

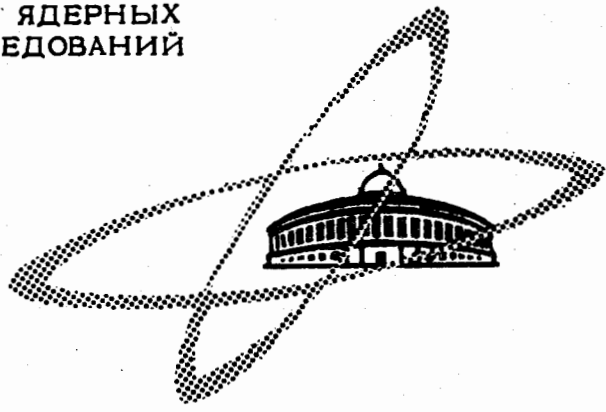
6553

ЭКЗ. ЧИТ. ЗАЛА

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна.

P4 - 6553



ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

В.К.Игнатович

УПРУГОЕ ОТРАЖЕНИЕ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ
НЕЙТРОНОВ ОТ ПЛОСКОСТИ, ОГРАНИЧИВАЮЩЕЙ
ПОЛНОСТЬЮ НЕУПОРЯДОЧЕННУЮ СРЕДУ

1972

P4 - 6553

В.К.Игнатович

УПРУГОЕ ОТРАЖЕНИЕ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ
НЕЙТРОНОВ ОТ ПЛОСКОСТИ, ОГРАНИЧИВАЮЩЕЙ
ПОЛНОСТЬЮ НЕУПОРЯДОЧЕННУЮ СРЕДУ

Направлено в ЭЧАЯ

Упругое отражение ультрахолодных нейтронов от плоскости, ограничивающей полностью неупорядоченную среду

Рассмотрено упругое взаимодействие ультрахолодных нейтронов (УХН) с неупорядоченной средой, ограниченной идеально плоской поверхностью. Показано, что некогерентное рассеяние, обусловленное хаотичным расположением ядер, не приводит к проникновению УХН внутрь среды. Выводятся формулы для коэффициента поглощения в случае, когда поверхность оравлена поглощающим веществом.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1972

Ingatovich V.K.

P4 - 6553

Elastic Reflection of Ultracold Neutrons
from the Plane Completely Bounding
Disordered Media

Elastic interaction of ultracold neutrons (UCN) with disordered media, bounded perfectly by the plane surface, is considered. It is shown that noncoherent scattering, resulting from disordered location of nuclei, does not lead to penetration of UCN inside the media. The formulae are derived for the absorption coefficient in case when the surface is contaminated by absorbent.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1972

Эксперименты по обнаружению и удержанию ультрахолодных нейтронов (УХН) ^{1,2/} подтвердили предсказанную Я.Б. Зельдовичем ^{3/} возможность хранения УХН в замкнутом сосуде с отражающими стенками. Однако время удержания в этих экспериментах оказалось значительно меньше теоретически ожидаемого. Согласно теории, утечка УХН из сосуда происходит вследствие собственного распада нейтронов, а также вследствие захвата и неупругого рассеяния (нагрева) на ядрах стенки. Собственный распад ограничивает время хранения величиной ≈ 1000 сек. Захват и неупругое рассеяние ограничивают время хранения величиной $t \approx 1/(n\mu)$, где n — число соударений со стенками в единицу времени, μ — средняя вероятность захвата или нагрева при одном соударении со стенкой

$$\bar{\mu} \approx 2 \int_0^k \frac{\sigma_c + \sigma_{ну}}{4\pi} \frac{dk}{b'} \frac{k}{K}, \quad (1)$$

b' — когерентная длина рассеяния нейтрона на ядрах стенки, σ_c — сечение захвата, $\sigma_{ну}$ — сечение неупругого рассеяния, k — нормальная к стенке компонента волнового вектора нейтрона \vec{k} , $K = \sqrt{4\pi N_0 b' - k^2}$;

N_0 — число ядер в единице объема.

Согласно выражению (1), выбывание УХН из медного сосуда должно происходить в среднем после ≈ 5000 соударений со стенкой, а из сосуда с бериллиевыми стенками или стенками из пирографита и тефлона, после $\approx 100\,000$ соударений.

Эксперимент же показывает, что выбывание нейтрона происходит после $\sim 500-1500$ соударений /2/, причем приблизительно одинаково для всех указанных выше материалов. Столь большое отклонение от теоретических предсказаний заставляет пристальнее взглянуть на процессы взаимодействия УХН с веществом.

Обычно коэффициент поглощения при полном отражении нейтрона от идеально плоской стенки, заполняющей, например, полупространство $z > 0$, находится следующим образом. Из уравнения Шредингера

$$[\Delta + k^2 - v(\vec{r})] \Psi(\vec{r}) = 0 \quad (2)$$

находится волновая функция нейтрона $\Psi(\vec{r})$. Здесь $v(\vec{r}) = u_0 \cdot \theta(z)$, $\theta(z)$ равна 1 при $z \geq 0$ и нулю при $z < 0$, $k^2 = (2m/h^2) E$, E — энергия нейтрона, m — его масса, а u_0 — константа, характеризующая взаимодействие нейтрона с ядрами стенки.

В случае, когда падающий на стенку нейтрон описывается плоской волной $e^{i\vec{k}_0 \vec{r}}$

$$\Psi_{k_0}(\vec{r}) = (e^{i\vec{k}_0 \vec{r}} + A e^{i\vec{k}'_0 \vec{r}}) \theta(-z) + B e^{i\vec{k}''_0 \vec{r}} \theta(z), \quad (3)$$

где \vec{k}_0 — волновой вектор падающей, \vec{k}'_0 — отраженной, а \vec{k}''_0 — преломленной волн (всюду в дальнейшем компоненты вектора \vec{k} будут обозначаться (\bar{k}, k) , где \bar{k} — проекция \vec{k} на плоскость $z = 0$, а $k = k_z$. При этом $\vec{k}_0 = (\vec{\kappa}_0, k_0)$, $\vec{k}'_0 = (\vec{\kappa}_0, -k_0)$, $\vec{k}''_0 = (\vec{\kappa}_0, k''_0)$, где $k''_0 = \sqrt{k_0^2 - u_0}$, или, в случае полного отражения, $k''_0 = i\sqrt{u_0 - k_0^2}$. Амплитуда отраженной волны при полном отражении равна

$$A = \frac{k_0 - iK_0}{k_0 + iK_0} = e^{-2i\phi_0}, \quad (4)$$

где $\phi_0 = \arccos(k_0/\sqrt{u_0})$. Соответственно коэффициент отражения

$$R = |A|^2 = e^{-2i\phi_0} \cdot e^{+2i\phi_0^*}$$

Если фаза ϕ_0 (а, значит, и u_0) действительна, то $R = 1$. В противном случае $\phi_0 = \phi_0' - i\phi_0''$, и если $\phi_0'' \ll 1$,

$$R = e^{-4\phi_0''} \sim (1 - 4\phi_0'') = (1 - \mu).$$

Величина μ , определенная последним равенством, и есть коэффициент поглощения. Его нетрудно выразить через мнимую часть u_0'' ($u_0 = u_0' - iu_0''$). Если $u_0'' \ll u_0'$, то

$$\phi_0'' = \left(\frac{d\phi_0}{du_0} \right)_{u_0=u_0'} u_0'' = \frac{1}{2} \frac{u_0''}{u_0'} \frac{k_0}{K_0}, \quad (5)$$

$$\mu = 4\phi_0'' = 2 \frac{u_0''}{u_0'} \frac{k_0}{K_0}.$$

Необходимо u_0 связать с амплитудой рассеяния нейтрона на ядрах стенки. Поскольку, согласно уравнению (2), u_0 характеризует коэффициент преломления стенки по отношению к нейтрону, то как следует из /4/

$$u_0 = 4\pi N_0 b_{\text{ког}},$$

где $b_{\text{ког}}$ — когерентная амплитуда рассеяния нейтрона на ядрах стенки. Мнимая часть u_0'' пропорциональна мнимой части $b_{\text{ког}}''$, которая в силу оптической теоремы равна $k \cdot \sigma_{\text{tot}} / 4\pi$, где $\sigma_{\text{tot}} = \sigma_a + \sigma_{\text{ну}} + \sigma_y$, σ_a — сечение захвата, $\sigma_{\text{ну}}$ — сечение неупругого рассеяния, σ_y — сечение упругого рассеяния. Если предположить, что $\sigma_a = \sigma_{\text{ну}} = 0$, то $b_{\text{ког}}''$ все же отлична от нуля. Это означает, что даже при чисто упругом отражении часть нейтронов теряется. Разумеется, бесследно исчезать

они не могут. Имеются две возможности: либо они диффундируют внутрь среды, либо отражаются в других, незеркальных направлениях. Выяснению этого вопроса и посвящена настоящая работа.

За основу принимается теория многократного рассеяния волн (МРВ) /5-9/. Как следует из этой теории, при упорядоченном расположении ядер величина u_0 — чисто действительная, и коэффициент поглощения μ равен 0 (при $\sigma_a = \sigma_{ny} = 0$). В случае же неупорядоченного расположения точную функцию $\Psi(\vec{r})$ вычислить нельзя, а для усредненной по ансамблю ядер $\langle \Psi(\vec{r}) \rangle$ соответствующая величина u_0 содержит мнимую часть, отвечающую $\alpha_y/9$. Чтобы выяснить, куда деваются недостающие нейтроны, необходимо найти среднее $\langle \Psi(\vec{r}) \Psi^*(\vec{r}') \rangle$, с помощью которого определяется поток нейтронов, рассеянных вследствие неупорядоченности ядер некогерентно. К сожалению, уравнения теории МРВ для $\langle \Psi(\vec{r}) \Psi^*(\vec{r}') \rangle$ оказываются трудноразрешимыми, поэтому приходится прибегать к обходному маневру — методу эквивалентного потенциала, в котором имеется хорошо разработанная процедура теории возмущений.

В п. 1 кратко излагается теория МРВ, приводятся получаемые с ее помощью результаты и демонстрируются имеющиеся здесь трудности.

В п. 2 строится эквивалентный потенциал и с его помощью находится коэффициент зеркального отражения и угловое распределение незеркально отраженных нейтронов. В частности из этого пункта следует, что просачивания нейтронов сквозь стенку не происходит.

В п. 3 находится коэффициент поглощения УХН при однократном соударении со стенкой, когда на поверхности стенки адсорбировано постороннее вещество.

1. Теория многократного рассеяния волн (МРВ)

Для дальнейшего изложения необходимо конкретизировать геометрию и условия рассматриваемых задач.

Предполагается, что среда занимает полупространство $z > 0$, ядра среды закреплены неподвижно и полностью неупорядоченно, т.е. с плотностью вероятности V^{-N} , где V — объем среды, а N — число ядер в ней, и рассеяние на них достаточно точно описывается s -волновым приближением. Последнее позволяет записать волновую функцию рассеиваемого нейтрона в виде:

$$\Psi(\vec{r}) = \phi(\vec{r}) - \sum_j \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_j|}}{|\vec{r}-\vec{r}_j|} b_j \psi(\vec{r}_j), \quad (6)$$

где b — амплитуда рассеяния на j -м ядре. $\psi(\vec{r}_j)$ — значение волновой функции нейтрона на j -м ядре, $\phi(\vec{r})$ — волновая функция падающего нейтрона $e^{ik\vec{r}}$. Волновая функция на j -м ядре состоит из падающей волны и волн, рассеянных от всех других, кроме данного, ядер:

$$\psi(\vec{r}_j) = \phi(\vec{r}_j) - \sum_{\ell(\neq j)} \frac{e^{ik|\vec{r}_j-\vec{r}_\ell|}}{|\vec{r}_j-\vec{r}_\ell|} b_\ell \psi(\vec{r}_\ell). \quad (7)$$

Уравнения (6) и (7) являются основными в теории МРВ. Решение их в случае упорядоченного расположения ядер имеется в работах /10-13/.

При полностью неупорядоченном расположении ядер отыскиваются когерентная, т.е. усредненная по распределению ядер волновая функция $\langle \Psi(\vec{r}) \rangle$. Уравнения для нее получаются в результате усреднения уравнения (6) и (7) согласно процедуре /9/

$$\langle \Psi(\vec{r}) \rangle = \phi(\vec{r}) - N_0 \langle b \rangle \int \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \langle \psi(\vec{r}') \rangle d^3 r', \quad (8)$$

$$\langle \psi(\vec{r}'') \rangle = \phi(\vec{r}') - N_0 \langle b \rangle \int \frac{e^{ik|\vec{r}' - \vec{r}''|}}{|\vec{r}' - \vec{r}''|} \langle \psi(\vec{r}'') \rangle d^3 r'' \quad (9)$$

где интегрирование производится по пространству, занятому средой.

Получающиеся интегральные уравнения (8) и (9) описывают отражение плоской волны $\phi(\vec{r}) = e^{ik_0 \vec{r}}$ от стенки с эффективным потенциалом (здесь и дальше потенциал и энергия рассматриваются совместно с множителем $2m/\hbar^2$, где m — масса нейтрона):

$$v(\vec{r}) = u_0 \theta(z) = 4\pi N_0 \langle b \rangle \theta(z).$$

Следует отметить, что потенциал $v(r)$ всегда содержит мнимую часть, ибо мнимую часть содержит входящая в него амплитуда b . Мнимая часть u_0 отлична от нуля даже в том случае, когда отсутствует захват на ядрах, ибо в силу оптической теоремы в этом случае мнимая часть b равна $k|b|^2$.

Как показано во введении, это означает, что коэффициент отражения оказывается меньше единицы на величину $\mu = 2 \frac{\langle |b|^2 \rangle}{\langle b \rangle} k \frac{k_0}{K_0}$.

Недостающие нейтроны естественно искать в некогерентном потоке, который определяется через корреляционную функцию

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle \Psi(\vec{r}_1) \Psi^*(\vec{r}_2) \rangle - \langle \Psi(\vec{r}_1) \rangle \langle \Psi^*(\vec{r}_2) \rangle.$$

Уравнение $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ получается в результате усреднения произведений двух уравнений (6)

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = N_0 \langle |b|^2 \rangle \int \frac{e^{ik|\vec{r}_1 - \vec{r}'|}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}'|} \frac{e^{-ik|\vec{r}_2 - \vec{r}'|}}{|\vec{r}_2 - \vec{r}'|} [|\langle \psi(\vec{r}') \rangle|^2 + \psi(\vec{r}; \vec{r}')] d^3 r' +$$

$$+ N_0^2 | \langle b \rangle |^2 \int \frac{e^{ik|\vec{r}_1 - \vec{r}'|}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}'|} \frac{e^{-ik|\vec{r}_2 - \vec{r}''|}}{|\vec{r}_2 - \vec{r}''|} \psi(\vec{r}', \vec{r}'') d^3 r' d^3 r'', \quad (10)$$

где

$$\psi(\vec{r}', \vec{r}'') = \langle \psi(\vec{r}') \psi^*(\vec{r}'') \rangle - \langle \psi(\vec{r}') \rangle \langle \psi^*(\vec{r}'') \rangle$$

и подчиняется уравнению

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = N_0 \langle |b|^2 \rangle \int \frac{e^{ik|\vec{r}_1 - \vec{r}'|}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}'|} \frac{e^{-ik|\vec{r}_2 - \vec{r}'|}}{|\vec{r}_2 - \vec{r}'|} [\langle \psi(\vec{r}') \rangle | \langle \psi(\vec{r}') \rangle |^2 + \psi(\vec{r}', \vec{r}')] d^3 r' +$$

$$+ N_0^2 | \langle b \rangle |^2 \int \frac{e^{ik|\vec{r}_1 - \vec{r}'|}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}'|} \frac{e^{-ik|\vec{r}_2 - \vec{r}''|}}{|\vec{r}_2 - \vec{r}''|} \psi(\vec{r}', \vec{r}'') d^3 r' d^3 r''. \quad (11)$$

Уравнения (10) и (11) отличаются тем, что функция $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ определена внутри среды, а $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ - снаружи.

Некогерентный поток снаружи среды определяется формулой

$$\vec{J} = \frac{1}{2i} \lim_{\vec{r} \rightarrow \vec{r}'} (\vec{\nabla}_{\vec{r}} - \vec{\nabla}_{\vec{r}'}) \Psi(\vec{r}, \vec{r}'). \quad (12)$$

Некогерентный поток внутри среды определяется той же формулой (12), с функцией $\psi(\vec{r}, \vec{r}')$ вместо $\Psi(\vec{r}, \vec{r}')$. К сожалению, уравнения (10) и (11) некорректны. Чтобы заметить это, нужно положить в (11) $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$. Тогда, поскольку $\psi(\vec{r}, \vec{r}_1)$ зависит только от z_1 , то интеграл по x' и y' в первом члене правой части (11) берется в явном виде, но оказывается расходящимся. Возможно, однако, что эта расходи-

мость компенсируется аналогичной же расходимостью второго члена. Указанной трудности не возникает, если уравнение для $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ записать, согласно Фолди /6/, в виде:

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = (4\pi)^2 N_0 \langle |b|^2 \rangle \int L(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_0) (|\psi(\vec{r}_0)|^2 + \psi(\vec{r}_0, \vec{r}_0)) d^3 r_0, \quad (13)$$

где $L(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_0)$ подчиняется уравнению

$$L(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_0) = G(\vec{r}_1, \vec{r}_0) G^*(\vec{r}_2, \vec{r}_0) - \int G(\vec{r}_1, \vec{r}'') G^*(\vec{r}_2, \vec{r}'') \{ u_0 \theta(z') [\Delta'' + k^2 - u_0 \theta(z'')] + u_0 \theta(z'') [\Delta' + k^2 - u_0 \theta(z')] \} L(\vec{r}'', \vec{r}'', \vec{r}_0) d^3 r''', \quad (14)$$

а $G(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ — функция Грина уравнения (2).

Решение интегрального уравнения (14) методом итераций осложняется тем, что эффективный параметр, по которому производится итерация, имеет порядок $u_0/(u_0 - k^2)$ и не мал. Если, несмотря на это воспользоваться нулевым приближением и подставить $L(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_0) = G(\vec{r}_1, \vec{r}_0) G^*(\vec{r}_2, \vec{r}_0)$ в интеграл (13), в котором в первом приближении положить $\psi(\vec{r}_0, \vec{r}_0)$ равным нулю, то окажется, что поток некогерентно рассеянных нейтронов направлен только наружу и равен

$$J = \frac{2}{\pi} \int \frac{\langle |b|^2 \rangle}{2\pi \langle |b| \rangle} k \frac{k_0^2 k^2 d\Omega}{u_0 (K_0 + K)}. \quad (15)$$

При этом остается та неудовлетворенность, что некогерентный поток не компенсирует недостачу нейтронов в зеркальном направлении:

$2k \frac{\langle |b|^2 \rangle}{\langle |b| \rangle} \frac{k_0^2}{K_0}$. Переход к эквивалентному потенциалу позволяет решить задачу более удовлетворительно.

2. Зеркальное отражение в теории псевдопотенциала

Построим потенциал $v(\vec{r})$ в уравнении Шредингера (2) так, чтобы результирующая $\Psi(\vec{r})$ тождественно совпадала с волновой функцией $\Psi(\vec{r})$ теории МРВ. Для этого воспользуемся следующей процедурой /14,15/.

Запишем (6) в виде

$$\Psi(\vec{r}) = \phi(\vec{r}) + \int \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} T(\vec{r}') d^3 r'; \quad (16)$$

где введено обозначение:

$$T(\vec{r}) = -\sum b_j \delta(\vec{r}-\vec{r}_j) \psi(\vec{r}_j). \quad (17)$$

Уравнение Шредингера (2) запишем в интегральной форме:

$$\Psi(\vec{r}) = \phi(\vec{r}) - \frac{1}{4\pi} \int \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} v(\vec{r}') \Psi(\vec{r}') d^3 r' \quad (18)$$

Сравнивая (18) с (16), находим:

$$T(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} v(\vec{r}) \Psi(\vec{r}). \quad (19)$$

Подставляя сюда $\Psi(\vec{r})$, из (18) получаем:

$$T(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} v(\vec{r}) \phi(\vec{r}) - \frac{1}{4\pi} v(\vec{r}) \int \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} T(\vec{r}') d^3 r'. \quad (20)$$

Будем искать $v(\vec{r})$ в виде:

$$v(\vec{r}) = \sum 4\pi v_j \delta_R(\vec{r}-\vec{r}_j), \quad (21)$$

где

$$\delta_R(\vec{r}) = \frac{3}{4\pi R^3} \theta(R-r). \quad (22)$$

Подставляя (21) в (20), принимая во внимание (17), и заменяя $\phi(\vec{r})$ падающей волной $e^{i\vec{k}_0 \vec{r}}$, получаем:

$$\sum_j b_j \delta(\vec{r} - \vec{r}_j) \psi(\vec{r}_j) = \sum_j v_j \delta_R(\vec{r} - \vec{r}_j) e^{i\vec{k}_0 \vec{r}} - \sum_j v_j \delta_R(\vec{r} - \vec{r}_j) \sum_{\ell} \frac{e^{-i\vec{k}_{\ell} |\vec{r} - \vec{r}_{\ell}|}}{|\vec{r} - \vec{r}_{\ell}|} b_{\ell} \psi(\vec{r}_{\ell}). \quad (23)$$

Проинтегрируем обе части уравнения по окрестности радиуса R вокруг точки r_j и сравним полученное уравнение с (7). Уравнения окажутся тождественными, если положить

$$v_j = \frac{b_j}{c(1 - ik b_j) - \frac{3}{2} \frac{b_j}{R} f},$$

где

$$c = 3 \int_0^R j_0(kr) \frac{r^2 dr}{R^3} \approx 1 - (kR)^2/10 + \dots$$

$$f = 2 \int_0^R \cos(kr) \frac{r dr}{R^2} \approx 1 - (kR)^2/4 + \dots$$

До сих пор не было сделано никаких предположений о величине радиуса R . Выбор этой величины можно сделать на основании следующих соображений. Во-первых, окончательный результат должен слабо зависеть от R . Это значит, что c и f должны быть близки к единице, т.е. $kR \ll 1$, и, кроме того, R должно быть значительно больше $|b_j|$. Во-вторых, при интегрировании уравнения (23) по окрестности радиуса R вокруг точки r_j молчаливо предполагалось, что остальные рассеивающие центры оказываются на расстояниях больших, чем R от точки \vec{r}_j . В противном случае уравнение (23) не сводилось бы точно

к уравнению (7) и возникали бы поправки, которые можно учесть следующим образом. Вероятность некоторому другому ядру попасть внутрь сферы радиуса R вблизи точки r_j равна $\frac{1}{V} \frac{4}{3} \pi R^3$, где V - объем всей системы. Вероятность попадания в эту область любого из N ядер в N раз больше. Отсюда величина поправки, возникающей вследствие того, что в области радиуса R могут оказаться два ядра, равна $\frac{N}{V} \frac{4}{3} \pi R^3 \approx \left(\frac{R}{a}\right)^3$, где a - среднее расстояние между ядрами. Чтобы эта поправка была мала, необходимо выбирать R значительно меньше a . Поскольку k^{-1} для УХН значительно больше a , то разумным выбором R будет $b \ll R \ll a$. В практических условиях $b \sim 10^{-12}$ см, $a \sim 10^{-8}$ см, поэтому R можно выбирать в диапазоне 10^{-11} см $< R < 10^{-9}$ см. Может оказаться, что некоторые конечные результаты потребуют сужения указанного интервала, при этом, поскольку утечка УХН из сосуда является достаточно тонким эффектом, необходимо все время следить, не окажутся ли установленные границы противоречивыми.

Вернемся к потенциалу $v(\vec{r})$. Легко убедиться, что в случае чисто упругого рассеяния без захвата $\text{Im } v_j = 0$, если же захват имеет место, то при указанном выше радиусе R v_j приобретает мнимую добавку, равную $-k\sigma_a/4\pi$, где σ_a - сечение поглощения. Действительная же часть v с большой степенью точности равна $\text{Re } b_j = b'_j$.

Уравнение Шредингера (2) можно решать по теории возмущений, используя в качестве нулевого приближения решение $\Psi_0(\vec{r})$ в поле усредненного потенциала

$$v_0(\vec{r}) = \langle v(\vec{r}) \rangle = 4\pi N_0 \langle b'_j \rangle \theta(z) = u'_0 \theta(z). \quad (24)$$

Потенциал u'_0 при отсутствии захвата - чисто действителен. Решение для УХН уравнения Шредингера с потенциалом (24), содержащее падающую плоскую волну $e^{i\vec{k}\vec{r}^0}$, имеет вид (3).

Решение уравнения Шредингера (2) с потенциалом (21)

$$[\Delta + k^2 - v_0(\vec{r}')] \Psi(\vec{r}') = v_1(\vec{r}') \Psi(\vec{r}'), \quad (25)$$

где

$$v_1(\vec{r}') = v(\vec{r}') - \langle v(\vec{r}') \rangle, \quad (26)$$

находится итерациями

$$\begin{aligned} \Psi(\vec{r}') = & \Psi_0(\vec{r}') + \int G(\vec{r}, \vec{r}') v(\vec{r}'') \Psi_0(\vec{r}'') d^3r'' + \\ & + \int G(\vec{r}, \vec{r}') v_1(\vec{r}'') G(\vec{r}', \vec{r}''') v_1(\vec{r}''') \Psi_0(\vec{r}''') d^3r'' d^3r''' + \dots, \end{aligned} \quad (27)$$

где $G(\vec{r}, \vec{r}')$ - функция Грина уравнения (2) с потенциалом (24)

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{(2\pi)^2} \int e^{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}')} [y_{\vec{k}}(z) h_{\vec{k}}(z') \theta(z-z') + y_{\vec{k}}(z') h_{\vec{k}}(z) \theta(z'-z)] \frac{d^2\kappa}{2i\kappa}, \quad (28)$$

где $\kappa = \sqrt{k^2 - \kappa^2}$, а $y_{\vec{k}}(z)$, $h_{\vec{k}}(z)$ - линейно независимые решения уравнения

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} + k^2 - u'_0 \theta(z) \right] \psi_{\vec{k}}(z) = 0 \quad (29)$$

$$y_{\vec{k}}(z) = \left(e^{i\kappa z} + \frac{\kappa - iK}{\kappa + iK} e^{-i\kappa z} \right) \theta(-z) + \frac{2\kappa}{\kappa + iK} e^{-\kappa z} \theta(z)$$

$$h_{\vec{k}}(z) = e^{-i\vec{k}z} \theta(-z) + \left(\frac{K - i\vec{k}}{2K} e^{Kz} + \frac{K + i\vec{k}}{2K} e^{-Kz} \right) \theta(z). \quad (30)$$

Поправку к зеркальной волне дает усредненный третий член правой части (27)

$$\langle \Psi_2(\vec{r}) \rangle = -a_{\vec{k}_0} \frac{k_0 - iK_0}{k_0 + iK_0} e^{-i\vec{k}_0 \vec{r} + iK_0 \rho}$$

При этом результирующий коэффициент отражения становится равным:

$$R = \left| \frac{k_0 - iK_0}{k_0 + iK_0} \right|^2 |1 - a_{\vec{k}_0}|^2 \approx 1 - 2 \operatorname{Re} a_{\vec{k}_0}$$

Чтобы найти $a_{\vec{k}_0}$ в (44), нужно найти среднее $\langle v_1(\vec{r}') v_1(\vec{r}'') \rangle$

Принимая во внимание (26) и (21), находим:

$$2 \operatorname{Re} a_{\vec{k}_0} = \frac{2 \langle b'^2 \rangle}{\pi \langle b' \rangle} k \int \frac{k_0 k^2 d\Omega}{u'_0 (K_0 + K)} \quad (31)$$

Интересно отметить, что это выражение совпадает с (15) (после умножения на k_0).

Угловое распределение нейтронов, рассеянных в незеркальных направлениях, дается функцией $\Psi_1(\vec{r})$, которую можно представить в виде:

$$\Psi_1(\vec{r}) = \int G(\vec{r}, \vec{r}') \delta v_1(\vec{r}') \Psi_0(\vec{r}') d^3r' = \frac{1}{(2\pi)^2} \int e^{i\vec{k}\vec{r}} \tilde{\Psi}_1(\vec{k}, z) d^2\kappa, \quad (32)$$

где при $z \rightarrow -\infty$

$$\tilde{\Psi}_1(\vec{\kappa}, z) = e^{-ikz} \frac{1}{2i\kappa} \int y_{\kappa}(z') y_{\kappa_0}(z') e^{i(\kappa_0 - \kappa)\vec{\rho}'} v_1(\vec{\rho}') d^3 r'. \quad (33)$$

Согласно известной теореме из Фурье-анализа

$$\int |\Psi_1(\vec{r})|^2 d^2 \rho = \int |\tilde{\Psi}_1(\vec{\kappa}, z)|^2 \frac{d^2 \kappa}{(2\pi)^2}. \quad (34)$$

Поэтому доля нейтронов, отраженных в элемент $d^2 \kappa$ с проекцией $\vec{\kappa}$ волнового вектора \vec{k} на плоскость отражения, равна:

$$W(\vec{\kappa}) d^2 \kappa = \frac{|\tilde{\Psi}_1(\vec{\kappa}, z)|^2 \frac{d^2 \kappa}{(2\pi)^2}}{\int |\phi(\vec{r})|^2 d^2 \rho}, \quad (35)$$

где $\phi(\vec{r})$ - падающая плоская волна.

Введем индикатрису отражения

$$R(\Omega, \Omega_0) = \frac{\kappa}{\kappa_0} \langle W(\vec{\kappa}) \rangle \frac{d^2 \kappa}{d\Omega}, \quad (36)$$

где Ω_0 и Ω - телесные углы падения и отражения соответственно.

Усреднение в выражении (36) с учетом (35) и (33) приводит к

$$R(\Omega, \Omega_0) = \frac{2}{\pi} \frac{\langle b'^2 \rangle}{\langle b' \rangle} \frac{\kappa_0 \kappa^2}{u'_0 (\kappa_0 + \kappa)}. \quad (37)$$

Аналогичные расчеты при $z \rightarrow +\infty$ показывают, что внутри среды нейтроны не распространяются. Это видно и из сравнения (37) с (31). Сравнение показывает, что незеркально отраженные нейтроны дают в совокупности всю ту долю нейтронов, которых недостает в зеркальном направлении.

3. Коэффициент поглощения при отравлении поверхности

Пусть отражающая стенка содержит абсорбированное постороннее вещество, распределенное по закону

$$N_1(\vec{r}) = N_1 e^{-2sz}, \quad (38)$$

где N_1 — число посторонних ядер в единице объема вблизи поверхности. Если амплитуда рассеяния абсорбированных атомов равна b_1 , то их присутствие внутри отражающей среды эквивалентно добавлению к потенциалу $v_0(\vec{r})$ возмущения

$$\delta v(\vec{r}) = 4\pi N_1(\vec{r}) b_1,$$

которое изменяет волновую функцию $\Psi_0(r)$ в первом порядке теории возмущений на величину

$$\Psi_1(\vec{r}) = -\frac{ik_0}{K_{0+s}} \frac{b_1}{b'} \frac{N_1}{N_0} \frac{k_0 - iK_0}{k_0 + iK_0} e^{i\vec{k}_0 \vec{\rho} - ik_0 z}. \quad (z < 0)$$

Рассуждения, аналогичные тем, которые сопровождали вывод (31), показывают, что зеркальное отражение уменьшается на величину

$$\mu = 2 \operatorname{Re} \frac{ik_0}{K_{0+s}} \frac{b_1}{b'} \frac{N_1}{N_0} = 2 \frac{b_1''}{b'} \frac{N_1}{N_0} \frac{k_0}{K_{0+s}},$$

где b_1'' — мнимая часть амплитуды рассеяния абсорбированных атомов.

Заключение

Как следует из результатов пункта (2), утечки УХН из накопительного сосуда вследствие некогерентного рассеяния, обусловленного неупорядоченностью ядер среды, не происходит. Это означает, что нет никакой диффузии нейтронов внутрь веществ. Распространение длинно-

волновых нейтронов характеризуется в основном когерентной волновой функцией, если же волновая функция в некотором месте приобретает некогерентную добавку, то, поскольку источником этой добавки является когерентная функция, дальнейшее распространение определяется волновыми законами. Эта некогерентная добавка благодаря тому, что энергия УХН меньше потенциального барьера, будет затухать внутри вещества, а, значит, приводить к рассеянию обратно в вакуум.

Относительно отличия амплитуд зеркального отражения в потенциальной теории и теории МРВ необходимо сказать следующее. Амплитуда зеркального отражения только в том случае определяется когерентной волновой функцией $\langle \Psi(\vec{r}) \rangle$, если распределение $\langle \Psi_1^*(\vec{r}) \Psi_1(\vec{r}) \rangle$, обусловленное флуктуирующей поправкой, $\Psi_1(\vec{r})$, не содержит δ -образного выброса в зеркальном направлении. В потенциальной теории нулевое приближение $\Psi_0(\langle v(\vec{r}) \rangle)$ (здесь указана функциональная зависимость Ψ_0 от усредненного потенциала) оказывается удачным в том смысле, что флуктуирующая поправка $\Psi_1(v(\vec{r}) - \langle v(\vec{r}) \rangle)$ не дает максимумов в зеркальном направлении. В случае же теории МРВ такого утверждения сделать нельзя, ибо трудности, возникающие в уравнении (10), можно рассматривать как свидетельство о необходимости перенормировок в корреляционной функции, которые должны так изменить амплитуду отраженной волны, чтобы получилось полное согласие с выражением (15) и с результатами, полученными в потенциальной теории.

Автор приносит свою искреннюю благодарность Ф.Л. Шапиро за постоянный интерес и стимулирующие обсуждения и В. Любошицу за ряд ценных замечаний.

Литература

1. В.И. Лушиков, Ю.Н. Покотиловский, А.В. Стрелков, Ф.Л. Шапиро. Препринт ОИЯИ, РЗ-4127, Дубна, 1968; Письма ЖЭТФ, 9, 40 (1969).
2. Л.В. Грошев и др. Препринт ОИЯИ, РЗ-5392, Дубна, 1970.
3. Я.Б. Зельдович. ЖЭТФ, 36, 1952 (1959).
4. И.Н. Гуревич, А.В. Тарасов. "Физика нейтронов низких энергий", Изд-во "Наука", М., 1965.
5. А.И. Базь, Я.Б. Зельдович, А.М. Переломов. "Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике", "Наука", Москва, 1971.
6. L.L.Foldy. Phys.Rev., 67, 107 (1945).
7. М. Lax. Rev.Mod.Phys., 23, 287 (1951).
8. М. Lax. Phys.Rev., 85, 621 (1952).
9. В.Г. Барышевский, В.Л. Любошиц, М.И. Подгоренский. Препринт ОИЯИ, Р-2111, Дубна, 1965; Препринт ОИЯИ, Р-2230, Дубна, 1965.
10. M.L.Goldberger, F. Seitz. Phys.Rev., 71, 294 (1947).
11. Ю. Каган, А.М. Афанасьев. ЖЭТФ, 49, 1504 (1965).
12. R.Lenk, H.Solbrig. a) Phys.Stat.Sol. (b), 46, 273 (1971); b) Phys.Stat. Sol. (b), 47, 143 (1971).
13. Nijsmaki. Acta Cryst., A25, 377 (1969).
14. А.Т. Филиппов. Международная зимняя школа теоретической физики при ОИЯИ, 2, 80, Дубна (1964).
15. Р.Н. Фаустов. Международная школа теоретической физики при ОИЯИ, 2, 108, Дубна, 1964.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 июня 1972 года.