

С 341а

P-189

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P4 - 6452

2677/2-72



П.П.Райчев

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

О ВОЗМОЖНОСТИ
СУЩЕСТВОВАНИЯ МУЛЬТИПЛЕТОВ $SU(3)$
В СПЕКТРАХ
ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ЯДЕР

1972

P4 - 6452

П.П.Райчев

О ВОЗМОЖНОСТИ
СУЩЕСТВОВАНИЯ МУЛЬТИПЛЕТОВ $SU(3)$
В СПЕКТРАХ
ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ЯДЕР

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

1. В настоящее время известно большое количество феноменологических моделей, способных описать коллективные возбужденные состояния атомных ядер^{/1-7/}. Тем не менее имеет смысл искать другие подходы к объяснению этих состояний. Так, например, в работе^{/8/} делалась попытка объяснить ротационные коллективные возбуждения и вероятности переходов между ними при помощи предположения, что ротационные состояния в ядрах являются расщепленным мультиплетом группы $SL(3, R)$. Подобные подходы, вероятно, являются только грубым приближением к действительности, но тем не менее они, на наш взгляд, интересны тем, что позволяют глубже понять природу коллективных возбужденных состояний.

Схема $SL(3, R)$, однако, на наш взгляд, имеет некоторые недостатки. Так, например, из^{/8/} ясно, что состояние 0^+ встречается только один раз в мультиплетах $SL(3, R)$, что находится в противоречии с экспериментом (в спектрах наблюдается несколько 0^+ -состояний). Нам кажется более приемлемой классификация, в которой ротационные возбужденные состояния деформированных чётно-чётных ядер объединяются в несколько расщепленных мультиплетов $SU(3)$. В настоящей работе мы рассмотрим вопрос о возможной причине возникновения мультиплетов $SU(3)$ в ядерных спектрах и обсудим, в какой степени существование таких мультиплетов согласуется с экспериментом.

2. Хорошо известно, что приведенная вероятность $E2$ -перехода пропорциональна недиагональному матричному элементу оператора электрического квадрупольного момента между начальным и конечным состояниями:

$$\begin{aligned}
 B(E2) &= q_0 \sum_{m, l, m} | \langle l, m, a, | Q_m^{e1} | l, m, a_i \rangle | = \\
 &= \frac{q_0}{2l_i + 1} | \langle l, a, | Q^{e1} | l, a_i \rangle |^2
 \end{aligned}$$

(константа q_0 зависит от определения Q^{e1}). Диагональные матричные элементы этого оператора определяют статические квадрупольные моменты ядра в соответствующих состояниях.

Вычисление приведенных матричных элементов $\langle l, a, | Q^{e1} | l, a_i \rangle$ требует знания детальной структуры волновых функций ядра. Если, однако, $| l, m, a \rangle$ образуют базис представления некоторой группы G , алгебры Ли которой содержат Q^{e1} , то приведенные матричные элементы этого последнего оператора могут быть вычислены чисто алгебраическим (т.е. теоретико-групповым) путем. Группа G должна, очевидно, содержать в качестве подгруппы группу инвариантностей гамильтониана $O(3)$, чьи генераторы совпадают с операторами углового момента. Поэтому полезно рассмотреть, какие алгебры Ли можно построить при помощи операторов Q^{e1} и L .

Рассмотрим систему из N заряженных частиц с координатами $x_\mu^{(k)}$ и импульсами $p_\mu^{(k)}$. Из операторов координат и импульсов можно построить операторы углового момента и тензор электрического квадрупольного момента.

$$L_{\mu\nu} = \sum_{k=1}^N (x_\mu^{(k)} p_\nu^{(k)} - x_\nu^{(k)} p_\mu^{(k)}), \tag{1}$$

$$Q_{\mu\nu}^{e1} = \sum_{k=1}^N (x_\mu^{(k)} x_\nu^{(k)} - \frac{1}{3} \delta_{\mu\nu} x^{(k)2}).$$

Операторы $L_{\mu\nu}$ генерируют группу $O(3)$, а операторы $Q_{\mu\nu}^{el}$, образуя симметрический тензор второго ранга относительно группы вращения, коммутируют между собой. Таким образом, алгебра Ли операторов (1) локально изоморфна алгебре Ли группы $O(3) \times T_5 / \theta$, где T_5 - абелева группа пятимерных "трансляций", порождаемая $Q_{\mu\nu}^{el}$.

Введем теперь бозонные операторы в сферическом базисе:

$$b_0^{(k)+} = b_3^{(k)+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_3 - ip_3),$$

$$b_{\pm 1}^{(k)+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(b_1^{(k)+} \pm ib_2^{(k)+}) = \frac{1}{2}[x_1 \pm ix_2 - ip_1 \pm p_2], \quad (2)$$

$$b_m^{(k)} = (b_m^{(k)+})^+, \quad m = 0, \pm 1,$$

удовлетворяющие коммутационным состояниям

$$[b_m^{(k)}, b_n^{(k')\dagger}] = \delta_{mn} \delta_{kk'}; \quad [b_m^{(k)}, b_n^{(k')}] = [b_m^{(k)+}, b_n^{(k')\dagger}] = 0.$$

Выражая компоненту $Q_0^{el} = 3Q_{\mu\nu}^{el}$ тензора электрического квадрупольного момента при помощи $b_m^{(k)+}$, $b_n^{(k)}$, получаем

$$Q_0^{el} = Q_0^{(+)} + Q_0^{(-)} + Q_0, \quad (3)$$

где

$$Q_0^{(-)} = \sum_k (b_0^{(k)2} + b_1^{(k)} b_{-1}^{(k)}), \quad Q_0^{(+)} = Q_0^{(-)\dagger}, \quad (4)$$

$$Q_0 = \sum_k (2b_0^{(k)+} b_0^{(k)} - b_1^{(k)+} b_1^{(k)} - b_{-1}^{(k)+} b_{-1}^{(k)}).$$

Аналогично для оператора углового момента получаем

$$L_0 = L_{12} = \sum_k (b_1^{(k)+} b_1^{(k)} - b_{-1}^{(k)+} b_{-1}^{(k)}),$$

$$L_+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (L_{23} + i L_{31}) = \sum_k (b_0^{(k)+} b_{-1}^{(k)} - b_1^{(k)+} b_0^{(k)}), \quad (5)$$

$$L_- = (L_+)^+ = \sum_k (b_{-1}^{(k)+} b_0^{(k)} - b_0^{(k)+} b_1^{(k)}).$$

Как было упомянуто выше, операторы L_k , $k = 0, \pm 1$ выделяют группу вращения $O(3)$. Легко проверить, что L_k вместе с Q_0 и с операторами

$$Q_1 = [L_+, Q_0], \quad Q_2 = [L_+, Q_1], \quad Q_{-m} = Q_m^+$$

также образуют замкнутую алгебру, локально изоморфную алгебре Ли группы $SU(3)$. С другой стороны, операторы L_k вместе с

$$Q_0^{(N)} = Q_0^{(+)} + Q_0^{(-)}$$

и с операторами

$$Q_1^{(N)} = [L_+, Q_0^{(N)}], \quad Q_2^{(N)} = [L_+, Q_1^{(N)}], \quad Q_{-m}^{(N)} = Q_m^{(N)+}$$

генерируют некомпактную группу $SL(3, R)$. Наконец, если рассматривать Q_m , $Q_m^{(+)}$ и $Q_m^{(-)}$ как независимые генераторы, то легко убедиться, что они вместе с L_k и со скалярными операторами

$$H^{(-)} = \sum (b_0^{(k)2} + 2b_1^{(k)} b_{-1}^{(k)}), \quad H^{(+)} = H^{(-)+}, \quad (6)$$

$$H^{(0)} = \sum_{k,m} (b_m^{(k)+} b_m^{(k)}) = \sum_k (p^{(k)2} + x^{(k)2})$$

генерируют некомпактную симплектическую группу $Sp(3, 3)$, которая, таким образом, содержит все вышеперечисленные группы ($SU(3)$, $SL(3, R)$ и $O(3) \times T_3$) в качестве подгрупп. Интересно отметить, что среди генераторов $Sp(3, 3)$ находим оператор $H^{(0)}$, совпадающий с гамильтонианом N невзаимодействующих частиц, находящихся в осцилляторном потенциале.

Роль группы $Sp(3, 3)$ как полной динамической группы гармонического осциллятора была выяснена давно^{/10/}. В работе^{/11/} были высказаны некоторые соображения, что для ядерных систем $Sp(3, 3)$ является наиболее подходящей динамической группой, позволяющей описать как ротационные, так и вибрационные движения в ядрах. Поскольку из ее генераторов можно построить также электрический квадрупольный оператор, ясно, что она в состоянии также дать информацию о вероятностях $E2$ -переходов между уровнями системы.

Если $Sp(3, 3)$, действительно, является динамической группой (или еще группой, порождающей спектр) для данного ядра, то все состояния этого ядра должны объединяться в одном мультиплете $Sp(3, 3)$. Взаимодействие между нуклонами приводит к нарушению $Sp(3, 3)$ -симметрии, и состояния мультиплета расщепляются по энергиям. Чтобы ответить на вопрос, каким образом происходит это расщепление, напомним, что в спектрах деформированных ядер наблюдаются ротационные полосы. С другой стороны, известно, что состояния конечных ротационных полос объединяются в одном мультиплете $SU(3)$, который расщепляется, например, из-за $Q-Q$ -взаимодействия. Таким образом, если верить, что ротационные полосы, наблюдаемые в ядерных спектрах, являются конечными, кажется естественным рассмотреть следующее разложение $Sp(3, 3)$ по подгруппам:

$$Sp(3, 3) \supset SU(3) \supset O(3). \quad (7)$$

Такое разложение предполагает, что взаимодействие между нуклонами приводит сначала к расщеплению неприводимого представления $Sp(3, 3)$ на мультиплеты $SU(3)$, которые, в свою очередь, распадаются на состояния с определенным угловым моментом. Операторами, нарушающими $Sp(3, 3)$ -симметрию до $SU(3)$, являются оператор H_0 (гамильтониан

невзаимодействующих частиц в осцилляторном поле) и квадратичный и кубичный операторы Казимира групп $SU(3)$:

$$C_2 = Q_{\mu\nu} Q_{\mu\nu} + L_{\mu\nu} L_{\mu\nu} ,$$

$$C_3 = Q_{\mu\nu} (Q_{\mu\lambda} Q_{\nu\lambda} + L_{\mu\lambda} L_{\nu\lambda}) .$$

В свою очередь, мультиплеты $SU(3)$ расщепляются на состояния с определенным угловым моментом взаимодействием типа $Q^2 = Q_{\mu\nu} Q_{\mu\nu}$ или типа Ω_1 и Ω_2 , которые рассмотрены в [12].

Имеется, конечно, и другая альтернатива нарушения $Spr(3,3)$ -симметрии, определяемая разложением

$$Spr(3,3) \supset SL(3,R) \supset O(3) . \quad (8)$$

Нам, однако, кажется, что способ нарушения (7) более близок к экспериментальной ситуации. Конечно, критерием справедливости той или другой версий будет сравнение вычисленных с их помощью вероятностей $B(E2)$ -переходов с наблюдаемыми.

3. Рассмотрим теперь, имеет ли место в действительности схема нарушений $Spr(3,3)$ -симметрии. Сначала выясним область возможной применимости схемы. Во-первых, поскольку унитарные неприводимые представления $SU(3)$, на которые распадается мультиплет $Spr(3,3)$, содержат только целочисленные значения углового момента, мы должны ограничиться ядрами, в которых спин не играет существенной роли. Во-вторых, мы должны ограничиться теми ядрами, где преобладающими являются электрические квадрупольные переходы. Обоим этим условиям удовлетворяют низколежащие возбужденные состояния деформированных чётно-чётных ядер.

Возникает вопрос: выделяются ли на самом деле в спектрах деформированных чётно-чётных ядер совокупности состояний, которые могут быть, хотя бы формально, объединены в одном или нескольких мультиплеттах $SU(3)$? Чтобы ответить на этот вопрос, напомним сначала, какие состояния содержатся в одном мультиплетте $SU(3)$, заданном, к примеру, элиотовскими λ и μ . В данном (λ, μ) -мультиплетте состояния определяются тремя квантовыми числами: l (угловой момент), m (третья

проекция момента) и K (дополнительное квантовое число, различающее состояния с одинаковым l). Допустимые значения этих чисел следующие:

$$K = \mu, \mu - 2, \dots, 0 \quad \text{или} \quad 1$$

$$l = \begin{cases} \lambda, \lambda - 2, \dots, 0 & \text{или} \quad 1 \quad (K = 0), \\ K, K + 1, \dots, K + \lambda & (K \neq 0). \end{cases}$$

Так, например, в мультиплете $\lambda, 2$ (λ - чётное) содержатся следующие состояния:

$$l = \begin{cases} 0, 2, 4, \dots, \lambda & (K = 0), \\ 2, 3, 4, \dots, \lambda + 2 & (K = 2). \end{cases}$$

Обратимся теперь к эксперименту и рассмотрим некоторые типичные примеры спектров деформированных чётно-чётных ядер. На рис. 1 показан спектр $^{152}_{62}\text{Sm} /12/$. Видно, что состояние основной полосы и состояния γ -вибрационной полосы могут быть, по крайней мере формально, объединены в одном мультиплете типа $(\lambda, 2)$ ($\lambda \leq 8$, чётное). Состояния же β -вибрационной полосы как будто объединяются в мультиплете типа $(\lambda, 0)$. Аналогичная ситуация имеется в $^{154}_{64}\text{Gd}$, схема уровней ^{/13/} которого показана на рис. 2. Видно, что все состояния данного изотопа, кроме состояний отрицательной чётности, которые нами не рассматриваются, объединяются в два чётко выделяющихся мультиплета типа $(\lambda, 0)$ и один мультиплет типа $(\lambda, 2)$. Список этих примеров может быть значительно расширен. Так, например, все состояния положительной чётности $^{166}_{68}\text{Er}$ (рис. 3) объединяются в одном мультиплете типа $(\lambda, 2)$, нижайшие уровни $^{188}_{78}\text{Pt}$, $^{190}_{78}\text{Pt}$ и $^{192}_{78}\text{Pt}$ (рис. 4) также могут быть объединены в мультиплетах типа $(\lambda, 2)$ и т.д.. Приведенные примеры являются типичными для всех деформированных чётно-чётных ядер.

Надо отметить, что в большинстве случаев наблюдаются мультиплеты типа $(\lambda, 0)$ и $(\lambda, 2)$. В некоторых случаях, как, например, $^{158}_{60}\text{Dy} /14/$, $^{160}_{60}\text{Dy} /15/$ и др., можно также выделить мультиплеты типа $(\lambda, 4)$, т.е.

наблюдаются ротационные полосы с $K^\pi = 0^+, 2^+, 4^+$. Отметим также, что квантовое число λ должно быть достаточно велико. Это обусловлено тем, что λ определяет максимальное значение углового момента, встречающегося в основной полосе, а, как показывает эксперимент, в основной полосе встречаются состояния с довольно высоким значением момента (вплоть до $l_i = 22$).

Некоторую неудовлетворенность вызывает обстоятельство, что значения λ и μ не очень четко определяются экспериментальными данными. Укажем, однако, что приведенные матричные элементы квадрупольного оператора $SU(3)$ для больших λ и малых μ слабо зависят от λ и μ . Поэтому получаемые результаты для $B(E2)$ -переходов будут слабо чувствительны к выбору λ, μ .

Разумеется, объединение низколежащих состояний деформированных чётно-чётных ядер в мультиплетных $SU(3)$ пока остается формальным. Оно приобретает физический смысл только в том случае, если способствует объяснению энергетического спектра и вероятности $E2$ -переходов рассматриваемого ядра. Рассмотрение этих вопросов, однако, выходит за рамки настоящей работы.

Автор выражает благодарность Г.Н. Афанасьеву и И.Н. Михайлову за ценные обсуждения, а также профессору В.Г. Соловьеву - за постоянное внимание к работе.

Литература

1. A. Bohr. Kong. Danske Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Medd., 26, 14 (1952). (Перевод в ПСФ, 9, 9 (1955)).
2. A. Bohr, B. Mottelson. Kong. Danske Vidensk. Selsk. Mat.-Fys., Medd., 27, 16 (1953). (Перевод в ПСФ, 9, 34 (1955)).
3. А.С. Давыдов, Г.Ф. Филиппов. ЖЭТФ, 35, 440 (1958).
4. А.С. Давыдов, В.И. Овчаренко. ЯФ, 20, 499 (1966).
5. А.С. Давыдов. Возбужденные состояния атомных ядер, Атомиздат, М., 1967.
6. A. Faessler, W. Greiner. Z. für Phys., 168, 425 (1962); 170, 105 (1962); 177, 190 (1964).
7. A. Faessler, W. Greiner, R.K. Sheline. Nucl. Phys., 70, 33 (1965).

8. L.Weaver, L.C.Biedenharn. Phys.Lett., 32B, 326 (1970).
9. H. Ui. Progr.Theor.Phys., 44, 153 (1970).
10. S.Gashen (Goldstein), H.J.Lipkin. Ann. of Phys., 6, 301 (1959),
11. Г.Н. Афанасьев, И.Н. Михайлов, П.П. Райчев. ЯФ, 14, 734 (1971).
12. A.Aguili, R.Cesaro, N.Giovanini. Nuovo Cim., 52, 20 (1969).
13. R.A.Meyer. Phys.Rev., 170, 1089 (1968).
14. А.А. Абдуразаков, Ж. Желев, В.Г. Калинин, Я. Липтак, Ф. Молнар, Я. Урбанец. Изв. АН СССР, сер.физ., 32, 749 (1968).
15. Н.А. Бонч-Осмоловская, Я. Врзал, Е.П. Григорьев, Я. Липтак, Г. Пфреппер, Я. Урбанец, Д. Христов. Изв. АН СССР, сер.физ., 32, 98 (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел
16 мая 1972 года.

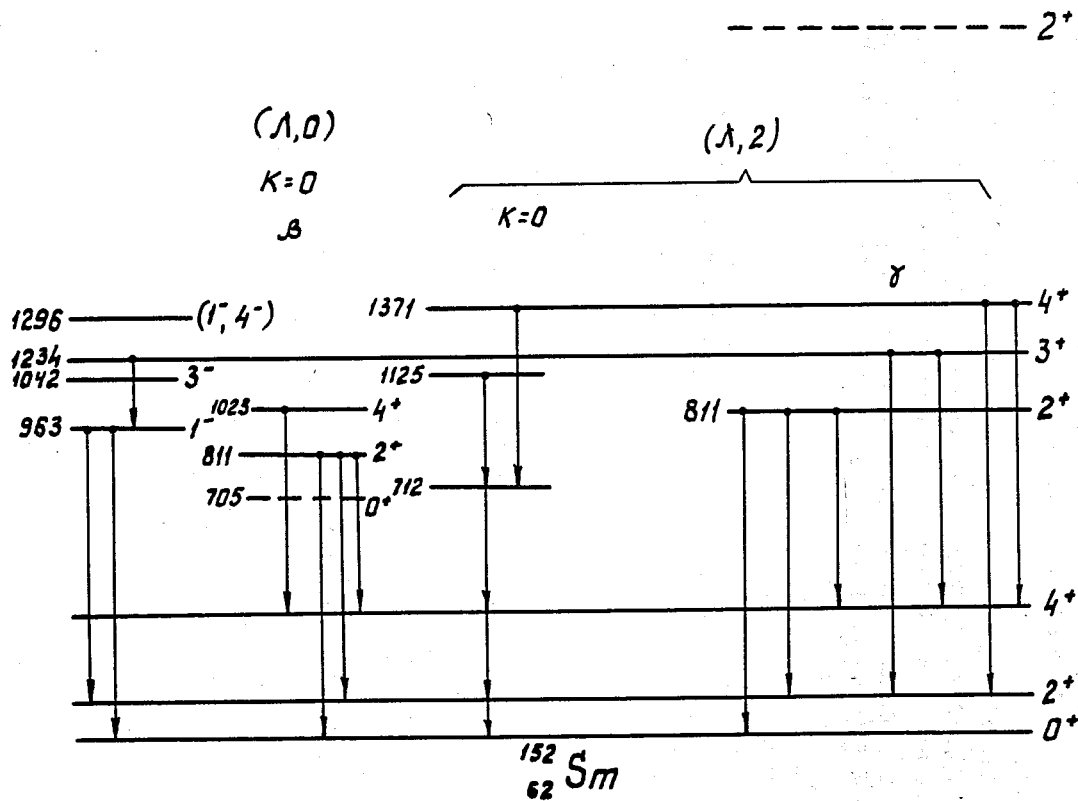


Рис. 1

$$3^- \frac{1790,78}{}$$

$$2^- \frac{1719,68}{K^{\pi}=2^-}$$

$$4^- \frac{1559,68}{}$$

$$1^- \frac{(1509)}{}$$

$$\frac{}{K^{\pi}=1^-}$$

(Λ , 2)

$$4^+ \frac{1263}{}$$

$$3^+ \frac{1127}{}$$

$$4^+ \frac{104765}{}$$

$$2^+ \frac{996}{K^{\pi}=2^+}$$

$$2^+ \frac{815,55}{}$$

$$6^+ \frac{717,96}{}$$

$$0^+ \frac{680,71}{K^{\pi}=0}$$

(Λ , 2)

$$4^+ \frac{371,18}{}$$

$$2^+ \frac{123,14}{}$$

$$0^+ \frac{0}{} \begin{matrix} 154 \\ 64 \end{matrix} Gd$$

$$4^+ \frac{1790,4}{}$$

$$3^+ \frac{1660,94}{} \frac{1698}{} 4^+$$

$$2^+ \frac{1531}{K^{\pi}=2^+}$$

$$\frac{1418}{} 2^+$$

$$\frac{1292,75}{K^{\pi}=0^+} 0^+$$

Рис. 2

1200 y 67 Ho¹⁶⁶₉₉ (7-)

log %

5.0- } 16

7.9 } 74

8.1- }

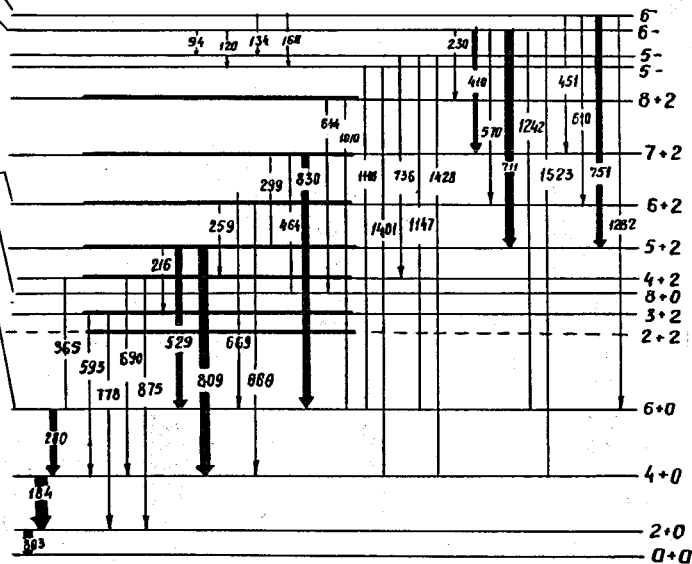
8.4 }

13.3 26 ± 0.5

14.1 1.4 ± 0.2

14.0 6.1 ± 0.2

ИПК



1824.4 ± 2.0

1784.0 ± 2.0

1691.5 ± 1.0

1664.0 ± 2.0

1553.8 ± 1.0

1373.7 ± 0.5

1214.0 ± 0.4

1073.6 ± 0.4

954.9 ± 0.3

909.0 ± 0.4

858.0 ± 0.3

787

544.1 ± 0.2

264.5 ± 0.1

80.3 ± 0.1

68 Et¹⁶⁶₉₈

Рис. 3

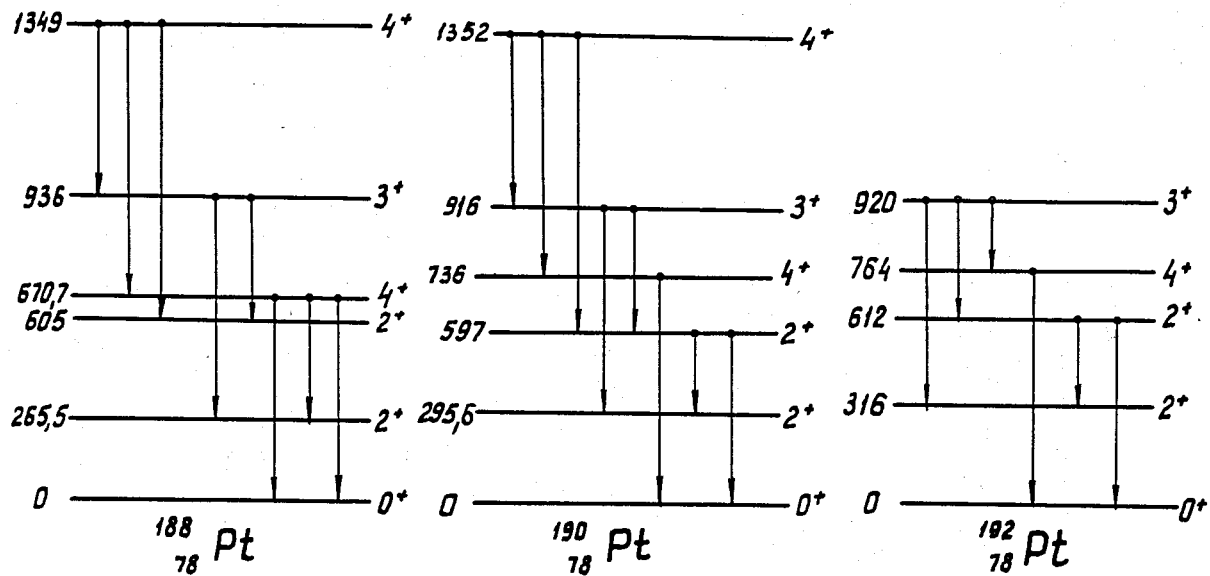


Рис. 4