

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



СЗ435

Г-707

16/12-7

P4 - 6997

24/2-73

В.В. Горчаков; В.К. Лукьянов,  
Ю.С. Поль, Б.Л. Резник

ЭФФЕКТЫ ИСКАЖЕНИЯ ПРОТОННЫХ  
И ЭЛЕКТРОННЫХ ВОЛН В РЕАКЦИЯХ ( $e, e'p$ )

**1973**

ЛАБОРАТОРИЯ  
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P4 - 6997

В.В. Горчаков,<sup>1</sup> В.К. Лукьянов,  
Ю.С. Поль,<sup>2</sup> Б.Л. Резник<sup>1</sup>

ЭФФЕКТЫ ИСКАЖЕНИЯ ПРОТОННЫХ  
И ЭЛЕКТРОННЫХ ВОЛН В РЕАКЦИЯХ ( $e, e'p$ )

*Направлено в Acta Physica Polonica*

---

<sup>1</sup> Дальневосточный государственный университет,  
Владивосток.

<sup>2</sup> Физический институт им. П.Н. Лебедева АН СССР,  
Москва.



## §I. Введение

Механизм квазиупругого выбивания  $(e, e'p)$  состоит в том, что электрон высокой энергии рассеивается на связанном протоне и передает ему достаточно большие для вылета из ядра энергии и импульс. Роль остальных нуклонов сводится к формированию кулоновского и оптического потенциалов, которые искажают функции электронов и протона в непрерывном спектре. Такая реакция позволяет изучать импульсное распределение, ширину и энергию дырочных состояний ядра. Так, в опытах Амальди и сотр.<sup>/1/</sup> наблюдались протоны из  $1d_{2s}$ ,  $1p$  и нижней  $1s$ -оболочки ряда ядер. Энергия последней оказалась порядка, а иногда и ниже используемой в обычных расчетах глубины потенциальной ямы.

В принципе наибольший интерес представляют  $d^{46}$ -сечения, которые экспериментально измерялись в опытах на совпадение фиксаций углов вылета и энергий частиц  $e'$  и  $p$  <sup>/1/</sup>. Однако теоретически обычно анализируются более простые  $d^{26}$  и  $d^{36}$ -сечения, причем на ядрах легче  $^{40}\text{Ca}$ . Связано это с тем, что по таким сечениям имеется довольно много экспериментальных данных. Кроме того, в случае легких ядер иногда можно пользоваться функциями дырочных состояний простой одночастичной модели, подбирая соответствующим образом форму потенциала и спин-орбитальные силы (см., например, <sup>/2/</sup>). Более точный расчет  $(e, e'p)$  реакции <sup>/3/</sup> основан на использовании

функций и энергий состояний модели оболочек с остаточными взаимодействиями частично-дырочного типа. Здесь получаются и отличные от нуля ширины, что дает возможность находить сечения  $d^4\sigma$  /4/.

При расчете реакции  $(e, e'p)$  обычно пользуются борновским приближением с плоскими волнами для электронов и искаженными волнами оптического потенциала для выбитых протонов. Очевидно, для средних ядер становятся важными эффекты искажения электронных волн в кулоновском поле ядра.

Цель настоящей работы - наряду с искажением протонных волн учесть кулоновские искажения электронных волн. В связи с этим разработана процедура учета этих искажений и проанализирована их роль на примере расчета  $d^4\sigma$ -сечения реакции  $(e, e'p)$  на самом тяжелом из изученных пока ядер  $^{40}\text{Ca}$  /1/.

В предполагаемой формулировке структурную часть задачи можно рассчитывать независимым путем в рамках любой приемлемой модели ядра. В данном случае мы использовали полученные в /5,7/ значения энергий  $E_y$  и ширины  $\Gamma_y$  резонансов, которые оказались близкими к наблюдаемым в эксперименте /1/. Расчет этих величин /5/ проводился на основе модели динамического потенциала /6/, при этом реакция  $(e, e'p)$  рассматривалась в плосковолновом приближении по всем частицам непрерывного спектра /7/. В этой модели учет нуклонных корреляций приводил к появлению в обычной потенциальной яме нелокальной добавки, которая в первом порядке по  $(E-E_F)$  линейно зависела от энергии искомого уровня  $E=E_y$  ( $E_F$  - энергия ферми-поверхности). Ширина резонанса выражалась через мнимую часть соответствующего оптического потенциала и также была рассчитана в работе /7/.

## §2. Вывод формулы сечения

Если рассматривать ядро как внешнее поле, то сечение реакции  $(e, e'p)$  с двумя частицами в конечном состоянии - электроном с импульсом  $\vec{k}_{e'}$  и протоном с импульсом  $\vec{p}$ , - записывается в виде

$$d^4\sigma = \frac{E_e}{k_e} \sum_{(if)} |\mathcal{E}_{if}|^2 \frac{d\vec{p} d\vec{k}_{e'}}{(2\pi)^6}, \quad (1)$$

где сумма  $\sum_{(if)}$  означает усреднение по начальным и суммирование по конечным спиновым состояниям, а  $k_e/E_e$  есть поток падающих электронов ( $\hbar=c=1$ ), который в обычных условиях ( $E_e \gg m_e c^2$ ) равен 1. Матричный элемент реакции  $\mathcal{E}_{if}$  выражается через амплитуду  $T_{if}$  на энергетической поверхности:

$$\mathcal{E}_{if} = -2\pi \delta(E_e - E_{e'} - E_p - \epsilon) T_{if}. \quad (2)$$

Здесь в явном виде учтено, что переданная электроном энергия  $\omega = E_e - E_{e'}$  идет на сообщение протону кинетической энергии  $E_p$  и передачу ядру-остатку  $(A-1)$  энергии

$$\epsilon = E^r + E^B + E = E_e - E_{e'} - E_p, \quad (3)$$

которая определяется на опыте регистрацией энергий начальных и конечных частиц  $E_e, E_{e'}$  и  $E_p$ . Здесь  $E^B$  - энергия связи протона,  $E^r$  - энергия возбуждения ядра  $(A-1)$ , а  $E^r = q^2/2M_{A-1}$  ( $\vec{q} = \vec{k}_e - \vec{k}_{e'}$ ) - его энергия отдачи.

Сечение  $d^4\sigma$ , наблюдаемое как функция  $\epsilon$  /1/, имеет широкие резонансы в точках  $\epsilon \sim \epsilon_y$ , соответствующие дырочным состояниям с  $E \sim E_y$ , которые лежат в ядре при больших энергиях возбуждения (десятки Мэв) и амплитуды которых имеют

типичную полюсную зависимость в районе точек  $E = E_0 + i\Gamma/2$ . Тогда, после обычного усреднения (2) по интервалу  $\Delta E$  энергетического разрешения эксперимента (предполагается, что  $\Delta E \ll |E_0 - E_0'|; E_0, e'$ ) представляем матричный элемент реакции в следующем резонансном виде:

$$\epsilon_{if} = -2\pi \left(\frac{\Gamma}{2\pi}\right)^{1/2} \frac{1}{E - E_0 - i\Gamma/2} T_{if}^*, \quad (4)$$

так что сечение (1) оказывается равным:

$$d\sigma = \frac{2\pi\Gamma}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4} \sum_{(if)} |T_{if}|^2 \frac{d\vec{p} d\vec{k}_{e'}}{(2\pi)^6}. \quad (5)$$

Оставляя в амплитуде реакции наиболее важное, продольное кулоновское взаимодействие электрона с зарядом ядра плотности  $\rho(\vec{x})$ , имеем

$$T_{if} = \langle f | H_{int} | i \rangle = e^2 \int d\vec{r} d\vec{x} \langle \Phi_{A-1}; \vec{p} | \rho(\vec{x}) | \Phi_A \rangle \cdot \psi_f^+ \psi_i \frac{e^{i\omega|\vec{r}-\vec{x}|}}{|\vec{r}-\vec{x}|},$$

где  $\psi_{i,f}$  - функции электронов до и после столкновения, а ядерный матричный элемент включает зависимость от функций исходного  $\Phi_A$  и конечного ядра  $\Phi_{A-1}$  и функции выбитого протона в оптическом потенциале ядра  $(A-1)$ .

Искажение электронов будем учитывать в высокоэнергетическом приближении ( $E \gg U, kR \gg 1$ ), которое в обычных экспериментах с электронами хорошо себя оправдывает<sup>/8-11/</sup>. Как показано<sup>/8,9/</sup>, в этом случае функции движения электронов в кулоновском поле ядра можно представить в виде:

$$\psi_f^+ \psi_i = g(\vec{r}) e^{i\vec{q}\vec{r} + i\phi(\vec{r})}. \quad (7)$$

Явный вид искажающей амплитуды  $g$  и фазы  $\phi$  дан в Приложении. Функция  $g$  зависит также от спиноров начального и конечного состояний.

Делая в (7) замену  $\vec{u} = \vec{r} - \vec{x}$  и используя характерное разложение  $|\vec{u}|/|\vec{x}| \ll 1$

$$g(\vec{x}, \vec{u}) = g(\vec{x}) + \dots$$

$$\phi(\vec{x}, \vec{u}) = \phi(\vec{x}) + \vec{\nabla}\phi(\vec{x})\vec{u} + \dots, \quad (8)$$

получаем возможность проинтегрировать по  $\vec{u}$  так, что

$$T_{if} = 4\pi e^2 \int d\vec{x} \frac{g(\vec{x})}{q_{ef}^2(\vec{x}) - \omega^2} \langle \Phi_{A-1}; \vec{p} | \rho(\vec{x}) | \Phi_A \rangle e^{i\vec{q}\vec{x} + i\phi(\vec{x})},$$

где

$$\vec{q}_{ef} = \vec{q} + \vec{\nabla}\phi(\vec{x}) \quad \vec{q} = \vec{k}_e - \vec{k}_{e'}. \quad (9)$$

Теперь преобразуем ядерный матричный элемент, представляя его в виде:

$$\langle \Phi_{A-1}; \vec{p} | \rho(\vec{x}) | \Phi_A \rangle = \sum_{lm} \rho_{em}(x, \vec{p}) Y_{lm}^*(\vec{x}). \quad (11)$$

Выразим  $\rho_{em}$  через функцию дырочного состояния

$$\mathcal{Y}_l(\vec{x}) = \langle \Phi_{A-1} | \Phi_A \rangle = R_{NL}(x) Y_{LM}(\vec{x}), \quad (12)$$

где  $\nu = NLM$  - индекс резонанса, и  $\phi$  функция выбитого протона

$$|\vec{p}\rangle = 4\pi \sum_{\lambda M'} i^\lambda X_\lambda(p, x) Y_{\lambda M'}(\vec{x}) Y_{\lambda M'}^*(\vec{p}), \quad (13)$$

где  $X_\lambda$  есть решение радиального уравнения с оптическим потенциалом. (В плосковолновом приближении  $X_\lambda = j_\lambda(p, x)$ ). Тогда, используя оператор плотности ядра с точечными протонами  $\rho(\vec{x}) = \sum \delta(\vec{x} - \vec{x}_i)$ , получаем

$$\rho_{em}(x, \vec{p}) = \sqrt{4\pi(2L+1)(2L+1)} R_{NL}(x) \sum_{\lambda M'} \frac{i^{-\lambda}}{\sqrt{2L+1}} \quad (14)$$

$$X_\lambda(p, x) Y_{\lambda M'}(\vec{p}) (e_{L, 00} / \lambda_0) (e_{L, m M} / \lambda M').$$

Как показано в [11], основной вклад в интегралы типа (9) (с точностью до малости  $O(1/kR)$ ) дают члены разложения (II) с нулевой проекцией момента  $m=0$ . Тогда, обозначая

$$\rho(x, \vec{p}) = \sum_e \rho_{e0}(x, \vec{p}) \sqrt{\frac{2L+1}{4\pi}} P_e(\mu) \quad (15)$$

$$\mu = \cos(\hat{x}, Oz),$$

запишем амплитуду (9) в виде

$$T_{if} = 4\pi e^2 \int_0^\infty x^2 dx \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^{+1} d\mu \left\{ \frac{g(\vec{x})}{\sqrt{q_0^2(\vec{x}) - \omega^2}} \rho(x, \vec{p}) e^{i\phi(\vec{x})} \right\} e^{i\vec{q}\vec{x}} \quad (16)$$

Для дальнейших вычислений выберем систему координат с осью  $Oz$  вдоль  $\vec{q}_1$ , где

$$\vec{q}_1 = \vec{k}_1 - \vec{k}_2; \quad k_1 = k_2 = k = (k_e + k_{e'})/2 \quad (17)$$

$$k_1 = k_e - k_{e'} \bar{q}; \quad k_2 = k_e + k_{e'} \bar{q}; \quad \bar{q} = (k_e - k_{e'})/2 = \omega/2.$$

При этом оказывается

$$\cos(k_e x) = \alpha \mu + \sqrt{1-\alpha^2} \sqrt{1-\mu^2} \cos \varphi \quad (18)$$

$$\cos(k_{e'} x) = -\alpha \mu + \sqrt{1-\alpha^2} \sqrt{1-\mu^2} \cos \varphi,$$

где  $\alpha = \sin \vartheta/2$ , а  $\vartheta$  - угол рассеяния электронов.

В результате интеграл по  $d\mu$  в (16) принимает вид

$$g(x, \varphi) = \int_{-1}^{+1} d\mu \{ F(x, \mu, \varphi) \} e^{ikx f(\mu)}, \quad (19)$$

где

$$f(\mu) = 2\alpha \mu + 2 \frac{\bar{q}}{k} \sqrt{1-\mu^2} \sqrt{1-\alpha^2} \cos \varphi. \quad (20)$$

По сравнению с подынтегральной экспонентой (19) функция  $F(x, \mu, \varphi)$  слабо меняется с  $\mu$  в области главного вклада  $kx \approx kR \gg 1$ . Поэтому (19) можно вычислить по методу стационарной фазы. Используя Приложение, нетрудно убедиться, что в точке стационарности

$$\mu_0 = \left( 1 + \frac{\bar{q}^2 (1-\alpha^2)}{k^2 \alpha^2} \cos^2 \varphi \right)^{-1/2}, \quad (21)$$

которая определяется условием  $f'(\mu_0) = 0$ , функции  $g$ ,  $\phi$  и  $g_{ef}$  перестанут зависеть от азимутального угла, что позволяет провести интегрирование по  $\varphi$ . Итак, окончательно амплитуда реакции принимает вид:

$$T_{if} = -\frac{2\pi^2 e^2 \Phi(i\sqrt{2T})}{V k q \sqrt{\alpha(1-\alpha^2)}} \int_0^\infty \sqrt{x} dx \frac{g(x, M_0)}{q_{ef}^2(x, M_0) - \omega^2} \rho_p(x, M_0, \vec{p}) \cdot \exp i \left[ 2kx\alpha + \frac{q^2(1-\alpha^2)}{k\alpha} x + \Phi(x, M_0) \right], \quad (22)$$

где  $\Phi(i\sqrt{2T})$  - интеграл Френеля. Здесь функции  $g$ ,  $\Phi$  и  $q_{ef}$  известны, а  $\rho_p$  находится из (15) в результате расчетов волновых функций дырочного состояния и вылетевшего протона. Дальнейшее вычисление (22) проводится методом численного интегрирования.

### §3. Результаты расчетов и обсуждение

На основе изложенной методики с помощью формулы (22) были рассчитаны  $d^{46}$ -сечения квазиупругого выбивания протонов электронами из ядра  $^{40}\text{Ca}$  в условиях, соответствующих первым экспериментам<sup>1/</sup>:

$$E_e = 470 \text{ MeV} \quad E_p = 116 \text{ MeV} \quad \vartheta_e = \vartheta_p = 51^\circ \quad (23)$$

Основные характеристики  $E_p$  и  $\Gamma_p$  дырочных состояний  $1s$ ,  $1p$  и  $1d$  оболочек были вычислены на основе модели динамического потенциала<sup>10/</sup>. В этой модели ширины  $\Gamma_p$  выражаются через мнимые части соответствующих оптических потенциалов и для  $^{40}\text{Ca}$  оказались равными<sup>15/</sup>

$$\Gamma_{1s} = 20 \text{ MeV} \quad \Gamma_{1p} = 14 \text{ MeV} \quad \Gamma_{1d} = 8 \text{ MeV}. \quad (24)$$

Далее, эффект углубления нижних оболочек хорошо воспроизводится динамическим потенциалом прямоугольной формы<sup>17/</sup>:

$$U(x) = -V \cdot \theta(x-R) \{1 + \alpha(E_p - E_F)\} \quad (25)$$

$$V = 50 \text{ MeV} \quad E_F = 8 \text{ MeV} \quad \alpha = 0,35/V \quad R = 1,02 A^{1/3} \text{ fm},$$

который для  $^{40}\text{Ca}$  приводит к следующим значениям энергий:

$$E_{1s} = 53 \text{ MeV} \quad E_{1p} = 34 \text{ MeV} \quad E_{1d} = 17 \text{ MeV}. \quad (26)$$

Для того, чтобы исследовать влияние размытия границы ядра на поведение функций дырочных состояний (12) и таким образом на  $d^{46}$ -сечение, в настоящей работе выбирался потенциал вудс-саксоновской формы того же радиуса с диффузностью  $a = 0,65 \text{ fm}$ , при этом глубина подгонялась под уже известные энергии состояний (26).

Волновая функция выбитого протона вычислялась для оптического потенциала с параметрами, зафиксированными по данным упругого рассеяния протонов примерно такой же энергии<sup>12/</sup>:

$$U(x) = U_c(x) - V \cdot f_1(x) - i W f_2(x)$$

$$f_p = \left[ 1 + \exp \frac{x - R_p}{a_p} \right] \quad R_p = r_p A^{1/3} \quad (27)$$

$$V = 13 \text{ MeV} \quad W = 11,2 \text{ MeV} \quad r_1 = 0,92 \text{ fm}$$

$$r_2 = 1,45 \text{ fm} \quad a_1 = 0,42 \text{ fm} \quad a_2 = 0,46 \text{ fm}.$$

Из рис. 1 видно, что учет оптического искажения волновой функции вылетевшего протона приводит к сильному изменению радиальной зависимости ядерных матричных элементов, а это, в свою очередь, существенно влияет на абсолютную величину  $d^4\sigma$ -сечения, уменьшая его при данной кинематике в три-четыре раза (рис. 2).

В то же время учет в данных условиях искажения электронных функций приводит к увеличению сечения квазиупругого выбивания примерно на 10% для  $1d$ -пика и на 20% для  $1s$ -пика. Учитывая, что экспериментальные ошибки в первых экспериментах довольно велики, такие изменения можно считать малыми.

Другой вывод касается влияния на рассчитываемое сечение формы потенциала дырочного состояния (рис. 3). При переходе от функций прямоугольной ямы к реалистическим функциям вудсаксоновского потенциала относительные изменения сечений в области  $1\rho$  и  $1s$  пиков достигают двух-трех раз.

Целью работы было исследование обычно используемого механизма реакции квазиупругого выбивания протонов электронами. И хотя экспериментальные данные пока не отличаются высокой точностью, сопоставление с ними проведенных расчетов (рис. 4) позволяет заключить, что данный подход вполне себя оправдывает, и по мере появления более точных данных может быть использован для получения из эксперимента ценных сведений о структуре дырочных ядерных состояний.

В заключение авторы благодарят В.И.Семенова за консультации и помощь в получении решений для связанных состояний и непрерывного спектра.

### Приложение

Используя обозначения работы /10/, приведем выражения для искажающей амплитуды и фазы (8) электронной части матричного элемента амплитуды реакции (9), полученные в высокоэнергетическом приближении /8,9/ с учетом того факта, что в данной задаче  $k_e \neq k_{e'}$ :

$$\Phi(\vec{x}) = \sum_{n=e,e'} \left\{ (1-2\delta_{ne'}) \left[ S_n(0) - (\vec{k}_n \vec{x}) \frac{V(0)}{k_n} - \frac{1}{2} a_n (\vec{k}_n \vec{x}) \cdot (3k_n'^2 x^2 - 2(\vec{k}_n \vec{x})^2) \right] - d_n [\vec{k}_n \vec{x}]^2 + c_n [\vec{x} \vec{k}_n]^4 \right\} \quad (П.1)$$

$$g(\vec{x}) = \frac{k_e' k_{e'}}{k_e k_{e'}} u_{e'}^+ \left\{ 1 + \sum_{n=e,e'} \left( a_n [2(\vec{k}_n \vec{x})^2 - k_n'^2 x^2 - \frac{1}{2} k_n (\vec{k}_n \vec{x}) \cdot \vec{\sigma} \vec{x}] + (1-2\delta_{ne'}) [3d_n (\vec{k}_n \vec{x})^2 - 10c_n (\vec{k}_n \vec{x}) [\vec{k}_n \vec{x}]^2 - (d_n k_n + 2c_n k_n [\vec{k}_n \vec{x}]^2) \vec{\sigma} \vec{x}] \right) \right\} u_e \quad (П.2)$$

Здесь  $u_{e,e'}$  - спиноры свободного движения, так что  $\sum_{(if)} |u_f^+ u_i|^2 = \cos^2 \theta/2$ , далее  $k_n' = k_n (1 - \frac{V(0)}{E_n})$ ,  $V(0)$  определено в /10/, а численные коэффициенты  $a_n c_n d_n$  совпадают с приведенными в работе /10/  $a$ ,  $c$  и  $d$ , соответственно для каждого из каналов  $e$  и  $e'$ . Заменяя далее



$$a_n = \bar{a}/k_n^3 \quad d_n = \bar{d}/k_n^2 \quad c_n = \bar{c}/k_n^4, \quad (\text{П.3})$$

где  $\bar{a}$ ,  $\bar{c}$  и  $\bar{d}$  уже не зависят от энергий, запишем эти функции в сферической системе координат  $(x, \mu = \cos(\hat{x}, OZ), \varphi)$ , где ось  $OZ$   $\uparrow \hat{Q}_1$  (см. (I7)):

$$\begin{aligned} \Phi(x, \mu, \varphi) = & -2V(0)\mu\alpha x - \bar{a}x^3 \left[ \mu\alpha - \frac{2}{3}\mu^3\alpha^3 - 2\mu\alpha(1-\mu^2)(1-\alpha^2)\cos^2\varphi \right] - \\ & - 2\bar{d}x^2 \left[ 1 - \mu^2\alpha^2 - (1-\mu^2)(1-\alpha^2)\cos^2\varphi \right] + 2\bar{c}x^4 \left\{ (1-\mu^2\alpha^2)^2 + \right. \\ & \left. + (1-\mu^2)(1-\alpha^2) \left[ (1-\mu^2)(1-\alpha^2)\cos^2\varphi + 6\mu^2\alpha^2 - 2 \right] \cos^2\varphi \right\} \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

$$\begin{aligned} g(x, \mu, \varphi) = & \left( 1 - \frac{2V(0)k}{k_e k_{e'}} \right) u_e^+ \left\{ 1 - \frac{2\bar{d}x^2 k}{k_e k_{e'}} \right. \\ & \left. \left[ 1 - 2\mu^2\alpha^2 - 2(1-\mu^2)(1-\alpha^2)\cos^2\varphi + 4\frac{\bar{c}}{k}\mu\alpha\sqrt{1-\mu^2}\sqrt{1-\alpha^2}\cos\varphi \right] + \right. \\ & \left. + \frac{6\bar{d}xk}{k_e k_{e'}} \left( \alpha\mu - \frac{\bar{c}}{k}\sqrt{1-\mu^2}\sqrt{1-\alpha^2}\cos\varphi \right) + \frac{20\bar{c}x^3 k}{k_e k_{e'}} \right. \\ & \left. \left[ -\alpha\mu + \frac{\bar{c}}{k}\sqrt{1-\mu^2}\sqrt{1-\alpha^2}\cos\varphi + \mu^2\alpha^2 - \frac{3\bar{c}}{k}\mu^2\alpha^2\sqrt{1-\mu^2}\sqrt{1-\alpha^2}\cos\varphi + \right. \right. \\ & \left. \left. + 3\alpha\mu(1-\mu^2)(1-\alpha^2)\cos^2\varphi - \frac{\bar{c}}{k}(1-\alpha^2)^{3/2}(1-\mu^2)^{3/2}\cos^3\varphi \right] + \right. \\ & \left. + \left[ \frac{\bar{a}xk}{2k_e k_{e'}} \left( 2\mu\alpha\frac{\bar{c}}{k} - 2\sqrt{1-\mu^2}\sqrt{1-\alpha^2}\cos\varphi \right) + \frac{4\bar{c}x^2 k}{k_e k_{e'}} \right. \right. \\ & \left. \left. \cdot \left( -\frac{\bar{c}}{k} + \frac{\bar{c}}{k}\mu^2\alpha^2 - 2\mu\alpha\sqrt{1-\mu^2}\sqrt{1-\alpha^2}\cos\varphi + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \frac{\bar{c}}{k}(1-\mu^2)(1-\alpha^2)\cos^2\varphi \right) - \frac{2\bar{d}\bar{c}}{k_e k_{e'}} \right] \bar{6}^{\vec{x}} \right\} u_e. \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

В частном случае упругого рассеяния, когда  $k_e = k_{e'}$ , функции (П.1)-(П.5) совпадают с приведенными в работе /10/.

## Литература

1. U. Amaldi et al., Phys. Lett., 22, 593 (1966).
2. В.К.Тартаковский, А.А.Пасичный, Препринт ИТФ-70-38, Киев, 1970.
3. В.В.Балашов, Д.В.Медония. Изв. АН АрмССР, сер. физ., 3, 122 (1968).
4. V.V. Balashov, N.M. Kavachnik, V.I. Markov. Nucl. Phys., A129, 369 (1969).
5. Г.М.Ваградов, В.В.Горчаков. Сообщения по физике, ФАН, 9, 20 (1970); 9, 66 (1970).
6. Г.М.Ваградов, Б.Н.Калинкин. ТМФ, 9, 240 (1971).
7. Г.М.Ваградов, В.В.Горчаков. Изв. АН СССР, сер. физ., 30, 680 (1972).
8. D.R. Yennie, F.L. Boos, D.C. Ravenhall. Phys. Rev., 137, B822 (1965).
9. Д.С.Поль, В.К.Лукьянов, И.Ж.Петков. Acta Phys. Polonica. 34, 50 (1968).
10. И.Ж.Петков, В.К.Лукьянов, Д.С.Поль. ЯФ, 4, 57 (1966).
11. И.Ж.Петков, В.К.Лукьянов, Д.С.Поль. ЯФ, 4, 550 (1966).
12. A. Ingemarsson, G. Tibell. Phys. Scripta, 4, 235 (1971).

Рукопись поступила в издательский отдел  
16 марта 1973 года.

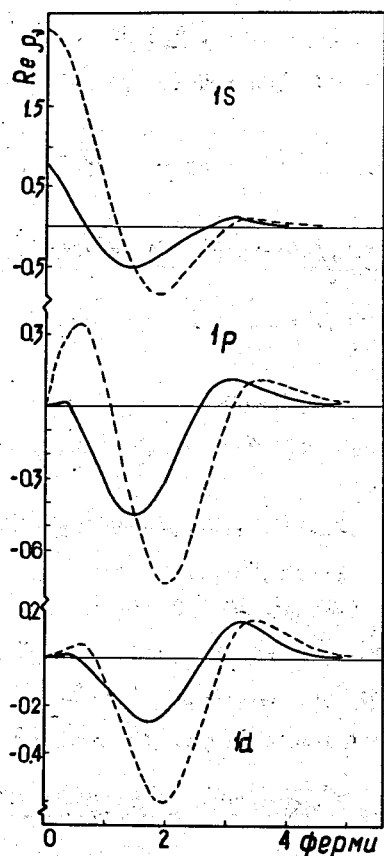


Рис. 1. Поведение реальной части ядерного матричного элемента. Пунктирные кривые - плосковолновое приближение для вылетевшего протона, сплошные - учет ядерного оптического взаимодействия протона. Функции дырочных состояний - в динамическом прямоугольном потенциале.

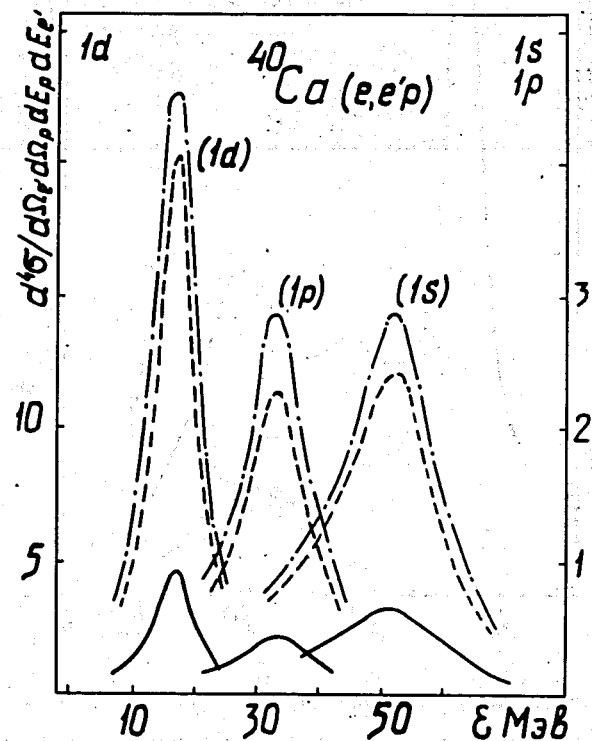


Рис. 2. Сечение квазиупругого рассеяния электронов на  $1s$ ,  $1p$  и  $1d$  оболочках ядра  $^{40}\text{Ca}$ . Пунктирные кривые - борновское приближение, штрих-пунктирные - учет искажения электронов, сплошные - учет искажений в протонном и электронном каналах. Функции дырочных состояний рассчитаны в динамическом потенциале прямоугольной формы.

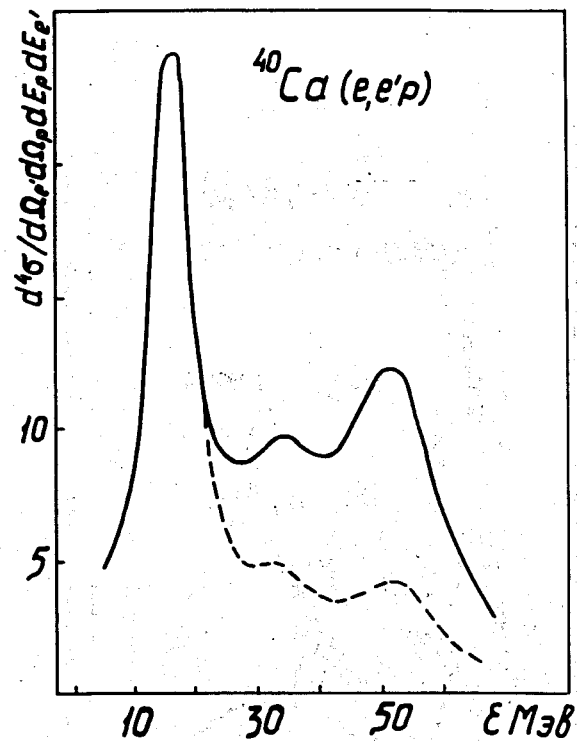


Рис. 3. Влияние выбора функций дырочного состояния на  $d^4\sigma$ -сечение. Пунктирная кривая - расчеты с динамическим прямоугольным потенциалом, сплошная - потенциал Вудса-Саксона. Везде учтено искажение электронных и протонных функций. Кривые сшивались в точке пика  $1d$ -резонанса.

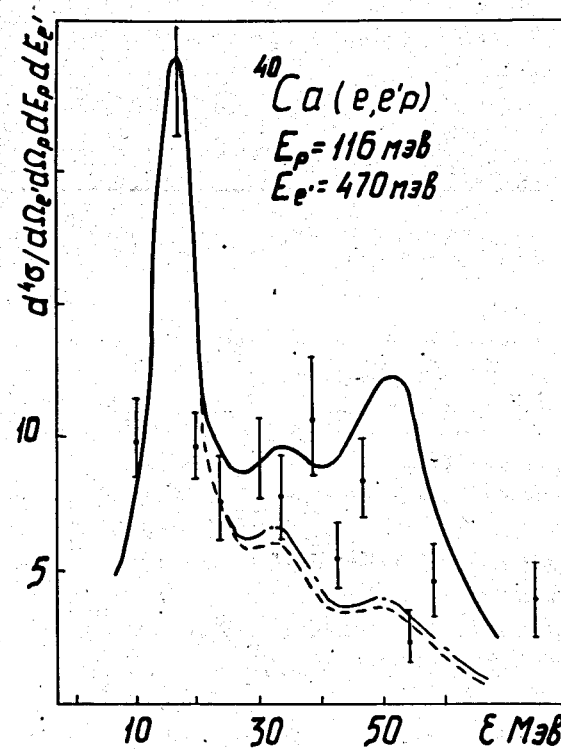


Рис. 4. Сравнение с экспериментом  $d^4\sigma$ -сечения для  $^{40}\text{Ca}$ , просуммированного по  $1s$ ,  $1p$  и  $1d$  оболочкам. Обозначения те же, что и на рис. 2. Функции дырочных состояний рассчитаны в потенциале Вудса-Саксона. Все кривые сшивались в точке пика  $1d$ -резонанса.