СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р4 - 7291

Ф.Р.Вукайлович

СПИН-ФОНОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ГЕЙЗЕНБЕРГОВСКОМ ФЕРРОМАГНЕТИКЕ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P4 - 7291

Ф.Р.Вукайлович *

СПИН-ФОНОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ГЕЙЗЕНБЕРГОВСКОМ ФЕРРОМАГНЕТИКЕ

* Институт ядерных наук им. Б.Кидрича, Белград, Югославия

Вукайлович Ф.Р. Р4 - 7291

Спин-фононное взаимодействие в гейзенберговском ферромагнетике

Методом двухвременных функций Грина рассматривается взаимодействие спиновой и фононной подсистем. Получено уравнение Дайсона с явным видом для массового оператора функции Грина поперечных компонент спина и проведено сопоставление с результатом диаграммой техники.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1973

Vuhajlovic F.R. P4 - 7291

Spin-Phonon Interaction in the Heisenberg Ferromagnet

Using the two time Green function formalism, the spin-phonon interaction in the Heisenberg ferromagnet is investigated. The Dyson equation, with the explicite expression for the mass operator of the transferse spin components is obtained. An approximate treatment of the mass operator leads to the results that can be uniquely related to those of the diagram technique.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1973

1. Введение

В недавней работе /1/ было получено точное уравнение Дайсона для двухвременной спиновой функции Грина в модели Гейзенберга и найдено соответствие между приближенным расщеплением массового оператора и диаграммной техникой Вакса-Ларкина-Пикина /ВЛП/ /2/.

В настоящей работе мы рассматриваем магнитные возбуждения в системе взаимодействующих спинов и фононов, пользуясь методом уравнений движения для двухвременной функции Грина /3/. При помощи введения неприводимых частей спиновых функций Грина, предложенного в /1/, будет получено уравнение Дайсона с явным видом для массового оператора функции Грина $\langle\langle S_\ell^+ | S_{\ell'}^- \rangle\rangle$. Приближенное расщепление массового оператора приводит к диаграммам, которые совпадают с диаграммами, полученными обобщением техники ВЛП на случай спин-фононного взаимодействия в /4/ и дают соответствующие выражения для затухания магнонов с квазиимпульсами $\vec{q} \neq 0$ и $\vec{q} = 0$ за счет спин-фононного взаимодействия.

Запишем гамильтониан спиновой и фононной подсистем с учетом взаимодействия между ними, возникающего благодаря изменению эффективного потенциала прямого обмена $J(\vec{R}_\ell - \vec{R}_m)$ при колебании атомов решетки. Если ограничиться гармоническим приближением для фононной подсистемы, то в линейном по малым смещениям атомов приближении имеем

$$H = H_s + H_\ell + H_{s\ell}^{int}, \qquad /1/$$

$$H_s = -h\sum_{\ell} S_\ell^z - \frac{1}{2}\sum_{\ell\neq m} J(\ell-m)(S_\ell^+S_m^- + S_m^zS_\ell^z) \qquad /1a/$$

$$H_\ell = \sum_{\vec k j} \omega_{\vec k j}\, a^+_{\vec k j}\, a_{\vec k j} \qquad /1в/$$

$$H^{int}_{s\ell} = -\frac{1}{2}\sum_{\ell\neq m,\,\alpha} V^\alpha(\ell-m)(u^\alpha - u^\alpha(S_\ell^+S_m^- + S_m^zS_\ell^z), \qquad /1c/$$

где $S_\ell^\alpha(\alpha=+,-,z)$–оператор спина в узле решетки $\ell \equiv \langle\vec R_\ell\rangle$, $h = \mu_B H^z$ - зеемановская энергия во внешнем магнитном поле H, $a^+_{\vec k j}$ и $a_{\vec k j}$ - операторы рождения и уничтожения фонона с поляризацией j, волновым вектором q и частотой $\omega_{\vec q j}$ /в дальнейшем мы ограничимся рассмотрением акустических фононов, поэтому j принимает значения 1,2,3/;

$$u_\ell^\alpha = \frac{1}{\sqrt{MN}}\sum_{\vec k j}\frac{1}{\sqrt{2\omega_{kj}}}\, e^{i\vec k\vec\ell}\, e^\alpha_{kj}\,(a_{\vec k j} + a^+_{\vec k j}) \qquad /2/$$

- проекция смещения узла ℓ на ось α ; e_{kj} - единичный вектор поляризации; M - масса атома; N - число атомов в кристалле и

$$V^\alpha(\ell-m) = \frac{\partial J(\vec R_\ell - \vec R_m)}{\partial(\vec R_\ell - \vec R_m)^\alpha}\Big|_{(\ell-m)} \qquad /3/$$

2. Уравнение Дайсона для спиновой функции Грина

Для определения спектра возбуждений магнитной подсистемы рассмотрим уравнение для спиновой функции Грина /3/:

$$G_{\ell\ell'}(t-t') = \langle\langle S_\ell^+(t);\, S_{\ell'}^-(t')\rangle\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega}{2\pi}G_{\ell\ell'}(\omega)e^{-i\omega(t-t')} \qquad /4/$$

где приняты обычные обозначения для двухвременных термодинамических функций Грина /3/. Пользуясь уравнениями движения для операторов в представлении Гейзенберга $S_\ell^\pm(t) = e^{iHt}S_\ell^\pm e^{-iHt}$, получаем следующее уравнение для функций Грина /4/:

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t} - h\right)G_{\ell\ell'}(t-t') = 2\langle S_\ell^z\rangle\delta_{\ell\ell'}\delta(t-t') +$$

$$+\sum_m J(\ell-m)\langle\langle(S_m^zS_\ell^+ - S_\ell^zS_m^+)_{(t)}\ ;\ S_{\ell'}^-(t')\rangle\rangle + \qquad /5/$$

$$+\sum_{m,\alpha} V^\alpha(\ell-m)\langle\langle\{(u^\alpha - u^\alpha)(S_m^zS_\ell^+ - S_\ell^zS_m^+)\}_{(t)};S_{\ell'}^-(t')\rangle\rangle.$$

Удобно ввести энергию магнитных возбуждений в приближении среднего поля, как это было предложено в /1/ с помощью неприводимой по спиновым операторам функции Грина:

$$\langle\langle\{S_m^zS_\ell^+ - S_\ell^zS_m^+\}^{ir}\,|S_{\ell'}^-\rangle\rangle = \langle\langle(S_m^zS_\ell^+ - S_\ell^zS_m^+)|S_{\ell'}^-\rangle\rangle -$$

$$-A_{\ell m}\langle\langle S_\ell^+|S_{\ell'}^-\rangle\rangle - A_{m\ell}\langle\langle S_m^+|S_{\ell'}^-\rangle\rangle\ . \qquad /6/$$

Здесь коэффициенты $A_{\ell m}$ выбираются из условия обращения в нуль неоднородного члена в уравнении для неприводимой функции Грина

$$\langle[(S_m^zS_\ell^+ - S_\ell^zS_m^+)^{ir}\ ,\ S_{\ell'}^-]\rangle = 0\,. \qquad /6a/$$

Из этого условия, учитывая определенис /6/, для коэффициентов при $\ell\neq m$ получаем:

$$A_{\ell m} = A_{m\ell} = \frac{1}{2\langle S_\ell^z\rangle}(2\langle S_\ell^zS_m^z\rangle + \langle S_\ell^-S_m^+\rangle)\,. \qquad /7/$$

Эти коэффициенты определяют уравнение для спиновой функции Грина в приближении среднего поля /5/:

$$(\omega-h)G^\circ_{\ell\ell'}(\omega) = 2\delta_{\ell\ell'}\langle S\ \rangle + \sum_m J(\ell-m)A_{\ell m}\{G^\circ_{\ell\ell'}(\omega) - G^\circ_{m\ell'}(\omega)\}, \qquad /8/$$

решение которого имеет вид:

$$G^{\circ}_{\ell\ell'}(\omega) = \frac{1}{N}\sum_{\vec q} e^{i\vec q(\vec\ell-\vec\ell')}\frac{2<S^z_\ell>}{\omega - E_{\vec q}}. \qquad /8a/$$

Энергия спиновых возбуждений в среднем спиновом поле равна:

$$E_{\vec q} = h + \frac{1}{N}\sum_{\ell m} J(\ell-m)A_{\ell m}\,(1 - e^{i\vec q(\vec\ell-\vec m)}). \qquad /9/$$

Уравнение для полной функции Грина /5/ с учетом уравнения /8/будет иметь вид:

$$G_{\ell\ell'}(\omega) = G^{\circ}_{\ell\ell'}(\omega) + \sum_f G^{\circ}_{\ell f}(\omega)\frac{1}{2<S^z_\ell>} \times$$

$$\times \{\sum_m J(f-m) \ll (S^z_m S^+_f - S^z_f S^+_m)^{ir} \mid S^-_{\ell'} \gg_\omega + \qquad /10/$$

$$+ \sum_{m\alpha} V^\alpha(f-m) \ll (u^\alpha_f - u^\alpha_m)(S^z_m S^+_\ell - S^z_\ell S^+_m) \mid S^-_{\ell'} \gg_\omega .$$

Для определения функций Грина вида $\ll A(t); S^-_{\ell'}(t') \gg$ $\{A = (S^z_m S^+_f - S^z_f S^+_m)^{ir}$ или $(u^\alpha_f - u^\alpha_m)(S^z_m S^+_\ell - S^z_\ell S^+_m)\}$, входящих в правую часть /10/, воспользуемся методом дифференцирования функций Грина по второму времени

$$(-i\frac{\partial}{\partial t'} - h) \ll A(t); S^-_{\ell'}(t') \gg = \delta(t-t') <[A, S^-_{\ell'}]> +$$

$$+ \sum_{m'} J(\ell'-m') \ll A(t); (S^z_{m'} S^-_{\ell'} - S^z_{\ell'} S^-_{m'})(t') \gg + \qquad /11/$$

$$+ \sum_{m'\beta} V^\beta(\ell'-m') \ll A(t); \{(S^z_{m'} S^-_{\ell'} - S^z_{\ell'} S^-_{m'})(u^\beta_{\ell'} - u^\beta_{m'})\}(t') \gg.$$

Вводя неприводимые по спиновым операторам, относящимся к моменту времени t', функции Грина аналогично /6/, получаем уравнение для фурье-компонент функции Грина /11/ в виде:

$$\ll A \mid S^-_{\ell'} \gg = \frac{1}{2<S>}\sum_{f'} G^{\circ}_{\ell' f'}(\omega)\{\sum_{m'} J(f'-m') \times$$

$$\times \ll A \mid (S^z_{m'} S^-_{\ell'} - S^z_{\ell'} S^-_{m'})^{ir} \gg_\omega + \qquad /11a/$$

$$+ \sum_{m'\beta} V^\beta(f'-m') \ll A \mid (u^\beta_{f'} - u^\beta_{m'})(S^z_{m'} S^-_{\ell'} - S^z_{\ell'} S^-_{m'}) \gg_\omega \},$$

где мы учли, что согласно определению неприводимых функций Грина /6а/ неоднородный член в /11/ $<[A, S^-_{\ell'}]>=0$. Уравнение /8/ может быть записано в виде:

$$G_{\ell\ell'}(\omega) = G^{\circ}_{\ell\ell'}(\omega) + \sum_{ff'} G^{\circ}_{\ell f}(\omega) P_{ff'}(\omega) G^{\circ}_{f'\ell'}(\omega), \qquad /12/$$

где $P_{ff'}(\omega)$, называемый обычно радиационным оператором, имеет вид:

$$(2<S^z_\ell>)^2 P_{ff'}(\omega) = \sum_{mm'\alpha\beta} V^\alpha(f-m) V^\beta(f'-m') \times$$

$$\times \ll (u^\alpha_f - u^\alpha_m)(S^z_m S^+_f - S^z_f S^+_m) \mid (u^\beta_{f'} - u^\beta_{m'})(S^z_{m'} S^-_{f'} - S^z_{f'} S^-_{m'}) \gg_\omega +$$

$$+ \sum_{mm'} J(f-m) J(f'-m') \ll (S^z_m S^+_f - S^z_f S^+_m)^{ir} \mid (S^z_{m'} S^-_{f'} - S^z_{f'} S^-_{m'})^{ir} \gg_\omega +$$

$$+ \sum_{mm'\beta} J(f-m) V^\beta(f'-m') \ll (S^z_m S^+_f - S^z_f S^+_m) \mid (u^\beta_f - u^\beta_m)(S^z_m S^-_{f'} - S^z_f S^-_{m'}) \gg_\omega +$$

$$+ \sum_{mm'\alpha} V^\alpha(f-m) J(f'-m') \ll (u^\alpha_f - u^\alpha_m) \times \qquad /13/$$

$$\times (S^z_m S^+_f - S^z_f S^+_m) \mid (S^z_{m'} S^-_{f'} - S^z_{f'} S^-_{m'}) \gg_\omega .$$

Массовый оператор $\Pi_{ff'}(\omega)$ полной функции Грина, определяемый уравнением Дайсона:

$$G_{\ell\ell'}(\omega) = G^{\circ}_{\ell\ell'}(\omega) + \sum_{ff'} G^{\circ}_{\ell f}(\omega)\Pi_{ff'}(\omega)G_{f'\ell'}(\omega), \quad /14/$$

связан с оператором $P_{ff'}(\omega)$ уравнением:

$$P_{ff'}(\omega) = \Pi_{ff'}(\omega) + \sum_{\ell\ell'} \Pi_{f\ell'}(\omega)\, G^{\circ}_{\ell' f'}(\omega)\, P_{\ell f'}(\omega). \quad /15/$$

Таким образом, он представляет собственную /или сильно связанную/ часть оператора $P^{(c)}_{ff'}(\omega)$, не содержащую частей, соединенных одной линией $G^{\circ}_{\ell\ell'}(\omega)$. Переходя к фурье-разложению по плоским волнам, аналогично /8a/, решение уравнения Дайсона /14/ запишем в виде:

$$G_{\ell\ell'}(\omega) = \frac{1}{N}\sum_{\vec q} e^{iq(\ell-\ell')} \frac{2\langle S^z_\ell\rangle}{\omega - E_{\vec q} - 2\langle S^z_\ell\rangle \Pi_{\vec q}(\omega)}. \quad /16/$$

Здесь массовый оператор определяется, согласно /13/ и /15/,

$$\Pi_{\vec q}(\omega) = \frac{1}{N}\sum_{\ell\ell'} e^{-i\vec q(\vec\ell-\vec\ell')}\Pi_{\ell\ell'}(\omega) = \frac{1}{N}\sum_{\ell\ell'} e^{-i\vec q(\vec\ell-\vec\ell')} P^{(c)}_{\ell\ell'}(\omega). \quad /17/$$

Спектральная плотность магнитных возбуждений для волнового вектора q определяется мнимой частью функции Грина /17/:

$$g(\vec q,\omega) = -\frac{1}{\pi} Im\, G(\omega+i\epsilon) = \frac{2\langle S^z_\ell\rangle \Gamma_q(\omega)}{[\omega - E_{\vec q} - \Delta_{\vec q}(\omega)]^2 + \Gamma^2_{\vec q}(\omega)}, \quad /18/$$

где сдвиг $\Delta_{\vec q}(\omega)$ и полуширина $\Gamma_{\vec q}(\omega)$ определяются неупругими процессами рассеяния:

$$\Delta_{\vec q}(\omega) = 2\langle S^z_\ell\rangle Re\, \Pi_{\vec q}(\omega),$$

$$\Gamma_{\vec q}(\omega) = -2\langle S^z_\ell\rangle Im\, \Pi_{\vec q}(\omega+i\epsilon). \quad /19/$$

Рассмотрим далее некоторые приближения для массового оператора /17/.

3. *Приближенное вычисление массового оператора*

При обсуждении членов с неупругим рассеянием, определяемых массовым оператором /13/, /17/, заметим, что для изотропного гамильтониана Гейзенберга /1a/ отсутствуют связанные спин-фононные возбуждения /6/ и поэтому можно пренебречь последними двумя членами в /13/ /они дают вклад более высокого порядка/. Кроме того, пренебрегаем неупругим спин-спиновым рассеянием, как в /4/, и ограничиваемся рассмотрением приближения второго порядка по спин-фононному взаимодействию, которое описывается первым членом в массовом операторе /13/.

Двухвременные спин-фононные функции приближенно расщепляем:

$$\langle u^{\beta}_{f'}(t) S^z_{m'}(t) S^-_{f'}(t) | u^{\alpha}_f S^z_m S^+_f \rangle \approx$$
$$\approx \langle u^{\beta}_{f'}(t) u^{\alpha}_f\rangle \langle S^z_{m'}(t) S^-_{f'}(t) S^z_m S^+_f\rangle, \quad /2O/$$

где временные корреляционные функции смещений вычисляются по однофононной функции Грина

$$\langle u^{\beta}_{i'}(t) u^{\alpha}_i\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{1}{e^{\omega/\theta}-1} e^{i\omega t}\left[-\frac{1}{\pi} Im \langle\langle u^{\alpha}_i | u^{\beta}_{i'}\rangle\rangle_{\omega+i\epsilon}\right]. \quad /21/$$

Таким образом, во втором порядке по спин-фононному взаимодействию для массового оператора /17/, используя /2O/ и спектральное представление для функций Грина в /13/, получаем:

$$2\langle S^z_\ell\rangle \Pi_{\vec q}(\omega) \equiv M^{(S-ph)}_{\vec q}(\omega) = \frac{1}{2\langle S^z_\ell\rangle}\sum_{\ell\ell' mm'} \times$$

$$\times e^{-iq(\ell-\ell')}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega'}{\omega-\omega'}(e^{\omega'/\theta}-1)\times \qquad /22/$$

$$\times\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dt}{2\pi}e^{-i\omega' t}V^\alpha(\ell-m)V^\beta(\ell'-m')\langle(S^z_{m'}(t)S^-_{\ell'}(t)-$$

$$-S^z_{\ell'}(t)S^-_{m'}(t))(S^z_m S^+_\ell - S^z_\ell S^+_m)\rangle\langle(u^\beta_{\ell'}(t)-u^\beta_{m'}(t))(u^\alpha_\ell-u^\alpha_m)\rangle .$$

Спиновая корреляционная функция в /22/ приближенно может быть представлена в виде /1/:

$$\langle S^z_{m'}(t)S^-_{\ell'}(t)S^z_m S^+_\ell\rangle \approx [\langle S^z_\ell\rangle^2 + K^{zz}_{mm'}(t)]K^{-+}_{\ell'\ell}(t), \qquad /23/$$

где

$$K^{zz}_{m'm}(t) = \langle(S^z_{m'}(t)-\langle S^z_{m'}\rangle)(S^z_m-\langle S^z_m\rangle)\rangle, \quad \text{и}$$

$$K^{-+}_{\ell'\ell}(t) = \langle S^-_{\ell'}(t)S^+_{\ell'}\rangle .$$

При этом массовый оператор /22/ принимает вид:

$$M^{(S-rh)}_q(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega'}{\omega-\omega'}(e^{\omega'/\theta}-1)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dt}{2\pi}e^{-i\omega' t}\times$$

$$\times\frac{1}{N}\sum_{\ell\ell' mm'}e^{-iq(\ell-\ell')}\times V^\alpha(\ell-m)V^\beta(\ell'-m')\langle(u^\beta_{\ell'}(t)-u^\beta_{m'}(t))(u^\alpha_\ell-u^\alpha_m)\rangle\times$$

$$\times\frac{1}{2\langle S^z_\ell\rangle}\{\langle S_\ell\rangle^2[K^{-+}_{\ell'\ell}(t)+K^{-+}_{m'm}(t)-K^{-+}_{\ell'm}(t)-K^{-+}_{m'\ell}(t)]+ \qquad /24/$$

$$+[K^{zz}_{m'm}(t)K^{-+}_{\ell'\ell}(t)+K^{zz}_{\ell'\ell}(t)K^{-+}_{m'm}(t)-K^{zz}_{m'\ell}(t)K^{-+}_{\ell'm}(t)-$$

$$-K^{zz}_{\ell'm}(t)K^{-+}_{m'\ell}(t)]\}.$$

Первый член в фигурных скобках определяет рассеяние магнитных возбуждений с участием фононов в среднем поле z -компоненты спинов $(\approx\langle S^z_\ell\rangle^2)$, второй член учитывает дополнительную передачу импульса системе спинов, поэтому в длинноволновом пределе эти вклады имеют различную асимптотику. Для корреляционной функции $K^{zz}_{\ell\ell'}(t)$ в дальнейшем используем статическое приближение $K^{zz}_{\ell\ell'}(t)\approx K^{zz}_{\ell\ell'}$.

Члены в массовом операторе можно представить графически, если пользоваться следующими правилами соответствия /рис. 1/:

Спин-фононное взаимодействие $V^\alpha(\ell-m)$ обозначим волнистой линией между узлами ℓ и m, корреляционную функцию $K^{-+}_{m'\ell}(t)$ – двойной линией со стрелкой от узла ℓ к узлу m', корреляционную функцию $K^{zz}_{m'\ell}$ – двойной линией между углами ℓ и m', фононную корреляционную функцию $\langle u^\beta_{m'}(t)u^\alpha_\ell\rangle$ – пунктирной линией и $\langle S^z_\ell\rangle$ – кружком. Кроме того, для сопоставления с /4/ узлу ℓ добавляем входную линию $(\overset{\ell}{\longrightarrow})$, а узлу ℓ' выходную $(\overset{\ell'}{\longrightarrow})$. Эти линии соответствуют нулевым функциям Грина в уравнении /12/. Используя эти правила, различные ненулевые члены, которые соответствуют рассеянию магнитных возбуждений в среднем поле z -компоненты спинов в /24/, можно графически представить в виде, показанном на рис. 2.

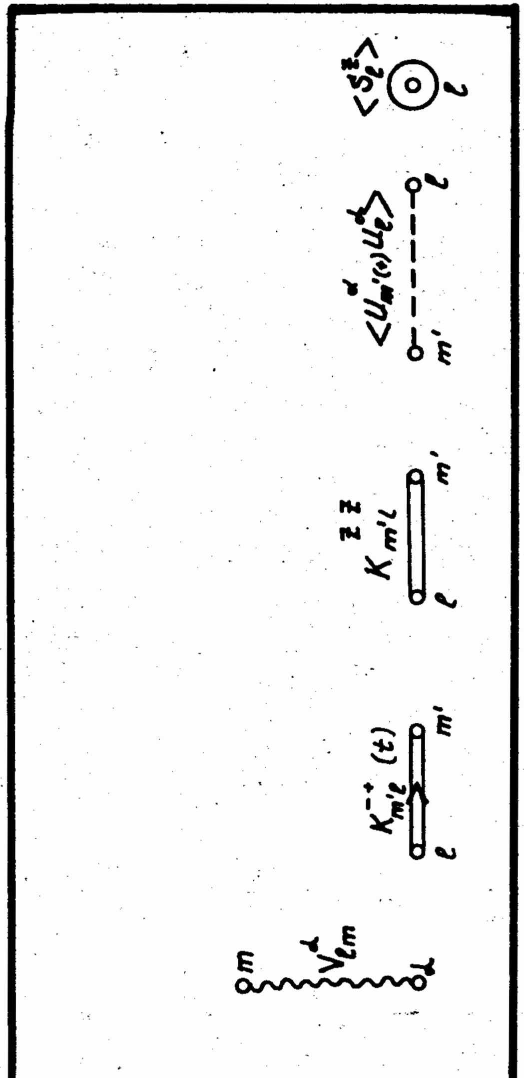
После фурье-разложения

$$\langle S^-_{\ell'}(t)S^+_\ell\rangle = \frac{2\langle S^z_\ell\rangle}{N}\sum_q e^{i\vec q(\vec\ell-\vec\ell')}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega}{e^{\omega/\theta}-1}e^{i\omega t}\times \qquad /25а/$$

$$\times\{-\frac{1}{2\pi\langle S^z_\ell\rangle}Im\, G^\circ_{\ell\ell'}(\omega+i\epsilon)\} = \frac{2\langle S^z_\ell\rangle}{N}\sum_q e^{i\vec q(\vec\ell-\vec\ell')}e^{iE_{\vec q}t}n(E_{\vec q})$$

$$\langle u^\beta_{\ell'}(t)u^\alpha_\ell\rangle = \frac{1}{MN}\sum_{\vec k j}\frac{1}{2\omega_{kj}}e^{i\vec k(\vec\ell-\vec\ell')}e^\beta_{\vec k j}e^{*\alpha}_{\vec k j}\times \qquad /25б/$$

$$\times\{N(\omega_{\vec k j})e^{i\omega_{\vec k j}t}+[1+N(\omega_{\vec k j})]e^{-i\omega_{\vec k j}t}\}$$



$V^{\alpha}_{\ell m}$
$K^{-+}_{m'\ell}(t)$
$K^{zz}_{m'\ell}$
$\langle U^{\alpha}_{m'(t)} U^{\alpha}_{\ell} \rangle$
$\langle S^{z}_{\ell} \rangle$

Рис. 1

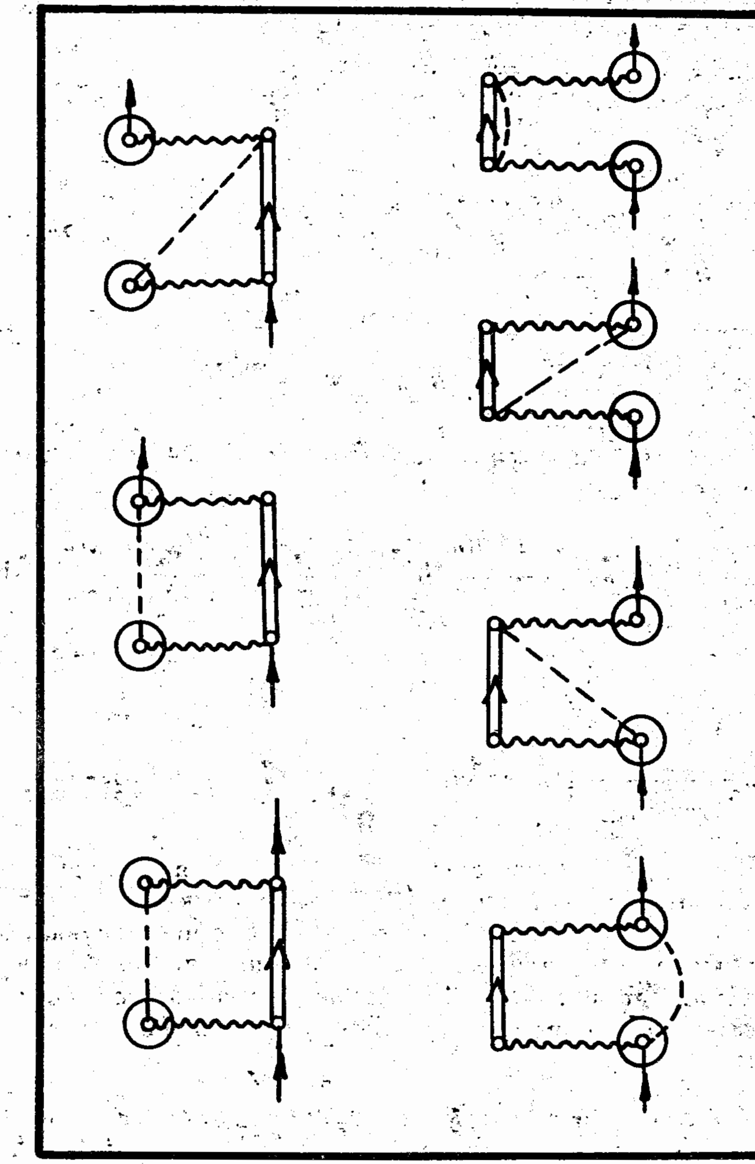


Рис. 2

$$V^{a}(\ell-m) = {}^{a}_{\ell} J(\ell-m) = \frac{1}{N}\sum_{\vec{Q}} i\vec{Q}^{a} J_{\vec{Q}} e^{i\vec{Q}(\vec{\ell}-\vec{m})} \equiv \qquad /25c/$$

$$\equiv \frac{1}{N}\sum_{\vec{Q}} I^{a}_{\vec{Q}} e^{i\vec{Q}(\vec{\ell}-\vec{m})}$$

$$K^{zz}_{\ell\ell'} = \frac{1}{N}\sum_{\vec{q}} e^{i\vec{q}(\vec{\ell}-\vec{\ell}')} K^{zz}(\vec{q}), \qquad /25д/$$

где

$$n(E_{\vec{q}}) = (e^{E_{\vec{q}}/\theta} - 1)^{-1} \quad \text{и} \quad N(\omega_{\vec{k}j}) = (e^{\omega_{\vec{k}j}/\theta} - 1)^{-1},$$

для первого члена в фигурных скобках в /24/ получаем выражение:

$$M^{(1)}_{\vec{q}}(\omega) = \sum_{\vec{k}j} |A_j(\vec{q},\vec{k})|^2 \left\{ \frac{1+N(\omega_{\vec{k}j})+n(E_{\vec{q}-\vec{k}})}{\omega - E_{\vec{q}-\vec{k}} - \omega_{\vec{k}j}} + \frac{N(\omega_{\vec{k}j})-n(E_{\vec{q}-\vec{k}})}{\omega - E_{\vec{q}-\vec{k}} + \omega_{\vec{k}j}} \right\}, \qquad /26/$$

где

$$A_j(\vec{q},\vec{k}) = \frac{i\langle S^z_{\ell}\rangle}{\sqrt{2MN\omega_{\vec{k}j}}} [(\vec{k},\vec{e}_{\vec{k}j})(J_{\vec{k}} - J_{\vec{q}-\vec{k}}) + (\vec{q},\vec{e}_{\vec{k}j})(J_{\vec{q}-\vec{k}} - J_{\vec{q}})].$$

Выражение /26/ полностью совпадает с аналогичным выражением, полученным в /4/. Более того, каждой диаграмме на рис. 2 можно сопоставить соответствующую диаграмму в /4/, причем их выражения после Фурье-разложения совпадают. Затухание магнона, соответствующее /26/, с использованием /19/ можно записать в виде:

$$\Gamma^{(1)}_{\vec{q}}(\omega) = \pi \sum_{\vec{k}j} |A_j(\vec{q},\vec{k})|^2 \{(N(\omega_{\vec{k}j}) - n(E_{\vec{q}-\vec{k}}))\delta(\omega - E_{\vec{q}-\vec{k}} + \omega_{\vec{k}j}) + \qquad /27/$$
$$+ (N(\omega_{\vec{k}j}) + n(E_{\vec{q}-\vec{k}}) + 1)\delta(\omega - E_{\vec{q}-\vec{k}} - \omega_{\vec{k}j})\}.$$

Рассмотренные процессы диссипации дают нулевой вклад в затухание магнонов при $\vec{q} \to 0$.

Диаграммы с одной петлей взаимодействия, приводящие к наибольшему вкладу в затухание магнонов в окрестности критической температуры /4/, могут быть получены за счет члена

$$V^{a}(\ell-m)V^{\beta}(\ell'-m')K^{zz}_{m'm}K^{-+}_{\ell'\ell}(t)\langle(u^{\beta}_{\ell'}(t)-u^{\beta}_{m'}(t))(u^{a}_{\ell}-u^{a}_{m})\rangle$$

в /24/. Используя сформулированные правила соответствия, получаем диаграммы, показанные на рис. 3: Член, который в массовом операторе соответствует диаграммам на рис. 3, после Фурье-разложения /25/ дается выражением

$$M^{(2)}_{\vec{q}}(\omega) = \sum_{\vec{q}'\vec{k}j} |B_j(\vec{q}',\vec{k})|^2 K^{zz}_{\vec{q}'-\vec{k}} \left\{ \frac{1+N(\omega_{\vec{k}j})+n(E_{\vec{q}-\vec{q}'})}{\omega - E_{\vec{q}-\vec{q}'} - \omega_{\vec{k}j}} + \right. \qquad /28/$$
$$\left. + \frac{N(\omega_{\vec{k}j})-n(E_{\vec{q}-\vec{q}'})}{\omega - E_{\vec{q}-\vec{q}'} + \omega_{\vec{k}j}} \right\},$$

где $B_q(\vec{q},\vec{k}) = \dfrac{i}{N\sqrt{2M\omega_{\vec{k}j}}}[(\vec{q}-\vec{k},\vec{e}_{\vec{k}j})J_{\vec{q}-\vec{k}} - (\vec{q},\vec{e}_{\vec{k}j})J_{\vec{q}}]$.

Затухание магнонов, соответствующее выражению /28/, имеет вид:

$$\Gamma^{(2)}_{\vec{q}}(\omega) = \pi \sum_{\vec{q}'\vec{k}j} |B_j(\vec{q}',\vec{k})|^2 \{(N(\omega_{\vec{k}j}) - n(E_{\vec{q}-\vec{q}'})) \times$$
$$\times \delta(\omega - E_{\vec{q}-\vec{q}'} + \omega_{\vec{k}j}) + (N(\omega_{\vec{k}j}) + n(E_{\vec{q}-\vec{q}'}) + 1) \times \qquad /29/$$
$$\times \delta(\omega - E_{\vec{q}-\vec{q}'} - \omega_{\vec{k}j})\} K^{zz}_{\vec{q}'-\vec{k}}.$$

Снова получается полное совпадение диаграмм, представленных на рис. 3 и соответствующих диаграммам в /4/ и их вкладов в массовый оператор $M^{(S-ph)}_{q}(\omega)$. Вычисление корреляционной функции K^{zz}_{q} в /28/ и /29/ не

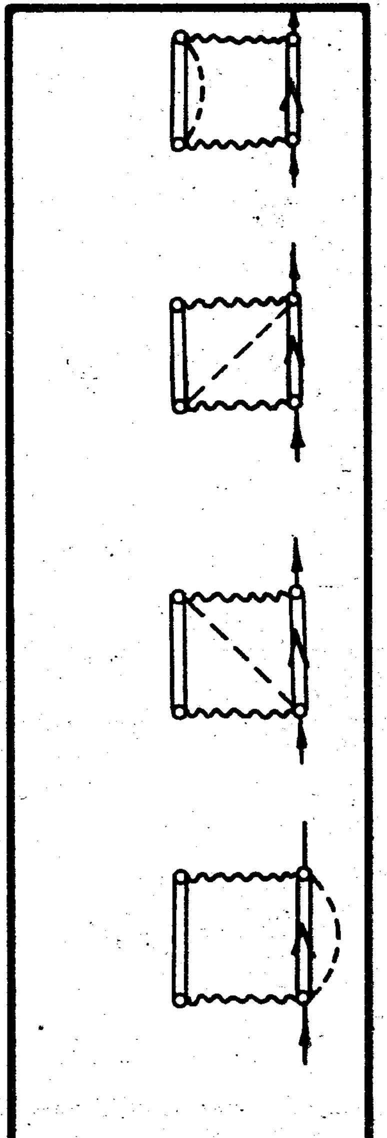


Рис. 3

может быть проведено изложенным здесь "простым методом уравнений движения", ее можно определить приближенно либо методом диаграммной техники /2/, либо более сложными приемами, основанными на уравнениях движения /см., например, /7/ /.

Таким образом, установленное соответствие диаграммной техники и уравнений движения для двухвременных термодинамических функций Грина дает возможность видеть, с учетом какого класса диаграмм связана та или иная аппроксимация при обрывании цепочки уравнений для спиновой функции Грина. Применение этого метода при учете спин-фононного взаимодействия всех порядков рассмотрено в работе /8/.

Считаю своим приятным долгом выразить благодарность Н.М.Плакиде за постоянные обсуждения и советы.

Литература

1. *Н.М.Плакида. Phys.Lett., A43, 481, 1973.*
2. *В.Г.Вакс, А.И.Ларкин, С.А.Пикин. ЖЭТФ, 53, 281, 1089 /1967/.*
   Ю.А.Изюмов, Ф.А.Касан-оглы. ФММ, 26, 2385 /1968/ и 30, 225 /1970/.
3. *Д.Н.Зубарев. УФН, 71, 71 /1960/.*
4. *М.П.Кащенко, Н.Ф.Балахонов, Л.В.Курбатов. ФММ, 33, 18, 1972.*
5. *V.Mubayi, R.V.Lange. Phys.Rev., 178, 882 (1969); R.P.Kenan. Phys.Rev., B1, 3205 (1970).*
6. *А.И.Ахиезер, В.Г.Барьяхтар, С.В.Пелетминский. Спиновые волны. Наука, Москва /1968/.*
7. *S.H.Liu. Phys.Rev., 139, 1522 (1965).*
8. *Г.Конвент, Н.М.Плакида, Ф.Р.Вукайлович. Препринт ОИЯИ, Р4-7145, Дубна, 1973.*

Рукопись поступила в издательский отдел 6 июля 1973 года.