ϕ,θ,ψ и их легко выписать из самых общих соображений:

$$L_1 = \frac{\cos\phi}{\sin\theta}\cdot p(\psi) - \sin\phi\cdot p(\theta) - \cos\phi\cdot ctg\theta\cdot p(\phi)\,,$$

$$L_2 = -\frac{\sin\phi}{\sin\theta}\,p(\psi) - \cos\phi\cdot p(\theta) + \sin\phi\cdot ctg\theta\cdot p(\phi)\,,$$

$$L_3 = -p(\phi)\,,$$

где мы положили

$$p(x) = \frac{\partial}{\partial x}\,.$$

Эти операторы можно получить и другим способом, если взять за основу классические операторы углового момента:

$$L_i = m\cdot\epsilon_{ijk}\quad x_j^{(s)}\dot{x}_k^{(s)}\ .$$

/точка означает производную по времени/. Далее параметризуем a_{ij} в виде /2.1/, выражаем обобщенные импульсы через производные от кинетической энергии по соответствующим координатам /например, $p_\phi = \partial T/\partial\phi$ и т.д./ и, наконец, переходим от классических импульсов к квантовым операторам /заменяем $p_\phi \to -\partial/\partial\phi$ и т.д./. Чтобы такая процедура была однозначной, необходимо предварительно вычислить элемент объема $dV=\sqrt{g}\cdot\Pi\, dq_i$, где g - определитель, составленный из коэффициентов квадратичной формы, соответствующей кинетической энергии.

Гамильтониан системы при наличии ротационной инвариантности должен коммутировать с L_i. Для этого необходимо, чтобы потенциальная энергия V не зависела от углов ϕ, θ, ψ, определяющих пространственную ориентацию тела; зависимость же V от остальных параметров /δ_1, δ_2, δ_3. ϕ_1, θ_1, ψ_1/ не приводит к нарушению ротационной инвариантности.

В дополнение к коллективным движениям, содержащимся в уравнении Б.М. /т.е. безвихревые движения, связанные с вращением инерциальных осей, β-и γ-деформациями/, в данной модели появляются коллективные моды, отвечающие вихревому движению и дилатациям тела.

3. Будем считать, что в начальный момент времени все три момента инерции одинаковы: $I_1 = I_2 = I_3 = I$. Кинетическая энергия равна $T = \frac{1}{2} m \sum\limits_{i,s} [\dot{x}_i^{(s)}]^2$.

Подставляя сюда $x_i^{(s)}$, определенные равенством /1/, и стандартным образом квантуя полученное классическое выражение, получаем оператор кинетической энергии:

$$T = \frac{\hbar^2}{2\cdot I}\ \{\ \frac{1}{(\delta_1^2-\delta_2^2)(\delta_1^2-\delta_3^2)}\ \frac{\partial}{\partial\delta_1}(\delta_1^2-\delta_2^2)(\delta_1^2-\delta_3^2)\frac{\partial}{\partial\delta_1} +$$

$$+ \frac{1}{(\delta_1^2-\delta_2^2)(\delta_2^2-\delta_3^2)} \frac{\partial}{\partial \delta_2} (\delta_1^2-\delta_2^2)(\delta_2^2-\delta_3^2) \frac{\partial}{\partial \delta_2} +$$

$$+ \frac{1}{(\delta_1^2-\delta_3^2)(\delta_2^2-\delta_3^2)} \frac{\partial}{\partial \delta_3} (\delta_1^2-\delta_3^2)(\delta_2^2-\delta_3^2) \frac{\partial}{\partial \delta_3} +$$

$$+ \frac{1}{(\delta_1-\delta_2)^2} (L_3^{\circ} + \mathfrak{L}_3)^2 + \frac{1}{(\delta_1-\delta_3)^2} (L_2^{\circ} + \mathfrak{L}_2)^2 +$$

$$+ \frac{1}{(\delta_2-\delta_3)^2} (L_1^{\circ} - \mathfrak{L}_1)^2 \}. \qquad /3.1/$$

Операторы L_k°, $\mathfrak{L}_i$ коммутируют с операторами углового момента: $[L_k^{\circ}, L_j] = [\mathfrak{L}_i, L_j] = 0$.

Кроме того, имеем:
$[L_k^{\circ}, \mathfrak{L}_j] = 0$, $[L_i^{\circ}, L_j^{\circ}] = \epsilon_{ijk} L_k^{\circ}$, $[\mathfrak{L}_i, \mathfrak{L}_j] = \epsilon_{ijk} \mathfrak{L}_k$.

Явные выражения для L_k°, $\mathfrak{L}_j$ даны в приложении 1. К оператору кинетической энергии следует добавить потенциальную энергию, которая, как мы уже сказали, может зависеть от δ_1, δ_2, δ_3, ϕ_1, θ_1, ψ_1 без потери ротационной инвариантности.

4. Уравнение Шредингера с кинетической энергией вида /3.1/ является более сложным, чем уравнение Б.М. Это является данью за новые коллективные движения. Мы затрудняемся в данный момент дать исчерпывающий качественный анализ решений этого уравнения. Взамен этого мы рассмотрим модель более простую, но сохраняющую основные черты модели, сформулированной выше. Такой моделью является модель двумерного упругого тела. Все частицы такого тела лежат в плоскости, и возможны лишь движения, не выводящие частиц тела из плоскости. Сравнивать такую двумерную модель мы будем с двумерной моделью Б.М. Преобразование /2.1/ выглядит в этом случае следующим образом:

$$\begin{bmatrix} x^{(s)} \\ y^{(s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\phi_1 & \sin\phi_1 \\ -\sin\phi_1 & \cos\phi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0^{(s)} \\ y_0^{(s)} \end{bmatrix} \cdot \qquad /4.1/$$

Единственной компонентой углового момента оказывается L_3:

$$L_3 = m \Sigma \, (x_s \dot{y}_s - y_s \dot{x}_s) \,,$$

$$\hat{L}_3 = -\frac{\partial}{\partial \phi} \,.$$

Найдем теперь уравнение границы тела. Если $r = r(\theta)$ - уравнение линии, ограничивающей тело в момент $t = 0$, то уравнение тела после преобразования /4.1/ имеет вид:

$$R(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{\sin^2(\theta+\phi)}{\delta_1^2} + \dfrac{\cos^2(\theta+\phi)}{\delta_2^2}}} \times$$

$$\times \; r \left\{ \phi_1 + tg^{-1} \left[\frac{\delta_1}{\delta_2} \, tg\,(\theta + \phi) \right] \right\} \cdot$$

Если $r(\theta) = r_0$, т.е. границей тела был круг, то после линейного преобразования /4.1/ мы получаем эллипс с полуосями $\delta_1 \cdot r_0$, $\delta_2 \cdot r_0$. Таким образом, преобразование /4.1/ соответствует коллективным модам, деформирующим круг в эллипс.

Впрочем, преобразование /4.1/ не является удобным для сравнения с двумерной моделью Б.М. Преобразование /4.1/ мы заменяем следующим:

$$\begin{bmatrix} x^{(s)} \\ y^{(s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi \\ \sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi \\ -\sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0^{(s)} \\ y_0^{(s)} \end{bmatrix} . \qquad /4.3/$$

Преобразования /4.1/ и /4.3/ математически полностью эквивалентны, но удобство преобразования /4.3/ состоит в том, что достаточно в последующих выкладках положить $\phi = \dot{\phi} = 0$, чтобы устранить вихревую компоненту движения.

Единственная компонента углового момента равна:

$$L_3 = m \sum (x^{(s)} \dot{y}^{(s)} - y^{(s)} \dot{x}^{(s)}) =$$

$$= (I_1 + I_2)[-\dot{\phi}(\delta_+^2 + \delta_-^2) + 2\dot{\psi}\delta_-^2] +$$

$$+ (I_1 - I_2)[\sin 2\psi \cdot (\delta_+ \dot{\delta}_- - \delta_- \dot{\delta}_+) - 2\delta_+ \delta_- \cos 2\psi \cdot (\dot{\phi} - \dot{\psi})],$$

где мы положили

$$\delta_\pm = \frac{1}{2}(\delta_1 \pm \delta_2).$$

Кинетическая энергия равна

$$T = \frac{I_1 + I_2}{2}[\dot{\delta}_+^2 + \dot{\delta}_-^2 + \dot{\phi}^2(\delta_+^2 + \delta_-^2) + 4\delta_-^2 \dot{\psi}(\dot{\psi} - \dot{\phi})] +$$

$$+ (I_1 - I_2)[\dot{\delta}_+ \dot{\delta}_- \cos 2\psi + \delta_+ \delta_- \cdot \cos 2\psi \cdot \dot{\phi} \cdot (\dot{\phi} - 2\dot{\psi}) +$$

$$+ \dot{\phi} \cdot \sin 2\psi (\dot{\delta}_+ \delta_- - \delta_+ \dot{\delta}_-)]. \qquad /4.4/$$

Легко убедиться, что

$$L_3 = -\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}}.$$

Поскольку детерминант квадратичной формы кинетической энергии

$$\sqrt{g} = I_1 \cdot I_2 \cdot (\delta_1^2 - \delta_2^2),$$

то L_3 можно отождествить с

$$\left(-\frac{\partial}{\partial \phi}\right).$$

При $I_1 \neq I_2$ лапласиан, соответствующий квадратичной форме /4.4/, выглядит достаточно громоздко даже в двумерном случае; поэтому явный вид его мы приводим в приложении II. Напомним, что случаю $I_1 \neq I_2$ соответствует деформированная первоначальная граница тела. При $I_1 = I_2 = I$ оператор кинетической энергии имеет вид

$$T = -\frac{\hbar^2}{2I}\left\{\frac{\partial^2}{\partial\delta_+^2} + \frac{1}{\delta_+}\frac{\partial}{\partial\delta_+} + \frac{\partial}{\partial\delta_-} + \frac{1}{\delta_-}\frac{\partial}{\partial\delta_-} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\delta_+^2}\left(\frac{\partial}{\partial\phi} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\psi}\right)^2 + \frac{1}{\delta_-^2}\frac{1}{4}\frac{\partial^2}{\partial\psi^2}\right\},$$

Напомним, что требование ротационной инвариантности приводит к тому, что потенциальная энергия не должна содержать зависимости от ϕ. Если же предположить к тому же, что V не зависит и от ψ, то уравнение Шредингера упрощается:

$$-\frac{\hbar^2}{2I}\left\{\frac{\partial^2}{\partial\delta_+^2} + \frac{1}{\delta_+}\frac{\partial}{\partial\delta_+} + \frac{\partial^2}{\partial\delta_-^2} + \frac{1}{\delta_-}\frac{\partial}{\partial\delta_-} - \frac{(\ell-m)^2}{\delta_+^2} - \frac{m^2}{\delta_-^2}\right\}\psi$$

$$+ V(\delta_+, \delta_-)\cdot\psi = E\cdot\psi. \qquad /4.5/$$

Здесь ℓ, m - собственные значения операторов $\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial\phi}$ и $\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial\psi}$. В уравнении /4.5/ переменные δ_+, δ_- разделяются, если V можно представить в виде суммы слагаемых, зависящих от δ_+, δ_- соответственно.

Мы хотим проанализировать решения уравнения /4.5/ при тех же предположениях, которые делаются в модели Б.М. Эти предположения сводятся к следующим: а/ сохранение объема тела и б/ малость отклонений от равновесной формы. Пункт а/ вынуждает нас ограничиться такими преобразованиями /4.1/, для которых имеет место соотношение $\delta_1 = \frac{1}{\delta_2} \equiv \delta$. При $\delta_1 = \frac{1}{\delta_2} \equiv \delta$ уравнение /4.4/ принимает вид

$$-\frac{\hbar^2}{2I}\left\{\frac{2\cdot\delta}{(1-\delta^2)\sqrt{1+\delta^4}}\frac{\partial}{\partial\delta}\frac{1-\delta^2}{\sqrt{1+\delta^4}}\frac{\partial}{\partial\delta} - \frac{4\ell^2}{(\delta+\frac{1}{\delta})^2} - \right.$$

$$- 2 \cdot \frac{(\delta^2 + \frac{1}{\delta^2})^2}{(\delta^2 - \frac{1}{\delta^2})} \cdot m^2 - \frac{4}{(\delta + \frac{1}{\delta})^2} \ell \cdot m] + V(\delta) \cdot \psi = E \cdot \psi . \qquad /4.6/$$

Чтобы удовлетворить пункту б/, сделаем в /4.6/ замену переменных,

$$\delta = 1 + \beta ,$$

и ограничимся в кинетической энергии членами первого порядка относительно β. Тогда /4.6/ сводится к следующему уравнению:

$$- \frac{h^2}{2I} [\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial \beta} - \ell^2 - \ell m - \frac{m^2}{\beta^2}] \psi + V(\beta) \cdot \psi = E \cdot \psi . \qquad /4.7/$$

Пусть потенциал пропорционален β^2:

$$V \sim \cdot \beta^2 .$$

В этом случае получаем для уровней энергии выражение

$$E = \frac{h^2}{2I} \ell (\ell + m) + N \cdot \sqrt{\frac{h^2 \cdot C}{2 \cdot I}} . \qquad /4.8/$$

Здесь N - аналог главного квантового числа. Напомним, что ℓ есть угловой момент тела. Из /4.8/ следует, что в данной модели вращательным спектром могут обладать даже сферические ядра. В случае модели Б.М. мы имели бы только эквидистантный спектр, отвечающий второму слагаемому в /4.8/. Для деформированного ядра ситуация оказывается более сложной, поскольку и данная модель, и модель Б.М. могут привести к спектру типа ротационного.

Наконец, отметим, что к двумерной модели Б.М. можно прийти двумя способами. Во-первых, как это обычно делают, разложив радиус-вектор /4.2/ по малому параметру отклонения от сферической симметрии; во-вторых, устранив из преобразования /4.1/ вихревую компоненту движения, т.е. положив в /4.1/ $\phi = 0$. В этом случае классический угловой момент тела дается выражением

$$L_3 = 2(I_1 + I_2) \dot{\psi} \delta_-^2 + (I_1 - I_2) [\sin 2\psi (\delta_+ \dot{\delta}_- - \delta_- \dot{\delta}_+) +$$

$$+\ 2\cdot\delta_+\cdot\delta_-\cdot\cos 2\psi\cdot\dot\psi\,].$$

Квантовый же оператор углового момента равен

$$\hat L_3 = -\frac{I_1-I_2}{I_1+I_2}\cdot\sin 2\psi\cdot\delta_+\frac{\partial}{\partial\delta_-}+\frac{1}{2}\Big[1+\frac{I_1-I_2}{I_1+I_2}\,\frac{\delta_+}{\delta_-}\cos 2\psi\Big]\frac{\partial}{\partial\psi}.$$

Легко видеть, что при обычных предположениях $(I_1 - I_2,\ \delta_1 = \frac{1}{\delta_2} = 1+\epsilon)$ мы приходим к двумерному уравнению Б.М.

5. Возвращаясь к трехмерному случаю, заметим, что уравнение /3.1/ может быть приведено к виду, напоминающему уравнение Б.М., если ограничиться преобразованиями, сохраняющими объем тела, и малыми отклонениями от сферической симметрии. Для этого полагаем, например,

$$\delta_1 = \exp\Big[\sqrt{\frac{2}{9}}\,\beta\,\sin\gamma - \sqrt{\frac{2}{9}}\,\beta\cdot\sin\Big(\gamma-\frac{2\pi}{3}\Big)\Big],$$

$$\delta_2 = \exp\Big[-\sqrt{\frac{2}{9}}\,\beta\,\sin\gamma + \sqrt{\frac{2}{9}}\,\beta\cdot\sin\Big(\gamma+\frac{2\pi}{3}\Big)\Big],$$

$$\delta = \exp\Big[\sqrt{\frac{2}{9}}\,\beta\cdot\sin\Big(\gamma-\frac{2\pi}{3}\Big) - \sqrt{\frac{2}{9}}\,\beta\cdot\sin\Big(\gamma+\frac{2\pi}{3}\Big)\Big],$$

а затем разлагаем в /3.1/ растяжения δ_i по степеням β:

$$T = -\frac{\hbar^2}{2\cdot I}\Big[\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}+\frac{4}{\beta}\frac{\partial}{\partial\beta}+\frac{1}{\beta^2}\frac{\partial^2}{\partial\gamma^2}+\frac{3}{\beta^2}\,ctg\,3\gamma\,\frac{\partial}{\partial\gamma}+$$

$$+\Big(\frac{L_i^\circ+\mathcal{L}_i}{2}\Big)^2+\frac{1}{\beta^2}\Big(\frac{L_k^\circ-\mathcal{L}_k}{\sqrt{2}\cdot\sin(\gamma-\frac{2k\pi}{3})}\Big)^2\Big].$$

Мы видим, что все отличие от уравнения Б.М. заключено в предпоследнем члене. Именно этот член даже при чисто осцилляторном потенциале ($\sim\beta$) приводит к появлению ротационной полосы.

6. Подводя итоги, можно сказать, что данная модель, являющаяся квантовым аналогом модели упругого тела, является более богатой на коллективные движения, чем модель Б.М. Особенно ярко различия проявляются в сферических ядрах, где объяснения наличия ротационных полос в модели Б.М. допускают возможность не равных нулю деформаций для возбужденных состояний. В рассматриваемой модели такие состояния связываются с вихревым вращением ядра. Ранее мы видели, что данная модель переходит в модель Б.М., если из линейного преобразования /2.1/ устранить вихревую компоненту и компоненту, отвечающую дилатациям. Очевидна, однако, искусственность подобного ограничения. Более правильным, по нашему мнению, является использование преобразования /2.1/, которое допускает более широкий класс движений частиц тела. Энергетическая предпочтительность того или иного коллективного движения /например, вихревого или безвихревого вращения/ должна определяться видом коллективной потенциальной энергии.

Наконец, интересным является использование более общих преобразований, составляющих группу Ли, например, дробно-линейных преобразований.

Автор приносит глубокую благодарность И.Н.Михайлову за полезные обсуждения, проф. В.Г.Соловьеву - за постоянный интерес к работе. Особо автор хочет поблагодарить В.Г.Невзглядова, беседы с которым послужили исходным пунктом данной работы. Ему же автор благодарен за критические замечания.

Приложение I

$$L^{\circ}_3 = - p(\psi),$$

$$L^{\circ}_2 = - \cos\psi \cdot p(\theta) - \frac{\sin\psi}{\sin\theta}\,[p(\phi) - \cos\theta\, p(\psi)],$$

$$L^{\circ}_1 = \sin\psi \cdot p(\theta) - \frac{\cos\psi}{\sin\theta}\,[p(\phi) - \cos\theta\, p(\psi)],$$

$$\mathfrak{L}_3 = -p(\phi_1),$$

$$\mathfrak{L}_2 = -\cos\phi_1\, p(\theta_1) - \frac{\sin\phi_1}{\sin\theta_1}\,[p(\psi_1) - \cos\theta_1\, p(\phi_1)],$$

$$\mathfrak{L}_1 = \sin\phi_1\, p(\theta_1) - \frac{\cos\phi_1}{\sin\theta_1}\,[p(\psi_1) - \cos\theta_1 \cdot p(\phi_1)].$$

Приложение II

$$\Lambda = \frac{I_+}{I_1 \cdot I_2}\Big[\frac{\partial^2}{\partial\delta_+^2} + \frac{1}{\delta_+}\frac{\partial}{\partial\delta_+} + \frac{\partial^2}{\partial\delta_-^2} + \frac{1}{\delta_-}\frac{\partial}{\partial\delta_-}$$

$$+ \frac{1}{\delta_+^2}\Big(\frac{\partial}{\partial\phi} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\psi}\Big)^2 + \frac{1}{4\delta_-^2}\frac{\partial^2}{\partial\psi^2}\Big] -$$

$$-2\frac{I_-}{I_1 \cdot I_2}\cos 2\psi\,\frac{\partial^2}{\partial\delta_+\,\partial\delta_-} - \frac{I_-}{I_1 \cdot I_2}\Big[\Big(\frac{\partial}{\partial\phi} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\psi}\Big) \times$$

$$\times \cos 2\psi \cdot \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\psi} + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\psi}\cdot\cos 2\psi\Big(\frac{\partial}{\partial\phi} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\psi}\Big)\Big]\frac{1}{\delta_+\cdot\delta_-} +$$

$$+ \frac{I_-}{I_1 \cdot I_2}\,\frac{\sin 2\psi}{\delta_+\,\delta_-}\Big[\frac{\partial}{\partial\delta_+}\cdot\delta_+\cdot\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\psi} + \delta_+\frac{\partial}{\partial\delta_+}\,\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\psi} -$$

$$-\Big(\frac{\partial}{\partial\phi} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\psi}\Big)\Big(\delta_-\frac{\partial}{\partial\delta_-} + \frac{\partial}{\partial\delta_-}\cdot\delta_-\Big)\Big].$$

Литература

1. O.Hara, T.Goto. Progr. Theor. Phys., v. 39, No. 1, 203 (1969).
2. O.Hara, T.Goto. Suppl. Progr. Theor.Phys., Extra Number, 1965, p. 193.
3. T.Goto. Progr. Theor.Phys., v. 42, No. 3, 501 (1968)
4. R.Y.Cusson. Nucl.Phys., A114, No. 2, 289 (1968).
5. *В.Г.Невзглядов. Теория тела однородной деформации и ее применение к атомному ядру.* Изд. ДВГУ, 1970;

   В.Г.Невзглядов. ДАН, 142, 59 /1962/;
   В.Г.Невзглядов. ДАН, 141, 1348 /1961/.

Рукопись поступила в издательский отдел
11 июля 1973 года.