

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



СЗУЗг1

H-636

16/11-73

P4 - 6947

1426/2-73

В.Г.Николенко

ИЗОТОПНЫЙ ХОД
СИЛОВОЙ ФУНКЦИИ В МИНИМУМЕ

1973

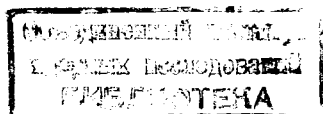
ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

Р4 - 6947

В.Г.Николенко

**ИЗОТОПНЫЙ ХОД
СИЛОВОЙ ФУНКЦИИ В МИНИМУМЕ**

Направлено в ЯФ



ВВЕДЕНИЕ

Как известно, оптическая модель довольно хорошо описывает полные и дифференциальные сечения взаимодействия нейтрона с ядром /с изменением A /. Однако в области малых энергий она встречает ряд трудностей. В частности, она не описывает поведение силовой функции для s -нейтронов в минимуме / $A \sim 120$ /. Чтобы понять причины этого рассмотрим, как интерпретируется оптическая модель в рамках R -матричной теории^{/1/}. Пусть X_λ - собственные функции некоторой граничной задачи с реальным гамильтонианом. Будем называть в дальнейшем X_λ волновыми функциями к.с. /компаунд-состояний/. Следуя^{/1/}, разложим X_λ внутри ядра таким образом:

$$X_\lambda = \sum_{p,c} c_{pc}(\lambda) \psi_c \chi_p, \quad /1/$$

где χ_p - собственные функции для нейтрона в потенциале среднего поля с теми же граничными условиями, ψ_c - волновая функция мишени в состоянии c . При таком разложении амплитуда приведенной ширины для к.с. имеет вид:

$$\gamma_\lambda = \sum_n c_n(\lambda) \zeta_n^0, \quad /2/$$

где ζ_n^0 - амплитуда одночастичной приведенной ширины, n - нумерует уровни с $\ell=0/1s, 2s$ и т.д./.

Средняя приведенная ширина равна:

$$\overline{\gamma^2} = \sum_n c_n^2(\lambda) (\zeta_n^0)^2 + 2 \sum_{n>n'} \overline{c_n(\lambda) c_{n'}(\lambda)} \zeta_n^0 \zeta_{n'}^0. \quad /3/$$

Черта над символом означает усреднение по к.с. Если пренебречь второй суммой в /3/ и считать, что

$$\overline{c_n^2} = \frac{\mathcal{D}}{2\pi} \frac{W_n}{(E_n - E)^2 + \left(\frac{W_n}{2}\right)^2}, \quad /4/$$

то можно получить следующее выражение для силовой функции (S_0):

$$\frac{\gamma^2}{\mathcal{D}} = \frac{1}{2\pi} \sum_n (\xi_n^0)^2 \frac{W_n}{(E_n - E)^2 + \left(\frac{W_n}{2}\right)^2}. \quad /5/$$

Здесь \mathcal{D} - среднее расстояние между к.с., E_n - собственные значения для χ_n , W_n - пропорциональна силе связи X_λ и χ_n .

Мы пришли к выражению /5/, которое эквивалентно соотношению для силовой функции, получаемому в оптической модели /2/. Обратим внимание на два момента в процедуре получения /5/.

1. Нам пришлось отбросить вторую сумму в /3/ - это означает, что оптическая модель складывает не амплитуды развала одночастичных состояний в компаунд-состояние, а вероятности. Если энергия близка к E , то только один член в /2/ и /3/ существен и приближение оптической модели оправдано. В противном случае нельзя пренебрегать интерференционным членом в /3/. Именно такой случай мы имеем в области $A \sim 120$, когда $|c_3| \sim |c_4|$.

2. Суммирование проводится в /1/, /2/, /3/, /5/ по всем одночастичным состояниям так, как если бы потенциальная яма среднего поля была бы "пуста". И хотя в средних и тяжелых ядрах уровни $1s$ и $2s$ заняты, они тем не менее фигурируют в /1/ - /5/. Причина этого заключается в том, что в /1/ не проведена антисимметризация по $N+1$ нейтрону, а только по N нейтронам мишени. В модели независимых частиц для средних и тяжелых ядер суммирование в /4/ надо начинать с $3s$ уровня, а начиная с мишени ^{120}Sn /у него $3s$ уровень заполнен/ - с $4s$ -уровня. У ^{119}Sn вклад $3s$ и $4s$ уровней приблизительно одинаков, у ^{120}Sn - уровень уже "не участвует" в рассеянии. Вкладом остальных уровней можно пренебречь. Поведение S_0 для изотопов Sn зависит от знаков членов $3s$ и $4s$ в /2/. На рис. 1 можно видеть качественное различие в поведении S_0 при различных предположениях о знаках: /а/ - знаки разные, /б/ - знаки совпадают, в случае /в/ интерференционный член в /3/ считается равным нулю. Учет парных корреляций должен "размазать" скачок в S_0 .

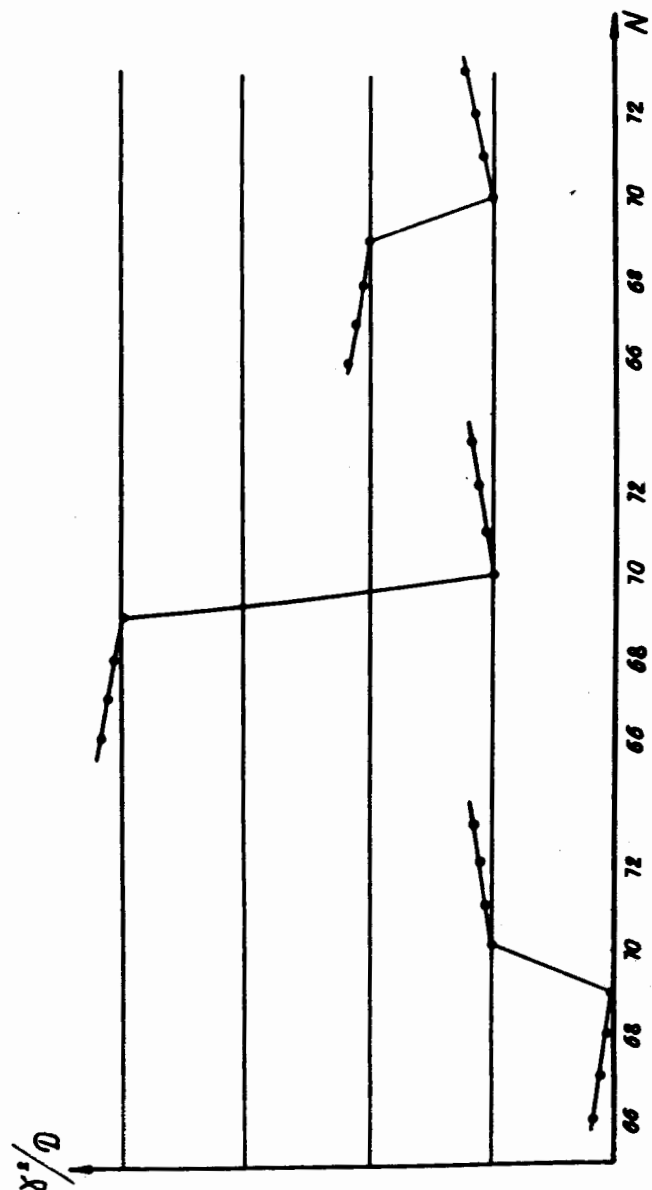


Рис. 1. Поведение S_0 в зависимости от N мишени в модели независимых частиц. /а/ - знаки амплитуд противоположны, /б/ - знаки амплитуд совпадают, /в/ - без интерференционного члена.

В эксперименте в ряду изотопов Sn наблюдается изменение S_0 в 3-5 раз. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать случаи /6/. Нашей целью является применение высказанных качественных соображений для расчета S_0 в области минимума.

В дальнейшем будем использовать следующие представления о механизме формирования к.с. К гамильтониану H_0 , приводящему к независимым квазичастицам в модели парных корреляций сверхпроводящего типа, добавим остаточное двухчастичное взаимодействие V . V будет перемешивать различные состояния модели независимых квазичастиц. Для определенности будем рассматривать четную мишень. Основное состояние мишени представляет собой квазичастичный вакуум. Рассеиваемый нейтрон, взаимодействуя с мишенью (H_0), порождает внутри ядра квазичастицу. На этом этапе волновая функция ядра есть суперпозиция одноквазичастичных состояний. Для s -рассеяния это будут состояния с $\ell=0$. Эти одноквазичастичные s -состояния рассматриваются как входные - только через них ядро попадает в к.с. На следующем этапе взаимодействие V порождает трехквазичастичные состояния, пятиквазичастичные состояния и т.д. В результате такого процесса появляются к.с., а "сила" одноквазичастичных состояний распределяется по многим к.с. Волновая функция к.с. имеет вид:

$$X_\lambda = \sum_p c_p(\lambda) a_p^+ |\Psi_0\rangle + \sum_{k,\ell,n} c_{k,\ell,n} a_k^+ a_\ell^+ a_n^+ |\Psi_0\rangle + \dots, \quad /6/$$

где a^+ - оператор рождения квазичастиц, $|\Psi_0\rangle$ - волновая функция мишени. /6/ представляет собой разложение X_λ по базису состояний гамильтониана H_0 .

АМПЛИТУДА ПРИВЕДЕННОЙ ШИРИНЫ К.С.

Получим в рамках R -матричной теории амплитуду приведенной ширины к.с. Выделим область реакции $r \leq a$, в которой взаимодействуют между собой все $A+1$ нуклонов и область канала $r \geq a$, в которой один нейтрон не взаимодействует с остальными A нуклонами. r - координата этого нейтрона, a - радиус канала. Во внутренней области для волновой функции к.с. будем использовать разложение /6/. Существенно, что /6/ антисимметризовано по всем нейтронам. В области канала /один из нейтронов не взаимодействует с ядром мишени/ волновая функция имеет вид:

$$\psi_k(r \geq a) = a_s^+ |\Psi_0\rangle, \quad /7/$$

a_s^+ - оператор рождения частицы в области $r \geq a$, индекс обозначает состояние с $\ell=0$. Используя обычную процедуру R -матричной теории с волновыми функциями /6/ и /7/, можно получить для амплитуды приведенной ширины к.с. такое выражение:

$$\gamma_\lambda = \sum_n c_n(\lambda) \zeta_n + \gamma^0. \quad /8/$$

Здесь сумма учитывает формирование к.с. через входные одноквазичастичные состояния, а γ^0 - минус одноквазичастичные состояния. Так же, как это делается в работе /6/, где используется соотношение, подобное выражению /8/, будем считать процесс, связанный с γ^0 , несущественным. ζ_n в /8/ - амплитуды приведенных ширин одноквазичастичных состояний с $\ell=0$. В приложении получено выражение для ζ_n :

$$\zeta_n = u_n \zeta_n^0, \quad /9/$$

ζ_n^0 - такая же величина, что и в /2/, u_n - амплитуда вероятности найти уровень n свободным, u_n - описывает размытие границы Ферми при парных корреляциях. Характер поведения u_n в зависимости от N можно видеть на рис. 1 на примере u_3 . В области N от 50 до 82 уровни $1s$ и $2s$ заняты ($u_1 = u_2 = 0$), уровни $4s$, $5s$ и т.д. свободны ($u=1$) а у $3s$ уровня u_3 довольно резко меняется /рис. 2/. Это определяет поведение ζ_3 .

ЗАВИСИМОСТЬ W_n ОТ N

Появление u_n в /9/ означает, что из-за принципа Паули занят одноквазичастичное состояние рассеиваемый нейтрон может только тогда, когда это состояние свободно. Теперь посмотрим, к чему приводит учет принципа Паули при распаде одноквазичастичного состояния на более сложные состояния.

Выражение /4/ можно получить, если рассматривать задачу о распределении "силы", например, одноквазичастичного состояния по многим компаунд-состояниям при появлении взаимодействия с отличным от нуля матричным элементом между волновой функцией одноквазичастичного состояния и волновой функцией к.с. /3/, причем $\sqrt{W_n}$ пропорционален этому матричному элементу /он считается одинаковым для всех к.с./ . Так как развал одноквазичастичного состояния в к.с. идет через трехквазичастичные состояния, то $\sqrt{W_n}$ будет существенно зависеть от матричных элементов, перемешивающих одноквазичастичные

и трехквартичные состояния. Рассмотрим любой такой матричный элемент, не конкретизируя вида остаточного двухквартичного взаимодействия (V). Оператор двухквартичного взаимодействия

$$a_k^+ a_l^+ a_{pm} a_n < k l | V | p n > , \quad /10/$$

действуя на одноквартичные состояния

$$a_n^+ \prod_{j \neq n} (u_j + (-1)^{j-m} v_j a_{jm}^+ a_{j-m}^+) | 0 > , \quad /11/$$

порождает трехквартичное состояние

$$a_k^+ a_l^+ a_{p-m}^+ \prod_{j \neq k, l, (pm)} (u_j' + (-1)^{j-m} v_j' a_{jm}^+ a_{j-m}^+) | 0 > . /12/$$

Матричный элемент перехода между состояниями /11/ и /12/ равен:

$$u_n' [v_p u_l u_k < k l | V | p n > \prod_{j \neq k, l, p, n} (u_j u_j' + v_j v_j')^{j + \frac{1}{2}}] . /13/$$

Используя выражение /13/, посмотрим, как может изменяться $\sqrt{W_n}$ от ядра к ядру. Формирование к.с. идет через большое число различных трехквартичных состояний /различные k, l, p в /12//. Это приводит к тому, что $\sqrt{W_n}$ оказывается приблизительно нечувствительным к структуре трехквартичных состояний, разной для разных ядер. В самом деле, области $3s$ и $4s$ гигантских резонансов оптическая модель неплохо описывает с одной и той же мнимой частью потенциала для всех ядер. С другой стороны, матричные элементы типа /13/ пропорциональны u_n' . Вблизи гигантских резонансов u_n' не изменяются и не приводят к зависимости $\sqrt{W_n}$ от N . Однако в области $A \sim 120$ u_3 сильно меняется при изменении N , и мы имеем основание считать, что:

$$\sqrt{W_n} = u_n' \sqrt{W^0} . \quad /14/$$

При изменении N от 60 до 80 $\sqrt{W_3}$ будет также сильно изменяться, как и u_3 , в то время как $\sqrt{W_4}$ изменяться не будет ($u_4 \approx 1$). Мы рассмотрели случай нейтрон-нейтронного остаточного взаимодействия, но результат /14/, как легко видеть, сохраняется и для нейтрон-протонного остаточного взаимодействия.

РАСЧЕТ СИЛОВОЙ ФУНКЦИИ

Соотношения /8/, /9/, /4/ и /14/ позволяют рассчитать S_0 , если определить знак c_n . Выражение для S_0 имеет вид:

$$\frac{\gamma^2}{\mathcal{D}} = \left[\sum_n \frac{c_n}{\sqrt{\mathcal{D}}} \zeta_n \right]^2 . \quad /15/$$

В области $A \sim 120$ суммирование фактически начинается с члена $3s$. Подробнее распишем этот член

$$\frac{c_3}{\sqrt{\mathcal{D}}} \zeta_n = \frac{1}{2\pi} \frac{u_3 \sqrt{W^0}}{\sqrt{(E_n - E)^2 + \left(\frac{W_n}{2}\right)^2}} \zeta_3^0 u_3 .$$

Этот член будет меняться от изотопа к изотопу приблизительно как u_3^2 . Напротив, остальные члены в /15/ /4s, 5s и т.д./ будут изменяться слабо. S_0 рассчитывалась для той области N , где сильно изменяется u_3 . Учитывались в /15/ только члены $3s$ и $4s$, знаки этих членов считались одинаковыми. Расстояние между $4s$ и $3s$ уровнями ($E_4 - E_3$) бралось таким же, как в осцилляторной яме:

$$2 \frac{41}{A^{1/3}} \text{ Мэв.}$$

Значение $E_3 - E$ считалось равным энергии отделения нейтрона. Расчет проводился для изотопов Sn и Te . Расчетные значения S_0 нормировались на значение, равное $0,6 \cdot 10^{-4}$ при $N = 62$. Используемые для расчета u_3^2 /6/ можно видеть на рис. 2. Произвол в выборе u_3^2 для изотопов Te хотя и допущен, но он отчасти основан на значении u_3 ($N = 74$), полученном из (dp) реакции для Te /5/. Различие значений u_3^2 для изотопов Sn и Te с одним и тем же N , связано с тем, что положение подболочек в этих элементах различно. Рассчитанные таким образом значения S_0 хорошо согласуются с экспериментальными значениями /рис. 3/.

ОБСУЖДЕНИЕ

Выше мы рассматривали случай четной мишени только для определенности. Наблюдаемый на эксперименте изотопный ход для нечетных мишеней Sn и Te может быть понят, исходя из таких же соображений, что и для четных мишеней. Кроме этого

можно ожидать подобного поведения S_0 слева от $3s$ -гигантского резонанса для ядер, у которых заполняется $2s$ -состояние. Но в этой области мало экспериментальных данных для S_0 . Рассчитанный в настоящей работе изотопный ход S_0 вызван учетом принципа Паули. Предполагаемая здесь интерференция амплитуд развала $3s$ и $4s$ одноквазичастичных состояний в к.с. только усиливает изотопный ход S_0 . Учетывать интерференцию естественней, чем пренебрегать ею. Менее естественным кажется то, что знак интерференционного члена предполагается одинаковым для всех к.с. Если полагать, что этот знак для половины резонансов положителен /случай /б/ рис. 1/, а для другой половины - отрицателен /случай /а//, то в некоторых ядрах средняя ширина для уровней группы /а/ должна быть значительно меньше, чем для уровней группы /б/. Распределение ширины в таком случае не следовало бы распределению Портера-Томаса. Но и в этом случае S_0 имела бы изотопный ход, подобный случаю /в/ /рис. 1/. Независимо от того, какой случай из обсуждаемых осуществляется при интерференции, важно, что принцип Паули в некоторых случаях может быть существенным. Явно это должно проявляться, когда некоторый уровень, существенно участвующий в процессе, находится вблизи энергии Ферми. Тогда для разных изотопов вклад этого уровня в процесс будет сильно меняться. Например, можно ожидать такого эффекта в дифференциальном сечении рассеяния нейтронов не очень большой энергии.

Надо заметить, что настоящая работа - не первая попытка объяснить изотопный ход S_0 в минимуме /4,7/. В /7/ это делается искусственно - введением зависящего от изотопического спина мнимого потенциала неразумной величины. Причины, приводящие к изотопическому ходу в /4/, не противоречат настоящей работе и могут только усилить эффект.

В заключение хочу поблагодарить А. Попова и В. Фурмана за полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Получим выражение для амплитуды приведенной ширины одноквазичастичного состояния.

Мы рассматриваем упругое рассеяние s -нейтрона на сферическом ядре с четным N . Ниже нам потребуются в явном виде координаты рассеиваемого нейтрона $q(r, \Omega)$.

Волновая функция четно-четного ядра мишени

$$|\Psi_0\rangle = \prod_j (u_j + (-1)^{j-m} v_j a_{jm}^+ a_{j-m}^+) |0\rangle,$$

где $|0\rangle$ - волновая функция вакуума, a_j^+ - оператор рождения частицы в состоянии j , u и v - коэффициенты преобразования Боголюбова.

Волновую функцию в области канала, антисимметризованную по всем нейтронам, можно записать следующим образом:

$$\psi_k(\Omega, r \geq a) = \chi_s^*(q) a_{sm}^+ \prod_j (u_j + (-1)^{j-m} v_j a_{jm}^+ a_{j-m}^+) |0\rangle,$$

где индекс s обозначает состояние с $\ell = 0$.

$$\chi_s(\Omega, r \geq a) = u(r) \phi(\Omega).$$

Тогда так называемая поверхностная волновая функция имеет вид:

$$\Phi = a_{sm}^+ \phi^*(\Omega) \prod_j (u_j + (-1)^{j-m} v_j a_{jm}^+ a_{j-m}^+) |0\rangle. \quad /П1/$$

Во внутренней области антисимметризованная волновая функция для $N+1$ нейтрона имеет вид:

$$\psi(\Omega, r > a) = \chi_p(q) a_{pm}^+ \prod_{j \neq p} (u_j' + (-1)^{j-m} v_j' a_{jm}^+ a_{j-m}^+) |0\rangle.$$

$\chi_p(r \leq a)$ нормирована на единицу во внутренней области. Амплитудой приведенной ширины в R -матричной теории называется величина

$$\zeta = \int \psi \Phi^* dS.$$

Здесь интегрирование производится по поверхности канала ($r=a$). Используя /П1/ и /П2/, имеем:

$$\zeta = \langle 0 | \prod_j (u_j + (-1)^{j-m} v_j a_{j-m}^+ a_{jm}^+) a_{sm}^+ a_p^+ \times \prod_{j \neq p} (u_j' + (-1)^{j-m} v_j' a_{jm}^+ a_{j-m}^+) |0\rangle \times \int \chi_s(a, \Omega) \phi^*(\Omega) d\Omega. \quad /П3/$$

Выражение /П3/ отлично от нуля только для квазичастичных состояний /П2/ с $\ell = 0$. Такие состояния будут иметь индекс n . Поскольку среднее поле слабо изменяется при добавлении одного нейтрона, то из /П3/ следует:

$$\zeta_n = u_n \zeta_n^0 \prod_{j \neq n} (u_j u_j' + v_j v_j')^{j+\frac{1}{2}} \approx u_n \zeta_n^0, \quad /П4/$$

где ζ_n^0 - приведенная амплитуда ширины одночастичного состояния в задаче рассеяния частицы на потенциале среднего поля /"пустая" яма/

$$\zeta_n^0 = \int \chi_n(a, \Omega) \phi^*(\Omega) d\Omega.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. A.M.Lane, R.I.Thomas and E.P.Wigner. *Phys.Rev.*, 98, 693, 1955.
2. А.Лейн, Р.Томас. *Теория ядерных реакций при низких энергиях*. Москва, 1960, стр. 190.
3. О.Бор, Б.Моттельсон. *Структура атомного ядра*, т. 1, стр. 204, Москва, 1971.
4. Carl Shakin *Ann. of Phys.*, 22, 373, 1973.
5. B.L.Cohen. *Nuclear Structure*, p. 3, *Dubna Symposium*, 1968.
6. В.Г.Соловьев. *Изв. АН СССР* 35, 666, 1971.
7. C.M.Newstead and J.P.Delaroché. *Conference on Nuclear Structure Study with Neutrons*, Budapest, 1972, p. 142.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 февраля 1973 года.

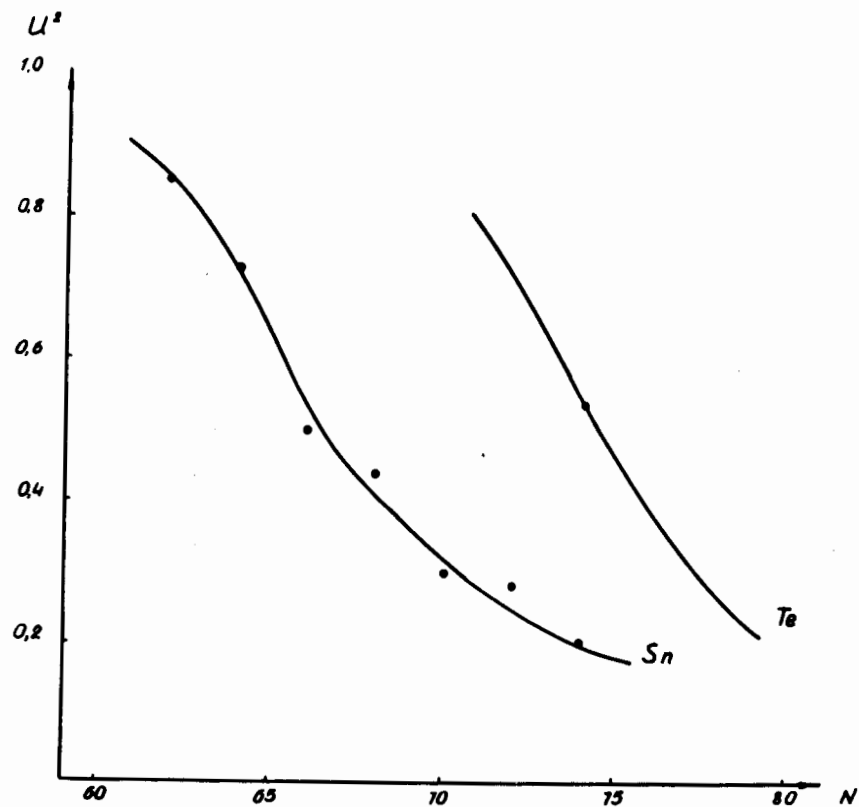


Рис. 2. Зависимость u_3^2 от числа нейтронов в изотопах Sn и Te. Экспериментальные точки получены в (dp) реакции^{15/}.

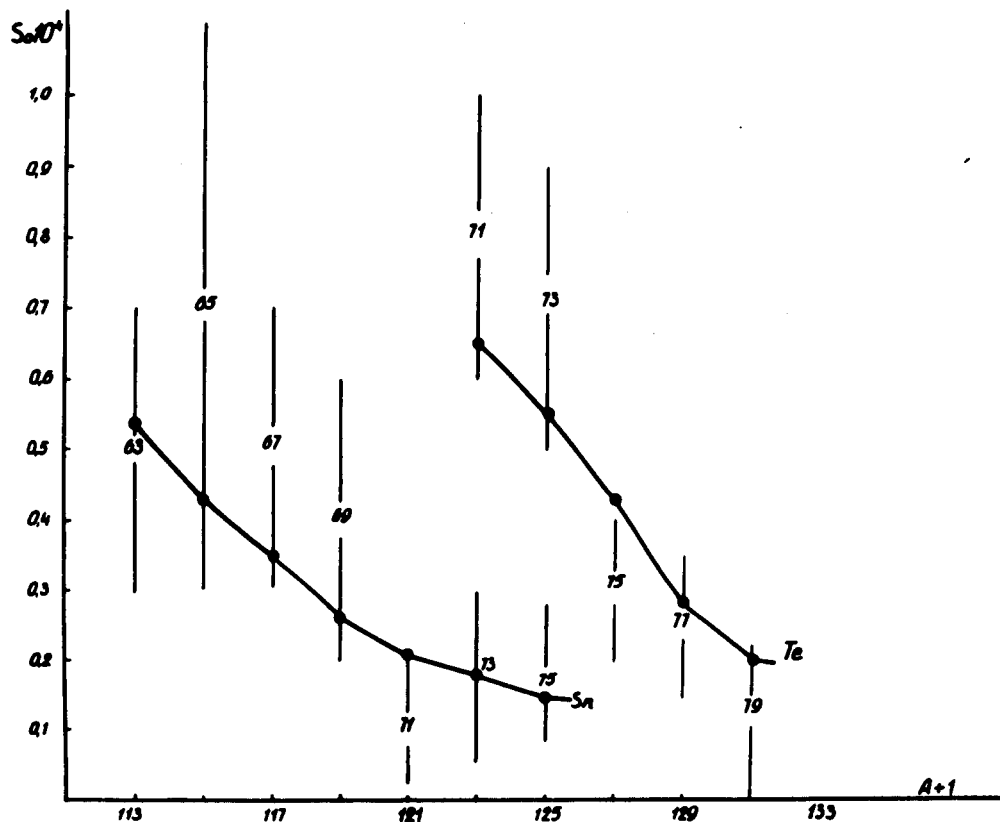


Рис. 3. Зависимость S_0 от $A+1$ и $N+1$ составного ядра. $N+1$ указано на месте экспериментального значения S_0 точки - расчет.