ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 7145

Г.Конвент, Н.М.Плакида, Ф.Вукайлович

МАГНИТНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ В АНГАРМОНИЧЕСКОМ ФЕРРОМАГНИТНОМ КРИСТАЛЛЕ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P4 - 7145

Г.Конвент[1] Н.М.Плакида, Ф.Вукайлович[2]

МАГНИТНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ В АНГАРМОНИЧЕСКОМ ФЕРРОМАГНИТНОМ КРИСТАЛЛЕ

Направлено в ТМФ

[1] Институт теоретической физики Вроцлавского университета, ПНР

[2] Институт ядерных наук им. Б.Кидрича, Белград, Югославия

1. Введение

В магнитных кристаллах существует взаимная корреляция между магнитными, механическими и тепловыми свойствами, проявляющаяся в виде эффектов магнитострикции, аномальном поведении коэффициента поглощения звука и коэффициента теплового расширения вблизи точек магнитного фазового перехода, зависимости температуры перехода от внешнего давления и др. /см., например, [1] /. Если магнитные свойства кристалла рассматривать в рамках модели Гейзенберга [2], то причиной этой корреляции следует считать зависимость обменного интеграла от взаимного расстояния между атомами, которое меняется вследствие их теплового движения, что приводит к спин-фононному взаимодействию. Исследованию эффектов спин-фононного взаимодействия посвящено большое число работ /см., например, [3-11] /, в которых, однако, учитываются лишь низшие порядки взаимодействия по тепловым смещениям атомов, а колебания решетки рассматриваются в гармоническом приближении.

В работе [12] было предложено обобщение теории спин-фононного взаимодействия, в которой эффекты ангармонизма колебаний решетки и спин-фононного взаимодействия рассматривались самосогласованным образом при учете взаимодействия всех порядков по смещениям атомов. Этот метод был использован в [13] для исследования фононных возбуждений в ангармоническом ферромагнитном кристалле.

В настоящей работе мы рассмотрим магнитные возбуждения в этой модели, пользуясь методом уравнений движения для двухвременных функций Грина /2/. При помощи введения неприводимых частей спиновых функций Грина /14/ будет получено уравнение Дайсона с явным видом для массового оператора функции Грина $\langle\langle S^-_\ell \mid S^+_m \rangle\rangle$, простейшие аппроксимации которого приводят к результатам, полученным на основе весьма сложной диаграммной техники в /11/.

2. Уравнение Дайсона для спиновой функции Грина

Рассмотрим однодоменный ферромагнитный кристалл в рамках модели Гейзенберга, гамильтониан которого запишем в виде:

$$H = H_L + H_S = \sum \frac{P^2_\ell}{2M_\ell} + U(R_\ell) - \qquad /1/$$

$$-h \sum_\ell S^z_\ell - \frac{1}{2} \sum_{\ell \neq m} J(\vec{R}_\ell - \vec{R}_m)\vec{S}_\ell \cdot \vec{S}_m ,$$

где $\vec{P}_\ell$ и $\vec{R}_\ell$ - импульс и координата атома, имеющего спин $\vec{S}_\ell$ и массу M_ℓ, в узле решетки ℓ, который определяется равновесным положением атома $\vec{x}_\ell = \langle \vec{R}_\ell \rangle$. $h = \mu_B H^z$ - зеемановская энергия спина во внешнем магнитном поле H^z. Потенциальную энергию взаимодействия атомов решетки $U(R_\ell)$ и обменное взаимодействие спинов $J(\vec{R}_\ell - \vec{R}_m)$ представим в виде ряда по тепловым смещениям атомов $u^a_\ell = R^a_\ell - x^a_\ell$

$$U(R_\ell) = \exp(\sum_\ell \vec{u}_\ell \vec{\nabla}_\ell) U_0(\vec{x}_\ell) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \sum_{1\ldots n} \Phi_{1\ldots n} u_1 \ldots u_n , \qquad /2/$$

$$\Phi_{1\ldots n} = \nabla_1 \cdots \nabla_n U_0(\vec{x}_i) = \frac{\partial}{\partial x^{a_1}_1} = \ldots \frac{\partial}{\partial x^{a_n}_n} U_0(\vec{x}_i), \qquad /2a/$$

$$J(\vec{R}_\ell - \vec{R}_m) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \sum_{1\ldots n} J^{\ell m}_{1\ldots n} u_1 \ldots u_n , \qquad /3/$$

$$J^{\ell m}_{1\ldots n} = \nabla_1 \ldots \nabla_n J(x_\ell - x_m) = \{\prod_{i=1}^{n} (\delta_{i,\ell} - \delta_{i,m})\} \nabla^{a}_{\ell} \ldots \nabla^{a}_{\ell} J_0 (\vec{x}_\ell - \vec{x}_m),$$

/3а/

где $u_1 = u^{a_1}_{x_1}$ и т.д. В отличие от обычного подхода в /2/, /3/ сохраним все члены по смещению атомов /12,13/.

Для определения спектра возбуждений магнитной подсистемы рассмотрим уравнение для спиновой функции Грина /2/:

$$G_{\ell\ell'}(t-t') = \langle\langle S^{+}_{\ell}(t); S^{-}_{\ell'}(t')\rangle\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} G_{\ell\ell'}(\omega) e^{-i\omega(t-t')} \qquad /4/$$

где приняты обычные обозначения для двухвременных термодинамических функций Грина /2/; $S^{\pm}_{\ell} = S^{x}_{\ell} \pm i S^{y}_{\ell}$. Пользуясь уравнениями движения для операторов в представлении Гейзенберга $S^{\pm}_{\ell}(t) = \exp(iHt) S^{\pm}_{\ell} \exp(-iHt)$, получаем следующее уравнение для функции Грина /4/:

$$(i \frac{\partial}{\partial t} - h) \langle\langle S^{+}_{\ell}(t); S^{-}_{\ell'}(t')\rangle\rangle = 2\langle S^{z}\rangle \delta_{\ell,\ell'} \delta(t-t') +$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \sum_{m,1\ldots n} J^{\ell m}_{1\ldots n} \langle\langle u_1 \ldots u_n (S^{z}_{m} S^{+}_{\ell} - S^{z}_{\ell} S^{+}_{m}); S^{-}_{\ell'}(t')\rangle\rangle . \qquad /5/$$

Учтем далее перенормировку обменного взаимодействия в /5/ в среднем фононном поле, вводя неприводимые (ir) по фононным операторам функции Грина /15/:

$$\langle\langle (u_1 \ldots u_n)^{ir} S^{z}_{m} S^{+}_{\ell} | S^{-}_{\ell'}\rangle\rangle = \langle\langle u_1 \ldots u_n S^{z}_{m} S^{+}_{\ell} | S^{-}_{\ell'}\rangle\rangle -$$

$$- \sum_{p=0}^{n-1} C^{p}_{n} \langle u_{p+1} \ldots u_n \rangle \langle\langle (u_1 \ldots u_p)^{ir} S^{z}_{m} S^{+}_{\ell} | S^{-}_{\ell'}\rangle\rangle , \qquad /6/$$

где $C_n^p = p!/n!(n-p)!$. Мы учли, что $< u_1 \dots u_n S_m^z S_\ell^+ > = 0$ для системы с гамильтонианом /1/. Подставляя разложение для спин-фононной функции Грина из /6/ по неприводимым функциям в /5/ и выполняя суммирование по n для каждой неприводнмой функции p-го порядка, уравнение /5/ для фурье-компонент функции Грина /4/ запишем в виде:

$$(\omega - h) G_{\ell\ell'}(\omega) = 2\delta_{\ell,\ell'} <S^z> + \sum_m \tilde{\tilde{J}}_{\ell m} <<(S_m^z S_\ell^+ - S_\ell^z S_m^+) | S_{\ell'}^- >>_\omega +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \sum_{m,1\dots n} \tilde{\tilde{J}}_{1\dots n}^{\ell m} <<(u_1 \dots u_n)^{ir} (S_m^z S_\ell^+ - S_\ell^z S_m^+) | S_{\ell'}^- >>_\omega . \qquad /7/$$

Ренормированное в среднем фононном поле обменное взаимодействие имеет вид [11]:

$$\tilde{\tilde{J}}_{1\dots n}^{\ell m} = \nabla_1 \dots \nabla_n <J(\vec{R}_\ell - \vec{R}_m)> ; \quad \tilde{\tilde{J}}_{\ell m} = <J(\vec{R}_\ell - \vec{R}_m)> . \qquad /8/$$

Первый член с взаимодействием в правой части /7/ описывает прямое спин-спиновое взаимодействие в среднем фононном поле, а второй член с $n \ge 1$ определяет неупругие процессы спин-фононного рассеяния. Удобно ввести энергию магнитных возбуждений в приближении среднего спинового поля, как это было предложено в[14] с помощью неприводимой по спиновым операторам функции Грина:

$$<<\{ S_m^z S_\ell^+ - S_\ell^z S_m^+ \}^{ir} | S_{\ell'}^- >> = <<(S_m^z S_\ell^+ - S_\ell^z S_m^+) | S_{\ell'}^- >> -$$

$$- A_{\ell m} << S_\ell^+ | S_{\ell'}^- >> - A_{m\ell} << S_m^+ | S_{\ell'}^- >> , \qquad /9/$$

где коэффициенты $A_{\ell m}$ выбираются из условия обращения в нуль неоднородного члена в уравнении для неприводимой функции Грина:

$$<[(S_m^z S_\ell^+ - S_\ell^z S_m^+)^{ir} , S_{\ell'}^-]> = 0 . \qquad /9a/$$

Из этого условия, учитывая определение /9/, для коэффициентов $\ell \neq m$ получаем:

$$A_{\ell m} = A_{m\ell} = \frac{1}{2<S^z>} \{2<S_\ell^z S_m^z>+<S_\ell^- S_m^+>\}. \qquad /10/$$

Эти коэффициенты определяют уравнение для функции Грина в приближении среднего поля /16/:

$$(\omega - h)G^\circ_{\ell\ell'}(\omega) = 2\delta_{\ell,\ell'}<S^z> + \sum_m J_{\ell m} A_{\ell m}\{G^\circ_{\ell\ell'}(\omega) - G^\circ_{m\ell'}(\omega)\}, \qquad /11/$$

решение которого имеет вид:

$$G^\circ_{\ell\ell'}(\omega) = \frac{1}{N}\sum_q e^{iq(\ell-\ell')}\frac{2<S^z>}{\omega - E_q}, \qquad /11a/$$

где энергия спиновых возбуждений в среднем фононном и среднем спиновом поле равна:

$$E_{\vec q} = h + \frac{1}{N}\sum_{\ell m} \tilde{J}_{\ell m} A_{\ell m}(1 - e^{i\vec q(\vec\ell - \vec m)}). \qquad /12/$$

Уравнение для полной функции Грина /7/ с учетом уравнения /11/ запишем в виде:

$$G_{\ell\ell'}(\omega) = G^\circ_{\ell\ell'}(\omega) + \sum G^\circ_{\ell f}(\omega)\frac{1}{2<S^z>} \times$$

$$\times\{\sum_m \tilde{\tilde{J}}_{fm} <<(S_m^z S_f^+ - S_f^z S_m^+)^{ir}|S_{\ell'}^->>_\omega + \qquad /13/$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}\sum_{m,1\ldots n}\tilde{\tilde{J}}^{fm}_{1\ldots n}<<(u_1\ldots u_n)^{ir}(S_m^z S_f^+ -$$

$$- S_f^z S_m^+)|S_{\ell'}^->>_\omega\}.$$

Для определения неприводимых функций Грина в правой части /13/ вида $\langle\langle A(t); S^-_{\ell'}(t')\rangle\rangle$, описывающих как эффекты неупругого спин-спинового $(A = \{S^z_m S^+_f - S^z_f S^+_m\}^{ir})$, так и неупругого спин-фононного $(A = \{u \dots u\}^{ir}$ $[S^z_m S^+_f - S^z_f S^+_m])$

взаимодействий, воспользуемся методом дифференцирования функции Грина по второму времени

$$(-i\frac{\partial}{\partial t'} - h)\langle\langle A(t);\ S^-_{\ell'}(t')\rangle\rangle = \delta(t-t')\langle[A, S^-_{\ell'}]\rangle +$$

$$+\sum_{n'=0}^{\infty}\frac{1}{n'!}\sum_{m',1'\dots n'} J^{\ell' m'}_{1'\dots n'}\langle\langle A\,|\,u_{1'}\dots u_{n'}(S^z_{m'}S^-_{\ell'} - S^z_{\ell'}S^-_{m'})\rangle\rangle. \qquad /14/$$

Вводя неприводимые по фононным операторам, относящимся к моменту времени t' функций Грина аналогично /6/, и по спиновым операторам для $n' = 0$ аналогично /9/, получаем уравнение для фурье-компоненты функции Грина /14/ в виде:

$$\langle\langle A\,|S_{\ell'}\rangle\rangle_\omega = \frac{1}{\langle 2S^z\rangle}\sum_{f'} G^{\circ}_{\ell' f'}(\omega)\,[\sum_m \tilde{J}_{f'm'}\langle\langle A\,|\{S^z_{m'}S^-_{f'} -$$

$$- S^z_{f'}S^-_{m'}\}^{ir}\rangle\rangle_\omega + \sum_{n'=1}^{\infty}\frac{1}{n'!}\sum_{m',1'\dots n'}\tilde{J}^{f'm'}_{1'\dots n'}\langle\langle A\,|\{u_1\dots u_{n'}\}^{ir}\times$$

$$\times(S^z_m S^-_{f'} - S^z_{f'}S^-_{m'})\rangle\rangle_\omega, \qquad /14а/$$

где мы учли, что согласно определению неприводимых функций Грина /6/ и /9а/ неоднородный член в /14/ $(A = \{u_1\dots u_n\}^{ir}[S^z_m S^+_f - S^z_f S^+_m])$. Следовательно, уравнение /13/ может быть записано в виде:

$$G_{\ell\ell'}(\omega) = G^{\circ}_{\ell\ell'}(\omega) + \sum G^{\circ}_{\ell f}(\omega)\,P_{ff'}(\omega)\,G^{\circ}_{f'\ell'}(\omega), \qquad /15/$$

где $P_{ff'}(\omega)$, называемый обычно радиационным оператором, имеет вид:

$$(2<S^z>)^2 P_{ff'}(\omega) = \sum_{n,n'=1}^{\infty} \frac{1}{n!\,n'!} \sum_{m\,1\dots n} \sum_{m'1'\dots n'} \tilde{\tilde{J}}^{fm}_{1\dots n} \tilde{\tilde{J}}^{f'm'}_{1'\dots n'} \times$$

$$\times \langle\langle \{u_1 \dots u_n\}^{ir} (S^z_m S^+_f - S^z_f S^+_m) | \{u_{1'} \dots u_{n'}\}^{ir} (S^z_{m'} S^-_{f'} - S^z_{f'} S^-_{m'}) \rangle\rangle +$$

$$+ \sum_{mm'} \tilde{\tilde{J}}_{fm} \tilde{\tilde{J}}_{f'm'} \langle\langle \{S^z_m S^+_f - S^z_f S^+_m\}^{ir} | \{S^z_{m'} S^-_{f'} - S^z_{f'} S^-_{m'}\}^{ir} \rangle\rangle_\omega +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \sum_{m\,1\dots n} \sum_{m'} \tilde{\tilde{J}}^{fm}_{1\dots n} \tilde{\tilde{J}}_{f'm'} \times \qquad /16/$$

$$\times \{ \langle\langle \{u_1 \dots u_n\}^{ir} (S^z_m S^+_f - S^z_f S^+_m) | \{S^z_{m'} S^-_{f'} - S^z_{f'} S^-_{m'}\}^{ir} \rangle\rangle_\omega +$$

$$+ \langle\langle \{S^z_{m'} S^+_{f'} - S^z_{f'} S^+_{m'}\}^{ir} | \{u_1 \dots u_n\}^{ir} (S^z_m S^-_f - S^z_f S^-_m) \rangle\rangle_\omega \} .$$

Массовый оператор $\Pi_{ff'}$ полной функции Грина, определяемый уравнением Дайсона:

$$G_{\ell\ell'}(\omega) = G^0_{\ell\ell'}(\omega) + \sum_{ff'} G^0_{\ell f}(\omega)\Pi_{ff'}(\omega) G_{f'\ell'}(\omega), \quad /17/$$

связан с оператором $P_{ff'}$ уравнением:

$$P_{ff'}(\omega) = \Pi_{ff'}(\omega) + \sum_{\ell\ell'} \Pi_{f\ell'}(\omega) G^0_{\ell\ell'}(\omega) P_{\ell f'}(\omega), \quad /18/$$

то есть представляет собственную /или сильно связанную/ часть оператора, $P^{(c)}_{ff'}$, не содержащую частей, соединенных одной линией $G^0_{\ell\ell'}$. Переходя к фурье-разложению по плоским волнам аналогично /11а/, решение уравнения Дайсона /17/ запишем в виде:

$$G_{\ell\ell'}(\omega) = \frac{1}{N} \sum_q e^{iq(\ell-\ell')} \frac{2<S^z>}{\omega - E_q - 2<S^z>\Pi_q(\omega)}, \quad /19/$$

где массовый оператор определяется согласно /16/, /18/:

$$\Pi_q(\omega) = \frac{1}{N}\sum_{\ell\ell'} e^{-iq(\ell-\ell')}\Pi_{\ell\ell'}(\omega) = \frac{1}{N}\sum_{\ell\ell'} e^{-iq(\ell-\ell')} P^{(c.)}_{\ell\ell'}(\omega).$$

/2O/

Спектральная плотность магнитных возбуждений определяется мнимой частью функции Грина /19/:

$$g(\vec q,\omega) = -\frac{1}{\pi}\, Im\, G_{\vec q}(\omega + i\epsilon) = \frac{2<S^z>\Gamma_{\vec q}(\omega)}{[\omega - E_{\vec q} - \Delta_{\vec q}(\omega)]^2 + \Gamma^2_{\vec q}(\omega)} \qquad /21/$$

где введены зависящие от частоты сдвиг $\Delta_q(\omega)$ и полуширина $\Gamma_{\vec q}(\omega)$, определяемые неупругими процессами рассеяния:

$$\Delta_{\vec q}(\omega) = 2<S^z> Re\, \Pi_{\vec q}(\omega),$$

$$\Gamma_{\vec q}(\omega) = -2<S^z> Im\, \Pi_{\vec q}(\omega + i\epsilon). \qquad /22/$$

Рассмотрим далее некоторые приближенные выражения для массового оператора /2O/.

3. *Приближенное вычисление спектра магнитных возбуждений*

Энергия магнитных возбуждений в приближении среднего поля, не учитывающем неупругие процессы рассеяния, может быть записана, согласно /1O/, /12/, в виде:

$$E_{\vec q} = h + <S^z>(\tilde{\tilde J}_0 - \tilde{\tilde J}_{\vec q}) + \frac{1}{N}\sum_{\vec q'}(\tilde J_{\vec q'} - \tilde J_{\vec q - \vec q'})\, n_{\vec q'} +$$

$$+ \frac{1}{<S^z>N}\sum_{\vec q'}(\tilde{\tilde J}_{\vec q'} - \tilde{\tilde J}_{\vec q-\vec q'})K^{zz}_{\vec q'}, \qquad /23/$$

где введено фурье-разложение для ренормированной обменной энергии /8/ и корреляционных функций:

$$\tilde{\tilde{I}}_{\ell m} = \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \tilde{I}_{\vec{q}}\, e^{i\vec{q}(\vec{\ell}-\vec{m})}, \qquad /24/$$

$$K^{+-}_{\ell m} = \langle S^{+}_{\ell} S^{-}_{m} \rangle = \frac{2\langle S^{z}\rangle}{N} \sum_{\vec{q}} n_{\vec{q}}\, e^{i\vec{q}(\vec{\ell}-\vec{m})}, \qquad /25а/$$

$$K^{zz}_{\ell m} = \langle (S^{z}_{\ell} - \langle S^{z}\rangle)(S^{z}_{m} - \langle S^{z}\rangle)\rangle = \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} K^{zz}_{\vec{q}}\, e^{i\vec{q}(\vec{\ell}-\vec{m})}. \qquad /25б/$$

Выражение /23/ /без учета ренормировки обменного взаимодействия в среднем фононном поле /8// было получено в [18] при помощи диаграммной техники для спиновых операторов [18,19], а также расцеплением функций Грина в первом порядке [16]. Первый член в /23/ соответствует приближению случайных фаз /расцепление Тябликова[2] /, второй и третий члены учитывают, соответственно, перенормировку энергии возбуждений за счет упругого рассеяния на спиновых волнах $(\approx n_{q})$ и на флуктуациях z-компоненты спина $(\approx K^{zz}_{\vec{q}})$.

При обсуждении членов с неупругим рассеянием, определяемых массовым оператором /16/, /20/, заметим, что для изотропного гамильтониана Гейзенберга /1/ отсутствуют связанные спин-фононные возбуждения [3], и поэтому можно ограничиться рассмотрением приближения второго порядка по спин-фононному взаимодействию. В этом случае две последние функции Грина в /16/ можно не учитывать /они дают вклад более высокого порядка/, а в первом члене провести расцепление двухвременных спин-фононных функций:

$$\langle \{u_{1'}(t) \ldots u_{n'}(t)\}^{ir} S^{z}_{m'}(t) S^{-}_{f'}(t) | \{u_1 \ldots u_n\}^{ir} S^{z}_{m} S^{+}_{f} \rangle \approx \qquad /26/$$

$$\approx \langle \{u_{1'}(t) \ldots u_{n'}(t)\}^{ir} \{u_1 \ldots u_n\}^{ir} \rangle \langle S^{z}_{m'}(t) S^{-}_{f'}(t) S^{z}_{m} S^{+}_{f} \rangle.$$

Для фононной корреляции функции воспользуемся также приближением /15/:

$$< [u_{1'}(t) \dots u_{n'}(t)]^{ir} [u_1 \dots u_n]^{ir} > \approx n' \delta_{n,n'} \prod_{i=1}^{n} < u_{i'}(t) u_i >, \qquad /27/$$

где временные корреляционные функции смещений вычисляются по однофононной функции Грина, рассмотренной нами ранее /13/:

$$< u_{i'}(t) u_i > = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{1}{e^{\frac{\omega}{\theta}} - 1} e^{i\omega t} \left\{ -\frac{1}{\pi} Im << u_i | u_{i'} >>_{\omega + i\epsilon} \right\} \qquad /28/$$

Таким образом, во втором порядке по спин-фононному взаимодействию для массового оператора /20/, пользуясь спектральным представлением для функций Грина в /16/, получаем:

$$2<S^z> \Pi_{\vec q}(\omega) \equiv M_{\vec q}(\omega) = \frac{1}{2<S^z>N} \sum_{\ell\ell'} e^{iq(\vec\ell - \vec\ell')} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{\omega - \omega'} (e^{\frac{\omega'}{\theta}} - 1) \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{2\pi} e^{-i\omega' t} \Big\{ \sum_{mm'} \tilde{J}_{\ell m} \tilde{\tilde{J}}_{\ell' m'} < [S^z_{m'}(t) S^-_{\ell'}(t) -$$

$$- S^z_{\ell'}(t) S^-_{m'}(t)]^{ir} | [S^z_m S^+_\ell - S^z_\ell S^+_m]^{ir} > + \qquad /29/$$

$$+ \sum_{mm'} < (S^z_{m'}(t) S^-_{\ell'}(t) - S^z_{\ell'}(t) S^-_{m'}(t)) (S^z_m S^+_\ell - S^z_\ell S^+_m) > \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} (< [u^\alpha_{\ell'}(t) - u^\alpha_{m'}(t)] [u^\beta_\ell - u^\beta_m] > V^\alpha_{\ell'} V^\beta_\ell)^n \tilde{\tilde{J}}_{\ell' m'} \tilde{\tilde{J}}_{\ell m} \Big\},$$

где в последнем члене операторы дифференцирования $\nabla_{\ell}^{\alpha} = \partial / \partial x_{\ell}^{\alpha}$ и $\nabla_{\ell}^{\beta} = \partial / \partial x_{\ell}^{\beta}$ действуют, соответственно, на $\tilde{J}_{\ell' m'} = \tilde{J}(\vec{x}_{\ell'} - \vec{x}_{m'})$ и $\tilde{J}_{\ell m} = J(\vec{x}_{\ell} - \vec{x}_{m})$.

Дальнейшее упрощение массового оператора /29/ можно получить, если приближенно вычислить временные корреляционные функции четырех спинов. Первый член в /29/ содержит неприводимую, согласно /9/, корреляционную функцию, которая может быть приближенно записана в виде:

$$
\begin{aligned}
&\langle \{ S_{m'}^{z}(t) S_{\ell'}^{-}(t) \}^{ir} \,|\, \{ S_{m}^{z} S_{\ell}^{+} \}^{ir} \rangle = \\
&= \langle (S_{m'}^{z}(t) - \langle S^{z} \rangle) S_{\ell'}^{-}(t) \,|\, (S_{m}^{z} - \langle S_{m}^{z} \rangle) S_{\ell}^{+} \rangle \approx \qquad /30/ \\
&\approx K_{m'm}^{zz}(t) \, K_{\ell'\ell}^{-+}(t)
\end{aligned}
$$

Пользуясь статическим приближением для корреляционной функции z -компонентов $K_{m'm}^{zz}(t) \approx K_{m'm}^{zz}$ и применяя полюсное приближение в /21/ при вычислении функции $K_{\ell'\ell}^{-+}(t)$:

$$
-\frac{1}{2\pi} \, \mathrm{Im}\, G_{\vec{q}}(\omega + i\epsilon) = 2 \langle S^{z} \rangle \, \delta(\omega - \epsilon_{\vec{q}}) \qquad /31/
$$

для вклада в массовый оператор, обусловленного неупругим рассеянием на флуктуациях z -компоненты спина, получаем выражение /14/:

$$
M_{\vec{q}}^{(s)}(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{q'} \frac{(\bar{\bar{I}}_{\vec{q}'} - \bar{\bar{I}}_{\vec{q} - \vec{q}'})}{\omega - \epsilon_{\vec{q}' - \vec{q}}} \, K_{\vec{q}'}^{zz} \qquad /32/
$$

Подобное же выражение было получено в /18/ при помощи диаграммной техники. Вклад в массовый оператор за счет неупругого рассеяния на поперечных компонентах спина /спиновых волнах/ может быть получен, если воспользоваться приближенным представлением оператора S^z_m в /30/ в виде произведения $S^+_m S^-_m$ и провести двухвременное расщепление по функциям поперечных компонент спина.

Второй член в /29/ описывает неупругое спин-фононное рассеяние $(n \geq 1)$. Спиновая корреляционная функция в этом члене приближенно может быть представлена в виде:

$$< S^z_{m'}(t) S^-_{\ell'}(t) S^z_m S^+_\ell > = \{ < S^z >^2 + K^{zz}_{m'm}(t) \} K^{-+}_{\ell'\ell}(t) . \qquad /33/$$

При этом спин-фононная часть массового оператора /29/ принимает вид:

$$M^{(s-p)}_{\vec q}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{\omega-\omega'} \left(e^{\frac{\omega'}{\theta}} - 1 \right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{2\pi} e^{-i\omega' t} \frac{1}{N} \sum_{\ell\ell' m m'} e^{-i\vec q(\vec\ell-\vec\ell')} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} (< \{ u^{\alpha}_{\ell'}(t) - u^{\alpha}_{m'}(t) \} \{ u^{\beta}_{\ell} - u^{\beta}_{m} \} > \nabla^{\alpha}_{\ell'} \nabla^{\beta}_{\ell})^n \bar J_{\ell' m'} \bar J_{\ell m} \times$$

$$/34/$$

$$\times \frac{1}{2 < S^z >} \{ < S^z >^2 [K^{-+}_{\ell'\ell}(t) + K^{-+}_{m'm}(t) - K^{-+}_{\ell' m}(t) - K^{-+}_{m'\ell}(t)] +$$

$$+ [K^{zz}_{m'm}(t) K^{-+}_{\ell'\ell}(t) + K^{zz}_{\ell'\ell}(t) K^{-+}_{m'm}(t) - K^{zz}_{m'\ell}(t) K^{-+}_{\ell' m}(t) -$$

$$- K^{zz}_{\ell' m}(t) K^{-+}_{m'\ell}(t)] \}$$

Первый член в фигурных скобках определяет рассеяние магнитных возбуждений с участием фононов $(n \geq 1)$ в среднем поле z-компоненты спинов $(\sim < S^z >^2)$, второй член учитывает флуктуацию компоненты спина $(\sim K^{zz}_{\ell m}(t))$, то есть учитывает дополнительную передачу импульса системе спинов. В длинноволновом пределе, $\vec q \to 0$, эти вклады поэтому имеют различную асимптотику.

Для сравнения с результатами диаграммной техники /11/ рассмотрим однофононное ($n = 1$) неупругое рассеяние в /34/. При вычислении фононной корреляционной функции воспользуемся полюсным приближением для функции Грина в /28/

$$-\frac{1}{\pi} Im \langle\langle u^{\alpha}_{\ell} \mid u^{\beta}_{\ell'} \rangle\rangle_{\omega+i\epsilon} \approx \frac{1}{MN} \sum_{\vec{k} j} e^{\alpha}_{kj} e^{\beta}_{kj} e^{ik(\ell-\ell')} \delta(\omega^2 - \omega^2_{\vec{k} j}), \qquad /35/$$

где $e^{a}_{\vec{k} j}$ - векторы поляризации и $\omega_{\vec{k} j}$ - частоты фононов с волновым вектором $\vec{k}$ и поляризацией j /для простоты рассматриваем примитивную решетку/. Используя также полюсное приближение /31/ при вычислении спиновой функции $K^{-+}_{\ell\ell'}(t)$ и статическое приближение $K^{zz}_{\ell\ell'}(t) \approx K^{zz}_{\ell\ell'}$, после несложных преобразований для однофононного вклада в /34/ получаем выражение:

$$M^{(1)}_{\vec{q}}(\omega) = \sum_{\vec{k} j} \{ |A_j(\vec{q},\vec{k})|^2 + \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}'} K^{zz}_{\vec{q}'-\vec{k}} |B_j(\vec{q}',\vec{k})|^2 \} \times$$

$$\times \{ \frac{1 + N_{\vec{k} j} + n_{\vec{q}-\vec{k}}}{\omega - \epsilon_{\vec{q}-\vec{k}} - \omega_{\vec{k} j}} + \frac{N_{\vec{k} j} - n_{\vec{q}-\vec{k}}}{\omega - \epsilon_{\vec{q}-\vec{k}} + \omega_{\vec{k} j}} \}, \qquad /36/$$

где

$$A_j(\vec{q},\vec{k}) = \frac{i\langle S^z\rangle}{\sqrt{2NM\omega_{\vec{k} j}}} [(\vec{k}\cdot\vec{e}_{\vec{k} j})(\tilde{\tilde{J}}_{\vec{k}} - \tilde{\tilde{J}}_{\vec{q}-\vec{k}}) + (\vec{q}\cdot\vec{e}_{\vec{k} j})(\tilde{\tilde{J}}_{\vec{q}-\vec{k}} - \tilde{\tilde{J}}_{\vec{q}})], \qquad /36а/$$

$$B_j(\vec{q},\vec{k}) = \frac{i}{\sqrt{2NM\omega_{\vec{k} j}}} [((\vec{q}-\vec{k})\cdot\vec{e}_{\vec{k} j})\tilde{\tilde{J}}_{\vec{q}-\vec{k}} - (\vec{q}\cdot\vec{e}_{\vec{k} j})\tilde{\tilde{J}}_{\vec{q}}], \qquad /36б/$$

$N_{\vec{k}j} = (e^{\omega_{\vec{k}j}/\theta} - 1)^{-1}$, $n_{\vec{q}} = (e^{\epsilon_q/\theta} - 1)^{-1}$ - числа заполнения фононов и спиновых возбуждений.

Полученное выражение по виду совпадает с /11/, отличаясь лишь учетом дополнительной перенормировки обменного взаимодействия $\tilde{\tilde{J}}_{\vec{q}}$ в среднем фононном поле, согласно /8/, и ренормировкой энергии спиновых $\epsilon_{\vec{q}}$ и фононных $\omega_{\vec{k}j}$ возбуждений, согласно /31/ и /35/. В более общем случае следует учесть затухание этих возбуждений, так что δ - функции в /31/ и /35/ заменятся на плавные распределения по частоте ω, и в выражении /36/ полюсной вид энергетического знаменателя преобразуется в более сложный интеграл по энергиям рассеиваемых квазичастиц.

Вычисление корреляционной функции $K^{zz}_{\vec{q}}$ в /23/ и /36/ не может быть проведено изложенным здесь простым методом уравнений движения; ее можно определить приближенно либо методами диаграммной техники /18,19/, либо более сложными приемами, основанными на уравнениях движения /см., например, /20/ /.

Общий вид массового оператора /34/ позволяет также легко рассмотреть неупругое рассеяние при участии двух и большего числа фононов. Некоторые оценки полученных общих выражений будут рассмотрены для конкретной модели ангармонического ферромагнитного кристалла в отдельной работе.

Литература

1. *В.С.Вонсовский. Магнетизм. Наука, М., 1971.*
2. *С.В.Тябликов. Методы квантовой теории магнетизма. Наука, М., 1965.*
3. *А.И.Ахиезер, В.Г.Барьяхтар, С.В.Пелетминский. Спиновые волны. Наука, М., 1968.*
4. *В.Н.Кащеев, М.А.Кривоглаз. ФТТ 3, 1541, 1961.*
5. *Е.Н.Яковлев. ФТТ 4, 594, 1962.*
6. *J.Szaniecki. Acta Phys. Polon., 22, 3, 9, 21, 1962.*
7. *E.Pytte. Ann. Phys. (N.Y.), 32, 377, 1965.*
8. *H.S.Bennett, E.Pytte. Phys.Rev., 155, 553, 1967.*
9. *V.N.Kascheev. Phys.Stat.Sol., 43, 51, 1971.*

10. В.Н.Кащеев, А.Е.Швец. Изв. АН Латв. ССР, сер. физ и техн. наук, №3, 19, 1967.
11. М.П.Кащенко, Н.Ф.Балахонов, Л.В.Курбатов. ФММ 33, 18, 1972.
12. С.В.Тябликов, Г.Конвент. Препринт ОИЯИ Р4-3794, Дубна, 1968. Phys. Lett., 27A, 130, 1968.
13. Г.Конвент, Н.М.Плакида. ТМФ 3, 135, 1970; 8, 119, 1971; Phys.Lett., 37A, 173, 1971.
14. Н.М.Плакида. Phys.Lett., 43A, 481 (1973).
15. Н.М.Плакида. ТМФ, 5, 147, 1970; 12, 135, 1972.
16. V.Mubayi, R.V.Lange. Phys.Rev., 178, 882, 1969; R.P.Kenan. Phys.Rev., B1, 3205, 1970.
17. Ю.А.Церковников. ТМФ 7, 250, 1971; M.W.C.Dharmawardana, C.Mavroyannis. Phys.Rev., B1, 1166, 1970.
18. В.Г.Вакс, А.И.Ларкин, С.А.Пикин. ЖЭТФ 53, 281, 1089, 1967.
19. Ю.А.Изюмов, Ф.А.Кассан-Оглы. ФММ 26,385, 1968; ФММ, 30, 225, 1970.
20. S.H.Liu. Phys.Rev., 139, A1522, 1965.

Рукопись поступила в издательский отдел 8 мая 1973 года.