ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 6367

Н.И. Пятов, М.И. Черней

РОТАЦИОННАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ, МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ И 1^+-СОСТОЯНИЯ В ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1972

Р4 - 6367

Н.И.Пятов, М.И. Черней*

РОТАЦИОННАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ, МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ И 1^{+}-СОСТОЯНИЯ В ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

Направлено в ЯФ

* Институт прикладной физики АН МССР (г. Кишинев)

Пятов Н.И., Черней М.И. P4-6367

Ротационная инвариантность, моменты инерции и I^+ -состояния в деформированных ядрах

С помощью метода Маршалека и Венезера восстанавливается в бозонном приближении ротационная инвариантность гамильтонианов, используемых для описания деформированных ядер. Установлена связь между моментом инерции системы и свойствами I^+ -возбуждений в ней.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1972

Pyatov N.I., Chernej M.I. P4-6367

Rotational Invariance, Inertia Moments and I^+ States in Deformed Nuclei

Rotational invariance of the Hamiltonians, used for description of deformed nuclei, is reconstructed in the boson approximation with the aid of the Marshalek and Weneser method. Connection is established between the inertia moment of the system and the properties of I^+ excitations in it.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1972

Введение

Гамильтонианы, используемые для описания одночастичного и коллективного движений в деформированных ядрах, обычно не являются ротационно-инвариантными, т.е. не коммутируют с компонентами оператора углового момента ядра I_μ $(\mu = \pm 1)$ во внутренней системе координат. Физически это означает, что среди внутренних возбуждений системы с проекцией момента и чётностью $K^\pi = 1^+$ должно содержаться одно нефизическое ("духовое") состояние, принадлежащее коллективной вращательной ветви. Для выделения "духового" состояния в последние годы были предложены методы введения дополнительных остаточных взаимодействий, силовой параметр которых определяется из условия, чтобы это состояние имело нулевую энергию[1,2].

В работе[1] использовались остаточные центробежные взаимодействия, силовой параметр которых совпадает с обратным моментом инерции системы при условии отделения "духового" состояния. В работе[2] вводились остаточные квадрупольные силы с проекцией квадрупольного момента $m = \pm 1$.

Выбор таких квадрупольных взаимодействий нам представляется более естественным, поскольку они дополняют обычно используемые квадрупольные силы с $m = 0, \pm 2$. Момент инерции системы в этом случае получается из условия сохранения углового момента.

В данной работе для отделения "духового" состояния и восстановления ротационной инвариантности внутреннего гамильтониана используется более простой, чем в работе /2/, метод, предложенный Маршалеком и Венезером /3/. Этот метод позволяет восстановить ротационную инвариантность в квазибозонном приближении и установить некоторые общие соотношения между одночастичными матричными элементами оператора углового момента и мультипольного оператора эффективных остаточных взаимодействий (не обязательно квадрупольных), справедливые в любой одночастичной модели и инвариантные при включении любых дополнительных остаточных взаимодействий. При этом оказывается, что секулярное уравнение для частот физических 1^+ -возбуждений в статическом пределе $(\omega \to 0)$ определяет функциональную структуру момента инерции системы при включении любых остаточных взаимодействий.

Ротационная инвариантность в методе случайной фазы

Для простоты рассмотрим систему тождественных нуклонов в некотором аксиально-симметричном среднем поле, взаимодействующих посредством остаточных сил. Часть гамильтониана системы H_{sp}, описывающая одночастичное движение, при этом не сохраняет полного углового момента, т.е. не коммутирует с его проекциями $I_\pm$ на внутренние оси координат. Относительно остаточных взаимодействий полагаем, что они могут быть факторизованы, т.е.

$$H_{res} = - \kappa \, Y^+_{\lambda\mu} \; Y_{\lambda\mu} \,, \tag{1}$$

где $Y_{\lambda\mu}$ являются одночастичными мультипольными операторами (λ – четное), в частности, это может быть и обычно используемый оператор квадрупольного момента. Для дальнейшего нам не нужно конкретизировать его радиальную зависимость, но необходимы некоторые свойства симметрии одночастичных матричных элементов.

Удобно записать (1) в симметризованной форме

$$H_{res} = -\frac{1}{4}\kappa \sum_{\tau=\pm 1} \left(Y^{(\tau)}_{\lambda\mu} \right)^{+} Y^{(\tau)}_{\lambda\mu} \tag{2}$$

$$Y^{(\tau)}_{\lambda\mu} \equiv Y^{+}_{\lambda\mu} + \tau\, Y_{\lambda\mu}, \tag{2a}$$

где значениям $\tau = +1$ и -1 соответствуют эрмитов $Y^{(+)}_{\lambda\mu}$ и антиэрмитов $Y^{(-)}_{\lambda\mu}$ операторы. В представлении вторичного квантования

$$Y^{(\tau)}_{\lambda\mu} = \sum_{\nu,\nu'} \langle\nu|\, Y^{(\tau)}_{\lambda\mu}\, |\nu'\rangle\, a^{+}_{\nu}\, a_{\nu'}\,, \tag{3}$$

где a^{+}_{ν} и a_{ν} – операторы рождения и уничтожения частицы в состоянии $|\nu\rangle$, соответственно.

Обозначим через $|\tilde{\nu}\rangle$ состояние, сопряженное по времени $|\nu\rangle$. Тогда матричные элементы в (3) обладают следующими свойствами симметрии:

$$q^{(\tau)}_{\nu\nu'} \equiv \langle\nu|\, Y^{(\tau)}_{\lambda\mu}\, |\nu'\rangle = \tau \langle\tilde{\nu}|\, Y^{(\tau)}_{\lambda\mu}\, |\tilde{\nu}'\rangle = \tau\, \langle\nu'|\, Y^{(\tau)}_{\lambda\mu}\, |\nu\rangle \tag{4a}$$

$$q^{(\tau)}_{\tilde{\nu}\nu'} \equiv \langle\tilde{\nu}|\, Y^{(\tau)}_{\lambda\mu}\, |\nu'\rangle = -\tau \langle\nu|\, Y^{(\tau)}_{\lambda\mu}\, |\tilde{\nu}'\rangle = \tau \langle\nu'|\, Y^{(\tau)}_{\lambda\mu}\, |\tilde{\nu}\rangle. \tag{4б}$$

Отметим, что матричные элементы $q^{(+)}$ и $q^{(-)}$ различаются только фазой, т.е. $|q^{(+)}| = |q^{(-)}|$.

В случае $|\mu|=1$ матричные элементы (4б) существуют только между одночастичными состояниями с проекцией углового момента на ось симметрии $K = 1/2$, причём все диагональные матричные элементы равны нулю.

Проведем каноническое (u, v) –преобразование Боголюбова /4/ к квазичастицам и разделим $Y^{(\tau)}_{\lambda\mu}$ на одноквазичастичный и квазибозонный члены

$$Y^{(\tau)}_{\lambda\mu} = (Y^{(\tau)}_{\lambda\mu})_B + (Y^{(\tau)}_{\lambda\mu})_A \tag{5}$$

$$(Y^{(\tau)}_{\lambda\mu})_B = \sum_{\nu>0} q^{(\tau)}_{\nu\nu} v^2_\nu (1+\tau)\,\delta_{\mu,0} +$$

$$+ \sum_{\nu,\nu'>0} V_{\nu\nu'} [\tau q^{(\tau)}_{\nu\nu'} B^{(\tau)}_{\nu\nu'} + q^{(\tau)}_{\tilde{\nu}\nu'} \bar{B}^{(\tau)}_{\nu\nu'}] \tag{5a}$$

$$(Y^{(\tau)}_{\lambda\mu})_A = \frac{1}{2}\sum_{\nu,\nu'>0} U_{\nu\nu'} \{ \tau q^{(\tau)}_{\nu\nu'} [A^{(\tau)+}_{\nu\nu'} + \tau A^{(\tau)}_{\nu\nu'}] -$$

$$- q^{(\tau)}_{\tilde{\nu}\nu'} [\bar{A}^{(\tau)+}_{\nu\nu'} + \tau \bar{A}^{(\tau)}_{\nu\nu'}] \}, \tag{5б}$$

где

$$V_{\nu\nu'} \equiv u_\nu u_{\nu'} - v_\nu v_{\nu'}$$

$$U_{\nu\nu'} \equiv u_\nu v_{\nu'} + u_{\nu'} v_\nu . \tag{6}$$

Здесь введены операторы

$$B^{(\tau)}_{\nu\nu'} = a^+_\nu a_{\nu'} + \tau\, a^+_{\tilde\nu}\, a_{\tilde\nu'}$$

$$\bar B^{(\tau)}_{\nu\nu'} = a^+_\nu a^+_{\tilde\nu'} - \tau\, a^+_{\tilde\nu}\, a_{\nu'}$$

$$A^{(\tau)}_{\nu\nu'} = a_\nu\, a_{\tilde\nu'} - \tau\, a_{\tilde\nu} a_{\nu'} \qquad (7)$$

$$\bar A^{(\tau)}_{\nu\nu'} = a_\nu a_{\nu'} + \tau\, a_{\tilde\nu}\, a_{\tilde\nu'}\,,$$

где a^+_ν и a_ν – операторы рождения и уничтожения квазичастиц, соответственно.

Учтём в системе парные корреляции и после канонического преобразования гамильтониана $H_{sp} + H_{pair}$ сохраним одноквазичастичную часть

$$H_{sp} + H_{pair} \rightarrow H_{sqp} = \sum_{\nu>0} E_\nu\, B^{(+)}_{\nu\nu}\,, \qquad (8)$$

где $E_\nu = \sqrt{\Delta^2 + (\epsilon_\nu - \Lambda)^2}$ – одноквазичастичные энергии (Δ и Λ – энергетическая щель и химпотенциал соответственно, ϵ_ν –одночастичные энергии).

Выделим коллективную ветвь возбуждений, связанную с взаимодействием (2). В квазибозонном приближении полный гамильтониан в этом случае можно записать в виде

$$H = const + H_{sqp} + H_{coll} \qquad (9)$$

$$H_{coll} = -\frac{1}{4}\,\kappa \sum_{\tau=\pm1} \tau\, (Y^{(\tau)}_{\lambda\mu})^2_A\,. \qquad (9a)$$

Диагонализуем (9), приведя его к форме [3]

$$H = const + \frac{1}{2}\sum_{\tau,k} \{ (\mathcal{P}_k^{(\tau)})^2 + \omega_k^2 (\mathcal{L}_k^{(\tau)})^2 \} . \qquad (10)$$

Операторы $\mathcal{P}_k^{(\tau)}$ и $\mathcal{L}_k^{(\tau)}$ предполагаются эрмитовскими и удовлетворяют коммутационным соотношениям:

$$[\mathcal{L}_k^{(\tau)}, \mathcal{P}_{k'}^{(\tau')}] = i\delta_{\tau\tau'}\delta_{kk'}$$
$$[\mathcal{L}_k^{(\tau)}, \mathcal{L}_{k'}^{(\tau')}] = [\mathcal{P}_k^{(\tau)}, \mathcal{P}_{k'}^{(\tau')}] = 0 . \qquad (11)$$

Собственные частоты коллективных колебаний ω_k являются решениями следующих уравнений движения

$$[H, \mathcal{P}_k^{(\tau)}] = i\omega_k^2 \mathcal{L}_k^{(\tau)}$$
$$[H, \mathcal{L}_k^{(\tau)}] = -i\mathcal{P}_k^{(\tau)}. \qquad (12)$$

Спектр собственных значений оказывается двукратно вырожденным ($\tau = \pm 1$), что соответствует инвариантности гамильтониана относительно обращения времени.

Имея в виду, что в квазибозонном приближении операторы $A_{\lambda\lambda'}^{(\tau)}$ удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$[A_{\nu\nu'}^{(\tau)}, A_{\lambda\lambda'}^{(\tau')+}] \cong 2\delta_{\tau\tau'}(\delta_{\nu\lambda}\delta_{\nu'\lambda'} + \tau\delta_{\nu\lambda'}\delta_{\nu'\lambda}), \qquad (13)$$

ищем операторы $\mathcal{P}_k^{(\tau)}$ и $\mathcal{L}_k^{(\tau)}$ в виде x/

$$\mathcal{P}_k^{(\tau)} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sum_{\nu,\nu'>0} \psi_{\nu\nu'}^{(\tau)}(k)\,[\,A_{\nu\nu'}^{(\tau)+} + A_{\nu\nu'}^{(\tau)}\,]$$

$$\mathcal{L}_k^{(\tau)} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \sum_{\nu,\nu'>0} \phi_{\nu\nu'}^{(\tau)}(k)\,[\,A_{\nu\nu'}^{(\tau)+} - A_{\nu\nu'}^{(\tau)}\,], \tag{14}$$

где ψ и ϕ – двухквазичастичные амплитуды, удовлетворяющие условиям ортонормировки

$$\sum_{\nu,\nu'>0} \phi_{\nu\nu'}^{(\tau)}(k)\,\psi_{\nu\nu'}^{(\tau)}(k') = \delta_{kk'}$$

$$\sum_k \psi_{\nu\nu'}^{(\tau)}(k)\,\phi_{\mu\mu'}^{(\tau)}(k) = \frac{1}{2}(\delta_{\mu\nu}\,\delta_{\mu'\nu'} + \tau\,\delta_{\mu\nu'}\,\delta_{\mu'\nu}). \tag{15}$$

Опуская детали решения уравнений (12), приведем конечное секулярное уравнение

$$\omega^2 \sum_{k\,\nu,\nu'>0} \frac{q_{\nu\nu'}^2\,U_{\nu\nu'}^2}{E_{\nu\nu'}(E_{\nu\nu'}^2 - \omega_k^2)} = 0, \tag{16}$$

где $E_{\nu\nu'} = E_\nu + E_{\nu'}$.

Уравнение (16) автоматически содержит одно решение $\omega_k \equiv \omega_0 = 0$, однако при этом на константу κ наложено условие

x/ Для упрощения записи в дальнейшем во всех выражениях опускаются члены с операторами $\bar{A}_{\nu\nu'}^{(\tau)}$, но в конечных формулах соответствующие им вклады учитываются суммированием по состояниям с $K=1/2$.

$$\kappa^{-1} = \sum_{\nu,\nu'>0} \frac{q^{2}_{\nu\nu'}\,\dot{U}^{2}_{\nu\nu'}}{E_{\nu\nu'}} . \tag{17}$$

Отметим, что "духовое" состояние с $\omega_0 = 0$ содержится только среди решений, соответствующих $r = -1$, т.е. среди нечётных по отношению к временному сопряжению состояний. Приведем соответствующие ему амплитуды.

$$\psi^{(-)}_{\nu\nu'}(0) = \frac{1}{\sqrt{Z_0}} \; \frac{U_{\nu\nu'}\, q^{(-)}_{\nu\nu'}}{E_{\nu\nu'}}$$

$$\phi^{(-)}_{\nu\nu'}(0) = \frac{1}{\sqrt{Z_0}} \; \frac{U_{\nu\nu'}\, q^{(-)}_{\nu\nu'}}{E^{2}_{\nu\nu'}} \tag{18}$$

$$Z_0 \equiv \sum_{\nu,\nu'>0} E^{-3}_{\nu\nu'}\, U^{2}_{\nu\nu'}\, q^{2}_{\nu\nu'} . \tag{18a}$$

До сих пор мы не касались проблемы ротационной инвариантности гамильтониана (9). Рассмотрим оператор углового момента системы, вращающейся вокруг одной из осей, перпендикулярных оси симметрии, например, вокруг оси x :

$$I_x = \sum_{\nu\nu'} \langle \nu \mid i_x \mid \nu' \rangle \, a^{+}_{\nu}\, a_{\nu'} . \tag{19}$$

Выделим из него квазибозонную часть, которую запишем через операторы (11).

$$(I_x)_A = \sqrt{2} \sum_k I_k \mathcal{P}_k^{(-)} \tag{20}$$

$$I_k \equiv \sum_{\nu,\nu'>0} i_{\nu\nu'} L_{\nu\nu'} \phi^{(-)}_{\nu\nu'}(k) , \tag{20a}$$

где через $i_{\nu\nu'}$ обозначен матричный элемент оператора i_x, а $L_{\nu\nu'} = u_\nu v_{\nu'} - u_{\nu'} v_\nu$. Очевидно, что $(I_x)_A$ коммутирует с гамильтонианом (10), если он пропорционален оператору $\mathcal{P}_0^{(-)}$, т.е.

$$(I_x)_A = \sqrt{J_0}\ \mathcal{P}_0^{(-)}, \tag{21}$$

где коэффициент пропорциональности может быть найден из решения уравнений:

$$\begin{gathered}[H, \mathfrak{L}_0^{(-)}] = -\frac{i}{\sqrt{J_0}} (I_x)_A \\ [(I_x)_A, \mathfrak{L}_0^{(-)}] = -i\sqrt{J_0}\ .\end{gathered} \tag{22}$$

Решая эти уравнения, находим

$$J_0 = 2 \sum_{\nu,\nu'>0} \frac{L^2_{\nu\nu'} i^2_{\nu\nu'}}{E_{\nu\nu'}} , \tag{23}$$

т.е. J_0 совпадает с выражением для момента инерции в крэнкинг-модели со спариванием /5/. При этом на выбор матричных элементов

$q^{(\tau)}_{\nu\nu'}$ наложено ограничение: они должны удовлетворять следующей системе уравнений

$$U_{\nu\nu'}\, q^{(\tau)}_{\nu\nu'} = -\frac{1}{2}\,\tau\sqrt{\frac{2Z_0}{J_0}}\; E_{\nu\nu'}\; L_{\nu\nu'}\; i^{(\tau)}_{\nu\nu'}\,, \tag{24}$$

где

$$i^{(\tau)}_{\nu\nu'} \equiv \langle\nu\,|\, i_+ - \tau\, i_- \,|\,\nu'\rangle . \tag{24a}$$

Система уравнений (24) должна выполняться для любого среднего поля[x/].

Вычислив матричные элементы $i^{(\tau)}_{\nu\nu'}$, можно восстановить матричные элементы эффективного взаимодействия (2) с точностью до постоянного для всех них фактора. Уравнения (24) могут быть решены итерационным методом и дают точное решение уже в первой итерации, поскольку подстановка (24) в (18а) дает тождество. Отметим также, что, поскольку из условия ротационной инвариантности для произвольного среднего поля матричные элементы $q^{(\tau)}_{\nu\nu'}$ могут быть найдены с точностью до постоянного для всех них фактора, то и константа κ также может быть определена из уравнения (17) с точностью до фактора (т.е. можно определить, например, зависимость κ от деформации, но не абсолютную величину).

Используя (24), перепишем секулярное уравнение (16) в виде:

$$\omega_k^2\; J(\omega_k) \equiv \omega_k^2 \sum_{\nu,\nu' > 0} \frac{2\,E_{\nu\nu'}\; L^2_{\nu\nu'}\; i^2_{\nu\nu'}}{E^2_{\nu\nu'} - \omega_k^2} = 0\,. \tag{25}$$

---

x/ В частности, в случае модели Нильссона /6/ уравнения (24) удовлетворяются при выборе /2/

$$q_{\nu\nu'} = \langle\nu\,|\, r^2\, \mathcal{Y}_{2,1} \,|\,\nu'\rangle .$$

Отметим характерную особенность функции $J(\omega_k)$, а именно:

$$J(\omega_k = 0) \equiv J_0 . \tag{26}$$

С помощью соотношения (21) "духовая" часть гамильтониана (9) принимает вид вращательной энергии

$$H_{spur} = \frac{1}{2J_0} (I_x)^2_A , \tag{27}$$

что совпадает с результатом Маршалека и Венезера[3].

Физические 1^+ –состояния с $\omega_k \neq 0$ могут быть определены как однофононные

$$Q_k^{(r)+} |0> = \{ \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \mathcal{P}_k^{(r)} + i \sqrt{\frac{\omega_k}{2}} \mathcal{L}_k^{(r)} \} |0> \tag{28}$$

$$Q_k^{(r)} |0> = 0 ; [Q_k^{(r)} , Q_{k'}^{(r')+}] = \delta_{rr'} \delta_{kk'} , \tag{28a}$$

причём амплитуды ψ и ϕ имеют вид

$$\psi^{(-)}_{\nu\nu'}(k) = \frac{1}{2\sqrt{Z(\omega_k)}} \frac{E^2_{\nu\nu'} L_{\nu\nu'} i^{(-)}_{\nu\nu'}}{E^2_{\nu\nu'} - \omega^2_k}$$

$$\phi^{(-)}_{\nu\nu'}(k) = E^{-1}_{\nu\nu'} \psi^{(-)}_{\nu\nu'}(k) \tag{29a}$$

$$\psi^{(+)}_{\nu\nu'}(k) = -\frac{1}{2\sqrt{Z(\omega_k)}} \frac{\omega_k E_{\nu\nu'} L_{\nu\nu'} i^{(+)}_{\nu\nu'}}{E^2_{\nu\nu'} - \omega^2_k} \tag{29б}$$

$$\phi^{(+)}_{\nu\nu'}(k) = E_{\nu\nu'} \omega^{-2}_k \psi^{(+)}_{\nu\nu'}(k)$$

$$Z(\omega_k) \equiv \sum_{\nu\nu'>0} \frac{E^3_{\nu\nu'} \; L^2_{\nu\nu'} \; j^2_{\nu\nu'}}{(E^2_{\nu\nu'} - \omega^2_k)^2} \; . \tag{29в}$$

Вид амплитуд (29) лишний раз подтверждает, что "духовое" состояние с $\omega_k = 0$ содержится лишь среди решений с $r = -1$. Для всех остальных состояний с $\omega_k \neq 0$ состояния (28) с $r = +1$ являются полностью равноправными. Подчеркнем, что условие ротационной инвариантности позволяет исключить из конечных результатов (25), (28), (29) все "следы" первоначально введенного эффективного взаимодействия (2).

Переход к системе из нетождественных нуклонов (нейтронов и протонов) оставляет неизменными все полученные результаты при выборе

$$K_{nn} = K_{pp} = K_{np} \equiv K \; . \tag{30}$$

При этом суммирование в уравнениях (23), (25) и (29в) пробегает по нейтронным и протонным состояниям.

Эффекты спин-спиновых и спин-квадрупольных взаимодействий

Известно, что остаточные спин-спиновые взаимодействия играют важную роль в формировании магнитного дипольного резонанса (1^+) в атомных ядрах [7]. Спин-квадрупольные взаимодействия могут сильно влиять на свойства низколежащих 0^+ состояний в деформированных ядрах [8]. Учёт этих взаимодействий приводит также к изменению величины момента инерции [1,2,9].

Модельное спин-спиновое взаимодействие можно записать в виде [7]

$$H_\sigma = \frac{1}{4} k_\sigma \sum_{\tau=\pm} (F_\sigma^{(\tau)})^+ F_\sigma^{(\tau)} \tag{31}$$

$$F_\sigma^{(\tau)} = \sum_{\nu,\nu'} \langle \nu | \sigma_+ - \tau \sigma_- | \nu' \rangle a_\nu^+ a_{\nu'} , \tag{31a}$$

где $\sigma_\pm$ – спиновые матрицы Паули. В (31) предполагается, что радиальные матричные элементы взаимодействия постоянны и включены в константу связи. В общем случае κ_σ зависит от изотопического спина и может быть определена из расчётов магнитных моментов ядер [7,10].

Имея в виду свойства симметрии матричных элементов

$$\sigma_{\nu\nu'}^{(\tau)} \equiv \langle \nu | \sigma_+ - \tau \sigma_- | \nu' \rangle = \tau \langle \tilde{\nu} | \sigma_+ - \tau \sigma_- | \tilde{\nu}' \rangle = \tag{32}$$

$$= - \tau \langle \nu' | \sigma_+ - \tau \sigma_- | \nu \rangle ,$$

выделим квазибозонную часть оператора $F_\sigma^{(\tau)}$:

$$F_\sigma^{(\tau)} = (F_\sigma^{(\tau)})_B + (F_\sigma^{(\tau)})_A \tag{33}$$

$$(F_\sigma^{(\tau)})_B = \sum_{\nu,\nu'>0} \tau \sigma_{\nu\nu'}^{(\tau)} M_{\nu\nu'} B_{\nu\nu'}^{(\tau)} ;$$

$$(M_{\nu\nu'} \equiv u_\nu u_{\nu'} + v_\nu v_{\nu'}) \tag{33a}$$

$$(F_\sigma^{(\tau)})_A = \frac{1}{2} \sum_{\nu\nu'>0} \tau \sigma_{\nu\nu'}^{(\tau)} L_{\nu\nu'} [A_{\nu\nu'}^{(\tau)+} - \tau A_{\nu\nu'}^{(\tau)}] . \tag{33б}$$

Следуя изложенной в предыдущем разделе схеме решения, получим следующие результаты при включении в (9) H_σ .

а) Секулярное уравнение для ω_k :

$$\omega_k^2 J_\sigma(\omega_k) \equiv \omega_k^2 \{ J(\omega_k) - \frac{\kappa_\sigma X^2(\omega_k)}{1+\kappa_\sigma S(\omega_k)} \} = 0 \tag{34}$$

$$S(\omega_k) = \sum_{\nu,\nu'>0} \frac{E_{\nu\nu'} L^2_{\nu\nu'} \sigma^2_{\nu\nu'}}{E^2_{\nu\nu'} - \omega^2_k} \tag{34а}$$

$$X(\omega_k) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\nu,\nu'>0} \frac{E_{\nu\nu'} L^2_{\nu\nu'} \sigma^{(\tau)}_{\nu\nu'} i^{(\tau)}_{\nu\nu'}}{E^2_{\nu\nu'} - \omega^2_k} . \tag{34б}$$

Как и ранее, статический предел функции $J_\sigma(\omega_k)$ определяет момент инерции системы

$$J_\sigma = J_0 - \frac{\kappa_\sigma X^2}{1+\kappa_\sigma S} , \qquad (\omega_k = 0) \tag{35}$$

т.е. спин-спиновые взаимодействия уменьшают момент инерции системы [1,2].

Без исключения "духового" состояния уравнение для ω_k имеет вид [7]

$$1 + \kappa_\sigma S(\omega_k) = 0 . \tag{36}$$

б) Уравнения (24) принимают вид

$$U_{\nu\nu'} q^{(\tau)}_{\nu\nu'} = -\frac{1}{2}\tau \sqrt{\frac{2Z_0^{(\sigma)}}{J_\sigma}} \quad E_{\nu\nu'} L_{\nu\nu'} \; i^{(\tau)}_{\nu\nu'} \tag{37}$$

$$Z_0^{(\sigma)} \equiv Z_0 - \frac{1}{2} \frac{\kappa_\sigma X^2}{1 + \kappa_\sigma S}, \qquad (\omega_k = 0). \tag{37a}$$

Однако, поскольку выполняется тождество

$$Z_0^{(\tau)} / J_\sigma \equiv Z_0 / J_0 , \tag{38}$$

то соотношения (24) фактически остаются инвариантными при включении спин-спиновых взаимодействий.

Гамильтониан тензорных спин-квадрупольных сил можно записать в виде[/8/ x/]

$$H_{\sigma q} = -\kappa_t \sum_{\tau=\pm} (T^{(\tau)}_{\sigma q})^+ T^{(\tau)}_{\sigma q} \tag{39}$$

$$T^{(\tau)}_{\sigma q} = \sum_{\nu,\nu'} \langle \nu | f(r) (P^+_{2\mu} - \tau P_{2\mu}) | \nu' \rangle a^+_\nu a_{\nu'} \tag{39a}$$

$$P_{2\mu} \equiv \sum_{\nu=0,\pm 1} \langle 12\nu\mu-\nu | 2\mu \rangle \sigma_\nu \mathcal{Y}_{2,\mu-\nu} , \tag{39б}$$

---

x/ Радиальная функция $f(r)$ может быть выбрана по аналогии с квадрупольными взаимодействиями.

где κ_t – константа связи. Свойства симметрии матричных элементов $t^{(\tau)}_{\nu\nu'} \equiv \langle \nu | f(r) \, (P^{+}_{2\mu} - \tau P_{2\mu}) | \nu' \rangle$ приведены в /8/.

Включение $H_{\sigma q}$ в гамильтониан (9) приводит к следующим результатам.

а) Секулярное уравнение (25) принимает вид

$$\omega_k^2 J_{\sigma q}(\omega_k) \equiv \omega_k^2 \left\{ J(\omega_k) + \frac{\kappa_t G^2(\omega_k)}{1 - \kappa_t R(\omega_k)} \right\} = 0 \qquad (40)$$

$$R(\omega_k) = \sum_{\nu,\nu'>0} \frac{E_{\nu\nu'} L^2_{\nu\nu'} t^2_{\nu\nu'}}{E^2_{\nu\nu'} - \omega_k^2} \qquad (40а)$$

$$G(\omega_k) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\nu,\nu'>0} \frac{E_{\nu\nu'} L^2_{\nu\nu'} t^{(\tau)}_{\nu\nu'} i^{(\tau)}_{\nu\nu'}}{E^2_{\nu\nu'} - \omega_k^2} . \qquad (40б)$$

Особенностью уравнения (40) является то, что оно в зависимости от величины κ_t может иметь нижайшее решение $\omega_k \neq 0$ ниже порога двухквазичастичных возбуждений ,в то время как уравнения (25) и (34) всегда имеют нижайшее ненулевое решение выше этого порога.

б). Функция $J_{\sigma q}(\omega_k)$ в статическом пределе определяет момент инерции системы

$$J_{\sigma q} = J_0 + \frac{\kappa_t G^2}{1 - \kappa_t R} , \qquad (\omega_k = 0); \qquad (41)$$

Спин-квадрупольные силы приводят к возрастанию статического момента инерции системы. Оценки /9/ показывают, что при разумном выборе κ_t (из расчётов для 0^+-состояний) можно значительно улучшить результаты обычной крэнкинг-модели со спариванием /11/.

в). Соотношения (24) остаются инвариантными при включении $H_{\sigma q}$.

При одновременном включении H_σ и $H_{\sigma q}$ в (9) все выражения значительно усложняются. Поэтому мы приведем здесь только выражение для момента инерции

$$J = J_0 + \{ \kappa_t G^2 [1 + \kappa_\sigma S] - \kappa_\sigma X^2 [1 - \kappa_t R] - 2\kappa_\sigma \kappa_t G X N \} \{ 1 + \kappa_\sigma S] [1 - \kappa_t R] + \kappa_\sigma \kappa_t N^2 \}^{-1} \qquad (42)$$

$$N = \sum_{\nu,\nu' > 0} \frac{L^2_{\nu\nu'} t^{(\tau)}_{\nu\nu'} \sigma^{(\tau)}_{\nu\nu'}}{E_{\nu\nu'}} . \qquad (42a)$$

В (42) все функции вошли в статическом пределе. Степень различия J и J_0 в (42) зависит от величин κ_σ и κ_t. Отметим, что уравнения (24) по-прежнему остаются неизменными.

Заключение

Таким образом, восстановление ротационной инвариантности внутреннего гамильтониана может быть достигнуто в квазибозонном приближении введением эффективных остаточных взаимодействий, что приводит к выделению коллективных 1^+-возбуждений в системе. "Духовая" ветвь этих возбуждений имеет структуру вращательной энергии. Условие ротационной инвариантности позволяет исключить все характеристики эффективных взаимодействий из уравнений для описания физических 1^+-возбуждений и получить выражение для статического момента инерции. При необходимости матричные элементы эффективного взаимодействия могут быть восстановлены для любого среднего поля из соответствующих уравнений, связывающих их с матричными элементами оператора углового момента.

В заключение авторы выражают признательность сотрудникам Отдела теории ядра за полезное обсуждение работы.

Литература

1. Б.Л. Бирбраир. ЯФ, 5, 746 (1967); Nucl.Phys., A108, 449 (1968).

2. В.М. Михайлов. Изв. АН СССР, сер.физ., 34, 840 (1970).

3. E.R.Marshalek and J.Weneser. Ann.Phys., 53,569 (1969).

4. Н.Н. Боголюбов, В.В. Толмачёв, Д.В. Ширков. Новый метод в теории сверхпроводимости. Изд. АН СССР, М., 1958.

5. S.T.Belyaev. Mat.Fys.Medd.Dan.Vid.Selsk., 31, No. 11 (1959).

6. S.G.Nilsson. Kgl.Dan.Vid.Selsk., Mat.-Fys.Medd., 29, No. 16 (1955) (перевод в сб. "Деформация атомных ядер", ИИЛ, М., стр. 232, 1958.

7. С.И. Габраков, А.А. Кулиев, Н.И. Пятов. ЯФ, 12 , 82 (1970).
S.I.Gabrakov, A.A.Kuliev, N.I.Pyatov, D.I.Salamov, H.Schulz. Nucl.Phys., A182, 625 (1972).

8. N.I.Pyatov. Ark.Fys., 36, 667 (1967).
М.И. Черней, Н.И. Пятов, К.М. Железнова. Изв. АН СССР, сер.физ., 31, 550 (1967).
Н.И. Пятов. В сб. "Проблемы современной ядерной физики", "Наука", М., 1971, стр. 141.

9. T.Kammuri, S.Kusuno. Phys.Lett., 38B, 5 (1972).

10. M.I.Baznat, M.I.Chernej, N.I.Pyatov. JINR, E4-6265, Dubna, 1972.

11. O.Prior, F.Boehm, S.G.Nilsson. Nucl.Phys., A110, 257 (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел
5 апреля 1972 года.