СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 6708

В.Н. Ефимов

ВНЕМАССОВАЯ t -МАТРИЦА В МОДЕЛИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

1972

P4 - 6708

В.Н. Ефимов

ВНЕМАССОВАЯ t -МАТРИЦА В МОДЕЛИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

Введение

В теоретических расчетах свойств трехнуклонных систем на основе уравнений Фаддеева [1] в последнее время широко используются так называемые реалистические потенциалы, согласованные с экспериментальными данными по нуклон-нуклонному взаимодействию в широкой области энергий /до 300-400 Мэв/. При энергиях порядка нескольких сотен Мэв существенным образом проявляется сильное отталкивание в области малых межнуклонных расстояний, где большую роль играют нелокальные эффекты, предсказываемые мезонной теорией [2]. Такой характер ядерных сил на малых расстояниях можно имитировать в феноменологических потенциалах с помощью простых нелокальных моделей - модели твердого кора [3] или более общей модели граничных условий /м.г.у./ [4]. В м.г.у. вклад отталкивательных короткодействующих сил учитывается введением на радиусе кора граничного условия для логарифмической производной волновой функции. На расстояниях, превышающих радиус кора, взаимодействие характеризуется локальным потенциалом.

Как известно, ядра интегральных уравнений Фаддеева выражаются через двухчастичные внемассовые t-матрицы. Следовательно, возникает вопрос об определении внемассовой t-матрицы для реалистических потенциалов с отталкиванием на малых расстояниях, описываемым с помощью м.г.у. В частности, в этом случае для t-матрицы нельзя записать уравнение Липпмана-Швингера. Одним из методов построения t-матрицы в м.г.у. является введение псевдопотенциала, воспроизводящего для волновой функции правильное значение логарифмической производной на радиусе кора [5]. Другой подход развит в работе [6], где показано, что не зависящая от энергии логарифмическая производная на радиусе кора может быть получена с помощью некоторой предельной процедуры, примененной к локальному потенциалу специального вида. В этом случае волновая функция Шредингера внутри радиуса кора тождественно обращается в нуль. Аналогичное обстоятельство имеет место и для псевдопотенциала /5/ с граничными условиями, не зависящими от энергии. Однако указанные выше два различных метода приводят к существенно различным выражениям для внемассовой t -матрицы /7/. На массовой поверхности обе t -матрицы совпадают, и выбор между ними в принципе может быть сделан на основе эффектов, в которых существенны внемассовые свойства двухнуклонных t -матриц. В работе /8/ показано, что подобную неоднозначность можно устранить, если наложить разумные требования на аналитические свойства и на асимптотическое поведение t -матрицы в м.г.у. С этой точки зрения выражение для t -матрицы, соответствующее псевдопотенциалу /5/, следует считать неприемлемым, так как она имеет нефизические полюса при положительных энергиях /9/.

Процедура предельного перехода /6/ приводит к внемассовой t -матрице в м.г.у., однозначной и обладающей правильными аналитическими свойствами /8/. В этом случае как массовая, так и внемассовая волновая функция обращаются в нуль в области кора. Последнее обстоятельство может быть использовано как исходный пункт для получения корректного выражения для внемассовой t -матрицы в м.г.у.

Ниже будет показано, что введение граничного условия на радиусе кора для логарифмической производной внемассовой волновой функции и условия обращения в нуль этой функции в области кора оказывается вполне достаточным для получения внемассовой t -матрицы в м.г.у.

Такой метод приводит к той же самой t -матрице, что и использование предельного выражения для локального потенциала специального вида /6,8/. С этой точки зрения предлагаемый метод можно считать в некотором смысле "чистым" методом граничных условий, так как он не требует ни введения псевдопотенциалов, ни предельных процедур для специально подобранных локальных потенциалов. Для реалистических потенциалов с отталкиванием на малых расстояниях, описываемым с помощью м.г.у., рассматриваемый метод позволяет легко получить перенормированное уравнение Липпмана-Швингера /6/ для части внемассовой t -матрицы, связанной с локальным потенциалом вне радиуса кора. Эти уравнения могут быть получены только в случае граничных условий на радиусе кора, не зависящих от энергии.

2. Внемассовая t - матрица в модели граничных условий

Рассмотрим сначала потенциал $V(r)$, удовлетворяющий условиям, при которых имеет место уравнение Липпмана-Швингера для внемассовой t-матрицы. Тогда ℓ-компонента t-матрицы $t_\ell(p,k,z)$ удовлетворяет уравнению:

$$t_\ell(p,k,z) = V_\ell(p,k) + \frac{2}{\pi}\int_0^\infty p'^2 dp' \frac{V_\ell(p,p')t_\ell(p',k,z)}{p'^2 - z}, \qquad /1/$$

где

$$V_\ell(p,k) = -\int_0^\infty r^2 dr\, j_\ell(pr)V(r)j_\ell(kr), \qquad /2/$$

$j_\ell(x)$ - сферическая функция Бесселя.

Парциальные компоненты t-матрицы в /1/ нормированы условием:

$$t_\ell(k,k,k^2+io) = \frac{1}{k}e^{i\delta_\ell}\sin\delta_\ell, \qquad /3/$$

где δ_ℓ -парциальная фаза рассеяния.

Вводя в рассмотрение внемассовую волновую функцию $\Psi_{k\ell}(r,z)$, вместо /1/ можно получить следующее эквивалентное определение для $t_\ell(p,k,z)$:

$$t_\ell(p,k,z) = -\int_0^\infty r^2 dr\, j_\ell(pr)V(r)\Psi_{k\ell}(r,z), \qquad /4/$$

$$\Psi_{k\ell}(r,z) = j_\ell(kr) - \int_0^\infty r'^2 dr' K_\ell(r,r',z)V(r')\Psi_{k\ell}(r',z), \qquad /5/$$

где

$$K_\ell(r,r',z) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty p^2 dp\, \frac{j_\ell(pr)j_\ell(pr')}{p^2 - z} =$$

$$
= \begin{cases} i\sqrt{z}\, h_\ell^{(1)}(\sqrt{z}\, r')\, j_\ell(\sqrt{z}\, r), & r < r', \\ i\sqrt{z}\, h_\ell^{(1)}(\sqrt{z}\, r)\, j_\ell(\sqrt{z}\, r'), & r > r', \end{cases} \qquad /6/
$$

$$
\sqrt{z} = \begin{cases} s, & z = s^2 + io, \\ i\gamma, & z = -\gamma^2, \end{cases} \qquad /7/
$$

$h_\ell^{(1)}(x)$ - сферическая функция Ганкеля 1-го рода.

Из уравнения /5/ и выражений /4/ и /7/ следует, что при $r \to \infty$ $\Psi_{k\ell}(r, z)$ имеет вид:

$$
\Psi_{k\ell}(r, z) \approx j_\ell(kr) + i\sqrt{z}\; t_\ell(\sqrt{z}, k, z)\, h_\ell^{(1)}(\sqrt{z}\, r). \qquad /8/
$$

Определим фурье-компоненту внемассовой волновой функции $\Psi_{k\ell}(r, z)$:

$$
\Phi_{k\ell}(p, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty r^2 dz\, j_\ell(pr)\, \Psi_{k\ell}(r, z). \qquad /9/
$$

Тогда, используя соотношения /4/ - /6/, можно получить следующее выражение для внемассовой t-матрицы:

$$
t_\ell(p, k, z) = \frac{\pi}{2}(p^2 - z)\left[\Phi_{k\ell}(p, z) - \frac{1}{p^2}\delta(p - k)\right]. \qquad /10/
$$

Наконец, заметим, что для внемассовой волновой функции $\Psi_{k\ell}(r,z)$ имеет место, согласно /5/, дифференциальное уравнение:

$$
\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d}{dr} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + z - V(r)\right]\Psi_{k\ell}(r, z) = (z - k^2)\, j_\ell(kr) \qquad /11/
$$

с граничным условием /8/ при $r \to \infty$.

Рассмотрим далее модель граничных условий /м.г.у./ без внешнего потенциала вне радиуса кора. При определении внемассовой t -матрицы будем считать, что выполнены следующие предположения:

1/ для модельной внемассовой волновой функции $\Psi^{(e)}_{k\ell}(r,z)$ и модельной t -матрицы $t^{(e)}_{\ell}(p,k,z)$ справедливы соотношения /8/ и /10/;

2/ модельная внемассовая волновая функция удовлетворяет условиям:

$$\Psi^{(e)}_{k\ell}(r,z) = 0, \qquad r < c_- , \qquad /12/$$

$$c\frac{d}{dr}[r\Psi^{(e)}_{k\ell}(r,z)]\Big|_{r=c_+} = f_\ell\,[r\Psi^{(e)}_{k\ell}(r,z)]_{r=c_+} , \qquad /13/$$

где c - радиус кора, $c_\pm = \lim_{\epsilon\to 0}(c\pm\epsilon)$, f_ℓ - модельный параметр. Заметим, что $f_\ell=\infty$ соответствует модели твердого кора. Согласно /8/, в области $r>c$ волновая функция $\Psi^{(e)}_{k\ell}(r,z)$ имеет вид:

$$\Psi^{(e)}_{k\ell}(r,z) = j_\ell(kr) + i\sqrt{z}\,t^{(e)}_{\ell}(\sqrt{z},k,z)\,h^{(1)}_{\ell}(\sqrt{z}\,r) \qquad /14/$$

и при $r>c$ удовлетворяет уравнению /11/ с $V(r)=0$. Из граничного условия /13/ и выражения /14/ находим полумассовую t -матрицу в м.г.у.:

$$t^{(e)}_{\ell}(\sqrt{z},k,z) = \frac{i}{\sqrt{z}}\,\frac{g_\ell(kc,f_\ell)}{D^{(1)}_{\ell}(\sqrt{z}c,f_\ell)} , \qquad /15/$$

где

$$g_\ell(x,f_\ell) = x j_{\ell-1}(x) - (\ell+f_\ell)\,j_\ell(x),$$
$$/16/$$
$$D^{(1)}_{\ell}(x,f_\ell) = x h^{(1)}_{\ell-1}(x) - (\ell+f_\ell)\,h^{(1)}_{\ell}(x) .$$

Внемассовая t -матрица определяется из выражений /9/, /10/ и /14/ с учетом условия /12/:

$$t_{\ell}^{(e)}(p,k,z) = -(p^2-z)F_{\ell}(p,k) + \frac{t_{\ell}^{(e)}(\sqrt{z},k,z)}{j_{\ell}(\sqrt{z}\,c)}\,[j_{\ell}(pc) - i\sqrt{z}(p^2-z)h_{\ell}^{(1)}(\sqrt{z}\,c)F_{\ell}(p,\sqrt{z})], \qquad /17/$$

где

$$F_{\ell}(p,k) = \int_0^c r^2 dr\, j_{\ell}(pr)\, j_{\ell}(kr).$$

Выражение /17/ для t -матрицы, как легко убедиться, при вещественных f_{ℓ} удовлетворяет условию симметрии /10/.

$$t_{\ell}^{(e)}(p,k\,z) = t_{\ell}^{(e)*}(k,p,z^*) = t_{\ell}^{(e)}(k,p\,z), \qquad /18/$$

и совпадает с соответствующим выражением, полученным в работе /6/ с помощью введения потенциала специальной формы и последующего предельного перехода.

3. *Внемассовая t -матрица при наличии взаимодействия вне кора*

В общем случае, когда в области вне радиуса кора $(r > c)$ действует локальный потенциал $V(r)$, будем считать, что внемассовая волновая функция $\Psi_{k\ell}(r,z)$ подчиняется условиям, аналогичным /12/ и /13/:

$$\Psi_{k\ell}(r,z) = 0, \qquad r \le c_-, \qquad /19/$$

$$c\frac{d}{dr}[r\Psi_{k\ell}(r,z)]\Big|_{r=c_+} = f_{\ell}[r\Psi_{k\ell}(r,z)]_{r=c_+} \qquad /20/$$

Будем также считать, что и в этом случае полная внемассовая t-матрица связана с внемассовой волновой функцией соотношением /10/.

В области $r > c$ внемассовая волновая функция $\Psi_{k\ell}(r,z)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению /11/ с граничными условиями /8/ и /20/. Представим $\Psi_{k\ell}(r,z)$ в виде:

$$\Psi_{k\ell}(r,z) = \Psi^{(e)}_{k\ell}(r,z) + X_{k\ell}(r,z), \qquad /21/$$

где $\Psi^{(e)}_{k\ell}(r,z)$ - внемассовая волновая функция /14/ в м.г.у. без внешнего потенциала, а новая функция $X_{k\ell}(r,z)$ в области $r > c$ подчиняется уравнению

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + z\right] X_{k\ell}(r,z) = V(r)\Psi_{k\ell}(r,z) \qquad /22/$$

с потенциалом $V(r)$ отличным от нуля только при $r > c$. Введем функцию Грина $G_\ell(r,r';z)$ однородного $(V(r)=0)$ уравнения /22/. Тогда, согласно /21/, для $\Psi_{k\ell}(r,z)$ будем иметь следующее интегральное уравнение, являющееся аналогом уравнения /5/:

$$\Psi_{k\ell}(r,z) = \Psi^{(e)}_{k\ell}(r,z) - \int_c^\infty r'^2 dr'\, G_\ell(r,r',z)\, V(r')\Psi_{k\ell}(r',z). \qquad /23/$$

Таким образом, задача свелась к построению функции Грина $G_\ell(r,r',z)$ в м.г.у. без внешиего потенциала. Для ее построения введем вещественные волновые функции на массовой поверхности с помощью соотношения:

$$\phi^{(e)}_{k\ell}(r) = e^{-i\delta_\ell(k)}\, \Psi^{(e)}_{k\ell}(r, k^2 + io), \qquad /24/$$

где $\delta_\ell(k)$ - фаза рассеяния в м.г.у., определяемая, согласно /3/ и /15/, следующим выражением:

$$e^{2i\delta_\ell(k)} = -\frac{D_\ell^{(2)}(kc, f_\ell)}{D_\ell^{(1)}(kc, f_\ell)}, \qquad /25/$$

где $D_\ell^{(2)}(x, f_\ell) = x\, h_{\ell-1}^{(2)}(x) - (\ell + f_\ell)\, h_\ell^{(2)}(x)$, $h_\ell^{(2)}(x)$ - сферическая функция Ганкеля 2-го рода.

Если в граничном условии /13/ f_ℓ не зависит от k и z :

$$f_\ell(k, z) = f_\ell = const, \qquad /26/$$

то с помощью прямого вычисления нетрудно убедиться, что массовые волновые функции /24/ ортогональны:

$$\int_c^\infty r^2 dr\, \phi_{k\ell}^{(e)}(r)\, \phi_{k'\ell}^{(e)}(r) = \frac{\pi}{2k^2}\,\delta(k - k'). \qquad /27/$$

Кроме того, в случае, когда граничное условие /13/ имитирует такое взаимодействие в области $r < c$, для которого нет связанных состояний, функции $\phi_{k\ell}^{(e)}(r)$ /24/ образуют полную систему:

$$\int_0^\infty k^2 dk\, \phi_{k\ell}^{(e)}(r)\, \phi_{k\ell}^{(e)}(r') = \frac{\pi}{2r^2}\,\delta(r - r'). \qquad /28/$$

Последнее обстоятельство накладывает еще одно ограничение на f_ℓ. Действительно, отсутствие связанных состояний в м.г.у. без внешнего потенциала означает, что, согласно /25/, функция $D_\ell^{(1)}(kc, f_\ell)$, определяемая выражением /16/, не должна иметь нулей в верхней полуплоскости комплексной переменной k. В частности, для $\ell = 0$ это условие выполняется только в случае $f_\ell > 0$.

Из условия ортогональности /27/ и условия полноты /28/ для $\phi_{k\ell}^{(e)}(r)$ следует, что функция Грина $G_\ell(r, r', z)$ в уравнении /23/ имеет следующий вид:

$$G_\ell(r, r'z) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty k^2 dk\, \frac{\phi_{k\ell}^{(e)}(r)\, \phi_{k\ell}^{(e)}(r')}{k^2 - z}. \qquad /29/$$

В дальнейшем удобно представить $G_\ell(r,r',z)$ в несколько ином виде. Для этого заметим, что из определений /24/ и /14/ и из условия нормировки /3/ t -матрицы следует, что функции $\phi^{(e)}_{k\ell}(r)$ можно представить в виде:

$$\phi^{(e)}_{k\ell}(r) = \frac{1}{2}\left[e^{i\delta_\ell(k)} h^{(1)}_\ell(kr) + e^{-i\delta_\ell(k)} h^{(2)}_\ell(kr)\right]. \qquad /30/$$

Используя соотношение

$$h^{(1)}_\ell(-x) = (-1)^\ell h^{(2)}_\ell(x)$$

для сферических функций Ганкеля, с помощью /30/ выражение /29/ для $G_\ell(r,r',z)$ можно записать следующим образом:

$$G_\ell(r,r',z) = K_\ell(r,r',z) + \frac{i}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{k^2\,dk}{k^2-z}\times$$

$$\times\, k\,t^{(e)}_\ell(k,k,k^2+io)\,h^{(1)}_\ell(kr)\,h^{(1)}_\ell(kr'), \qquad /31/$$

где $K_\ell(r,r',z)$ определяется выражением /6/. Контур интегрирования во втором слагаемом в /31/ можно замкнуть в верхней полуплоскости комплексной переменной k. Так как, согласно /28/, $t^{(e)}_\ell(k,k,k\ \ +io)$ не имеет полюсов в верхней полуплоскости, то единственным полюсом будет $k=\sqrt{z}$ /имеется в виду, что $z = E + i\epsilon$ /. Тогда выражение /31/ приводится к виду:

$$G_\ell(r,r',z) = K_\ell(r,r',z) + (i\sqrt{z})^2\, t^{(e)}_\ell(\sqrt{z},\sqrt{z},z)\,h^{(1)}_\ell(\sqrt{z}r)\,h^{(1)}_\ell(\sqrt{z}r'). \qquad /32/$$

Определим далее фурье-компоненту $G_\ell(p,r',z)$ функции Грина:

$$G_\ell(p,r',z) = \frac{2}{\pi}\int\limits_c^\infty r^2\,dr\,j_\ell(pr)\,G_\ell(r,r',z).$$

Используя выражение /32/ для $G_\ell(r,r',z)$, легко показать, что $G_\ell(p,r',z)$ имеет вид:

$$G_\ell(p,r',z) = \frac{2}{\pi}\frac{1}{p^2-z}[j_\ell(pr') + i\sqrt{z}\, t_\ell^{(e)}(p,\sqrt{z},z)h_\ell^{(1)}(\sqrt{z}r')],$$

или, согласно /14/ и /18/:

$$G_\ell(p,r',z) = \frac{2}{\pi}\frac{1}{p^2-z}\Psi^{(e)}_{p\ell}(r',z). \qquad /33/$$

Следовательно, $G_\ell(r,r',z)$ может быть представлена следующим образом:

$$G_\ell(r,r',z) = \frac{2}{\pi}\int\limits_0^\infty p^2 dp\,\frac{j_\ell(pr)\,\Psi^{(e)}_{p\ell}(r',z)}{p^2-z}. \qquad /34/$$

Полученных соотношений вполне достаточно, чтобы вывести интегральное уравнение для части полной t-матрицы, связанной с внешним потенциалом $V(r)$ в области $r>c$ Для этого необходимо воспользоваться соотношением /10/ и учесть, что внемассовая волновая функция $\Psi_{k\ell}(r,z)$ удовлетворяет интегральному уравнению /23/. С помощью выражения /33/ легко показать, что имеет место следующее соотношение:

$$t_\ell(p,k,z) = t_\ell^{(e)}(p,k,z) + T_\ell(p,k,z), \qquad /35/$$

где, аналогично выражению /4/

$$T_\ell(p,k,z) = -\int\limits_c^\infty r^2 dr\,\Psi^{(e)}_{p\ell}(r,z)V(r)\Psi_{k\ell}(r,z). \qquad /36/$$

Используя далее выражение /34/ для функции Грина $G_\ell(r,r',z)$, из определения /36/ и уравнения /23/ можно получить для $T_\ell(p,k,z)$ интегральное уравнение типа Липпмана-Швингера /1/:

$$T_\ell(p,k,z) = V_\ell^{(1)}(p,k,z) + \frac{2}{\pi}\int_0^\infty p'^2\,dp'\,\frac{V_\ell^{(2)}(p,p',z)\,T_\ell(p',k,z)}{p'^2 - z}, \qquad /37/$$

которое вместо фурье-образа /2/ входят внемассовые матричные
лементы $V(r)$:

$$V_\ell^{(1)}(p,k,z) = -\int_c^\infty r^2\,dr\,\Psi_{p\ell}^{(e)}(r,z)\,V(r)\,\Psi_{k\ell}^{(e)}(r,z),$$

$$V_\ell^{(2)}(p,k,z) = -\int_c^\infty r^2\,dr\,\Psi_{p\ell}^{(e)}(r,z)\,V(r)\,j_\ell(kr).$$

4. Заключение

Модель граничных условий является удобным способом описа-
ия короткодействующей отталкивательной компоненты нуклон-
уклонного потенциала, относительно которой мезонная теория в на-
тоящее время не может дать надежных предсказаний. Выше было
оказано, что в м.г.у. корректное выражение для модельной t -мат-
ицы /17/ и перенормированное уравнение Липпмана-Швингера /37/
огут быть получены без введения псевдопотенциалов или предель-
ых форм локальных потенциалов специального вида, воспроизводя-
их правильное значение логарифмической производной на радиусе
ора. Рассмотренный метод основан на введении граничных усло-
ий /12/ и /13/ для модельной внемассовой волновой функции и на
редположении, что между модельной внемассовой волновой функ-
ией и внемассовой t -матрицей имеет место соотношение /10/.
[оследнее обстоятельство согласуется с высказанным в рабо-
е /8/ предположением о том, что правильная t -матрица в м.г.у.
олжна иметь такие же аналитические свойства, как и t -матрица,
пределяемая уравнением Липпмана-Швингера. В частности, усло-
ие симметрии /18/ модельной t -матрицы выполняется только при
ещественных f_ℓ в граничном условии /13/.

В общем случае, когда в области вне радиуса кора действует локальный потенциал, на внемассовую волновую функцию накладываются условия /19/ и /20/, такие же, как и в м.г.у. без внешнего потенциала. Показано, что уравнение /37/ типа Липпмана-Швингера для части t-матрицы, связанной с внешним потенциалом, может быть получено только в случае, когда в граничном условии /20/ f_ℓ не зависит от k и z. Этот факт непосредственно связан с условием /12/ для волновой функции, которое в некотором смысле является идеализацией. Более реальным было бы считать, что f_ℓ зависит от энергии и в области кора волновая функция достаточно быстро затухает. В рамках рассмотренного метода такое поведение волновой функции в области $r < c$ можно аппроксимировать некоторым сильно затухающим формфактором, содержащим параметры, которые можно рассматривать как параметры модели. Такая возможность будет рассмотрена в следующих сообщениях.

В заключение автор благодарит В.Б.Беляева, Н.Бьедича и А.Л.Зубарева за полезные дискуссии.

Литература

1. Л.Д.Фаддеев. ЖЭТФ, 39, 1459 /1960/.
2. M.M.Levy. Phys.Rev. 88, 725 (1952).
3. R.Jastrow. Phys.Rev. 79, 389 (1950). Phys.Rev. 81, 165 (1951).
4. I.Breit, W.I.Bouricius. Phys.Rev. 75, 1029 (1949). H.Feshbach, E.Lomon. Phys.Rev. 102, 891 (1956).
5. M.M.Hoenig, E.L.Lomon. Ann.Phys. (N.Y.) 36, 363 (1966).
6. Y.E.Kim, A.Tubis. Phys.Rev. C1, 414 (1970).
7. M.I.Fuda. Phys.Rev. C3, 55 (1971).
8. D.D.Brayshaw, Phys.Rev. C3, 35 (1971).
9. O.P.Bahethi, M.I.Fuda. Preprint, New York, 1971.
10. Л.Д.Фаддеев. Труды Математического института АН СССР, 69, 1963.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 сентября 1972 года.