СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P4 - 7055

В.К.Игнатович

ОТРАЖЕНИЕ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ ОТ ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ. ВЛИЯНИЕ ШЕРОХОВАТОСТЕЙ НА КОЭФФИЦИЕНТ ПОГЛОЩЕНИЯ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

P4 - 7055

В.К.Игнатович

ОТРАЖЕНИЕ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ ОТ ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ. ВЛИЯНИЕ ШЕРОХОВАТОСТЕЙ НА КОЭФФИЦИЕНТ ПОГЛОЩЕНИЯ

Отражение нейтронов от шероховатой поверхности потребовалось рассмотреть в связи с экспериментами по обнаружению, транспортировке и накоплению ультрахолодных нейтронов /УХН/ /1/.

Библиография,посвященная рассеянию электромагнитных и акустических волн на шероховатой поверхности, очень обширна /2/. Однако распространить имеющиеся результаты на случай отражения нейтронов непосредственно не удается, поскольку в отличие от электромагнитных волн нейтроны описываются скалярным полем, а в отличие от звуковых волн они удовлетворяют другим граничным условиям на поверхности. В настоящей работе рассмотрено угловое распределение ультрахолодных нейтронов /УХН/, возникающее после отражения от поверхности с малыми шероховатостями, влияние шероховатостей на коэффициент поглощения УХН как в случае малых, так и в случае больших, но частых шероховатостей. Получена интерполяционная формула для коэффициента поглощения УХН во всей области изменения параметров $k_{\Gamma}\sigma$ и kT, где k - волновое число нейтрона, k_{Γ} - граничное волновое число /т.е. максимальное волновое число, при котором нейтрон испытывает полное отражение под всеми углами падения/, σ - среднеквадратичная высота шероховатостей, T - длина корреляции шероховатостей.

Первый из указанных здесь вопросов был разобран А.Штайерлом /3/. В настоящей работе он рассматривается несколько иным методом и включен ради последовательности и полноты изложения.

1. Формулировка метода

Взаимодействие нейтрона со средой описывается уравнением Шредингера с потенциалом, равным $u_0 \frac{h^2}{2m}$ внутри среды и нулю - снаружи

$$u_0 = 4\pi N_0 b ,$$

где N_0 - число ядер в единице объема, b - когерентная амплитуда рассеяния нейтрона на ядре, а m - масса нейтрона. Шероховатую поверхность можно представить функцией $z=\zeta(\vec{\rho})$, где $\vec{\rho}=(x,y)$. Если среда занимает полупространство $z \geq \zeta$, то потенциал взаимодействия принимает вид

$$v(\vec{r}) = \frac{h^2}{2m} u(\vec{r}) = \frac{h^2}{2m} u_0 \ \Theta(z-\zeta(\vec{\rho})) , \qquad /1/$$

где $\theta(x)$ - ступенчатая функция, равная 1 при $x>0$ и нулю - при $x<0$. Если $\zeta(\vec{\rho})$ мало по сравнению с глубиной проникновения нейтрона внутрь среды, то из потенциала /1/ можно выделить часть

$$v_1(z) = \frac{h^2}{2m} u_1(z) = \frac{h^2}{2m} u_0 \cdot \theta(z) \qquad /2/$$

и все остальное принять за возмущение

$$\delta v_1(\vec{r}) = \frac{h^2}{2m} \delta u_1(\vec{r}) = \frac{h^2}{2m} u_0 \ [\theta(z-\zeta(\vec{\rho})) - \theta(z)] . \qquad /3/$$

Если же ζ велико, то из потенциала /1/ удобно выделить часть, усредненную по поверхности

$$v_2(z) = \overline{v}(\vec{r}) = \frac{h^2}{2m} u_2(z) = \frac{h^2}{2m} u_0 \, f(z) \qquad /4/$$

Тогда возмущением будет служить

$$\delta v_2(\vec{r}) = \frac{h^2}{2m} \delta u_2(\vec{r}) = \frac{h^2}{2m} u_0 \ [\theta(z-\zeta(\vec{\rho})) - f(z)] . \qquad /5/$$

Уравнение Шредингера

$$[-\frac{h^2}{2m} \Delta + v(\vec{r}) + \delta v(\vec{r}) + E] \ \Psi(\vec{r}) = 0$$

имеет решение

$$\Psi = \Psi_0 + \Psi_1 + \Psi_2 + \ldots ,$$

где Ψ_0 - решение невозмущенного уравнения, содержащее падающую волну;

$$\Psi_1(\vec{r}) = \int G(\vec{r},\vec{r}\,')\,\delta u(\vec{r}\,')\,\Psi_0(\vec{r}\,')\, d^3 r' \qquad /6/$$

$$\Psi_2(\vec{r}) = \int G(\vec{r},\vec{r}\,')\,\delta u(\vec{r}\,')\,G(\vec{r}\,'\vec{r}\,'')\,\delta u(\vec{r}\,'')\,\Psi_0(\vec{r}\,'')\, d^3 r' d^3 r'' , \qquad /7/$$

а $G(r,r')$ - функция Грина невозмущенного уравнения

$$[\Delta - u(z) + k^2] \, G(\vec{r},\vec{r}\,') = \delta(\vec{r}-\vec{r}\,') ,$$

где $k^2 = \frac{2m}{h^2} E$. Поскольку $u(z)$ зависит только от z, то $G(\vec{r},\vec{r}\,')$ можно представить в виде Фурье-интеграла

$$G(\vec{r},\vec{r}\,') = \int \frac{d^2\kappa}{(2\pi)^2} \, e^{i\vec{\kappa}(\vec{\rho}-\vec{\rho}\,')} \, G_k(z,z') , \qquad /8/$$

где $k = \sqrt{k^2 - \vec{\kappa}^2}$, а $G_k(z,z')$ подчиняется уравнению

$$[\frac{d^2}{dz^2} - u(z) + k^2] \, G_k(z,z') = \delta(z-z')$$

и составляется из двух линейно независимых решений того же уравнения, но без правой части. Линейно независимые решения /обозначим их $y_k(z)$ и $h_k(z)$ / выбираются так, что в асимптотической области $|z| \to \infty$ они ведут себя указанным ниже образом:

$$y_k(z) \to \begin{cases} e^{ikz} + A_k e^{-ikz} & z \to -\infty \\ B_k e^{-Kz} & z \to +\infty \end{cases} \qquad /9/$$

$$h_k(z) \to \begin{cases} e^{-ikz} & z \to -\infty \\ C_k e^{Kz} + D_k e^{-Kz} & z \to +\infty, \end{cases}$$

где $K = \sqrt{u_0 - k^2}$, а A_k, B_k, C_k, D_k от z не зависят. При этом

$$G_k(z, z') = \frac{1}{2ik}[y_k(z)h_k(z')\theta(z-z') + y_k(z')h_k(z)\theta(z'-z)]. \qquad /10/$$

В качестве $\Psi_0(r)$ /в случае, если падающий нейтрон описывается плоской волной/ следует принять

$$\Psi_0(\vec r) = e^{i\vec\kappa_0\vec\rho}\, y_{k_0}(z),$$

где $\vec\kappa_0$ и k_0 - суть две горизонтальные и одна вертикальиая компоненты волнового вектора $\mathfrak{k}_0$ падающего нейтрона.

В первом неисчезающем приближении угловое распределение УХН, отраженных от шероховатой поверхности, описывается поправкой $\Psi_1(\vec r)$ к волновой функции Ψ_0 в области $z \to -\infty$. Поправку Ψ_1 можно представить в виде набора плоских волн:

$$\Psi_1(\vec r)_{z\to\infty} = \int \frac{d^2\kappa}{(2\pi)^2} e^{i\vec\kappa\vec\rho - ikz} Q(\vec\kappa, \vec\kappa_0), \qquad /11/$$

где, согласно /6/, /8/, /10/,

$$Q(\vec\kappa, \vec\kappa_0) = \frac{1}{2ik}\int y_k(z)\, e^{i(\vec\kappa_0 - \vec\kappa)\vec\rho}\, \delta u(\vec r)\, y_{k_0}(z)\, d^3r. \qquad /12/$$

Полная доля нейтронов, отраженных от поверхности S в незеркальных направлениях, равна

$$\frac{J}{J_0} = \left(\int \phi^*(\vec r) \overleftrightarrow{\frac{d}{dz}} \phi(\vec r)\, d^2\rho\right)^{-1} \cdot \int \Psi_1^*(\vec r) \overleftrightarrow{\frac{d}{dz}} \Psi_1(\vec r)\, d^2\rho$$

$$= \int \frac{d^2\kappa}{(2\pi)^2} \frac{|Q(\vec\kappa, \vec\kappa_0)|^2}{S} \frac{k}{k_0},$$

где $\phi(\vec r)$ - волновая функция падающего нейтрона. Соответственно в направлении $\vec\kappa$ отражается доля нейтронов

$$\frac{dJ}{J_0} = \frac{1}{S}\frac{k}{k_0}|Q(\vec\kappa, \vec\kappa_0)|^2 \frac{d^2\kappa}{(2\pi)^2},$$

или в направлении Ω /поскольку $d^2\kappa = k\mathfrak{k}\, d\Omega$ / -

$$\frac{dJ}{J_0} = \frac{1}{S}|Q(\kappa, \kappa_0)|^2 \frac{k}{k_0}\frac{k\mathfrak{k}}{(2\pi)^2} d\Omega.$$

В этом выражении $Q(\kappa, \kappa_0)$ функционально зависит от $\zeta(\vec\rho)$. Если $\zeta(\vec\rho)$ - случайная функция, то необходимо усреднение по ансамблю шероховатостей. После усреднения угловое распределение УХН, отраженных в незеркальных направлениях, можно записать в виде:

$$W_1(\Omega, \Omega_0)\, d\Omega = \frac{1}{S}\overline{|Q(\vec\kappa, \vec\kappa_0)|^2}\frac{k}{k_0}\frac{k\mathfrak{k}}{(2\pi)^2} d\Omega. \qquad /13/$$

2. *Угловое распределение УХН, отраженных от слабошероховатой поверхности*

Пусть $\zeta(\vec\rho)$ - есть случайная функция, такая, что

$$\overline{\zeta(\vec\rho)} = 0, \overline{\zeta^2(\vec\rho)} = \sigma^2, \overline{\zeta(\vec\rho)\,\zeta(\vec\rho\,')} = \sigma^2 \exp\left[-\frac{(\vec\rho-\vec\rho\,')^2}{T^2}\right]. \quad /14/$$

Если среднеквадратичная высота шероховатостей мала по сравнению с граничной длиной волны $(\lambda_{\Gamma} = k_{\Gamma}^{-1} = (4\pi N_0 b)^{-1/2})$, то в качестве невозмущенного потенциала можно взять $v_1(z)$ /2/, в качестве возмущения - $-\delta v_1(\vec r)$ /3/.

Подставив соответствующее выражение $\delta u_1(\vec r)$ в /12/, получим: в первом порядке по ζ:

$$Q_1^{(1)}(\vec\kappa,\vec\kappa_0) = \frac{-u_0}{2ik} y_k(0) y_{k_0}(0) \int e^{i(\vec\kappa-\vec\kappa_0)\vec\rho}\zeta(\vec\rho)\, d^2\rho\,, \quad /15/$$

а во втором порядке -

$$Q_1^{(2)}(\vec\kappa,\vec\kappa_0) = \frac{-u_0}{2ik}[y_k'(0)y_{k_0}(0) + y_k(0)y_{k_0}'(0)]\int e^{i(\vec\kappa-\vec\kappa_0)\vec\rho}\,\frac{\zeta^2(\vec\rho)}{2}\, d^2\rho\,. \quad /16/$$

Чтобы эти формулы конкретизировать, необходимо знать явный вид коэффициентов A_k, B_k, C_k, D_k в /9/. В случае, когда невозмущенный потенциал равен $v_1(z)$, невозмущенное уравнение Шредингера описывает отражение нейтрона от абсолютно ровной стенки, и коэффициенты A_k, B_k, C_k, D_k находятся из условия непрерывности функций и их первых производных в точке $z = 0$. Из этих условий следует:

$$A = \frac{k-iK}{k+iK}, \; B = \frac{2k}{k+iK}, \; C = \frac{K-ik}{2K}, \; D = \frac{K+ik}{2K};$$

$$y_k(0) = B_k\,, \; y_k'(0) = -K B_k\,.$$

При этом

$$Q_1^{(1)}(\vec\kappa,\vec\kappa_0) = 2ik_0\frac{k-iK}{k_0+iK_0}\int\zeta(\vec\rho)\, e^{i(\vec\kappa-\vec\kappa_0)\vec\rho}\, d^2\rho\,, \quad /17/$$

$$Q_1^{(2)}(\vec\kappa,\vec\kappa_0) = -ik_0(K_0+K)\frac{k-iK}{k_0+iK_0}\int\zeta^2(\rho)\, e^{i(\vec\kappa-\vec\kappa_0)\rho}\, d^2\rho\,. \quad /18/$$

Усреднение волновой функции $\Psi \approx \Psi_0 + \Psi_1 + \Psi_2$, где Ψ_1 найдено согласно /11/, /17/ и /18/, а Ψ_2 в соответствии с выражением /7/ приводит $\Psi(r)$ к виду:

$$\Psi(r) \approx e^{i\kappa_0\rho}\left[e^{ik_0z} + A_{k_0}(1 - \beta_1^{(1)} - \beta_1^{(2)})e^{ik_0z}\right], \quad /19/$$

где β_1 находится из усредненного выражения /18/:

$$\beta_1^{(1)} = 2ik_0 K_0 \sigma^2, \quad /20/$$

а $\beta_1^{(2)}$ - из усредненного выражения /7/

$$\beta_1^{(2)} = \frac{k_0 k}{2\pi}\sigma^2 T^2 \int k(k-iK)\, e^{-\frac{(\vec\kappa-\vec\kappa_0)^2 T^2}{4}}\, d\Omega\,. \quad /21/$$

Усредненная волновая функция /19/ позволяет найти коэффициент зеркального отражения. Если потенциал u_0 действителен, то $|A_{k_0}|^2 = 1$, и коэффициент зеркального отражения с точностью до σ^2 равен:

$$R = |1 - \beta_1^{(1)} - \beta_1^{(2)}|^2 \approx 1 - 2Re(\beta_1^{(1)} + \beta_1^{(2)}) = 1 - a\,. \quad /22/$$

Причем, согласно /20/, /21/ и /13/,

$$a = \frac{k}{\pi}\sigma^2 T^2 k_0 \int k^2 \exp\left[-\frac{(\vec{\kappa}-\vec{\kappa}_0)T^2}{4}\right] d\Omega . \qquad /23/$$

Выражение для $W_1(\Omega_0 \to \Omega)$ получается после усреднения по шероховатостям квадрата модуля /17/:

$$W_1(\Omega_0 \to \Omega) = \frac{k}{\pi} k_0 k^2 \sigma^2 T^2 \exp\left[-\frac{(\vec{\kappa}-\vec{\kappa}_0)^2 T^2}{4}\right], \qquad /24/$$

где $k_0 = k \cdot \cos\theta_0$, $k = k\cos\theta$. Таким образом, a, как и должно быть, если учесть сохранение потока, равно $\int W_1(\Omega_0 \to \Omega)\, d\Omega$. В двух предельных случаях $kT \ll 1$ и $kT \gg 1$ соответственно a принимает значение $\frac{2}{3}k^4\sigma^2 T\cos\theta_0$ и $4k^2\sigma^2\cos^2\theta_0 \times f(kT\cos^2\theta_0)$, причем $f(x)$ равно 1 при $x = 0$ и $f \to 2$ при $x \to \infty$. Можно построить единую аналитическую функцию, охватывающую всю область изменения параметров kT и $kT\cos^2\theta_0$

$$a = 4k^4\sigma^2 T^2 \cos\theta_0 \frac{1-\sin^2\theta_0 \frac{(kT)^2}{4+(kT)^2}}{6+(kT)^2}\; 2\,\frac{1+kT\cos^2\theta_0}{2+kT\cos^2\theta_0} .$$

3. Коэффициент поглощения УХН при отражении от поверхности с малыми шероховатостями

Поглощение УХН при отражении от поверхности обусловлено мнимой частью потенциала u_0 /или, иными словами, мнимой частью амплитуды $b_{\text{ког}}$ /:

$$u_0 = u_0' - u_0'' ,$$

$$u_0'' = 4\pi N_0 \frac{(\sigma_a + \sigma_{in})k}{4\pi} ,$$

где σ_a - сечение поглощения, а σ_{in} - сечение неупругого рассеяния /мнимую часть амплитуды, обусловленную сечением упругого рассеяния включать, согласно /4/, не следует/. Чтобы найти коэффициент поглощения, необходимо определить полный отраженный поток и выяснить, насколько этот поток меньше падающего.

Для вычисления коэффициента поглощения удобно представить выражения типа $k \pm iK$ в виде $\sqrt{u_0}\, e^{\pm i\phi}$,

где $\phi = \arccos\frac{k}{\sqrt{u_0}}$. Если u_0 приобретает мнимую добавку $-iu_0''$, то ϕ тоже приобретает мнимую добавку $-i\,\delta\phi = -i\frac{u_0''}{u_0}\frac{k}{2K}$. В результате, согласно /19/, коэффициент зеркального отражения становится равным

$$R \approx (1-4\delta\phi_0)\left[1 - \int W(\Omega_0 \to \Omega)\, d\Omega - \frac{2k_0}{K_0}u_0''\sigma^2 + \int \delta\phi \frac{u_0'}{k^2} W(\Omega_0 \to \Omega)\, d\Omega\right],$$

а полный поток нейтронов, рассеянных в незеркальном направлении,

$$J = J_0 \int W(\Omega_0 \to \Omega)(1 - 2\delta\phi - 2\delta\phi_0)\, d\Omega .$$

Таким образом, при наличии у потенциала мнимой части полный отраженный поток, отнесенный к падающему, меньше единицы на величину:

$$\mu = 4\delta\phi_0\left[1 - \int W(\Omega_0\Omega)\, d\Omega\right] + 4\delta\phi_0 u_0' \sigma^2 + \int\left[2\delta\phi + 2\delta\phi_0 - \frac{u_0'}{k^2}\delta\phi\right] W(\Omega_0\Omega)\, d\Omega \qquad /25/$$

$$= \mu_0(1 + u_0'\sigma^2) + \int\left(\frac{k}{K} - \frac{k_0}{K_0} - \frac{u_0'}{2kK}\right)\frac{u_0''}{u_0'} W(\Omega_0\Omega)\, d\Omega ,$$

где $\mu_0 = 4\delta\phi_0$ - коэффициент поглощения при отраженин от идеально ровной стенки. Удобно ввести коэффициент поглощения, усредненный и по углам падения нейтрона и по максвелловскому спектру

$$\bar{\bar{\mu}} = \int_0^k \frac{4k^3 dk}{k_\Gamma^4} \int_{2\pi} \frac{d\Omega_0}{\pi} \mu(\Omega_0) \cos\theta_0 .$$

После выполнения указанных операций получаем:

$$\bar{\bar{\mu}} = \bar{\bar{\mu}}_0 [1 + \sigma^2 u_0' (1 - c T^2 u_0')], \qquad /26/$$

где $\bar{\bar{\mu}}_0$ представляет собой усредненный коэффициент поглощения при соударении с идеально ровной стенкой, а c - постоянная:

$$\bar{\bar{\mu}}_0 = \frac{\pi}{2} \frac{u_0''}{u_0'}, \quad c = \frac{32 - 5\pi}{30\pi} \approx 0{,}17 .$$

Совершенно очевидно, что если длина корреляции T стремится к бесконечности, то шероховатая поверхность вырождается в плоскую и коэффициент поглощения μ должен переходить в μ_0. Это показывает, что вместо /26/ можно написать интерполяционную формулу, охватывающую два предельных случая /$T^2 u_0' \ll 1$ и $T^2 u_0' \to \infty$/ автоматически

$$\bar{\bar{\mu}} = \bar{\bar{\mu}}_0 \left(1 + \frac{\sigma^2 u_0'}{1 + c T^2 u_0'}\right). \qquad /27/$$

4. Поглощение при отражении УХН от поверхности с большими и частыми шероховатостями

Рассмотрим теперь случай, когда σ - велико, но длина корреляции T равна нулю. В этом случае отражение происходит только в зеркальном направлении, а поверхность представляет собой ступеньку с размытым краем, потенциал которой дается функцией /4/. Чтобы уравнение Шредингера с таким потенциалом имело аналитическое решение, выберем распределение для высоты $\zeta(\rho)$ в виде:

$$W(\zeta) = p \frac{e^{-\zeta p}}{(1 + e^{-\zeta p})^2} .$$

Тогда

$$\bar{\zeta} = 0 ; \qquad \overline{\zeta^2} = \frac{\pi^2}{3p^2} .$$

Приравнивая последнее выражение к σ^2, получаем $p^2 = \frac{\pi^2}{3\sigma^2}$. Распределение /30/ позволяет представить $f(z)$ из выражения /4/ в виде:

$$f(z) = \frac{1}{1 + e^{-pz}} .$$

Уравнение Шредингера с потенциалом /4/, содержащее падающую плоскую волну, имеет решение /5/

$$\Psi_0(\vec{r}) = C e^{i\vec{K}_0\vec{\rho} - Kz} F\left(\frac{K_0 + ik_0}{p}, \frac{K_0 - ik_0}{p}, 1 + 2\frac{K_0}{p}, -e^{-zp}\right),$$

где $F(a, \beta, \gamma, x)$ - гипергеометрическая функция

$$C = \frac{\Gamma\left(\frac{K_0 - ik_0}{p}\right)\Gamma\left(1 + \frac{K_0 - ik_0}{p}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{2K_0}{p}\right)\Gamma\left(-\frac{2ik_0}{p}\right)},$$

$\Gamma(a)$ - гамма функции Эйлера.
В асимптотической области $z \to -\infty$ Ψ_0 равна сумме падающей и отраженной волн, причем амплитуда отраженной волны равна

$$A_{k_0} = \frac{\Gamma(\frac{2ik_0}{p})\,\Gamma(\frac{K_0 - ik_0}{p})\,\Gamma(1 + \frac{K_0 - ik_0}{p})}{\Gamma(-\frac{2ik_0}{p})\,\Gamma(\frac{K_0 + ik_0}{p})\,\Gamma(1 + \frac{K_0 + ik_0}{p})} . \qquad /30/$$

При u_0 - действительном $|A_{k_0}|^2 = 1$, при наличии же мнимой добавки у потенциала $|A_{k_0}|^2 = 1 - \mu < 1$. При этом коэффициент поглощения равен

$$\mu \approx 4 \frac{u_0''}{p^2} \frac{k_0}{K_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 2n(K_0/p) + u_0/p^2} - 2 \frac{u_0''}{u_0'} \frac{k_0}{K_0} \qquad /31/$$

или, учитывая связь между p и σ и полагая $u_0 \sigma^2 \gg 1$, получаем

$$\mu \approx \frac{4}{\pi} \sqrt{3} \frac{u_0'' \sigma}{K_0} \arcsin \frac{k_0}{\sqrt{u_0'}} - 2 \frac{u_0''}{u_0'} \frac{k_0}{K_0} .$$

При $u_0 \sigma^2 \ll 1$ формула /31/, как и следует ожидать, после усреднения переходит в /26/ с $T^2 = 0$. Увеличение T должно так же, как и в случае малых шероховатостей, уменьшать коэффициент поглощения, причем в пределе $T^2 \to \infty$, μ переходит в μ_0. Пользуясь этими соображениями, можно для μ усредненного по углам и спектру построить интерполяционную формулу при всех значениях $u_0' \sigma^2$ и $u_0' T^2$

$$\bar{\bar{\mu}} = \bar{\bar{\mu}}_0 \left[1 + \frac{c_1 u_0' \sigma^2}{c_1 + \sqrt{u_0' \sigma^2}} \; \frac{1}{1 + c u_0' T^2}\right],$$

где $c = 0{,}17$, $c_1 = 1{,}25$.

Работа выполнена по инициативе Ф.Л.Шапиро.

Литература

1. *В.И.Лущиков, Ю.Н.Покотиловский, А.В.Стрелков, Ф.Л.Шапиро,*
   а/ препринт ОИЯИ, Р3-4127, Дубна, 1968,
   б/ письма ЖЭТФ, 9, 40 /1969/.
   Л.В.Грошев и др. Препринт ОИЯИ, Р3-5392, Дубна, 1970.
2. *А.Б.Шмелев. УФН, 106, 459 /1972/.*
3. *A.Steyerl. Z.Phys., 154, 169 (1972).*
4. *В.К.Игнатович. Препринт ОИЯИ, Р4-6553, Дубна, 1972.*

Рукопись поступила в издательский отдел
4 апреля 1973 года.