ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ДУБНА



L-421

P4 - 7262

3715 2-73 Р.В.Джолос, В.Г.Картавенко

ПАРНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ И КОЛЛЕКТИВНЫЕ  $0^+$ -СОСТОЯНИЯ В ЯДРАХ С  $\mathbf{A} \sim \mathbf{56}$ 

1973

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСНОЙ ФИЗИНИ Р.В.Джолос, В.Г.Картавенко

ПАРНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ И КОЛЛЕКТИВНЫЕ  $0^+$ -СОСТОЯНИЯ В ЯДРАХ С  $\mathbf{A} = \mathbf{56}$ 

### 1. ВВЕДЕНИЕ

При изучении реакций двухнуклонной передачи на ядрах с А~56 было обнаружено, что вероятности перехода на основные и ряд возбужденных 0 + - состояний, получивших название "парных", значительно превышают олночастичные оценки 11/, что говорит о сильной коллективизации таких состояний. Для их описания была сформулирована феноменологическая модель, учитывающая минимальное число степеней свободы ядра, непосредственно связанных с "парными" 0+\_состояниями. Возникает вопрос: дает ли эта модель лишь схему, удобную для классификации экспериментальных данных, или же на ее основе можно получить и количественное согласие теоретических результатов с экспериментальными? Чтобы ответить на него, нужно построить гамильтониан, описывающий только коллективные парные возбуждения, основываясь на гамильтоннане микроскопической модели ядра. Тогда форма коллективного гамильтоннана будет фиксирована, а его параметры определятся параметрамя микроскопического гамильтониана, которые в осиовном известиы, в то время как в феноменологической молели они оставались произвольными.

Основной причиной появления коллективных  $0^+$ — состояний принято считать парные остаточные силы /в тяжелых ядрах ситуация более спожная /2/ /. Поэтому можно поставить такие вопросы:

1. Достаточно ли для описания "парных" 0<sup>+</sup> состоякий учета только парных остаточных сил или нужно вводить и другие взаимодействия, учет которых не требуст, однако, рассмотрения дополнительных степеней свободы ядра и поэтому не выводит за рамки модели коллективных "парных" возбуждений?

 Влияют ли на свойства "парных" 0<sup>+</sup> состояний другие тилы корреляций, например, а -частичные коррелянии?

Попытка построения коллективного гамильтониана предпринималась в  $^{\prime 3\prime}$ , но она не была успешной, так как коллективный гамильтониан строился в виде рядк по степеням динамических переменных, который, как оказалось, очень медленно сходится. Отказавшись от этой попытки, авторы работы  $^{\prime 3\prime}$  вынуждены были провести чисто оболочечный расчет  $^{\prime 4\prime}$ . Но в таких расчетах можно использовать лишь весьма ограниченный одночастичный базис. Было учтено только три одночастичных состояния, что недостаточно даже для

Ниже мы построим коллективный "парный" гамильтоннан, используя метод точных бозонных представлений фермионных операторов и сделав единственное предположение о слабой связи коллективных "парных" степеней свободы с другими степенями свободы ядра. Полученный гамильтоннай будет иметь замкнутый и удобный для практических расчетов вид. Никаких ограничений на размеры одночастичного базися при этом не возникиет.

### 2. ПОСТРОЕНИЕ

## КОЛЛЕКТИВНОГО ГАМИЛЬТОНИАНА

Начнем рассмотрение с гамильтоннана, содержащего только изотопинвариантные парные остаточные силь:

$$\begin{split} H &= \sum_{j_{+}} (\epsilon_{j_{+}} - \lambda) N_{j_{+}} + \sum_{j_{-}} (\lambda - \epsilon_{j_{-}}) N_{j_{-}} - G \sum_{\mu = 0, \, \pm} A_{\mu}^{\dagger} A_{\mu} \,, \\ A_{\mu}^{\dagger} &= \frac{1}{2} \sum_{j_{+}} \sqrt{2j_{+}} + I A_{j_{-}\mu}^{\dagger} + \frac{(-1)}{2}^{1-\mu} \sum_{j_{-}} \sqrt{2j_{+}} + I A \end{split}$$

$$\begin{split} A_{j\mu}^{+} &\equiv \left[ a_{j}^{+} a_{j}^{+} \right]_{\mu}^{00} \equiv \sum_{m,m} \sum_{\nu,\nu} C_{jm \; jm}^{00} C_{\frac{1}{2} \nu \frac{1}{2} \nu'}^{1} a_{jm\nu}^{+} a_{jm'\nu'}^{+} , \\ A_{\mu}^{-} &\equiv \left( A_{\mu}^{+} \right)_{j}^{+} N_{j}^{-} \equiv \sum_{m} \sum_{\nu} a_{jm\nu}^{+} a_{jm\nu}^{-} , \end{split}$$

где  $a_{j_{+}m\nu}^{\dagger}(a_{j_{-}m\nu}^{\dagger})$  - операторы рождения частицы/дырки/ в состоянии выше /ниже/ поверхности Ферми с угловым моментом  $j_{+}(j_{-})$ , z - проекцией момента m и проекцией изоспина  $\nu$ ;  $\epsilon_{j}$  - одночастичные энергии;  $\lambda$  - химический потенциал; G - константа парного взаимодействия.

Нетрудно проверить, что операторы

$$\begin{split} T_{j\mu} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{m} \left[ a_{jm}^{+} a_{jm}^{-} \right]_{1\mu} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{m} \sum_{\nu,\nu} C_{j\nu}^{1\mu} \times \\ &\times (-1)^{\frac{1}{2} - \nu'} a_{jm\nu}^{+} a_{jm\nu'}^{+} \end{split}$$

 $N_j$  ,  $A_{j\mu}^+$  ,  $A_{j\nu}^-$  образуют замкнутую алгебру и для них справедливо следующее точное бозонное представление:

$$\begin{split} A^{+}_{i_{+}\mu} \cdot \sqrt{2} \, b^{+}_{j_{+}\mu} - \frac{18}{(j_{+} + 1/2)} & \Sigma \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 \end{array} \right\} \sqrt{\frac{2T + I}{6}} & \times \\ & \times \left[ \left[ b^{+}_{i_{+}} b^{+}_{i_{+}} \right]_{T} b_{i_{+}} \right]_{I\mu} \; , \\ & A_{j_{+}\mu} \cdot \sqrt{2} \; b_{j_{+}\mu} \; , \quad A^{+}_{j_{-}\mu} \cdot \sqrt{2} \; b^{+}_{j_{-}\mu} \; , \end{split}$$

$$A_{\underline{j},\mu} \rightarrow \sqrt{2} \ b_{\underline{j},\mu} - \frac{18}{(\underline{j}_{+} + 1/2)} \sum_{T} \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \end{array} \right\} \sqrt{\frac{2T + 1}{6}} \times$$

$$\times [b_{j_{-}}^{+} [b_{j_{-}} b_{j_{-}}]_{T}]_{I\mu},$$

$$N_{j_{\pm}} \to 2 \sum_{\mu} b_{+}^{+} b_{-j_{\pm}\mu}^{-} b_{j_{\pm}\mu}^{-} , \quad T_{j_{\pm}\mu}^{-} \to \sqrt{2} \left[b_{j_{\pm}}^{+} b_{-j_{\pm}}^{-} \right]_{I\mu}^{-} ,$$

где 
$$\left\{ egin{array}{lll} j_1 & j_2 & j_{12} \\ j_3 & j_4 & j_{34} \\ j_{13} & j_{24} & j \end{array} \right\} = 9j$$
 - символ; квадратные скобки  $\left\{ \begin{array}{lll} 1\text{ TM обозначают векторную} \\ \text{связь изотопических спинов.} \end{array} \right.$ 

Это представление является обобщением представления Дайсона <sup>77</sup> на случай более сложной, чем в теории спиновых волн, алгебры операторов. При его подстановке в /1/ мы получаем гамильтониан, содержащий только друх- и четырехбозонные члены, что очень удобно для вычислений. Тот факт, что гамильтониан перестает быть эрмитовым, ие создает дополнительных трудностей.

Для выделения коллективной ветви парных возбуждений выполним линейное каноническое сохраняющее коммутационные соотношения преобразование операторов  $b_{j\pm\mu}^+$ ,  $b_{j\pm\mu}^-$ :

$$\begin{split} \beta_{K_{\pm}}^{+} &= \sum_{j} \left( u_{j_{\pm}}^{K_{\pm}} b_{j_{\pm}}^{+} \mu - (-1)^{I-\mu} u_{j_{\mp}}^{K_{\pm}} b_{j_{\mp}}^{-} - \mu \right), \\ \beta_{K_{\pm}} &= \sum_{j} \left( u_{j_{\pm}}^{K_{\pm}} b_{j_{\pm}}^{-} - (-1)^{I-\mu} u_{j_{\mp}}^{K_{\pm}} b_{j_{\mp}}^{+} - \mu \right), \end{split}$$

Операторы  $\beta_{K_k\mu}^+(\beta_{K_-\mu}^+)$  рождают коррелированные пары частиц /дырок/. В отличие от RPA коэффициенты преобразования /2/ определяются из гребования диагонализации двухбозонной части полного гамильтониана, записанного в операторах  $\beta_{K_\mu}^+$ ,  $\beta_{K_\mu}$ . Поэтому уравнения для  $a_k^K$ ,  $a_k^K$  получаются непинейными. Их, однако, можно решить численно. Подробно вопрос о вычислении  $a_k^K$ ,  $a_k^K$  рассмотрен в  $a_k^K$ , поскольку исходный гамильтониан не эрмитов, преобразывание /2/ не унитарно, и коэффициенты  $a_k^K$ ,  $a_k^K$  различны.

гамильтониан не эрмитов, преобразование /2/ не унитарно, и коэффициенты  $u_j^K$ ,  $\widetilde{u}_j^K$  различны. Из всех бозонных операторов  $F_{k,\pm\mu}$ ,  $\beta_{K,\pm\mu}$  мы сохраним в дальнейшем только коллективные операторы  $\theta_{(\frac{1}{2})\mu}$ ,  $\beta_{(\frac{1}{2})\mu}$ , отличающиеся от остальных тем, что соответствующие им бозонные состояния имеют наименьшие энергии возбуждения и наибольшие спектроскопические факторы для реакций двухнуклонной перегачи

Окончательно, гамильтониан, с которым будут проводить вы числения, принимает вил:

 $H_{KORR} = \sum_{\mu} (\omega_{\mu} \beta_{(+)\mu}^{+} \beta_{(+)\mu}^{+} + \omega_{\mu}^{-} \beta_{(-)\mu}^{+} \beta_{(-)\mu}^{+}) + H_{aH\Gamma}$ 

$$\begin{split} H_{\text{BHF}} &= : \sum_{T} \left\{ \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \frac{1}{1} \right\} \sqrt{\frac{2T+1}{3}} \sum_{\mu} \left( G(3) \left[ \left[ \beta_{(+)}^{+} \beta_{(+)}^{+} \right]_{T} \beta_{(+)} \right]_{I\mu}^{+} \right. \\ &+ \left. G(4) \left[ \beta_{(-)}^{+} \left[ \beta_{(-)} \beta_{(-)} \right]_{T} \right]_{I\mu} + \left. G(1) \left[ \left[ \beta_{(+)}^{+} \beta_{(+)}^{+} \right]_{T} \beta_{(-)}^{+} \right]_{I\mu}^{+} \right. \\ &+ \left. G(2) \left[ \beta_{(+)} \left[ \beta_{(-)} \beta_{(-)} \right]_{T} \right]_{I\mu} + 2 G(1) \left[ \left[ \beta_{(+)}^{+} \beta_{(-)} \right]_{T} - \beta_{(-)}^{+} \right]_{I\mu}^{+} \right. \end{split}$$

Здесь 
$$\omega_{(1)}$$
 энергии свободных бозонов, а  $G(n)$  - константы ангармоничности. Химический потенциал выби-

рается так, что  $\omega_{(+)} = \omega_{(-)} \equiv \omega$ .

 $+2G(2)[[\beta_{(+)}^{+}\beta_{(-)}^{-}]_{T}\beta_{(+)}^{-}]_{Iu})(\beta_{(+)u}^{-}+(-1)^{1-\mu}\beta_{(-)-u}^{+}):-$  /3/

Приведем ряд результатов, иллюстрирующих особенности используемого метода, и некоторые характерные черты ядер с 4 – 56, которые мы будем в дальнейшем рассматривать.

A. На рис. 1 показано, как зависят от G  $\omega$ ,  $\omega_{RPA}$ /энергия свободных бозонов, рассчитанная в приближении хаотических фаз/ и точная энергия нижайшего возбужденного состояния. Из рисунка видно, что в отличие от RPA наш метод дает решение для  $\omega$  при любых значениях G.

В. Рис. 2 демонстрирует поведение энергий нижайших состояний в ядрах с A=56 в зависимости от G. Энергия возбужденного состояния с T=0 совпадает с экспериментальной энергией "парного" возбужденного состояния в  $^{56}$  Ni  $^{17}$  при G=0.5 Мэв. Так как в этой точке  $E_{T=0}$  имеет минимум, то в районе  $G\sim0.5$  Мэв происходит фазовый переход от несверхтекучего к сверхтекучему состоянию. Таким образом, ядра с  $A\sim56$  попадают в область фазового перехода, где неприменимо описание ни в рамках вибрационной, ни в рамках ротационной моделей  $^{9/}$ , а нужно точно учитывать ангармонические эффекты.

С. На рис. З показаны вклады компонент с различными числами бозонов в волновые функции основного и парного возбужденного состояний  $^{56}$  Ni(T=0) при G=O,5 Мэв. Из рисунка видно, что заметные вклады в волновые функции дают компоненты с различными числами бозонов. Нет ни одной компоненты, вклад которой превышал бы 50%.

D. На рис. 4 для основного состояния  $^{56}$ Ni приведены вероятности заполнения частицами /дырками/ одночастичных состояний, расположенных выше /ниже/ ловерхности Ферми. Из рисунка видно, что уровни 1d5/2,  $2s\ 1/2$ , 1d3/2,  $2p\ 1/2$ ,  $1g\ 9/2$ , не учтенные в  $^{/4/}$ , дают существеизый вклад в размытие поверхности Ферми.

## 3. МЕТОД РАСЧЕТА И ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ

Спектр собственных значений коллективного гамильтониана /3/ был найден в результате его численной днагонализации. Максимальное число бозонов, учигываемых в расчетах, было приняго равным 20. Проверка показала, что расширение базиса до 40 бозонов практически не влияет на результаты. Было показано также  $^{76h}$ , что при  $G \rightarrow \infty$  спектр собственных значений гамильтониана /3/ совпадает с точным решением задачи для этого предельного случая  $^{160}$ . Для проверки метода была решена модельная задача с двумя многократно вырожденными одиочастичными уровнями. Результаты совпали с точным решением  $^{111}$ .

Энергии одночастичных состояний были взяты из 121 и не варьировались от ядра к ядру. Константа G была

выбрана равной О,5 Мэв.

# 4. ЗАВИСИМОСТЬ ЭНЕРГИЙ ПАРНЫХ 0 <sup>+</sup>- СОСТОЯНИЙ ОТ ИЗОСПИНА

На рис. 5,6,7 сравниваются результаты расчетов для ядер с  $A\sim 56$  с экспериментальными значениями энергий основных и возбужденных  $0^+-$  состояний. Экспериментальные значения получены из данных по изучению реакций двухнуклонной передачи и систематики по энергиям связи ядер за вычетом кулоновской энергии. Приведенные на этих рисунках энергии отсчитаны от энергия нижайшего для каждого A состояния.

В первой колонке приведены результаты расчета с чисто парными остаточными силами. Во второй колонке - экспериментальные энергии.

Видно, что изотолинвариантных парных остаточных сил недостаточно для объястения наблюдаемого расшепления в изомультиплетах. Например, нижайшие состояния с T=3,4 находятся существенно ниже экспериментальных. Для ньжайших состояний с T=0,1,2 при A=56 даже получается неправильный порядок уровней. Все это указывает на важность учета дополнительных взаимодействий для описания коллективных "парных" состояний  $^{1/2}$ /.

Среди сил, приводящих к сильному расщеплению по изослину и не включенных в гамильтониан /1/, в первую

очередь следует отметить силы, ответственные за появление потенциала симметрии в полном одночастичном потенциале  $^{737}*$ . Учтем их вклад простейшим путем, добавив в гамильтониан член  $2b_{sym}T(T+1)/A$ . Изданных по массам ядер известно, что  $b_{sym}=25~{\rm Mgs}^{-123}/{\rm Pe}$ -зультаты, полученные с учетом этого члена, приведены на рис. 5,6,7 в третьей колонке. Согласие с экспериментом существенно улучшилось.

Таким образом, учет париых остаточных сил и сил, ответственных за появление потенциала симметрии в полном одночастичном потенциале, позволяет удовлетворительно описать расшепление уровней в изотопических мультиплетах при фиксированиом А, оставаясь в рамках модели коллективных "парных" возбуждений. Это ответ иа первый вопрос, поставленный во введении.

#### 5. ВЛИЯНИЕ

### ЧЕТЫРЕХЧАСТИЧНЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ

На рис. 8 теоретические эначения энергий нижайших для каждого A состояний сравниваются с экспериментальными данными. Все энергии отсчитаны от основного состояния  $^{56}$  Ni. Поскольку любой специальный выбор нулевой энергии для одночастичных уровней вносит личейную зависимость от числа частиц в результирующие энергии основных состояний ядер, мы добавим соответствующий линейный член y(A-56) к экспериментальным энергиям. Параметр у определим так, чтобы  $E_{A=3}$ , T=1 в соответствии со сделаиным выше выбором  $\lambda$ . Из рис. 8 видно, что различие теоретических я экспериментальных энергий весьма существенно и при робавлении к ядру  $\alpha$  -частицы чля удаления ее от ядра экспериментальные энергии практически не меняются.

<sup>\*</sup> Вклад в полную энергию симметрии дает не только одночастичный потенциал симметрии. Существенную роль играют при этом оболочечная структура и корреляционные эффекты, которые в основном учтены в /1/.

Например,  $E_{A=48} - E_{A=52} << E_{A=54}$  и т.л. Это наводит на мысль, что причиной отклонения теоретических значений от экспериментальных является отсутствие в гамильтоннане /1/ членов, приводящих к  $\alpha$  -частичным коррегациям.

К а -частичным корреляциям могут привести силы, действующие в состояниях с нечетным моментом и изосинию  $T_{=0}^{I/4}$ . Если пренебречь для простоты расщеплением одночастичных уровней, лежащих выше /ниже/ поверхности Ферми, то такое взаимодействие даст следующий вклад в энергии ядер c''n'' а - частицами на уровнях выше /или ''n'' лырками от  $\alpha$  -частиц на уровиях ниже/ поверхности Ферми  $^{I/4}$ /

$$\delta E = -V \underset{\pm}{a(2n+1)}, \qquad /4/$$

где  $V_+$  ( $V_-$ ) - эффективная константа взаимодействня на уровнях выше /ниже/ поверхности Ферми. Эти константы положительны  $^{IIJ}$ , поэтому поправка /4/ имет правильный знак, но численные значения  $V_+$  неизвестны. Можно только предположить, что  $V_-$  > $V_+$ , так как в ядрах с A=60,64  $\alpha$ -частнцы формируются из нуклонов, находящихся на уровнях It5/2, 2p1/2, 2p3/2. Перекрытие волновых функций, а значит, и константа взаимодействия в этом случае будут меньше, чем в ядрах с A=48,52, где заполняется только уровень It7/2. Это утверждение согласуется с экспериментальными данными.

Можно, однако, проверить правильность функциональной зависимости от "n" в /4/, подбирая оптимальные значения V. Результаты такого подбора для ядер с  $A=48,52,\overline{60},64$  показаны на рис. 8. Согласие с экспериментом значительно улучщалось.

Таким образом, есть основания утверждать, что для полного описания 0  $\pm$ состояний в ядрах с A-56 необходим учет не только парных, но и  $\alpha$  -частичных корреляций.

#### Литература

- 1. A.Bohr. Nucl. Structure. Dubna Symposium, 1968. IAEA: Vienna, 1968: O.Nathan. Ibid.
- 2. С.Т.Беляев. ЯФ, 4. 936 /1966/: С.П.Камерожиев. ЯФ, 11, 537 /1970/.
- 3. G.G.Dussel, R.P.J.Perazzo, D.R.Bes and R.A.Broglia. Nucl. Phys., A175. 513 (1971): G.G.Dussel, R.P.J.Perazzo and D.R.Bes. Nucl. Phys., A183, 298 (1972).
- 4. D.R.Bes, E.E.Maqueda and R.P.J.Perazzo: Nucl. Phys., A199, 193 (1973).
- 5. J.Parikh and J.Svenne. Phys.Rev., 174, 1343 (1968);
  - S. Wong and W.Davies. Phys.Lett., 28B, 77 (1968).
- 6. a/ V.G.Kartavenko, R.V.Jolos, F.Donau, D.Junssen. Preprint JINR; E4-6127, Dubna, 1971.
  - б/ Р.В.Джолос, В.Г.Картавенко. Сообщение ОИЯИ,
  - Р4-6781, Дубна, 1972. в/ Р.В.Джолос, В.Г.Карпавенко. Сообщение ОИЯИ, Р4-6782, Дубна, 1972.
- 7. F.Dyson. Phys. Rev., 102, 1217 (1956).
- 8. D.Janssen, F.Donau, S.Frauendorf and R.V.Jolos. Nucl. Phys., A172, 145 (1971).
- 9: С.Т.Беляев. Структура ядра: Лекции. Алушта, 1972. ОИЯИ, Д-6465, Дубна, 1972.
- LO. B.H. Flowers, S.Szpikowski. Proc. Phys. Soc., 84, 193 (1964).
- 11. G.G.Dussel, E.E.Magueda and R.P.J.Perazzo. Nucl. Phys., A153, 469 (1970).
- 12. B.Sorensen. Nucl. Phys., A134, 1 (1969).
- 13. А.Бор, Б. Моттельсон. Структура атомного ядра. Мир, Москва, 1971.
- 14. J.Eichler. Preprint HMJ-B125 (1972).

Рукопись поступила в издательский отдел 18 июня 1973 года.

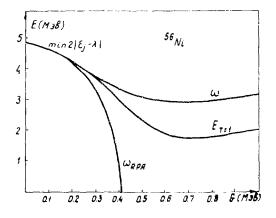


Рис. 1. Зависимость энергий невзаимодействующих "парпых" бозонов, рассчитанная в данной работс ( $\omega$ ) в приближении хаотических фаз ( $\omega_{RPA}$ ) и точной эпергии инжайшего возбужденного состояння ( $E_{T=1}$ ), от величины константы парного взаимолействия (G).

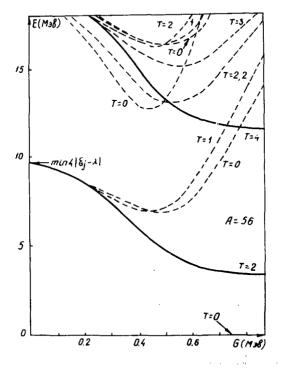
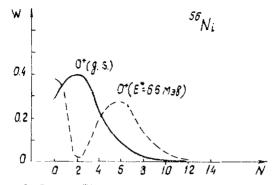


Рис. 2. Зависимость от G — энергий нижайших  $0^+$ — состояний в ядрах с A=56 .



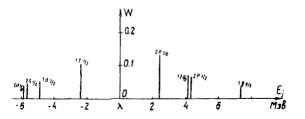
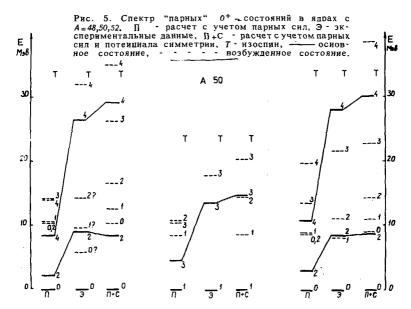
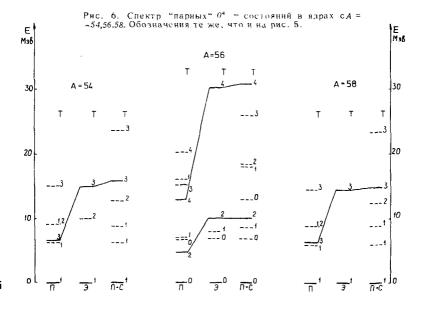


Рис. 4. Вероятности заполнения одночастичных состояний частимами  $(\epsilon_i > \lambda)$  или дырками  $(\epsilon_i < \lambda)$ , Результаты приведены для основного состояния  $^{36}N_i^*$ .





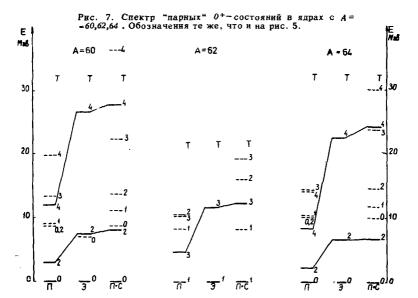


Рис. 8. Спектр нижайших для каждого A  $0^+$  состояний, построенный на основе ядра  $^{56}$  Ni. T - расчет с учетом парных сил,  $\mathcal{I}^*$  - экспериментальные энергии,  $T^*$  - расчет с учетом парных сил и  $\alpha$  -частичных корреляций.

