

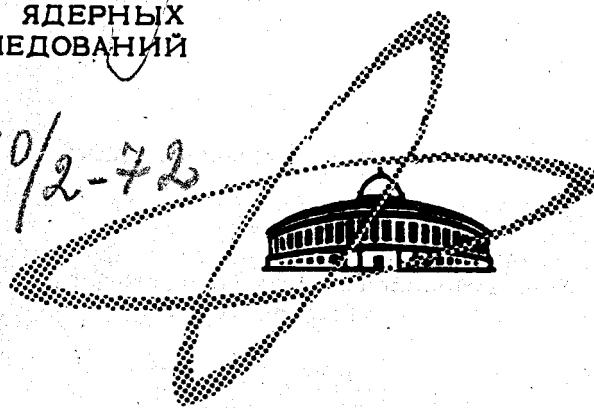
30/4.72

Ф-20

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

3410/2-72



P4 - 6625

Фам Зуи Хиен

ОБ УГЛОВОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ОСКОЛКОВ  
СПОНТАННО ДЕЛЯЩИХСЯ ИЗОМЕРОВ

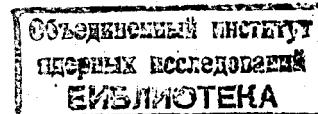
1972

P4 - 6625

Фам Зуи Хиен

ОБ УГЛОВОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ОСКОЛКОВ  
СПОНТАННО ДЕЛЯЩИХСЯ ИЗОМЕРОВ

*Направлено в ЯФ*



Фам Зуи Хиен

P4-6625

Об угловом распределении осколков спонтанно  
делящихся изомеров

Теоретически рассматривается вопрос об угловом распределении осколков спонтанно делящихся изомеров, образующихся в реакциях с заряженными частицами, которые вносят в ядро большой угловой момент. Задача сводится к изучению влияния процесса испускания частиц и гамма-квантов после образования компаунд-ядра на ориентацию спина изомера. Рассматривается также влияние внеядерных возмущений на угловое распределение осколков. Обсуждается возможность определения характеристик изомерного состояния из экспериментальных данных по угловому распределению осколков.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.  
Дубна, 1972

Pham Zui Hien

P4-6625

On the Angular Distribution of the  
Spontaneously Fissioning Isomer Fragments

The problem is considered of the angular distribution of the spontaneously fissioning isomer fragments produced in the reactions with charged particles bringing in large angular momentum to the nucleus. The problem is reduced to the study of the influence of the emission of particles and gamma-quanta, after the compound nucleus production, on the isomer spin orientation. The effect of the extranuclear perturbations on the fragment angular distribution is also considered. The possibility is discussed of determination of the isomer state characteristics using the experimental data on the fragment angular distribution.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.

Dubna, 1972

## Введение

Из характеристик спонтанно делящихся изомеров (с.д.и.) в настоящее время известны лишь их энергии и времена жизни. Попытки обнаружения других конкурирующих ветвей распада (альфа- и гамма-распад), которые могли бы дать информацию о других характеристиках с.д.и. (спин, магнитный и квадрупольный моменты и т.п.), до сих пор не дали положительных результатов. В связи с этим представляет большой интерес изучение углового распределения осколков с.д.и., ориентированных в реакциях с  $\alpha$ -частицами, вносящими в ядро большой угловой момент /1/. Как известно, в таких реакциях спин компаунд-ядра ориентирован в плоскости, перпендикулярной направлению пучка. По мере испускания частиц и  $\gamma$ -квантов при заселении изомерного состояния увеличивается вероятность ориентации спина ядра по другим направлениям.

Однако спин образованного после испускания всех частиц и  $\gamma$ -квантов с.д.и. все же остается преимущественно ориентированным перпендикулярно направлению пучка, что приводит к анизотропному угловому распределению осколков деления. Настоящая работа посвящена теоретическому анализу этого вопроса с тем, чтобы выяснить возможность определения некоторых характеристик изомерного состояния из измерений углового распределения осколков деления.

Ориентация спина с.д.и. относительно направления пучка может быть нарушена сверхтонкими взаимодействиями между магнитным или электрическим моментами изомерного состояния с внеядерными полями. Из уменьшения анизотропии углового распределения осколков, вызванного этими внеядерными возмущениями, в принципе можно оценить магнитный дипольный и электрический квадрупольный моменты изомерного состояния. Теоретическому анализу влияния внеядерных возмущений на угловое распределение осколков с.д.и. посвящена вторая часть этой работы.

### § 1. Вывод общих формул

Предположим, что с.д.и. имеет спин  $I$  и проекцию спина на ось симметрии ядра  $K$ . Чтобы описать ориентацию ансамбля спинов в пространстве, введем функцию распределения вероятности образования с.д.и. по его проекции спина  $M$  ( $M = -I \dots I$ ) на выделенную ось в пространстве, совпадающую с направлением пучка  $f_M$ . Угловое распределение осколков с.д.и. при этом может быть записано в виде:

$$W(\theta) = \sum_M f_M |D_{MK}^I(\theta, \psi)|^2, \quad (1)$$

где  $D_{MK}$  — обобщенная сферическая функция Вигнера. Из (1) нетрудно проверить, что в случае неориентированного с.д.и. угловое распределение осколков будет изотропно. Для конкретных расчетов формулу (1) удобно преобразовать к виду:

$$W(\theta) = \sum_{\nu=0}^{2I} A_\nu P_\nu(\cos \theta), \quad (2)$$

$$A_{\nu} = \sum_M (-1)^{K-M} f_M C(II\nu, M-M) C(II\nu, K-K), \quad (3)$$

где  $P_{\nu}$  - полиномы Лежандра,  $C$  - коэффициент Клебша-Гордона.

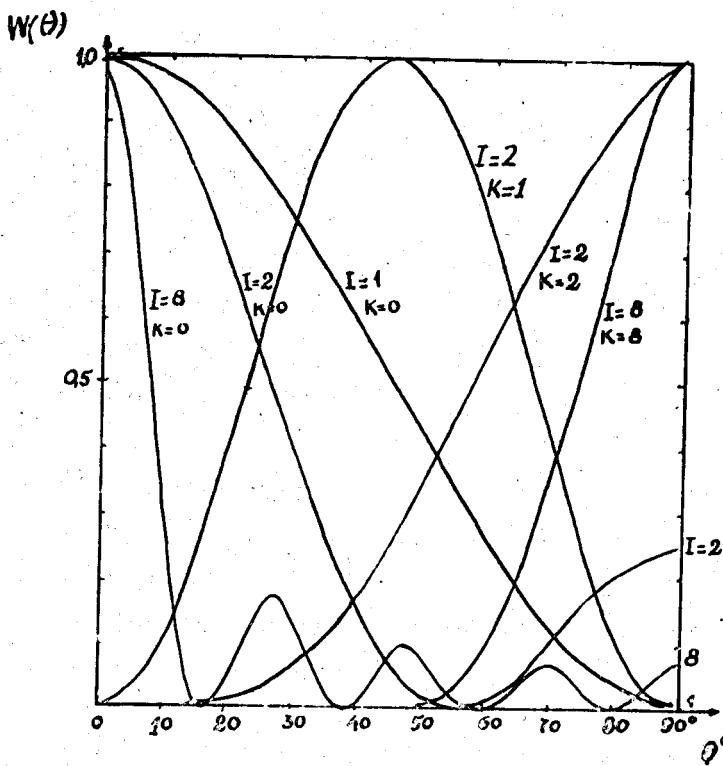


Рис. 1. Угловое распределение осколков с.д.и. в случае, когда спин с.д.и. ориентирован в плоскости, перпендикулярной направлению пучка.

На рис. 1 представлены некоторые кривые углового распределения, рассчитанные по формулам (2), (3) для идеального случая, когда спин с.д.и. ориентирован в плоскости, перпендикулярной направлению пучка ( $f_m = \delta_{m_0}$ ). Картина углового распределения существенно зависит от спина  $I$  и проекции спина на ось симметрии ядра  $K$ . Таким образом, если бы спин с.д.и. был ориентирован точно так же, как и спин компаунд-ядра (см. /4/ при  $I_0 = 0$ ), то по угловому распределению осколков можно было бы однозначно определить  $I$  и  $K$ .

На самом деле, процесс испускания частиц и  $\gamma$ -квантов после образования компаунд-ядра может существенно менять направление спина ядра и поэтому  $f_m \neq \delta_{m_0}$ . Наша задача сводится к определению этой функции распределения  $f_m$ . Для этой цели необходимо вычислить вероятность образования всех возможных состояний ядра после каждого этапа процесса заселения с.д.и. в ядерной реакции. В качестве примера рассмотрим реакцию ( $a$ ,  $xn$ ).

Рассмотрим сначала образование компаунд-ядра. Спин компаунд-ядра определяется сложением орбитального момента  $\alpha$ -частиц и хаотически ориентированного спина ядра-мишени  $I_0$ . Распределение компаунд-ядра по спину  $I_C$  и проекции спина на направление пучка  $M_C$  ( $M_C = -I_C, \dots, I_C$ ) можно записать в виде:

$$P_{I_C M_C} = \begin{cases} C \sigma(I_C) / (2I_0 + 1), & |M_C| \leq I_0 \\ 0, & |M_C| > I_0 \end{cases} \quad (4)$$

где  $C$  — некоторый нормировочный множитель.

Сечение образования компаунд-ядра в реакции с  $\alpha$ -частицами определяется по известной формуле /2/:

$$\sigma(I_C) = \pi \lambda^2 \frac{2I_C + 1}{2I_0 + 1} \sum_{\ell=|I_C - I_0|}^{I_C + I_0} T_\ell(\epsilon_a), \quad (5)$$

где  $\lambda$  -длина волны,  $a$ -частицы,  $T_\ell (\epsilon_a)$  -коэффициент прохождения  $a$ -частиц с энергией  $\epsilon_a$  и орбитальным моментом  $\ell \hbar$  через потенциальный барьер ядра-мишени.

Рассмотрим процесс испарения нейtronов. Вероятность образования остаточного ядра в состоянии  $|E_1, l_1, M_1\rangle$  при испарении одного нейтрона из компаунд-ядра определяется формулой:

$$P_{E_1, l_1, M_1} = N \sum_{I_C M_C} \Omega(E_1, l_1) P_{I_C M_C} \sum_{S=|l_1 - \frac{1}{2}|}^{l_1 + \frac{1}{2}} \sum_{\ell=|I_C - S|}^{I_C + S} T_\ell (\epsilon_n) C^2(l_1 \ell I_C M_1 M_C - M_1),$$

где  $N$  -некоторый несущественный нормировочный множитель,  $T_\ell (\epsilon_n)$  -коэффициент прохождения нейтрона с энергией  $\epsilon_n$  и орбитальным моментом  $\ell \hbar$  через потенциальный барьер ядра,  $\Omega(E_1, l_1)$  -плотность уровней остаточного ядра с энергией возбуждения  $E_1$  и спином  $l_1$ .

$$\Omega(E, l) = \frac{\Omega \exp(2aE)^{\frac{1}{2}}}{E^{5/4} \sigma^3} (2l+1) \exp \frac{(l+\frac{1}{2})^2}{2\sigma^2}. \quad (7)$$

Здесь  $\Omega$  -некоторый множитель,  $a$  -параметр плотности уровней,  $\sigma$  -параметр обрезания, который связан с моментом инерции ( $J$ ) и температурой ( $T$ ) ядра соотношением:

$$\sigma^2 = \frac{J T}{\hbar^2}. \quad (8)$$

Расчет формулы (7) существенно упрощается, если считать, что в рамках статистической модели каждый испаряющийся нейтрон уносит среднюю по нейтронному спектру энергию ( $\bar{\epsilon}_n = 2T$ ). Тогда энергия остаточного ядра  $E_1$  имеет определенное значение, и вместо трехмерного распределения  $P_{E_1, l_1, M_1}$  в расчете мы имеем дело с двухмерным распределением  $P_{l_1, M_1}$ .

Вероятность образования ядра в состоянии  $|I_2 M_2\rangle$  после испарения второго нейтрона вычисляется также по формуле (6), при этом вместо функции  $P_{I_c M_c}$  нужно подставить функцию  $P_{I_1 M_1}$ .

После испарения последнего нейтрона ядро переходит в изомерное состояние путем испускания каскада  $\gamma$ -квантов. При описании этого процесса заметим, что спектр ядерных уровней над изомерным состоянием можно разделить на две области: квазинепрерывную и дискретную. Если считать, что изомерное состояние является наименшим состоянием во второй яме двугорбого потенциального барьера деления /3/, то для границы между квазинепрерывной и дискретной областями можно взять величину:

$$E^* = E_i + P(Z) + P(N) \quad (9)$$

( $E_i$  -энергия изомерного состояния,  $P(Z)$ ,  $P(N)$  -энергии спаривания). Гамма-переходы в области квазинепрерывного спектра описываются статистическим методом. Энергия каждого испускаемого фотона считается равной среднему значению  $\bar{\epsilon}_\gamma$ . Согласно работе /4/, число  $\gamma$ -переходов в области квазинепрерывного спектра равно:

$$\bar{n}_\gamma = \frac{\sqrt{a(E_i - E^*)}}{L + 1}, \quad (10)$$

где  $E_i$  -энергия возбуждения ядра после испарения последнего нейтрона,  $L$  -мультипольность  $\gamma$ -переходов. Распределение вероятности образования состояния  $|I_b M_b\rangle$  после испускания  $\gamma$ -кванта с энергией  $\bar{\epsilon}_\gamma$  из всех возможных состояний  $|I_a M_a\rangle$  можно вычислить по рекуррентной формуле:

$$P_{I_b M_b} = G \Omega(E_a - \bar{\epsilon}_\gamma, I_b) \sum_{I_a M_a} P_{I_a M_a} Q(I_a I_b) C^2(I_b L I_a, M_b M_a - M_b),$$

где  $G$  – некоторый несущественный множитель,  $Q(I_a I_b)$  – так называемый приведенный матричный элемент  $\gamma$ -перехода.

Все состояния, образованные после испускания  $\gamma$ -квантов из области квазинепрерывного спектра, будут заселять изомерное состояние путем  $\gamma$ -переходов через уровни дискретного спектра (с испусканием  $\gamma$ -лучей или электронов конверсии). Если предположить, что все  $\gamma$ -переходы дипольные, то при переходе из состояния со спином  $J$  в изомерное состояние со спином  $I$  ядро должно испускать по крайней мере  $|J - I|$   $\gamma$ -квантов. При этом, если  $J > 1$ , каскад  $\gamma$ -переходов будет иметь следующую схему:

$$J \rightarrow J-1 \rightarrow J-2 \rightarrow \dots \rightarrow I+1 \rightarrow I, \quad (12)$$

и функцию распределения  $f_M$ , характеризующую ориентацию ансамбля с.д.и. в пространстве, можно вычислить по формуле:

$$f_M = \sum_{J M} \sum_{M_{J-1} \dots M_{I+1}} P_{JM} C^2(J-I, M_{J-1} M_J - M_{J-1}) \dots C^2(I+1, M M_{I+1} - M). \quad (13)$$

В действительности число  $\gamma$ -переходов может быть больше, чем  $|J - I|$ . Однако конкретные численные расчеты показали, что функция  $f_M$  незаметно меняется при вариации числа  $\gamma$ -переходов в разумных пределах. Если все  $\gamma$ -переходы квадрупольные, что может иметь место при заселении изомерного состояния в четно-четных ядрах, то число испускаемых  $\gamma$ -квантов при переходе из состояния со спином  $J$  в изомерное состояние со спином  $I$  будет по крайней мере равно  $\frac{|J-I|}{2}$ .

Нетрудно обобщить формулу (13) для этого случая.

## § 2. Численный расчет

В качестве иллюстрации применения описанной выше теории в конкретных численных расчетах рассмотрим реакцию  $^{235}U (a, 3n)$   $^{236}Pu /1/, (\epsilon_a = 35 \text{ Мэв})$ . Функция распределения  $f_M$ , характеризующая ориентацию ансамбля с.д.и., была вычислена по рекуррентным формулам (4), (6), (11) и (13). Фигурирующий в формуле (5) коэффициент прохождения  $a$ -частиц  $T_\ell(\epsilon_a)$  был вычислен по методу  $/2/$  с использованием оптического потенциала, аппроксимированного перевернутой параболой. Коэффициенты прохождения нейтрона  $T_\ell(\epsilon_n)$  были взяты из работы  $/5/$ . Значение момента инерции ядра, фигурирующее в выражении для параметра обрезания  $\sigma$ , принималось равным соответствующему значению для жесткого сферического ядра, когда энергия возбуждения больше 10 Мэв  $/8/$ . Это имеет место для ядер, образующихся после испарения первого и второго нейтрона. Средняя энергия возбуждения ядра после испарения третьего нейтрона оказывается на 3 Мэв выше нижней границы квазинепрерывного спектра. При этой энергии возбуждения и ниже момент инерции ядра имеет величину, меньшую, чем предельные значения для жесткой сферы  $/8/$ , и для параметра  $\sigma$  была использована формула Гильберта и Камерона  $/7/$ .

$$\sigma^2 = 0,0888 A^{2/3} \sqrt{a E} . \quad (14)$$

Гамма-переходы в области квазинепрерывного спектра предполагались дипольными, при этом, согласно работе  $/7/$ , приведенный матричный элемент в формуле (11) принимался равным  $Q(I_a I_b) = 2 I_b + 1$ . Гамма-переходы в области дискретного спектра предполагались либо дипольными, либо квадрупольными. Оказалось, что результаты двух вариантов расчета мало отличаются друг от друга.

На рис. 2 представлена функция распределения  $f_M$ , характеризующая ориентацию спинов ансамбля с.д.и. относительно направления пучка. Угловое распределение осколков деления изомера  $^{236}Pu$  показано на рис. 3,4 и 5.

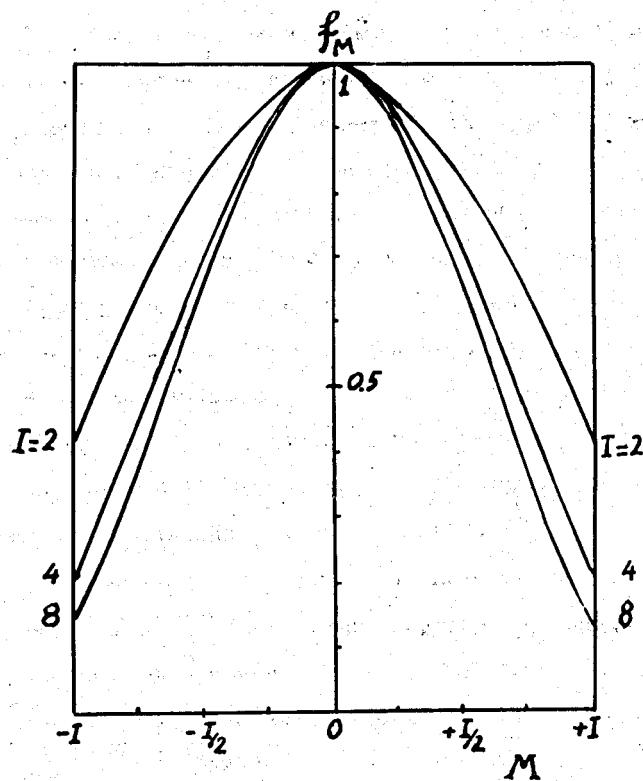


Рис. 2. Функция  $f_M$ , характеризующая ориентацию ансамбля с.д.и.  $^{236}Pu$ , образованных в реакции  $^{235}U + \alpha$  (зп), ( $\epsilon_a = 35$  Мэв).

При использовании расчетных результатов для определения спина с.д.и. нужно иметь в виду, что в программе численного расчета неоднократно использовались параметры  $a$  и  $\sigma$ , поэтому неправильный выбор значений этих параметров мог бы привести к недостоверным результатам. В нашем численном расчете  $a = 25 \text{ Мэв}^{-1}$ . Имеющиеся в литературе данные для этого параметра колеблются в пределах от 20 до  $30 \text{ Мэв}^{-1}$ . Конкретный анализ показал, что возможная вариация параметра  $a$  в таких пределах не должна привести к заметным изменениям результатов расчетов по сравнению с представленными на рис. 2,3,4 и 5. Значения параметра обрезания  $\sigma$  менее определены. В нашем расчете параметр  $\sigma$  вычислялся по формуле (14). Однако, если ядро находится в состояниях с большой деформацией, соответствующей второму минимуму двугорбого потенциального барьера, то из-за увеличения момента инерции ядра параметр  $\sigma$  может иметь величину, большую, чем вычисленная по формуле (14). (Обсуждение этого вопроса, см., например, <sup>18/</sup>). Чтобы выяснить влияние этой неопределенности на результаты расчета, был выполнен вариант расчета, при котором параметр  $\sigma$  принимал значения, вдвое большие, чем вычисленные по формуле (14). Пунктирные кривые рис. 3 показывают результаты этого варианта расчета. Результаты двух вариантов расчета заметно отличаются друг от друга только при больших спинах с.д.и.

### § 3. Влияние сверхтонких взаимодействий в изомерном состоянии на угловое распределение осколков

Если на ядро действует достаточно сильное поле, то при расчете углового распределения осколков деления нужно учитывать влияние сверхтонких взаимодействий на ориентацию спина с.д.и. Сверхтонкое взаимодействие индуцирует переходы между подсостояниями  $\langle M \rangle$  с.д.и.,

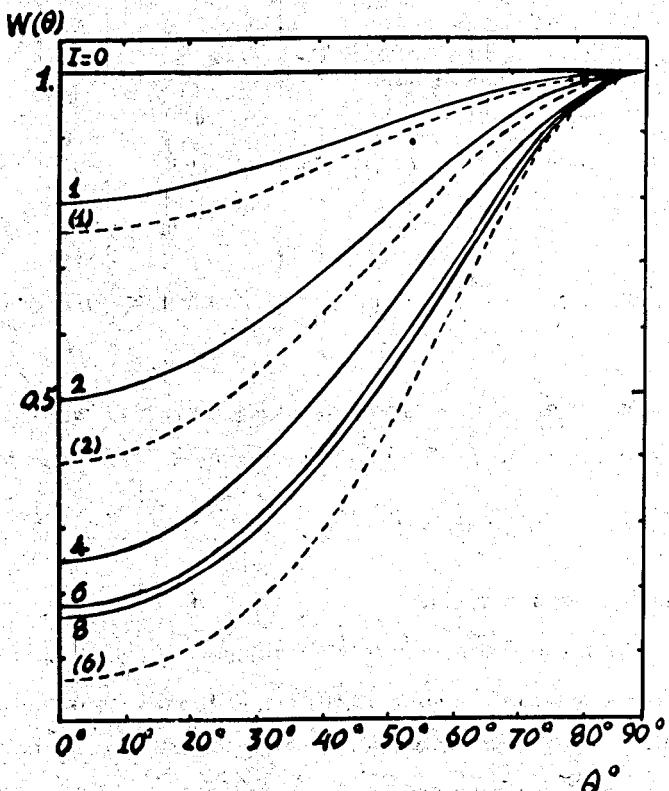


Рис. 3. Угловое распределение осколков с.д.и.,  $^{236}Pu$ . Пунктирные кривые соответствуют второму варианту численного расчета (см. текст).

и если частота этих переходов (частота ларморовской процессии), сравнима или больше, чем постоянная распада изомера, то распределение заселенности подсостояния  $\langle M \rangle$  в момент деления будет отличаться от того, которое имелось при образовании с.д.и. (функция  $f_M$ ). Угловое распределение осколков, наблюдаемое через интервал времени  $t$  после образования изомерного состояния, будет иметь вид:

$$W(\theta, t) = \sum_M \| b_M(t) D_{MK}^1(\theta \psi) \|^2, \quad (15)$$

где  $b_M(t)$  — амплитуда состояния  $\langle M \rangle$  в момент времени  $t$ . Отметим, что  $\| b_M(0) \|^2 = f_M$ .

Формулу (15) удобно переписать в виде:

$$W(\theta, t) = \sum_{\nu=0}^{2I} A_\nu(t) P_\nu(\cos \theta), \quad (16)$$

где

$$A_\nu(t) = \sum_m (-1)^{M-K} |b_M(t)|^2 C(II\nu, M-M) C(II\nu, K-K). \quad (17)$$

В экспериментах измеряется интегральное по времени угловое распределение осколков  $W(\theta)$ . Мы имеем:

$$W(\theta) = \int_0^\infty W(\theta, t) e^{-t/\tau} dt, \quad (18)$$

где  $\tau$  - время жизни с.д.и.

Уравнение для амплитуды состояния  $b_M(t)$  можно решить по методу, аналогичному использованному в теории возмущенной  $\gamma-\gamma$ -корреляции /9/. Мы рассмотрим в этой работе только случай, когда внеядерное поле статическое и аксиально-симметричное. Сразу отметим, что если поле параллельно оси  $Oz$  (например, внешнее магнитное поле наложено параллельно направлению пучка), то сверхтонкое взаимодействие не влияет на угловое распределение осколков. Это можно понять на основе простого полуклассического представления о ларморской процессии спина ядра в изомерном состоянии вокруг направления поля /9/.

Обычно в экспериментах поля, действующие на различные ядра, хаотически ориентированы в пространстве. В этом случае применяется метод теории возмущений  $\gamma-\gamma$ -корреляции /9/; нетрудно показать, что

$$A_{\nu}(t) = \frac{A_{\nu}}{2\nu+1} \sum_{m,m'} C^2(II\nu, m-m') e^{-\frac{i}{\hbar}(E_m - E_{m'})t} \quad (19)$$

Здесь  $A_{\nu}$  определяется по формуле (3),  $E_m$ ,  $E_{m'}$  - собственные значения гамильтониана сверхтонкого взаимодействия. Для случая магнитного взаимодействия

$$E_m = -B\mu \frac{m}{l}, \quad (20)$$

где  $B$  -магнитное поле,  $\mu$  -магнитный момент с.д.и.,  $m = -l, \dots, +l$ .

В случае квадрупольного взаимодействия

$$E_m = \frac{3m^2 - l(l+1)}{4l(2l+1)} eQ V_{zz}, \quad (21)$$

где  $V_{zz}$  - компонента тензора градиента электрического поля, действующего на ядро,  $eQ$  - квадрупольный момент с.д.и.

Подставив (19) и (16) в (18), получаем выражение для интегрального по времени углового распределения:

$$W(\theta) = \sum_{\nu} A_{\nu} G_{\nu} P_{\nu}(\cos \theta), \quad (22)$$

где  $A_{\nu}$  определяется по формуле (3), а коэффициент ослабления анизотропии  $G_{\nu}$  равен

$$G_{\nu} = \frac{1}{2\nu+1} \sum_{m,m'} \frac{C^2(II\nu, m-m')}{1 + [(E_m - E_{m'})\tau/\hbar]^2}. \quad (23)$$

Из формулы (23) видно, что возмущение углового распределения тем сильнее, чем больше отношение  $\tau/T$ , где  $T \sim \frac{\hbar}{E_m - E_{m'}}$  - период ларморовской прецессии. Однако сверхтонкое взаимодействие не полностью разрушает анизотропность углового распределения осколков даже при очень сильном поле ( $\tau \gg T$ ). В этом предельном случае мы имеем:

$$G_{\nu} = \frac{1}{2\nu + 1} \quad (24)$$

для магнитного сверхтонкого взаимодействия, и

$$G_{\nu} = \frac{1}{2\nu + 1} \sum_{|m|=|m'|} C^2(I I \nu, m - m') \quad (25)$$

для квадрупольного сверхтонкого взаимодействия.

Магнитное поле, действующее на ядра актинидных элементов, во многих веществах обычно очень большое (до  $10^6$  эрст, см., например, /10/). Поэтому если магнитные моменты с.д.и. не аномально малы, то при таких полях можно использовать формулу (24). В общем же случае коэффициент ослабления  $G_{\nu}$  вычисляется по формуле (23). Если спин изомерного состояния известен, то сравнение экспериментальных данных с формулами (23), (22) позволяет определить энергию сверхтонкого взаимодействия и, следовательно, магнитный или квадрупольный момент с.д.и.

Автор выражает глубокую благодарность академику Г.Н. Флерову за интерес к работе, Ю.П. Гангрскому за ценные советы и Д.Д. Пулатову за плодотворные дискуссии.

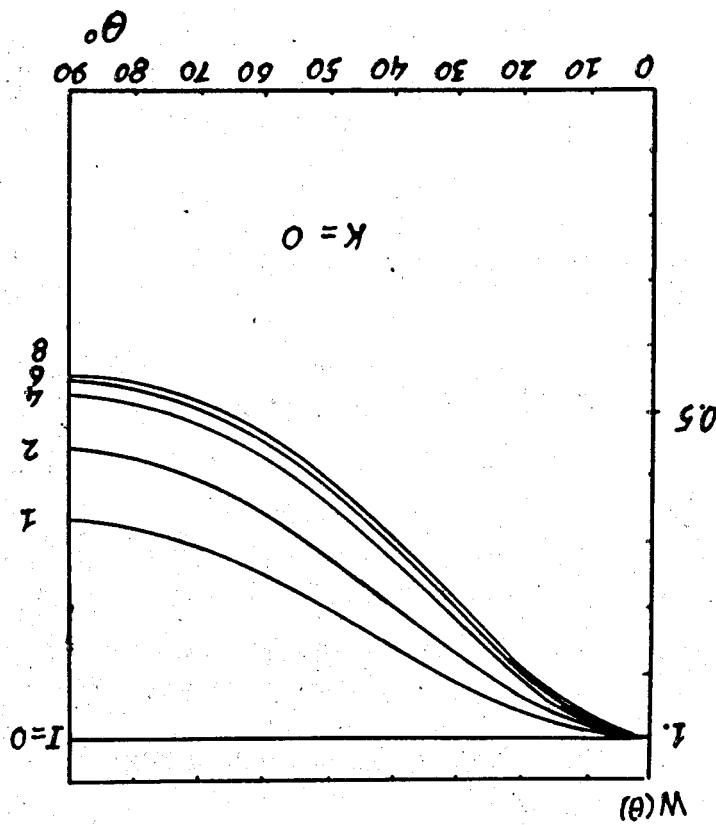
#### Л и т е р а т у р а

1. Ю.П. Гангрский, Нгуен Конг Кхань, Д.Д. Пулатов, Фам Зуи Хиен. Сообщение ОИЯИ, Р7-6466, 1972.
2. I.R.Huizenga, G.Igo. Nucl. Phys. 29, 462, (1962).
3. V.M.Strutinsky. Nucl. Phys. A95, 420 (1967).
4. D.Sperber. Phys. Rev. 142, 3, (1966).
5. G.S.Mani, M.A.Melkanoff, I.Iori. Rapport CEA, N2380, 1963.

6. N.D.Dudey, T.T.Sugihara. Phys. Rev. B139, 896, (1965).
- 7.A.Gilbert, A.Gameron. Can. J. of Phys. 43,1460, (1965).
- 8.J.E.Lynn. AERE M2520, Harwell, 1971.
9. R.Steffen, G.Fraunfelder, in "Perturbed Angular Correlation" North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1964.
- 10.B.D.Dunlap, G.M.Kalvius, S.L.Rudy, M.B.Brodsky, D.Cohen. in "Hyperfine Structure and Nuclear Radiation" North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1968.

Рукопись поступила в издательский отдел  
26 июля 1972 года.

FIG. 4. Yttrium phosphate ceramic disk made C.M.N.  $^{236}Pu$ .



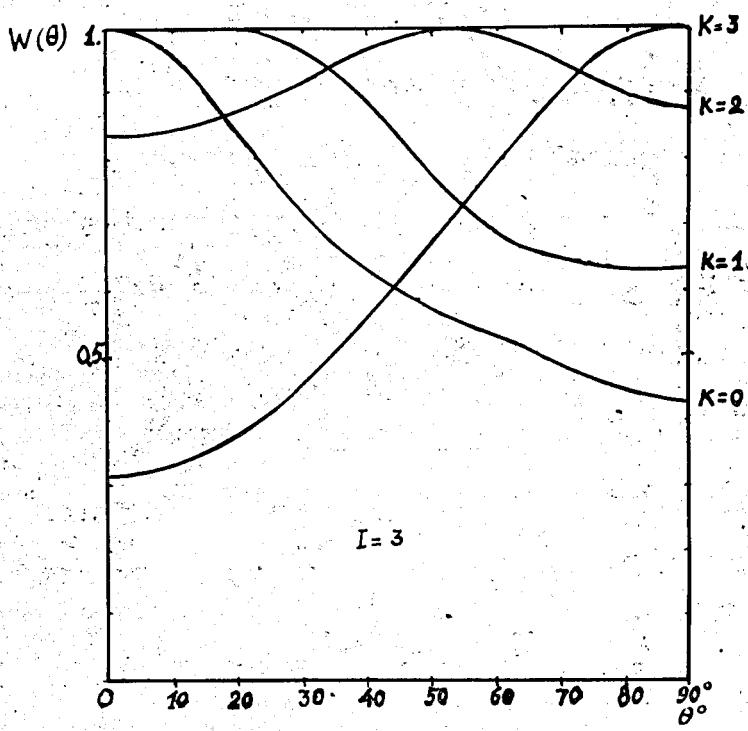


Рис. 5. Угловое распределение осколков с.д.и.  $^{236}Ra$