

С323

18/ix-72

Б-447

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

3141/2-72

P4 - 6505



В.Б.Беляев, А.Л.Зубарев, Б.Ф.Иргазиев

ФАКТОРИЗАЦИЯ ПАРНОГО ПОТЕНЦИАЛА
МОДИФИЦИРОВАННЫМ МЕТОДОМ БЕЙТМАНА
В ЗАДАЧЕ ДВУХ И ТРЕХ ТЕЛ

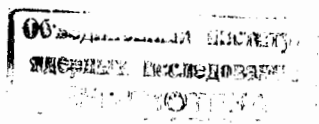
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1972

P4 - 6505

В.Б.Беляев, А.Л.Зубарев,* Б.Ф.Иргазиев*

ФАКТОРИЗАЦИЯ ПАРНОГО ПОТЕНЦИАЛА
МОДИФИЦИРОВАННЫМ МЕТОДОМ БЕЙТМАНА
В ЗАДАЧЕ ДВУХ И ТРЕХ ТЕЛ



* Ташкентский государственный университет, Ташкент.

Как известно, одна из главных трудностей, возникающих при решении квантовомеханической задачи трех и более тел, состоит в многомерном характере уравнений, который обусловлен большим числом степеней свободы, характеризующих такие системы. Задача еще более усложняется, если взаимодействие между частицами имеет вид одного из современных "реалистических" потенциалов. В этом случае точная волновая функция системы становится многокомпонентной с компонентами, соответствующими различным значениям полного орбитального момента и всем возможным неприводимым представлениям группы перестановок.

В настоящее время подобного рода проблемы решаются различными процедурами, приводящими в конечном итоге задачу к решению системы одномерных уравнений. Физически это означает, что систему можно описать неким одночастичным движением по удачно выбранной переменной и совокупности дискретных переменных. По-видимому, такое описание возможно только при не очень больших энергиях частиц в системе. Существует ли регулярный (автоматический) способ выбора такой одночастичной переменной? Например, в известном методе К-гармоник описание по такой переменной $\rho = \sqrt{\vec{\xi}^2 + \vec{\eta}^2}$ естественным образом возникает из того,

что свободный гамильтониан трех частиц инвариантен относительно вращений в 6-мерном пространстве переменных $\vec{\xi}$ и $\vec{\eta}$ /1/. При сепарабельном представлении короткодействующего потенциала уравнения Фаддеева, как известно, также сводятся к системе уравнений по одной переменной. Поскольку сепарабельный потенциал приводит задачу трех тел к некоторой эффективной одночастичной задаче, то такое представление парного потенциала само по себе содержит в неявном виде гипотезу о динамике трехчастичного движения.

Итак, если мы хотим уточнять теорию в рамках одночастичного описания, то приходим к необходимости увеличивать число рассматриваемых уравнений. Однако здесь мы сталкиваемся с ограничениями, связанными с возможностями современных вычислительных машин. С этой точки зрения представляют большой интерес попытки уменьшить тем или иным способом размерность рассматриваемой системы одномерных уравнений. Ниже мы укажем на одну такую возможность. Для этого напомним способ сепарабельного представления парного потенциала $V(k, k')$ по методу Бейтмана /2/. Имеем:

$$V^N(k, k') = \sum_{i, j} (d^{-1})_{ij} V(k, s_i) V(k', s_j), \quad (1)$$

где $d_{ij} = V(s_i, s_j)$, s_i фиксированные параметры

$$V(k, k') = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\infty} j_0(kr) j_0(k'r) V(r) r^2 dr.$$

Так как с потенциалом (1) будет решаться уравнение Липпмана-Швингера для немассовой t -матрицы $t(k, k'; E)$, то представляется естественным ввести в приближенный потенциал (1) вместо одного из фиксированных параметров параметр, равный энергии системы E . Поскольку приближенный потенциал (1) по определению совпадает с точ-

ным при условии $k = s_i$ или $k' = s_i$, то такой выбор параметра обеспечит равенство приближенного потенциала (1) точному при каждом рассматриваемом значении энергии. Таким образом, мы получаем приближенный потенциал с $N-1$ фиксированными параметрами s_i и одним "плавающим" параметром $\approx |E|$. Легко видеть, что с таким потенциалом в борновском приближении для матрицы на массовой поверхности получаем точное (а не приближенное, как в случае с фиксированными s_i) значение. Ясно, что рассматриваемое введение энергии системы в разложение (1) не является единственным.

С потенциалами, факторизованными по формуле (1) с одним "плавающим" параметром, были решены уравнения Липпмана-Швингера для t -матрицы и уравнения Фаддеева для задачи связанного состояния трех нуклонов.

В качестве потенциалов $V(r)$ были рассмотрены следующие функции:

1) экспонента без отталкивания

$$V(r) = -S \cdot 751.541 b^{-2} e^{-3.5412 (r/b)} \quad (2)$$

$$b = 2,4566 \text{ фм.}$$

$$S = 1,4394 .$$

Этот потенциал воспроизводит энергию дейтона и эффективный триплетный радиус $r_t = 1,749$ фм.

Параметры χ^2 факторизации s_i потенциала (2):

χ^2 Выбор фиксированных параметров s_i , как обычно, осуществляется на основе условия $\min \chi^2$, где χ^2 - среднеквадратичное отклонение приближенного потенциала от точного.

$$\begin{aligned}
 N = 4 \quad s_1 = 0 \quad s_2 = 0,25 \quad s_3 = 0,60 \quad s_4 = 2,5 \\
 N = 4(E) \quad s_1 = 0 \quad s_2 = 0,33 \quad s_3 = 0,75 \quad s_4 = a \cdot \sqrt{\frac{2\mu E}{h^2}} \\
 N = 3(E) \quad s_1 = 0 \quad s_2 = 0,5 \quad s_3 = a \sqrt{\frac{2\mu E}{h^2}} \quad a = 0,3408 \text{ фм.}
 \end{aligned}$$

2) Функция Морзе /3/:

$$V(r) = V_0 \left[e^{-2(r-r_0)/a_0} - 2e^{-(r-r_0)/a_0} \right] \quad (3)$$

Состояние	$r_{\text{эф}}$ (фм)	V_0 (МэВ)	a_0 (фм)	r_0 (фм)
¹ S ₀	2,44	61,99	0,3957	0,9365
³ S ₁	1,727	111,49	0,3408	0,8668

Параметры факторизации потенциала (3)

Триpletный потенциал

$$\begin{aligned}
 N = 4 \quad s_1 = 0 \quad s_2 = 0,24 \quad s_3 = 1,3 \quad s_4 = 6,0 \\
 N = 4(E) \quad s_1 = 0 \quad s_2 = 0,20 \quad s_3 = 1,3 \quad s_4 = a \sqrt{\frac{2\mu E}{h^2}} \\
 N = 3(E) \quad s_1 = 0 \quad s_2 = 1,3 \quad s_3 = a \sqrt{\frac{2\mu E}{h^2}}
 \end{aligned}$$

Синглетный потенциал

$$N = 4 \quad s_1 = 0 \quad s_2 = 0,215 \quad s_3 = 1,18 \quad s_4 = 6,15$$

$$N = 4(E) \quad s_1 = 0 \quad s_2 = 0,2 \quad s_3 = 1,2 \quad s_4 = a \sqrt{\frac{2\mu E}{\hbar^2}}$$

$$N = 3(E) \quad s_1 = 0 \quad s_2 = 1,2 \quad s_3 = a \sqrt{\frac{2\mu E}{\hbar^2}}$$

Потенциал (3) описывает 3S_1 и 1S_0 фазы NN рассеяния в широком интервале энергий.

Исследовалось поведение решений уравнения Липпмана-Швингера для t -матрицы в зависимости от используемых приближений. Результаты приведены в таблицах 1,2 и на рисунках 1-3.

Как видно из рисунков, точные фазы рассеяния x' на всех потенциалах хорошо воспроизводятся уже при двух фиксированных и одном "плавающем" параметрах в выражении (1) для потенциала, и приближение оказывается даже лучшим, чем приближение Бейтмана с фиксированными 4-мя параметрами. Для немассовой t -матрицы имеет место аналогичная ситуация.

С потенциалом (3) была найдена также энергия связи N^3 для двух случаев: 1) 2 фиксированных параметра и 1 "плавающий", 2) 3 фиксированных параметра и 1 "плавающий". Энергия связи оказалась равной 8,16 Мэв и 9 Мэв соответственно.

x' Точные значения фаз рассеяния в потенциале Морзе оказалось удобнее находить численным решением соответствующих фазовых уравнений /4/.

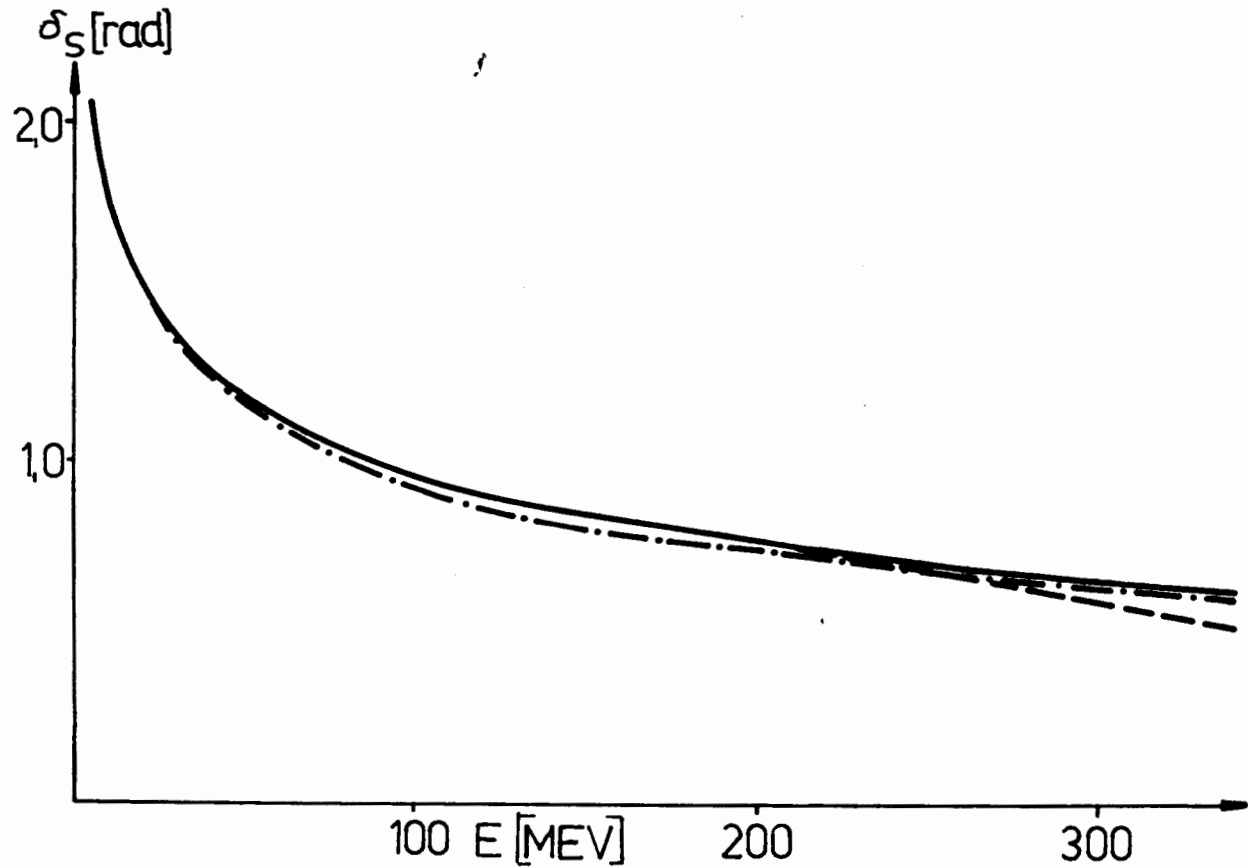


Рис. 1. 3S_1 - фаза рассеяния для экспоненциального потенциала.
 — точная, $N = 3(E)$ и $N = 4(E)$ (совпадают). --- $N = 4$, -.- $N = 3$.

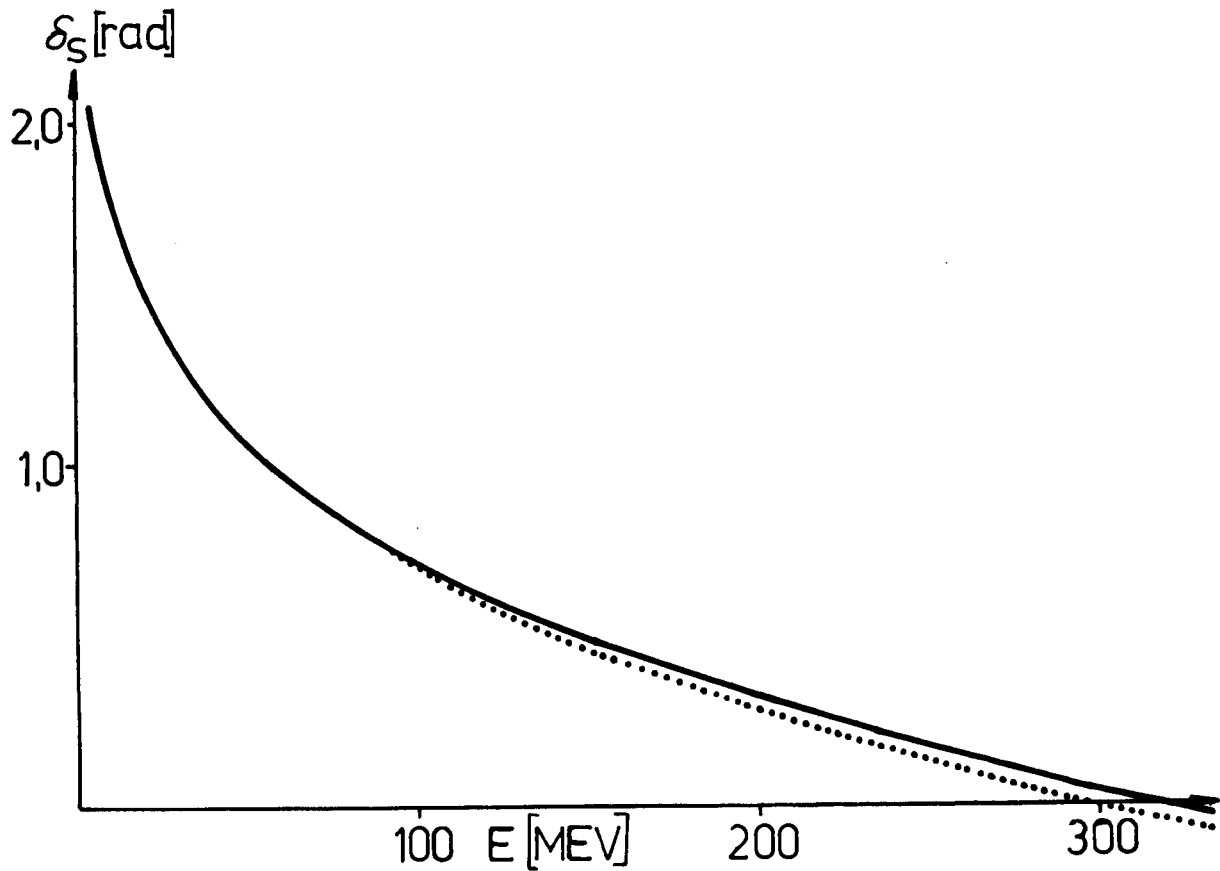


Рис. 2. 3S_1 фаза рассеяния для потенциала Морзе. — точная;
 $N = 3(E)$ и $N = 4(E)$ (совпадают). ... $N = 4$, $N = 3$.

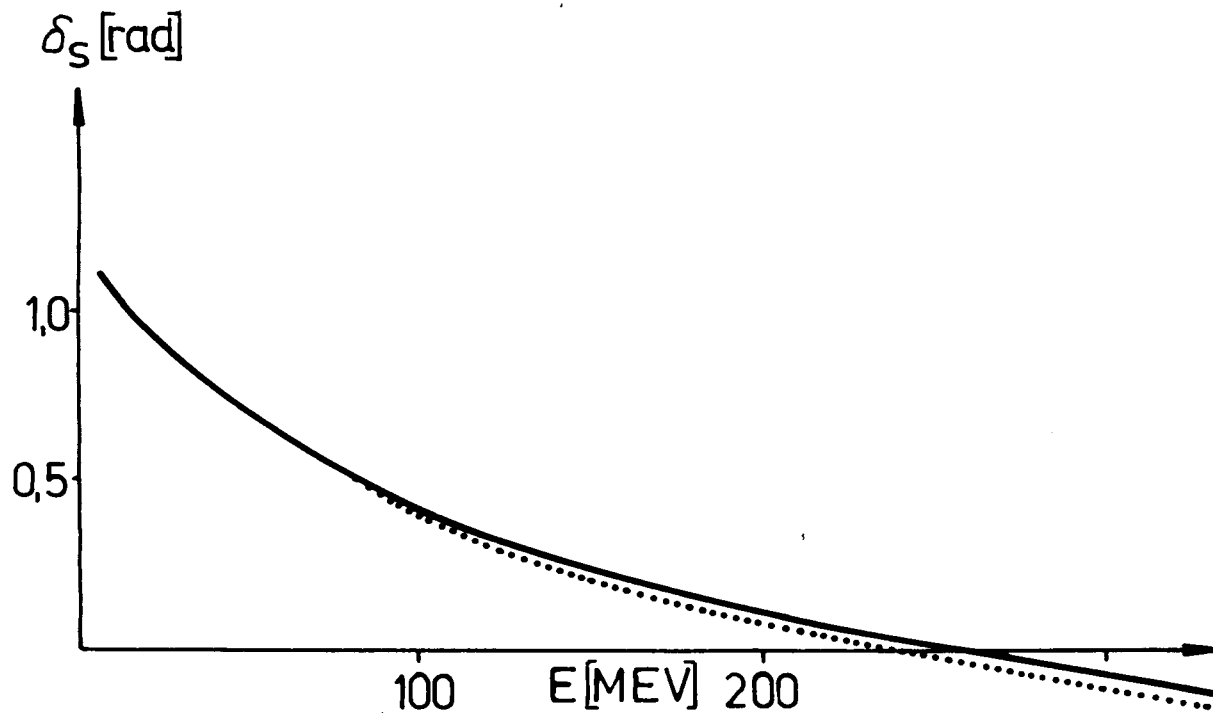


Рис. 3. 1S_0 фаза рассеяния для потенциала Морзе. — точная,
 $N = 3(E)$ и $N = 4(E)$ (совпадают), ...; $N = 4$, $N = 3$.

Таблица 1

Зависимость приближения t -матрицы от числа параметров факторизации экспоненциального потенциала. T -точное значение t -матрицы

E (МэВ)	N p=K Φ_M^{-1}	N					
		4	4(E)	5	7	12	T
-5,0	0,1	$-7,68 \cdot 10^{-1}$	$-7,72 \cdot 10^{-1}$	$-7,74 \cdot 10^{-1}$	$-7,77 \cdot 10^{-1}$	$-7,78 \cdot 10^{-1}$	$-7,79 \cdot 10^{-1}$
	0,5	$-6,03 \cdot 10^{-1}$	$-6,06 \cdot 10^{-1}$	$-6,09 \cdot 10^{-1}$	$-6,10 \cdot 10^{-1}$	$-6,12 \cdot 10^{-1}$	$-6,12 \cdot 10^{-1}$
	1,0	$-3,27 \cdot 10^{-1}$	$-3,30 \cdot 10^{-1}$	$-3,30 \cdot 10^{-1}$	$-3,32 \cdot 10^{-1}$	$-3,34 \cdot 10^{-1}$	$-3,34 \cdot 10^{-1}$
	2,0	$-6,50 \cdot 10^{-1}$	$-6,65 \cdot 10^{-2}$	$-6,67 \cdot 10^{-2}$	$-6,69 \cdot 10^{-2}$	$-6,80 \cdot 10^{-2}$	$-6,80 \cdot 10^{-2}$
	3,0	$-8,49 \cdot 10^{-3}$	$-1,21 \cdot 10^{-2}$	$-1,47 \cdot 10^{-2}$	$-1,59 \cdot 10^{-2}$	$-1,66 \cdot 10^{-2}$	$-1,66 \cdot 10^{-2}$
	4,0	$-1,20 \cdot 10^{-3}$	$-1,64 \cdot 10^{-3}$	$-5,47 \cdot 10^{-3}$	$-5,02 \cdot 10^{-3}$	$-6,19 \cdot 10^{-3}$	$-6,42 \cdot 10^{-3}$
-10,0	0,1	$-3,98 \cdot 10^{-1}$	$-3,99 \cdot 10^{-1}$	$-4,00 \cdot 10^{-1}$	$4,00 \cdot 10^{-1}$	$-4,00 \cdot 10^{-1}$	$-4,00 \cdot 10^{-1}$
	0,5	$-3,08 \cdot 10^{-1}$	$-3,09 \cdot 10^{-1}$	$-3,09 \cdot 10^{-1}$	$-3,10 \cdot 10^{-1}$	$-3,10 \cdot 10^{-1}$	$-3,10 \cdot 10^{-1}$
	1,0	$-1,70 \cdot 10^{-1}$	$-1,72 \cdot 10^{-1}$	$-1,71 \cdot 10^{-1}$	$-1,72 \cdot 10^{-1}$	$-1,73 \cdot 10^{-1}$	$-1,73 \cdot 10^{-1}$
	2,0	$-4,04 \cdot 10^{-2}$	$-4,15 \cdot 10^{-2}$	$-4,13 \cdot 10^{-2}$	$-4,21 \cdot 10^{-2}$	$-4,23 \cdot 10^{-2}$	$-4,23 \cdot 10^{-2}$
	3,0	$-5,67 \cdot 10^{-3}$	$-8,78 \cdot 10^{-3}$	$-1,13 \cdot 10^{-2}$	$-1,22 \cdot 10^{-2}$	$-1,30 \cdot 10^{-2}$	$-1,30 \cdot 10^{-2}$
	4,0	$-8,18 \cdot 10^{-4}$	$-1,19 \cdot 10^{-3}$	$-4,90 \cdot 10^{-3}$	$-4,47 \cdot 10^{-3}$	$-5,61 \cdot 10^{-3}$	$-5,84 \cdot 10^{-3}$
-50,0	0,1	$-1,97 \cdot 10^{-1}$	$-1,97 \cdot 10^{-1}$	$-1,97 \cdot 10^{-1}$	$-1,97 \cdot 10^{-1}$	$-1,97 \cdot 10^{-1}$	$-1,97 \cdot 10^{-1}$
	0,5	$-1,44 \cdot 10^{-1}$	$-1,44 \cdot 10^{-1}$	$-1,45 \cdot 10^{-1}$	$-1,45 \cdot 10^{-1}$	$-1,45 \cdot 10^{-1}$	$-1,45 \cdot 10^{-1}$
	1,0	$-7,91 \cdot 10^{-2}$	$-8,00 \cdot 10^{-2}$	$-7,92 \cdot 10^{-2}$	$-7,99 \cdot 10^{-2}$	$-8,01 \cdot 10^{-2}$	$-8,01 \cdot 10^{-2}$
	2,0	$-2,44 \cdot 10^{-2}$	$-2,55 \cdot 10^{-2}$	$-2,49 \cdot 10^{-2}$	$-2,56 \cdot 10^{-2}$	$-2,57 \cdot 10^{-2}$	$-2,57 \cdot 10^{-2}$
	3,0	$-3,77 \cdot 10^{-3}$	$-6,61 \cdot 10^{-3}$	$-8,89 \cdot 10^{-3}$	$-9,72 \cdot 10^{-3}$	$-1,05 \cdot 10^{-2}$	$-1,05 \cdot 10^{-2}$
	4,0	$-5,66 \cdot 10^{-4}$	$-8,97 \cdot 10^{-4}$	$-4,46 \cdot 10^{-3}$	$-4,07 \cdot 10^{-3}$	$-5,18 \cdot 10^{-3}$	$-5,41 \cdot 10^{-3}$

Таблица 2

Сравнение приближенной t -матрицы с точным значением для экспоненциального потенциала. T - точное значение t -матрицы

E (МэВ)	P K (ФМ) (ФМ)	0,1		1,0		4,0	
		4(E)	T	4(E)	T	4(E)	T
12 -5,0	0,1	$-7,72 \cdot 10^{-1}$	$-7,79 \cdot 10^{-1}$	$-4,84 \cdot 10^{-1}$	$-4,89 \cdot 10^{-1}$	$-2,49 \cdot 10^{-2}$	$-2,82 \cdot 10^{-2}$
	1,0	$-4,84 \cdot 10^{-1}$	$-4,89 \cdot 10^{-1}$	$-3,30 \cdot 10^{-1}$	$-3,34 \cdot 10^{-1}$	$-1,79 \cdot 10^{-2}$	$-2,03 \cdot 10^{-2}$
	4,0	$-2,49 \cdot 10^{-2}$	$-2,82 \cdot 10^{-2}$	$-1,79 \cdot 10^{-2}$	$-2,03 \cdot 10^{-2}$	$-1,64 \cdot 10^{-3}$	$-6,42 \cdot 10^{-3}$
-59,0	0,1	$-1,97 \cdot 10^{-1}$	$-1,97 \cdot 10^{-1}$	$-1,06 \cdot 10^{-1}$	$-1,06 \cdot 10^{-1}$	$-4,56 \cdot 10^{-3}$	$-5,12 \cdot 10^{-3}$
	1,0	$-1,06 \cdot 10^{-1}$	$-1,06 \cdot 10^{-1}$	$-8,00 \cdot 10^{-2}$	$-8,01 \cdot 10^{-2}$	$-4,31 \cdot 10^{-3}$	$-4,84 \cdot 10^{-3}$
	4,0	$-4,56 \cdot 10^{-3}$	$-5,12 \cdot 10^{-3}$	$-4,31 \cdot 10^{-3}$	$-4,84 \cdot 10^{-3}$	$-8,97 \cdot 10^{-4}$	$-5,41 \cdot 10^{-3}$

Любопытно, что фазы в обоих случаях почти совпадают.

Таким образом, исходя из полученных результатов, можно утверждать, что введение по крайней мере одного "плавающего" параметра факторизации в выражение (1) позволяет уменьшить число членов сепарабельного разложения без потери в точности вычисления элементов двухчастичной t -матрицы. Такое уменьшение крайне желательно при решении уравнений Фаддеева со сложными реалистическими потенциалами.

Литература

1. А.М. Бадалян, Ю.А. Симонов. ЯФ, 3, 1032 (1966).
2. Б. Ахмадходжаев, В.Б., Беляев, Е. Вжеционко. ЯФ, 11, 1016 (1970).
В.Б. Беляев, Е. Вжеционко, А.Л. Зубарев. ЯФ, 12, 923 (1970).
3. G.Darewych, A.Green. Phys.Rev. 164, 1324 (1967).
4. В.В. Бабилов. "Метод фазовых функций", "Наука", М. (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел
7 июня 1972 года.