

С.341а

Д-421

19/11-73

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

661/2-73

P4 - 6781



Р.В.Джолос, В.Г.Картавенко

ПАРНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ  
И КОЛЛЕКТИВНЫЕ  $0^+$  -СОСТОЯНИЯ  
В ЯДРАХ С  $A \sim 56$

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1972

Р4 - 6781

Р.В.Джолос, В.Г.Картавенко

ПАРНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ  
И КОЛЛЕКТИВНЫЕ  $0^+$  -СОСТОЯНИЯ  
В ЯДРАХ С  $A \sim 56$

В работе<sup>/1/</sup> предложен метод изучения коллективных ветвей возбуждения ядер, связанных с парными корреляциями в системе из двух сортов нуклонов. В отличие от RPA он применим при любых значениях константы парного взаимодействия, независимо от того, существенны или несущественны ангармонические эффекты. Поэтому на основе этого метода можно, в принципе, дать ответ на вопрос: в какой степени изотопинвариантные парные остаточные силы определяют структуру и энергию  $J^\pi = 0^+$  состояний. /Напомним, что в рамках модели парных вибраций основные  $0^+$ -состояния ядер рассматриваются наравне с  $0^+$ -возбуждениями<sup>/2/</sup>. Схема уровней строится следующим образом. Все энергии отсчитываются от энергии некоторого базисного ядра, которым удобно выбрать ядро с замкнутыми оболочками /например,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{56}\text{Ni}$  /. Кроме того, из энергий вычитаются кулоновские энергии и линейный по числу нуклонов член  $\gamma(A-A_0)$ , причем  $\gamma$  выбирается так, чтобы энергии нижайших состояний  $E_{\frac{N}{2}=+1, T=1}$  и  $E_{-1,1}$  совпадали. Число частиц  $N = A - A_0$  отсчитывается от числа нуклонов базисного ядра.  $T$ -изоспин состояния. На рис. 1 приведена схема парных возбуждений, построенная на базе  $^{56}\text{Ni}$  ( $A_0 = 56$ )<sup>/2/</sup>.

В данной работе будет продолжено изучение свойств коллективного гамильтониана, построенного в работе<sup>/1/</sup> для описания парных вибраций в системе из нейтронов и протонов. Напомним, что бозонное представление типа Дайсона, использованное в работе, делает гамильтониан конечным и удобным для практических расчетов. Единственное приближение, которое делается, — это пренебрежение неколлективными эффектами.

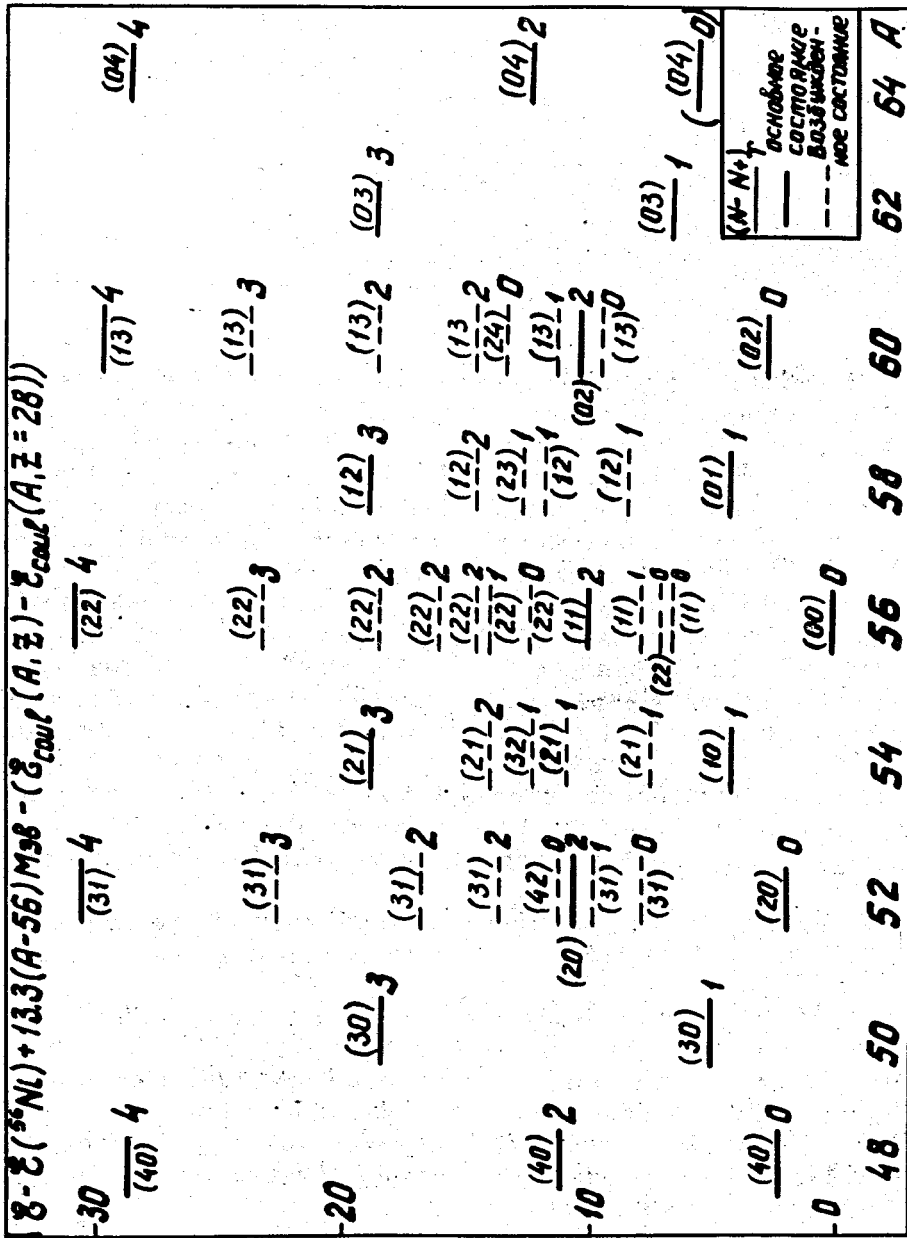


Рис. 1. Схематическая иллюстрация коллективных парных возбуждений, построенных на основе ядра  $^{56}\text{Ni}$ .

Построенный коллективный гамильтониан имеет вид:

$$H_{\text{колл.}} = H_0 + H_{\text{анг.}} \equiv \omega \sum_{\mu=0, \pm 1} (\beta_{+\mu}^+ \beta_{+\mu} + \beta_{-\mu}^+ \beta_{-\mu}) + H_{\text{анг.}} \quad |1/$$

$$H_{\text{анг.}} \equiv : 9 \sum_T \begin{Bmatrix} 1/2 & 1/2 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 1 \\ 1 & 1 & T \end{Bmatrix} \sqrt{\frac{2T+1}{3}} \sum_{\mu=0, \pm 1} \{G(3) [[\beta_+^+ \beta_+^+]_T \beta_+ ]_{1\mu} +$$

$$+ G(4) [\beta_-^+ [\beta_- \beta_- ]_T]_{1\mu} + G(1) [[\beta_+^+ \beta_+^+]_T \beta_-^+ ]_{1\mu} + G(2) [\beta_+ [\beta_- \beta_- ]_T]_{1\mu} +$$

$$+ 2G(1) [[\beta_+^+ \beta_- ]_T \beta_-^+ ]_{1\mu} + 2G(2) [[\beta_+^+ \beta_- ]_T \beta_+ ]_{1\mu} (\beta_{+\mu}^+ (-)^{1-\mu} \beta_{-\mu}^+ ) :=$$

$$= G(1) (\sqrt{5} [[\beta_+^+ \beta_+^+]_2 [\beta_-^+ \beta_-^+]_2]_0 - \frac{1}{2} [\beta_+^+ \beta_+^+]_0 [\beta_-^+ \beta_-^+]_0) +$$

$$+ G(2) (\sqrt{5} [[\beta_- \beta_- ]_2 [\beta_+ \beta_+ ]_2]_0 - \frac{1}{2} [\beta_- \beta_- ]_0 [\beta_+ \beta_+ ]_0) +$$

$$+ G(3) : (\frac{3}{2} [\beta_+^+ \beta_+ ]_0 [\beta_+^+ \beta_+ ]_0 - \sqrt{3} [[\beta_+^+ \beta_+ ]_1 [\beta_+^+ \beta_+ ]_1]_0) : +$$

$$+ G(4) : (\frac{3}{2} [\beta_-^+ \beta_- ]_0 [\beta_-^+ \beta_- ]_0 - \sqrt{3} [[\beta_-^+ \beta_- ]_1 [\beta_-^+ \beta_- ]_1]_0) : +$$

$$+ 2(G(1) + G(2)) (\frac{3}{2} [\beta_+^+ \beta_+ ]_0 [\beta_-^+ \beta_- ]_0 + \sqrt{3} [[\beta_+^+ \beta_+ ]_1 [\beta_-^+ \beta_- ]_1]_0) +$$

$$+ (G(1) + G(3)) (\frac{3}{2} [\beta_-^+ \beta_+ ]_0 [\beta_+^+ \beta_+ ]_0 + \sqrt{3} [[\beta_-^+ [\beta_+^+ [\beta_+^+ \beta_+ ]_1]_1]_0) +$$

$$+ 2G(2) (\frac{3}{2} [\beta_+^+ \beta_+ ]_0 [\beta_+ \beta_- ]_0 + \sqrt{3} [[[\beta_+^+ \beta_+ ]_1 \beta_+ ]_1 \beta_- ]_0) +$$

$$+ (G(2) + G(4)) (\frac{3}{2} [\beta_-^+ \beta_- ]_0 [\beta_- \beta_+ ]_0 + \sqrt{3} [[[\beta_-^+ \beta_- ]_1 \beta_- ]_1 \beta_- ]_0) +$$

$$+ 2G(1) (\frac{3}{2} [\beta_+^+ \beta_- ]_0 [\beta_-^+ \beta_- ]_0 + \sqrt{3} [[\beta_+^+ [\beta_-^+ [\beta_-^+ \beta_- ]_1]_1]_0).$$

Операторы числа частиц и изоспина запишутся так:

$$\hat{N} = 2 \sum_{\mu} \beta_{+\mu}^+ \beta_{+\mu} - 2 \sum_{\mu} \beta_{-\mu}^+ \beta_{-\mu} \equiv 2 \hat{N}_+ - 2 \hat{N}_-,$$

$$\hat{T}_{\mu} = \sqrt{2} ([\beta_{+}^+ \beta_{+}]_{1\mu} + [\beta_{-}^+ \beta_{-}]_{1\mu}) \equiv \hat{\ell}_{+\mu} + \hat{\ell}_{-\mu} \quad /2/$$

Рассмотрим константы, входящие в гамильтониан,

$$G(1) = \bar{X}_+ X_+ / 2\omega, \quad G(2) = \bar{X}_- X_- / 2\omega,$$

$$G(3) = (\bar{X}_+ X_+)^2 \left( \sum_{j_+} \frac{f_{j_+}}{(D_{j_+} - \omega)^3} + \sum_{j_-} \frac{f_{j_-}}{(D_{j_-} + \omega)^3} \right),$$

$$G(4) = (\bar{X}_- X_-)^2 \left( \sum_{j_-} \frac{f_{j_-}}{(D_{j_-} - \omega)^3} + \sum_{j_+} \frac{f_{j_+}}{(D_{j_+} + \omega)^3} \right).$$

Величины  $\omega \equiv \omega_+ = \omega_-$ ,  $\lambda$ ,  $D_{j_{\pm}}$ ,  $f_{j_{\pm}}$ ,  $\bar{X}_{\pm} X_{\pm}$  находятся из системы уравнений /неколлективные эффекты отброшены/ /1/ :

$$1 = G \sum_j \frac{f_j D_j}{D_j^2 - \omega^2}; \quad \sum_{j_+} \frac{f_{j_+}}{D_{j_+}^2 - \omega^2} = \sum_{j_-} \frac{f_{j_-}}{D_{j_-}^2 - \omega^2};$$

$$1 = (\bar{X}_{\pm} X_{\pm}) \left( \sum_{j_{\pm}} \frac{f_{j_{\pm}}}{(D_{j_{\pm}} - \omega)^2} - \sum_{j_{\mp}} \frac{f_{j_{\mp}}}{(D_{j_{\mp}} + \omega)^2} \right); \quad /3/$$

$$D_{j_{\pm}} = D_{j_{\pm}}^0 + \frac{3 \bar{X}_{\pm} X_{\mp}}{D_{j_{\pm}} + \omega}; \quad f_{j_{\pm}} \equiv (j_{\pm} + 1/2)(1 - 2\rho_{j_{\pm}}) = \frac{j_{\pm} + 1/2}{2 - \frac{D_{j_{\pm}}^0 + \omega}{D_{j_{\pm}} + \omega}};$$

$$D_{j_+}^0 = 2|\epsilon_{j_+} - \lambda|, \quad D_{j_-}^0 = 2|\epsilon_{j_-} - \lambda| + 3G.$$

/Для  $^{56}\text{Ni}$  одночастичная схема уровней  $\epsilon_j$ , приведенная в приложении, взята из работы /3/, где проводились вычисления для этих же ядер/.

Отметим некоторые особенности решения системы уравнений /3/ при больших величинах  $G$  /при малых значениях  $G$  система /3/ переходит в обычные уравнения RPA /1/ /.

Различие между  $\bar{X}_+X_+$  и  $\bar{X}_-X_-$  обусловлено только асимметрией схемы уровней относительно химпотенциала  $\lambda$ . При сильных корреляциях оно становится несущественным. Таким образом, в случае больших величин  $G$  с хорошей точностью можно полагать:  $\bar{X}_+X_+ \approx \bar{X}_-X_- \equiv \bar{X}X$ , где  $\bar{X}X$  будет находиться из уравнения:

$$1 = 2\omega (\bar{X}X) \sum_j \frac{f_j D_j}{(D_j^2 - \omega^2)^2}.$$

Тогда  $G(1) = G(2) \equiv G1 = \bar{X}X / 2\omega$ .

По аналогичным причинам  $G(3) = G(4) \equiv G3$ , причем разность

$$G3 - G1 = 4\omega^2 (\bar{X}X)^2 \sum_j \frac{f_j D_j}{(D_j^2 - \omega^2)^3}.$$

При очень больших  $G$ :

$$\omega \rightarrow 3G/2; \quad G3 - G1 \rightarrow G; \quad G1 \rightarrow \frac{G\Omega}{6} (1 + \Omega/6);$$

$$D \rightarrow \frac{3G}{2} (1 + \frac{\Omega}{3}); \quad 1 - 2\rho \rightarrow \frac{1}{2} (1 + \frac{1}{1 + \Omega/3}); \quad /4/$$

$$\bar{X}X \rightarrow G^2 \Omega (\Omega + 6) / 12; \quad \Omega \equiv \sum_j j + 1/2.$$

Зависимость частоты  $\omega$  от  $G$  приведена на рис. 2а для схематической двухуровневой задачи /  $j_+ = j_- \equiv j$ ,  $j + 1/2 = 10$ ,  $2\epsilon_j \equiv 2\epsilon = 10$  / и на рис. 2б для ядра  $^{56}\text{Ni}$ . Там же приведены  $\omega_{RPA}$  и энергия  $E_{\pm 1,1}$  состояния  $N/2 = \pm 1$ ,  $T=1$ , которое в рамках данного подхода играет роль базисного фонона, аналогичного

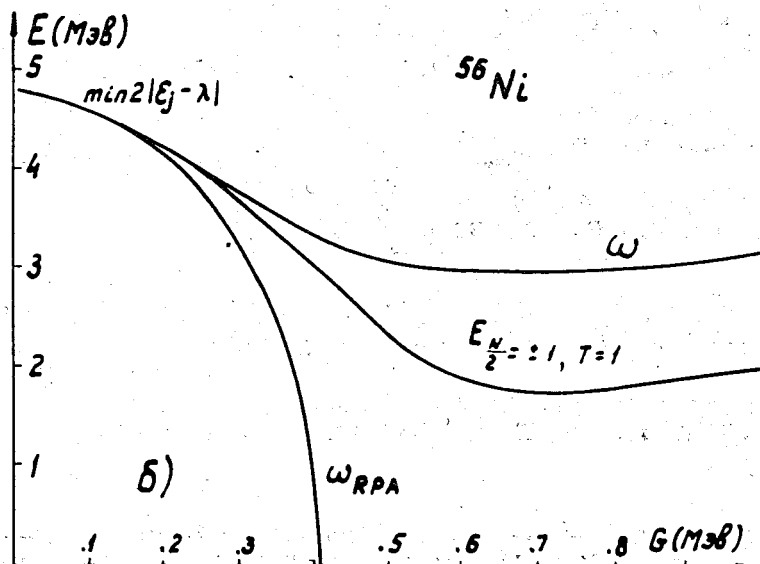
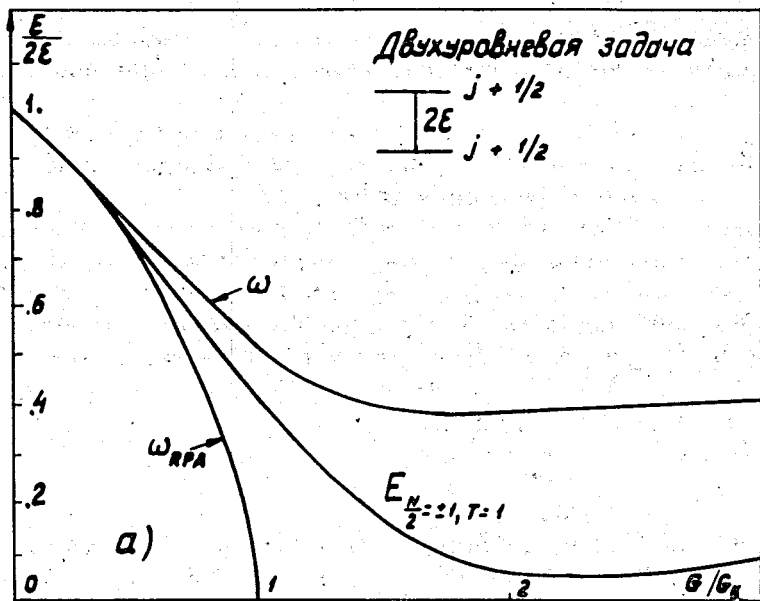


Рис. 2. Зависимость энергии коллективных бозонов ( $\omega$ ),  $\omega_{RPA}$  и энергии ( $E_{\frac{N}{2}, T}$ ) нижайшего  $N = \pm 2$ ,  $T = 1$  состояния от величины константы парного взаимодействия ( $G$ ): а/ расчеты для модельной двухуровневой задачи; б/ расчеты для ядра  $^{56}\text{Ni}$ .



первому  $J^{\pi} = 2^{+}$  состоянию в случае квадрупольных колебаний. Видно, что решение для  $\omega$  существует при любом значении  $G$ . При больших  $G$  частота  $\omega$  и энергия  $E_{\pm 1,1}$  стремятся к одному и тому же пределу  $3G/2$ . Отметим, что для каждого значения  $G$  система /3/ дает новое решение, изменяя при этом структуру коллективных бозонов /коэффициенты  $U_{1_{\pm} 1_{\pm}}$ ,  $\bar{U}_{1_{\pm} 1_{\pm}}$ / /1/. Ангармоническая часть гамильтониана /1/ записана в нормальном виде относительно коллективных бозонов. Таким образом, частота  $\omega$  каждый раз выбирается так, чтобы лучше воспроизводить эффективный осциллятор  $H_0$ .

Перейдем к основной задаче работы - изучению спектра собственных значений гамильтониана /1/. Используя гамильтониан /1/ и коммутирующие с ним операторы /2/, решим задачу численно в представлении коллективных бозонов  $\beta_{+\mu}^{\dagger}$  и  $\beta_{-\mu}^{\dagger}$ .

Воспользуемся собственными функциями двух независимых гармонических осцилляторов  $|N_{\pm} \ell_{\pm} m_{\pm}\rangle$ , где  $N_{\pm}$  - число бозонов,  $\ell_{\pm}$  - величины изоспина бозонов,  $m_{\pm}$  - третья проекция изоспина бозонов.

Построим собственные функции операторов числа частиц и полного изоспина /2/:

$$|N_{-} \ell_{-} N_{+} \ell_{+} T T_0\rangle = \sum_{m_{\pm}} C_{\ell_{+} m_{+} \ell_{-} m_{-}}^{T T_0} |N_{+} \ell_{+} m_{+}\rangle |N_{-} \ell_{-} m_{-}\rangle. \quad /5/$$

При действии операторов /2/ на функции /5/ получаем:

$$(\hat{N} - 2(N_{+} - N_{-})) |N_{-} \ell_{-} N_{+} \ell_{+} T T_0\rangle = 0,$$

$$(\sum_{\mu} (-)^{\mu} \hat{T}_{\mu}^{\dagger} \hat{T}_{-\mu} - T(T+1)) |N_{-} \ell_{-} N_{+} \ell_{+} T T_0\rangle = 0,$$

$$(\hat{T}_0 - T_0) |N_{-} \ell_{-} N_{+} \ell_{+} T T_0\rangle = 0,$$

$$\left( \sum_{\mu} (-)^{\mu} \hat{\ell}_{+\mu} \hat{\ell}_{-\mu} - \ell_{\pm} (\ell_{\pm} + 1) \right) |N_{-}\ell_{-} N_{+}\ell_{+} T T_0\rangle = 0,$$

$$\left( \sum_{\mu} \beta_{\pm\mu}^{+} \beta_{\pm\mu} - N_{\pm} \right) |N_{-}\ell_{-} N_{+}\ell_{+} T T_0\rangle = 0.$$

Все формулы для построения базиса и некоторые матричные элементы выписаны в приложении. После решения системы уравнений /3/ вычислялись ангармонические константы  $G(n)$  и проводилась диагонализация гамильтониана /1/ в базисе /5/. Максимальное число бозонов  $N_{\delta} = N_{+} + N_{-}$  почти во всех расчетах было равно 20. Проверка показала, что расширение базиса до 40 бозонов практически не меняет положения 4-5 нижайших корней для каждого  $N$  и  $T$ .

Для проверки метода была решена модельная двухуровневая задача с параметрами  $\epsilon$  и  $j$ , определенными выше. Результаты совпали с точным решением /4/, полученным в фермионном базисе.

На рис. 3 показано, как зависят от величины  $G/G_k$  энергии некоторых нижайших состояний /  $G_k$  соответствует тому значению  $G$ , когда исчезает решение в квазибозонном приближении для операторов пар частиц ( $G_k = \epsilon / (j + 1/2)$ ) /.

Достаточно подробно результаты двухуровневой задачи обсуждались в работах /2,6/.

Перейдем к рассмотрению свойств парных возбуждений в районе  $A - 56$ . На рис. 4-8 показано поведение энергий некоторых нижайших состояний в зависимости от величины константы парного взаимодействия. Асимметрия результатов относительно  $N \rightarrow -N$  проявляется лишь при небольших значениях  $G$  и практически несущественна. На рис. 4-8 графики для  $N$  и  $-N$  совпадают/.

Отметим некоторые свойства полученного решения. При малых значениях  $G$  спектр близок к эквидистантному. До точки "фазового перехода" /  $G < G_k$  / расщепление в изомультиплетах в основном определяется диагональными членами гамильтониана

$$\begin{aligned} \langle N_{-}\ell_{-} N_{+}\ell_{+} T | H_{\text{колл.}} | N_{-}\ell_{-} N_{+}\ell_{+} T \rangle = & \omega(N_{+} + N_{-}) + \\ & + \frac{G(3)}{2} (N_{+}(N_{+} - 3) + \ell_{+}(\ell_{+} + 1)) + \frac{G(4)}{2} (N_{-}(N_{-} - 3) + \ell_{-}(\ell_{-} + 1)) + \\ & + (G(1) + G(2))(N_{+}N_{-} + \frac{1}{2}(\ell_{+}(\ell_{+} + 1) + \ell_{-}(\ell_{-} + 1) - T(T+1))). \end{aligned}$$

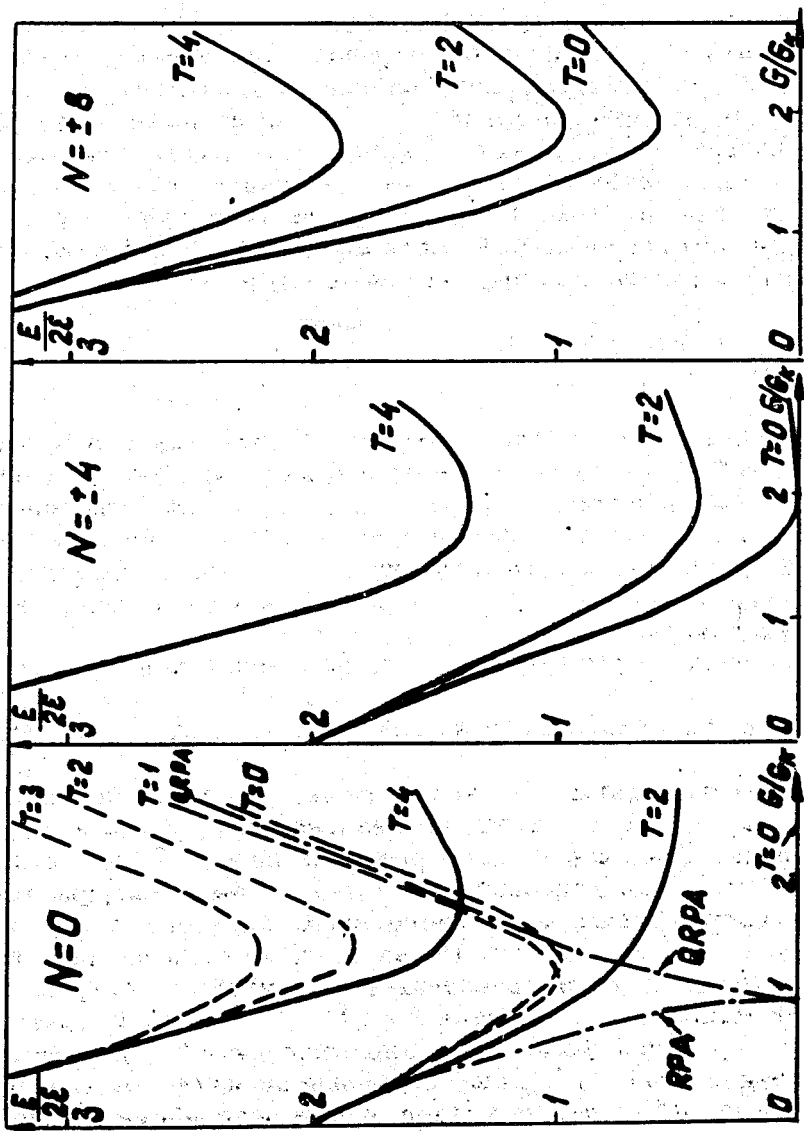


Рис. 3. Модельная двухуровневая задача. Зависимость энергий некоторых нижних состояний / в единицах расстояния между уровнями ( $2\epsilon$ ) / от величины  $G/G_k$ . / Для  $N=0$  показаны решения, полученные в квазибозонном приближении для операторов пар частиц ( $G \leq G_k$ ) и квазичастиц ( $G \geq G_k$ ) / QRPA из работы /4/ //

Если состояния отличаются только величиной  $\ell_+$  ( $\ell_-$ ), то состояния с большим значением  $\ell_+$  ( $\ell_-$ ) лежат выше. Например, для состояний с  $|N| = 2N_{\pm}$ ,  $T = \ell_{\pm}$  величина расщепления равна  $G \binom{3}{4} T(T+1)/2$ .

Для бозонных состояний, которые отличаются только величиной полного момента  $T$ , расщепление отрицательно и равно  $-(G(1) + G(2))T(T+1)/2$ . Например, в двухбозонном мультиплете  $|1111T\rangle$  расщепление таково, что состояние с  $T=2$  лежит ниже состояния с  $T=0$ . При больших значениях  $G$ , когда становится все менее существенной одночастичная часть гамильтониана, так же как и в двухуровневой задаче /работа /4/ и расчеты в данной работе /рис. 3//, зависимость нижней части спектра от  $N$  и  $T$  описывается известной формулой для вырожденного случая /5/

$$E_{\frac{N}{2}, T} = \frac{G}{2} \left\{ \frac{N^2}{4} + T(T+1) \right\}.$$

Число частиц  $N$  отсчитывается от  $A_0 = 56$ . В случае двухуровневой задачи от  $N_0 = 4(j+1/2) = 40$ . Спектр симметричен относительно  $N \rightarrow -N$ . Этот выбор отличается от /4/ несущественным, линейным по  $N$  членом и совпадает с выбором работы /2/. Таким образом, построенный коллективный гамильтониан /1/ имеет правильное энергетическое поведение и при больших значениях константы парного взаимодействия.

Область реально ожидаемых значений парной константы /7/

$G = \frac{20-30}{A}$  Мэв/ попадает в "переходную область" /  $G = G_k = 41$  Мэв

/рис. 2//, где неприменимо описание в рамках RPA или кренкинг-модели. /2,6/. На рис. 9 для каждого значения  $A = 48-64$  в первой колонке ( $p$ ) приведены энергии некоторых нижайших ( $T \leq 4$ ) состояний при  $G = .5$  Мэв /значение  $G = .5$  Мэв было выбрано так, чтобы описывать положение парного возбужденного состояния с  $T=0$  в ядре  $^{56}\text{Ni}$  /  $N=0$  /2/. Показано также положение тех состояний, которые не были приведены ранее, чтобы не загромоздить рис. 4-8. Например, состояния  $T=1,3$ ,  $|N|=4$  /3/. В третьей колонке ( $exp$ ) приведен экспериментальный спектр /2/. В схематической картине /рис. 1/, позаимствованной из /2/ оставлены только основные  $0^+$ -состояния ядер и подробно обсуждавшиеся возбужденные состояния. Некоторые состояния, не рассматривавшиеся в /2/, будут изучены в данной работе.

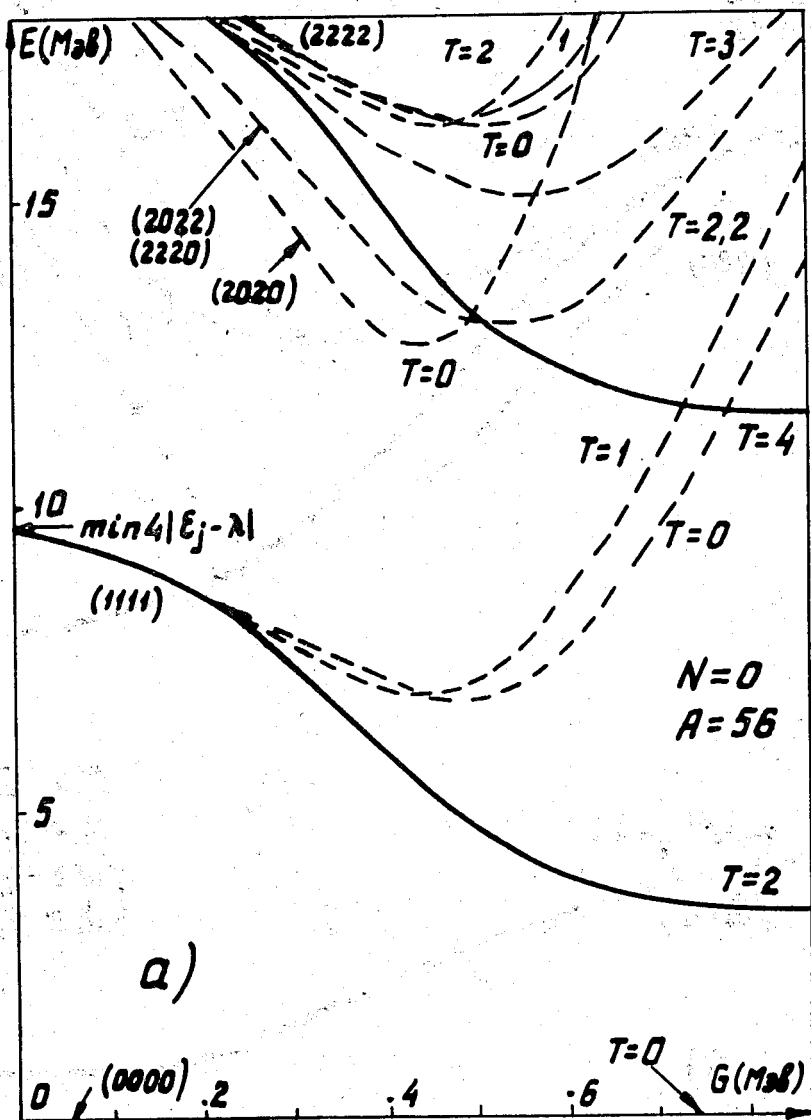


Рис. 4. Зависимость энергий ( $E$ ) состояний, построенных на основе ядра  $^{56}\text{Ni}$  от величины константы парного взаимодействия ( $G$ ).  
 $(E - \bar{\epsilon}(A, Z) - \bar{\epsilon}(^{56}\text{Ni}) + 13,3(A - 56) - (\bar{\epsilon}_{\text{coul}}(A, Z) - \bar{\epsilon}_{\text{coul}}(A, Z = 28)))$ .

Для  $N \geq 0$  показаны также асимптотические ( $G \sim 0$ ) квантовые числа состояний ( $N_{-} N_{+} l_{+}$ ) и величина полного изоспина  $T$ .

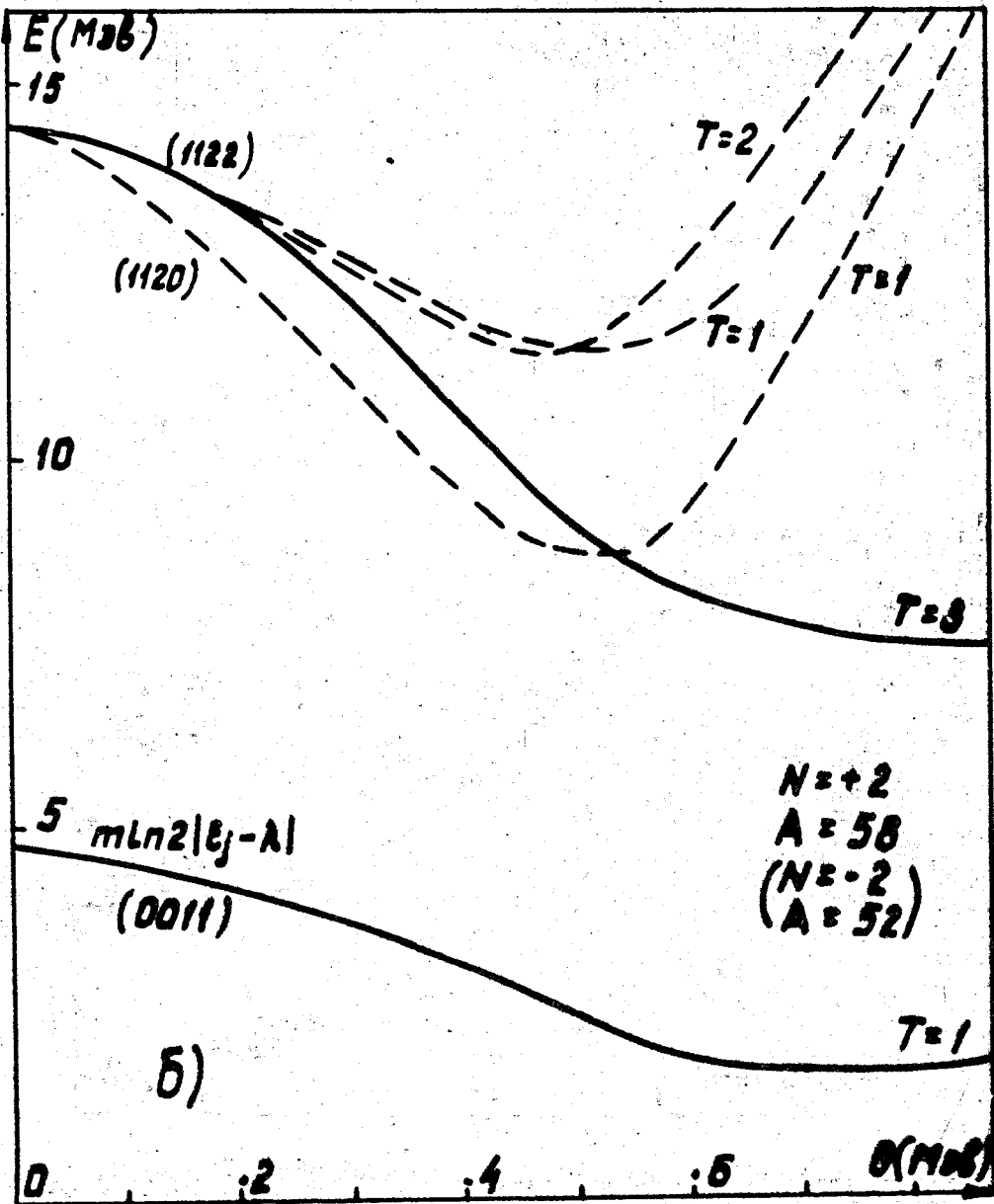


Рис. 5. То же, что и на рис. 4.

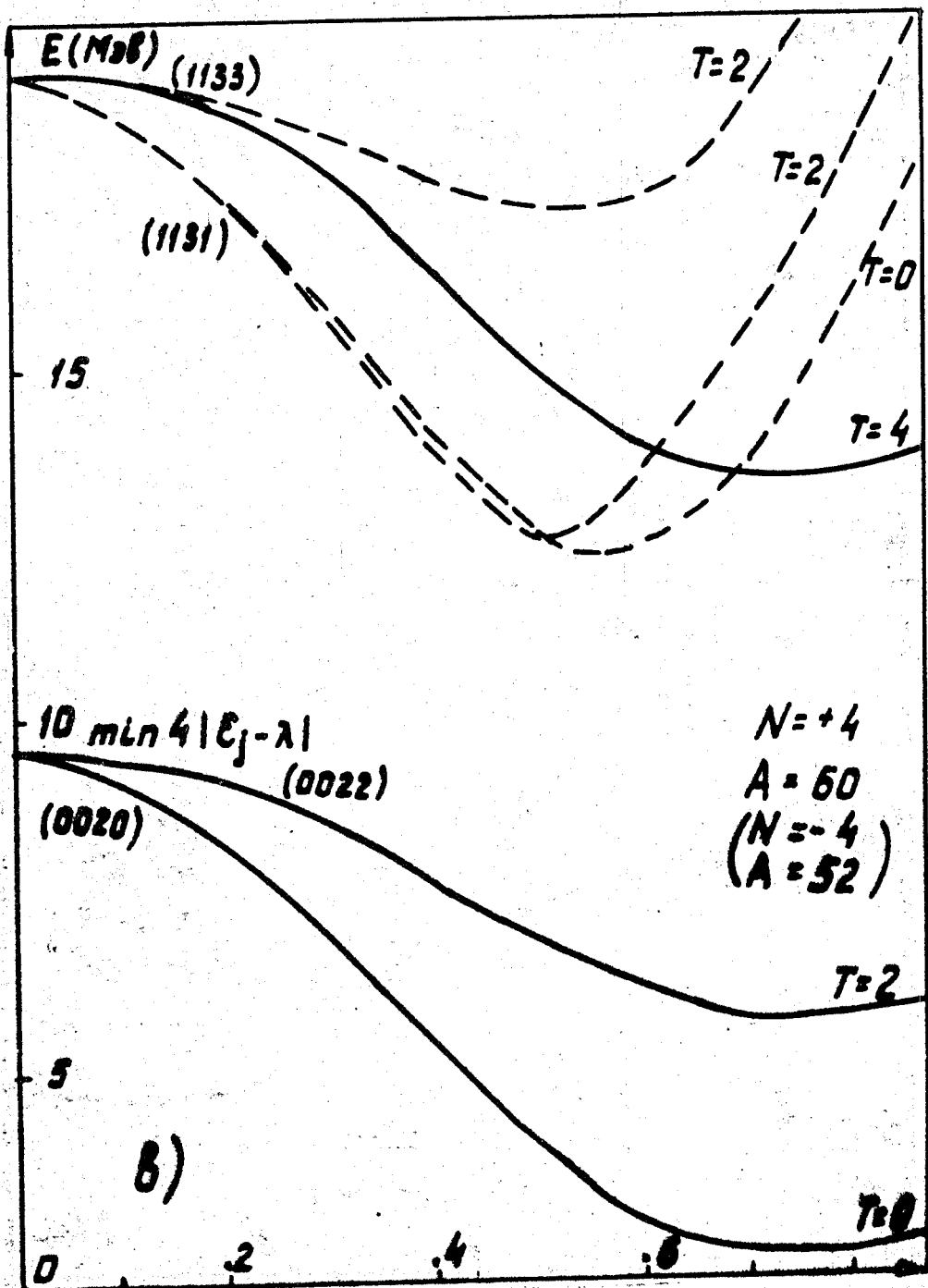


Рис. 6. То же, что и на рис. 4.

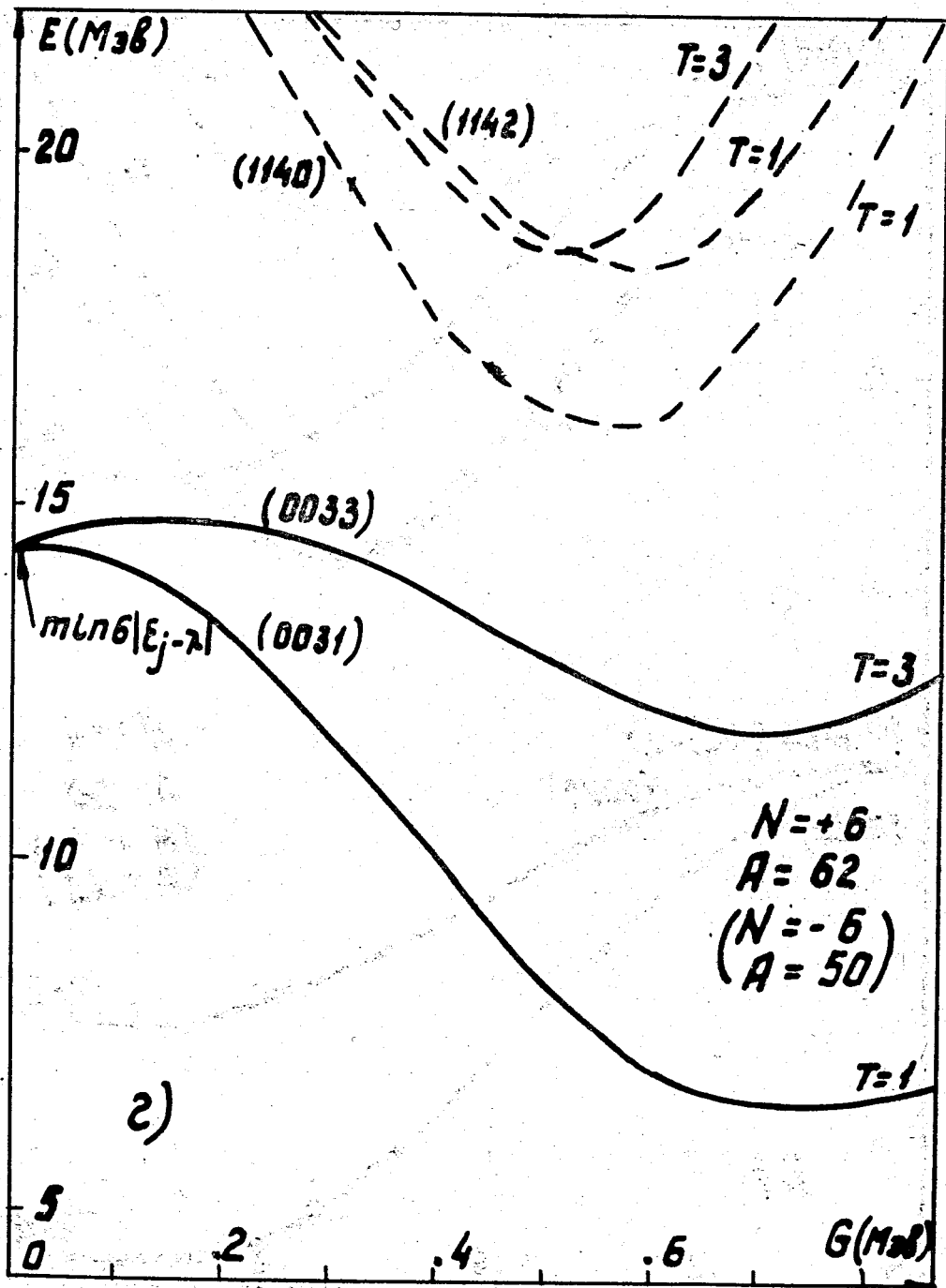


Рис. 7. То же, что и на рис. 4.



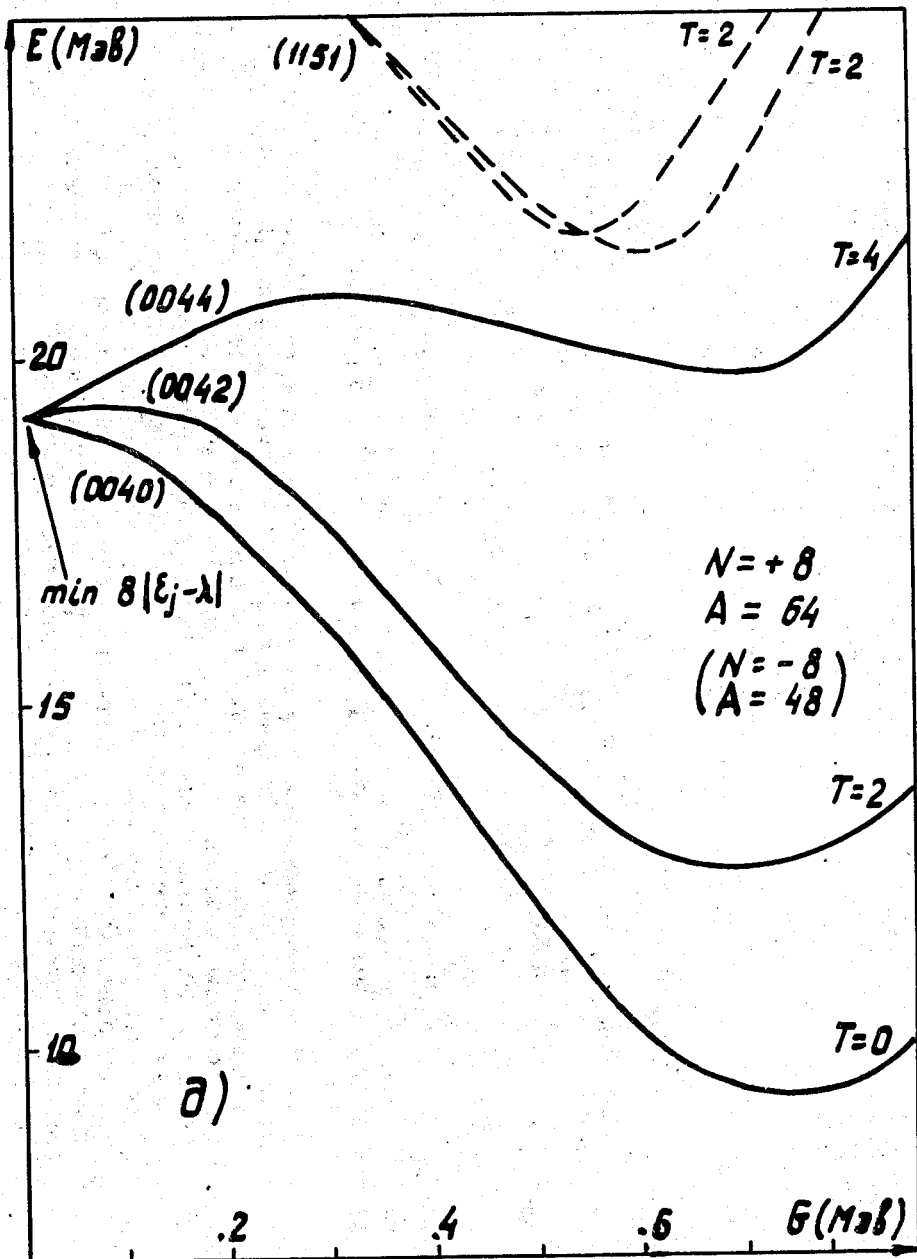


Рис. 8. То же, что и на рис. 4.

$$16 - \delta^{(16)} = 143 (A=56) \text{ MeV} - (\delta_{\text{ядер}} (A, Z) - \delta_{\text{ядер}} (A, Z=20))$$

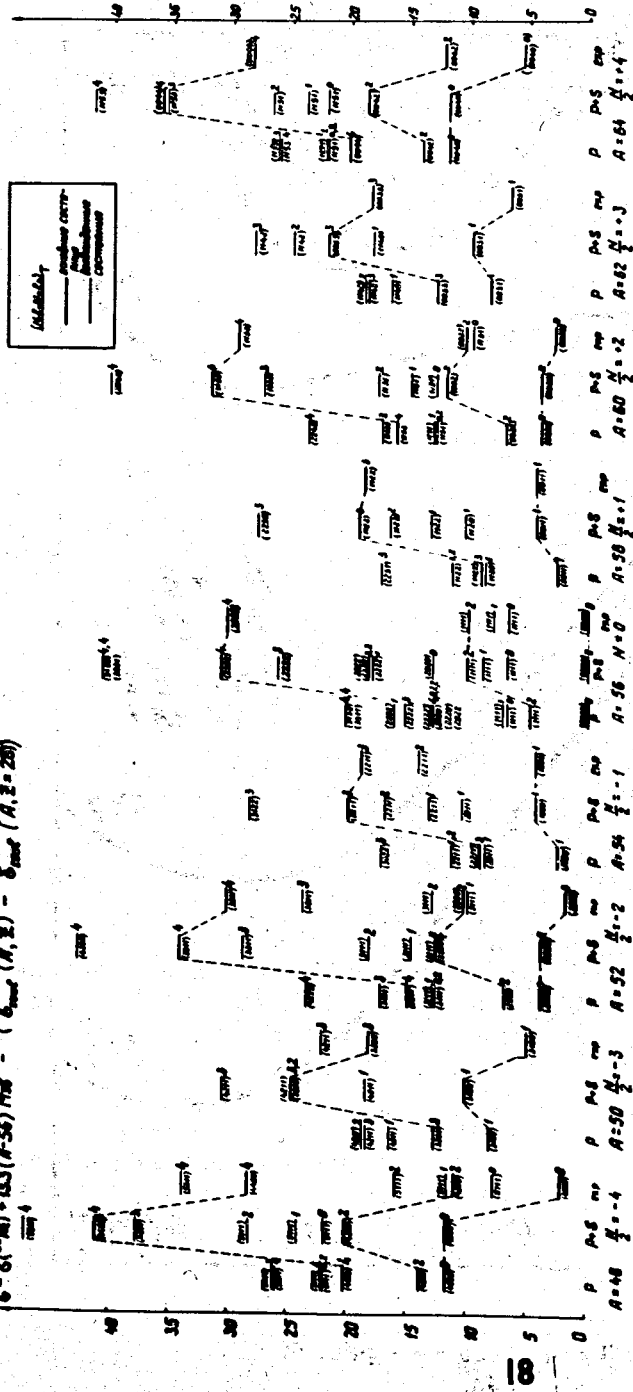


Рис. 9. Схема парных коллективных возбуждений, построенная на основе ядра  $^{56}\text{Ni}$ . В первой колонке ( $p$ ) для каждого значения  $A$  приведены результаты расчета с изотопинвариантными парными остаточными силами  $G = 5 \text{ МэВ}$ . Во второй колонке ( $p+s$ ) для каждого значения  $A$  приведены результаты после учета энергии симметрии. В третьей колонке ( $\text{exp}$ ) для каждого значения  $A$  приведен экспериментальный спектр. Около каждого состояния есть асимптотическое ( $G=0$ ) квантовое число соответствующих бозонных состояний ( $N_{-}, N_{+}, l_{-}, l_{+}$ )  $T$ . Для ориентировки пунктирными линиями соединены экспериментальные основные  $0^{+}$ -состояния ядер и соответствующие им модельные состояния.

Из сравнения результатов данного расчета с экспериментом видно, что изотопинвариантных парных остаточных сил недостаточно для объяснения наблюдаемого расщепления в изомультиплетах. Например, нижайшие состояния с  $T = 4$  находятся существенно ниже, а состояния с  $T = 0$ ,  $|N| = 4,8$  выше экспериментальных. Для нижайших состояний с  $T = 0, 1, 2$ ,  $N = 0$  получается даже неправильный порядок уровней. Все это указывает на важность учета других сил для описания парного коллективного движения<sup>/2,3/</sup>.

Попробуем учесть феноменологически взаимодействие, отвечающее энергии симметрии в эмпирической массовой формуле. Сделаем это простейшим путем, добавив  $2b_{sym} T(T+1)/A$ ,  $b_{sym} = 25$  Мэв<sup>/7/</sup>. Результаты приведены на рис. 9 во второй колонке ( $p+s$ ) для каждого значения  $A$ . Видно, что согласно с экспериментом существенно улучшено.

Обсудим полученные результаты. По аналогии с<sup>/2,8/</sup> мы будем приводить асимптотические квантовые числа соответствующих бозонных состояний  $|N \ell - N \ell_+, T \rangle$ , несмотря на то, что ангармонические эффекты приводят к довольно сильному смешиванию этих конфигураций.  $A = 48$ .  $^{48}\text{Ca}$  / g.s./ основное состояние  $|44004 \rangle$  / изучался в реакции  $^{48}\text{Ca}(t, p)$ <sup>/9/</sup>. Был обнаружен сильный переход в  $0^+$ -состояние с энергией возбуждения  $E_x = 5,46$  Мэв  $|53114 \rangle$  /  $^{48}\text{Ti}$  / g.s.  $|42002 \rangle$  / изучался в реакциях  $^{50}\text{Ti}(p, t)$ <sup>/10/</sup> и  $^{46}\text{Ti}(t, p)$ <sup>/11,12/</sup>. Был обнаружен сильный переход в состояние с  $E_x = 4,97$  Мэв  $|51112 \rangle$  /. В реакции  $^{46}\text{Ti}(^3\text{He}, p)$ <sup>/13/</sup> было обнаружено два сильно возбуждаемых  $0^+$ -состояния с  $E_x = 3,02$   $|42002 \rangle$  / и  $3,70$   $|51111 \rangle$  / Мэв. Такая классификация состояний подтверждается результатами реакции  $^{46}\text{Ti}(^3\text{He}, p)$ <sup>/14/</sup>  $^{48}\text{Cr}$  / g.s.  $|40000 \rangle$  / были обнаружены  $0^+$ -состояния с  $E_x = 5,3$  /50%/ ,  $8,77$  /33%/ ,  $9,41$  /33%/ Мэв. /В скобках показана интенсивность перехода в это состояние в процентах к интенсивности перехода в основное состояние/. Состояние с  $E_x = 8,77$  Мэв соответствует аналогу основного состояния  $^{48}\text{Ti}$   $|42002 \rangle$  / или состоянию с  $E_x = 3,02$  Мэв в  $^{48}\text{V}$ , тогда состояние с  $E_x = 9,41$  Мэв может быть отнесено к  $|51111 \rangle$  и соответствует состоянию с  $E_x = 3,70$  Мэв в  $^{48}\text{V}$ . Состояние с  $E_x = 5,3$  Мэв возможно  $|51110 \rangle$ .

Сравнение экспериментальных данных с нашими расчетами /рис. 9/ показывает, что неплохо описано расщепление в мультиплете  $|4700T \rangle$  и положение возбужденного  $|53114 \rangle$  / состояния в  $^{48}\text{Ca}$ . Положение других состояний завышено.

A = 50. В реакции  $^{48}\text{Ti}(t, p)^{11,12/}$  обнаружено сильно возбуждавшееся  $0^+$ -состояние с  $E_x = 3,88$  Мэв / | 42113 > / в ядре  $^{50}\text{Ti} / g.s. | 33003 > /$ . В реакции  $^{48}\text{Ca}(^3\text{He}, p)^{50}\text{Sc} / 15/$  обнаружены  $0^+$ -состояния с  $E_x = 3,09$  / | 44114 > , 11,2 / | 44115 > / Мэв. В недавних исследованиях реакции  $^{52}\text{Cr}(p, t)^{16/}$  в  $^{50}\text{Cr} / g.s. | 31001 > /$  были найдены  $0^+$ -состояния с  $E_x = 3,86, 4,05, 4,35, 4,75$  Мэв. Классификация этих состояний затруднительна, т.к. два последних состояния возбуждались гораздо слабее двух первых, а в двух первых состояниях обнаружена примесь других ( $L \geq 2$ ) переходов. Сравнение результатов нашего расчета с экспериментом для  $A = 50$  показывает, что неплохо описано расщепление в дублете | 3T00T >. Положение остальных состояний завышено. A = 52. В реакции  $^{50}\text{Ti}(^3\text{He}, p)^{52}\text{V} / 15/$   $0^+$ -состояние с  $E_x = 1,66$  Мэв, возможно, | 33113 > .  $^{52}\text{Cr} / g.s. | 22002 > /$  изучался в реакциях  $^{50}\text{Cr}(t, p) / 12, 17/$  и  $^{54}\text{Cr}(p, t) / 18/$ . В обеих реакциях сильно возбуждалось состояние с  $E_x = 2,66$  / | 31112 > / Мэв. В реакции  $^{50}\text{Cr}(^3\text{He}, p)^{52}\text{Mn} / 2/$  было обнаружено три сильных перехода в  $0^+$ -состояния с  $E_x = 2,64$  / | 31111 > / , 2,95 / | 22002 > / , 5,47 / | 31112 > / Мэв в ядре  $^{52}\text{Mn}$  .  $^{52}\text{Fe} / g.s. | 20000 > /$  изучался в реакции  $^{54}\text{Fe}(p, t) / 19/$ . Были обнаружены  $0^+$ -состояния с  $E_x = 4,14, 5,31, 6,84, 8,52$  Мэв. Последнее состояние - аналог  $g.s. ^{52}\text{Cr} / | 22002 > /$  или состояния с  $E_x = 2,95$  Мэв в  $^{52}\text{Mn}$  . Аналог состояния с  $E_x = 2,64$  Мэв / | 31111 > / в  $^{52}\text{Mn}$  в  $^{52}\text{Fe}$  не обнаружен. Слабо возбуждаемое состояние с  $E_x = 4,14$  Мэв скорее всего не связано с коллективными парными возбуждениями. Одно из состояний с  $E_x = 5,31$  или 6,84 Мэв, возможно, соответствует | 31110 >. Это предсказание может быть сделано из следующих соображений. В реакции  $^{58}\text{Ni}(^3\text{He}, n) / 20/$  в ядре  $^{60}\text{Zn} / g.s. | 00200 > /$  были обнаружены  $0^+$ -состояния с энергиями  $E_x = 6,88$  и 7,47 Мэв. Второе состояние соответствует аналогу  $g.s. ^{60}\text{Ni} / | 00222 > /$ . Первое - возможно | 00200 >. Расчеты с парными силами дают спектр, почти симметричный относительно  $N \rightarrow -N$  /рис. 4/. Учет энергии симметрии не меняет расстояния между состояниями с одинаковым изоспином. Поэтому величина расщепления | 00200 > и | 11310 > близка к расстоянию между | 20000 > и | 31110 > .

Сравнение результатов расчета с экспериментом для  $A = 52$  /рис. 9/ показывает, что неплохо описано расщепление состояния | 2T00T > и | 31114 >. Положение остальных состояний завышено. A = 54. В реакции  $^{52}\text{Cr}(^3\text{He}, p)^{54}\text{Mn} / 15/$  обнаружены  $0^+$ -состояния с  $E_x = 1,45$  / | 22112 > / , 6,15 / | 22113 > / Мэв. В  $^{54}\text{Fe}$

/g.s. | 11001 > / из реакции (p, t) /10, 21/ пока известна только небольшая часть спектра / E < 3 Мэв/. В реакции  $^{52,54}\text{Cr}(t,p)$   $^{54,56}\text{Cr}$  /12, 17/ основной переход идет между основными состояниями, классификация  $0^+$ -состояний, обнаруженных в  $^{54,56}\text{Cr}$ , затруднительна. Наши расчеты для  $A = 54$  дают довольно хорошее описание спектра /рис. 9/. Хотя положение состояния с  $T = 2$  и возможно, положение возбужденных состояний с  $T = 1$  несколько завышено/.

$^{56}\text{Ni}$  /g.s. | 00000 > / изучался в реакциях  $^{58}\text{Ni}(p,t)$  /10, 22/ и  $^{54}\text{Fe}(^3\text{He}, n)$  /20, 23/. Обе реакции указывают на значительное возбуждение состояний с  $E_x = 6,6; 7,9; 10,0$  Мэв.

Было предположено /2/ что эти состояния составляют триплет |1111T> с изоспином  $T$ , равным соответственно 0, 1, 2. Наши расчеты подтверждают это с хорошим энергетическим соответствием. Следующее состояние ожидается около 13,0 Мэв /| 20200 >/. Слабо возбуждаемые в (p, t) реакции  $0^+$ -состояния с  $E_x = 4,95, 7,29$  Мэв не видны в реакции ( $^3\text{He}, n$ ). По нашему мнению, эти состояния не связаны с коллективными парными возбуждениями/.

Отметим в заключение, что экспериментальные данные по реакциям двухнуклонной передачи показывают довольно сложную картину возбуждений. Например, в реакции  $^{54}\text{Fe}(t,p)$   $^{56}\text{Fe}$  /24/ обнаружено большое количество  $0^+$ -состояний, а также сильно возбуждаемых состояний с  $J^\pi = 3^-, 2^+, 1^+$ . Кроме того, при числе нейтронов большем 28 резко увеличивается величина перехода между основными состояниями и уменьшается сила перехода в возбужденные  $0^+$ -состояния. Все это затрудняет идентификацию коллективных парных возбуждений.

Просуммируем полученные результаты. Получено неплохое описание расщепления в мультиплетах, составленных для  $A = \text{const}$  из основных  $0^+$ -состояний ядер /или их аналогов/. Здесь необходимо отметить, что учет только энергии симметрии не приводит к наблюдаемому расщеплению. Это говорит о важности учета изотоп-инвариантных парных остаточных сил. Несмотря на то, что расщепление в мультиплетах ( $A = \text{const}$ ) описано довольно хорошо, сами мультиплеты, начиная с  $A = A_0 \pm 4$  ( $A_0 = 56$ ) лежат выше экспериментальных. Это может быть следствием неучтенных мультиполь-мультипольных сил /2, 3/ или  $\alpha$ -частичных корреляций /25/. Далее, все расчеты проведены при неизменной одночастичной схеме уровней, выбранной для  $^{56}\text{Ni}$ , дважды магического ядра. Поэтому становится понятным, что получено хорошее описание возбужденных состояний в  $^{56}\text{Ni}$  и  $^{48}\text{Ca}$  и систематически завышенное предсказание для положения

возбужденных состояний в немагических ядрах. Дальнедействующие мультиполь-мультипольные силы могут сильно изменить картину парных возбуждений<sup>/2/</sup>. В первом приближении учет этих сил будет сказываться на перестройке схемы одночастичных уровней, в частности, на изменении расстояния между уровнями  $1f7/2$  и  $2p3/2$ . /В работе<sup>/3/</sup>, откуда позаимствована схема уровней, используемая в данной работе, есть схемы уровней для других ядер и видно уменьшение этого расстояния в немагических ядрах. /Для  $^{48}\text{Ca}$  это расстояние совпадает с расстоянием в  $^{56}\text{Ni}$  /. Для наших расчетов эта величина очень существенна, при ее уменьшении, так же как и в оболочечных расчетах<sup>/26/</sup>, спектр будет сжиматься и можно улучшить предсказание для положения возбужденных состояний в немагических ядрах, используя эффективную одночастичную схему уровней, выбранную лучшим образом для этих ядер.

В заключение авторы выражают признательность сотрудникам отдела теории ядра за обсуждение работы.

### Приложение

#### I. Одночастичная схема уровней<sup>/3/</sup>.

$n\ell$	$j=1d5/2$	$2s1/2$	$1d3/2$	$1f7/2$	$2p3/2$	$1f5/2$	$2p1/2$	$1g9/2$
$\epsilon_j/\text{МэВ}/\hbar$	-5.9	-5.7	-4.9	-2.4	2.4	4.15	4.3	7.35

#### II. Формулы для построения базиса и некоторые матричные элементы

Используя бозоны двух сортов  $\beta_{\pm\mu}^+$ ,  $\beta_{\pm\mu}^-$ , отвечающие добавлению или удалению пар частиц от исходного ядра, построим собственные функции двух независимых осцилляторов  $|N_+ \ell_+ m_+\rangle$  и  $|N_- \ell_- m_-\rangle$ . Здесь  $N_{\pm}$  - числа бозонов,  $\ell_{\pm}$  - величины изотопического спина бозонов,  $m_{\pm}$  - третьи проекции изоспина:

$$\hat{N}_{\pm} \equiv \sum_{\mu} \beta_{\pm\mu}^+ \beta_{\pm\mu}^-$$

$$\hat{\ell}_{\pm\mu} \equiv \sqrt{2} \sum_{k,\nu} C_{2k,1\nu}^{1\mu} (-)^{I-\nu} \beta_{\pm k}^+ \beta_{\pm -\nu}^- \equiv \sqrt{2} [\beta_{\pm}^+ \beta_{\pm}^-]_{1\mu}$$

Тогда операторы полного числа бозонов  $\hat{N}$ , полного изоспина  $\hat{T}_\mu$  и числа частиц  $\hat{N}$  /напомним, что число частиц отсчитывается от  $A_0 \equiv 4 \sum (j_- + 1/2)$  /, где суммирование производится только по дырочным состояниям /для  ${}^{56}\text{Ni}$ ,  $A_0 = 56$  // имеют вид:

$$\hat{N}_\delta = \hat{N}_+ + \hat{N}_-, \quad \hat{T}_\mu = \hat{l}_{+\mu} + \hat{l}_{-\mu}, \quad \hat{N} = 2\hat{N}_+ - 2\hat{N}_-$$

Функции  $|N \ell m\rangle$  /здесь и далее значки  $\pm$  опущены/ имеют вид:

$$|N \ell m\rangle = \left[ \frac{(2\ell + 1)! (\ell + m)!}{2^{n+m} n! (\ell - m)! \ell! \ell! (2n + 2\ell + 1)!} \right]^{1/2} (\hat{l}_{-1})^{\ell - m} (\beta_1^+)^{\ell} I^n |0\rangle,$$

где  $|0\rangle$  - бозонный вакуум,  $I \equiv \sum_{\mu} (-)^{\mu} \beta_{\mu}^+ \beta_{-\mu}^+$ , а  $N = 2n + \ell$ .

$$\langle N' \ell' m' | N \ell m \rangle = \delta_{NN'} \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'}$$

Удобно выделить приведенные матричные элементы:

$$\langle N' \ell' m' | \hat{O}_{\lambda\mu} | N \ell m \rangle = (-)^{2\lambda} \frac{C_{\ell m \lambda \mu}^{\ell' m'}}{\sqrt{2\ell' + 1}} (N' \ell' || \hat{O}_{\lambda} || N \ell),$$

тогда

$$(N' \ell' || \hat{l} || N \ell) = \delta_{NN'} \delta_{\ell\ell'} \sqrt{\ell(\ell + 1)(2\ell + 1)}$$

$$(N + 1 \ell + 1 || \beta^+ || N \ell) = \sqrt{(N + \ell + 3)(\ell + 1)}$$

$$(N + 1 \ell - 1 || \beta^+ || N \ell) = -\sqrt{(N - \ell + 2)\ell}$$

$$(N + 2 \ell + 2 || [\beta^+ \beta^+]_2 || N \ell) = \sqrt{\frac{(N + \ell + 3)(N + \ell + 5)(\ell + 1)(\ell + 2)}{2\ell + 3}}$$

$$(N + 2 \ell || [\beta^+ \beta^+]_2 || N \ell) = -\sqrt{\frac{(N + \ell + 3)(N - \ell + 2)\ell(2\ell + 1)(2\ell + 2)}{(2\ell - 1)(2\ell + 3)3}}$$

$$(N+2 \ell -2 || [\beta^+ \beta^+]_2 || N \ell) = \sqrt{\frac{(N - \ell + 2)(N - \ell + 4) \ell (\ell - 1)}{2 \ell - 1}}$$

$$(N+1 \ell +1 || [\beta^+ [\beta^+ \beta^-]_1]_1 || N \ell) = \frac{\ell}{2} (N+1 \ell +1 || \beta^+ || N \ell)$$

$$(N+1 \ell -1 || [\beta^+ [\beta^+ \beta^-]_1]_1 || N \ell) = -\frac{\ell+1}{2} (N+1 \ell -1 || \beta^+ || N \ell).$$

### Литература

1. V.G.Kartavenko, R.V.Jolos, F.Dönau, D.Janssen. Preprint JINR E4-6127 (1971).
2. A.Bohr. Nucl.Structure. Dubna Symposium 1968. International Atomic Energy Agency, Vienna, 1968.  
O.Nathan. Ibid.
3. B.Sørensen. Nucl.Phys., A134, 1 (1969).
4. G.G.Dussel, E.Maqueda and R.P.J.Perazzo. Nucl.Phys., A153, 469 (1970).
5. B.H.Flowers and S.Szpikowski. Proc.Phys.Soc., 84, 193 (1964).
6. С.Т.Беляев. Проблемы современной физики. "Наука", Москва, 1971.
7. В.Г.Соловьев. Теория сложных ядер. "Наука", Москва, 1971.
8. V.F.Bayman. Nucl.Isospin. Proc.Conf.Nucl.Isospin Asilomar 1969, Academic Press, New York and London, 1969.  
B.F.Bayman, D.R.Bes and R.A.Brogli. Phys.Rev.Lett., 23, 1299 (1969).
9. J.H.Bjerregaard, O.Hansen, O.Nathan, R.Chapman, S.Hinds and R.Middleton. Nucl.Phys., A103, 33 (1967).  
S.Hinds, J.H.Bjerregaard, O.Hansen and O.Nathan. Phys.Lett., 21, 328 (1966).
10. G.Bassani, N.M.Hintz and C.D.Kavalovski. Phys.Rev., 136, B1006 (1964).
11. S.Hinds, R.Middleton. Nucl.Phys., A92, 422 (1967).
12. R.F.Casten, E.R.Flynn, O.Hansen, T.J.Mulligan. Bull.Am.Phys.Soc., 15, 1674, DB8 (1970). Phys.Rev., 4C, 130 (1971).
13. W.E.Dorenbusch, T.A.Belote and J.Rapaport. Nucl.Phys., A109, 649 (1968).
14. О.Д.Бриль, А.Д.Вонгай, В.С.Романов, А.Р.Файзиев. ЯФ, 12, 253 (1970).
15. T.A.Belote, W.E.Dorenbusch and J.Rapaport. Nucl.Isospin Proc.Conf.Nucl.Isospin Asilomar. 1969, Academic Press, New York and London, 1969.
16. H.W.Baer, J.J.Kraushaar, J.R.Shepard and B.W.Ridley. Phys.Lett., 35B, 395 (1971).  
S.Raman, R.L.Auble, W.T.Milner, J.B.Ball, F.K.McGowan, P.H.Stelson, R.L.Robinson and J.Rapaport. Nucl.Phys., A184, 138 (1972).
17. R.Chapman, S.Hinds and A.E.McGregor. Nucl.Phys., A119, 305 (1968).
18. G.T.Whitten Jr. Phys.Rev., 156, 1228 (1967).
19. G.T.Garvey, J.Gerny and R.H.Pehl. Phys.Rev.Lett., 12, 726 (1964).  
J.B.Viano, Y.Dupont, J.Menet and M.Chabre. Bull.Am.Phys.Soc., 15, 1674, DB10 (1970).  
J.B.Viano, V.Dupont, J.Menet. Phys.Lett., 34B, 397 (1971).



20. R.P.J. Winsborrow and B.E.F. McField. *Nucl. Phys.*, A182, 481 (1972).
21. J.L. 'Ecuger, D.R. Montague, F. Uridge, T.A. Hodges and R.M. Mackay. *Final PLA Progress Report, RHEL/R 187* (1969).
22. C.G. Hoot, M. Kondo and M.E. Rickey. *Nucl. Phys.*, 71, 449 (1965).  
 J. Cerny. *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, 18, 27 (1968).  
 W.G. Davies, J.E. Kitching, W. Mclatchie, D.G. Montague, K. Ramavataram and N.S. Chant. *Phys. Lett.*, 27B, 363 (1968).  
 W.G. Davies, J.E. Kitching, W. Mclatchie, J. Morton, D.G. Montague, K. Ramavataram, N.S. Chant, T.A. Hodges, F. Uridge, D.A. Morris. *PLA Progress Report, RHEL/R 170* (1968).  
 T. Suehiro, V. Iszhizaki, H. Ogata, J. Kokame, A. Stricker, Y. Saji, Y. Sugiyama and I. Nonaka. *Preprint INS-J-124, Tokyo* (1970).  
 G. Bruge and R.F. Leonard. *Phys. Rev.*, 2C, 2200 (1970).
23. R.G. Miller, R.W. Kavanagh. *Nucl. Phys.*, A94, 261 (1967).  
 K.N. Geller, D. Ecclesuall, T.T. Bardin. *Bull. Am. Phys. Soc.*, 13, 1446, ED1 (1968).
24. B.L. Cohen and R. Middleton. *Phys. Rev.*, 146, 748 (1966).
25. M. Danos and V. Gillet. *Phys. Lett.*, 34B, 24 (1971).
26. G. Oberlechner and J. Richert. *Phys. Lett.*, 34B, 174 (1971).

Рукопись поступила в издательский отдел  
30 октября 1972 года.