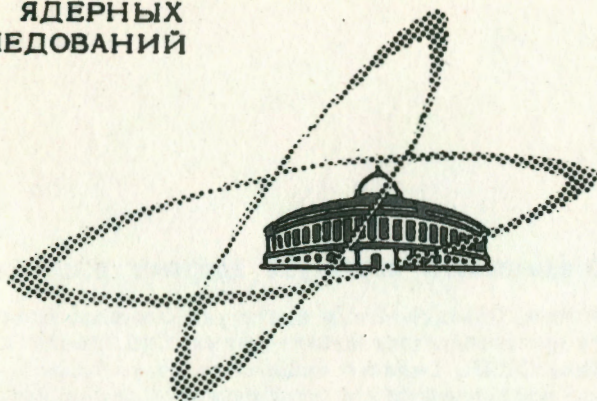


ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна



P4 - 6254

А.В.Матвеевко, Л.И.Пономарев

РАСЧЕТ РЕАКЦИИ  $p\mu + He^{++}$

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1972

P4 - 6254

А.В.Матвеевко, Л.И.Пономарев

РАСЧЕТ РЕАКЦИИ  $p\mu + He^{++}$

**Научно-техническая  
библиотека  
ОИЯИ**

*Направлено в ЖЭТФ*

## 1. Расчет реакции перезарядки



то есть перехода  $\mu^-$ -мезона из основного состояния  $p\mu$ -атома в основное состояние  $(He\mu)^+$ -атома, представляет интерес по двум причинам. Прежде всего, экспериментальные исследования этого процесса<sup>/1/</sup> не позволяют пока сделать однозначного вывода о его скорости. С точки зрения теоретической реакция (1) интересна как пример рассеяния в системе трех заряженных частиц без вырождения, характерного для симметричной перезарядки типа  $p\mu+p$ . Особенностью задачи (1) является кулоновское отталкивание в конечном состоянии.

2. Двухуровневое приближение метода возмущенных стационарных состояний (В.С.С.)<sup>/2/</sup> в случае задачи рассеяния (1) приводит к системе уравнений Шредингера для относительного движения ядер (в мезоатомных единицах  $e = \hbar = M_\mu = 1$ )

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \chi}{dR^2} + \left[ k_i^2 - \frac{2M}{m} (V_i(R) + \frac{2}{R}) - \frac{L(L+1)}{R^2} \right] \chi_i = \\ = K_{ij}(R) \chi_j + 2Q_{ij}(R) \frac{d\chi_j}{dR}, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}, \quad \frac{1}{m} = \frac{1}{M_\mu} + \frac{1}{M_1 + M_2}$$

$M_1$ ,  $M_2$  и  $M_\mu$  — массы протона, ядра гелия и мезона соответственно,

$$V_i(R) = E_i(R) - E_i(\infty) + \frac{m}{2M} [K_{ii}(R) - K_{ii}(\infty)] \quad (3)$$

Эффективные потенциалы  $E_i(R)$ ,  $K_{ii}(R)$  и  $Q_{ij}(R)$  вычисляются при решении задачи двух центров, т.е. задачи о движении мезона в поле двух неподвижных ядер<sup>/3/</sup>. Их вид представлен на рис. 1-2.

При  $R \rightarrow \infty$  функция  $\chi_1(R)$  представляет левую часть реакции (1), а функция  $\chi_2(R)$  — ее правую часть. Импульсы  $k_i$  в обоих каналах реакции определяются как

$$k_1^2 = \frac{2M}{m} \epsilon, \quad k_2^2 = k_1^2 + k_0^2, \quad k_0^2 = \frac{2M}{m} \Delta E$$

$$\Delta E = E_1 - E_2 = m \left\{ 3/2 - \frac{m}{2M} [(\kappa - 1)^2 - \frac{1}{4}(\kappa + 1)^2] \right\} \quad (4)$$

$$\kappa = \frac{M_2 - M_1}{M_2 + M_1},$$

где  $\epsilon$  — начальная энергия столкновения.

3. При решении системы уравнений (2) использован метод фазовых функций<sup>/4/</sup>, позволяющий непосредственно определить элементы  $t_{ij}$  матрицы реакции  $T$ , через которые парциальные сечения  $\sigma_{ij}$  различ-

ных каналов реакции в системе  $p\mu + He^{++}$  выражаются следующим образом<sup>/5-6/ x/</sup>:

$$\sigma_{ij}^L = \frac{4\pi}{k_i^2} (2L + 1) \frac{D^2 \delta_{ij} + (t_{ij}^L)^2}{(D - 1)^2 + (t_{11}^L + t_{22}^L)^2} \quad (5)$$

$$D = \det T^L = t_{11}^L t_{22}^L - t_{12}^L t_{21}^L$$

В принятых обозначениях сечение  $\sigma_{11}$  описывает процесс упругого рассеяния в системе  $p\mu + He^{++}$ , а сечение  $\sigma_{12}$  — реакцию (1). При  $k_1 \rightarrow 0$   $t_{12} = t_{21} \sim \sqrt{k_1}$ ,  $t_{11} \sim k_1$  и в соответствии с этим

$$\sigma_{11} \sim \text{const}, \quad \sigma_{12} \sim 1/k_1, \quad \sigma_{21} \sim k_1 \quad (6)$$

Вместо сечения  $\sigma_{12}$  при анализе экспериментов по изучению реакции (1) удобно использовать скорость перехвата

$$\lambda = \sigma_{12} v_1 N_p^0 \text{ сек}^{-1}, \quad (7)$$

$v_1$  — начальная относительная скорость  $p\mu$  и  $He^{++}$ ,  $N_p^0 = 4,2 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$  — плотность жидкого водорода.

Расчеты сечений проводились для энергий столкновения  $10^{-2} \leq \epsilon \leq 1$  эв. При  $\epsilon \leq 0,1$  эв скорости перехода  $\mu^-$ -мезона от протона (дейтона) к  $^3He$  и  $^4He$  постоянны. Их значения вместе с экспериментальными<sup>/1/</sup> и теоретическими<sup>/7/</sup> оценками приведены в таблице 1.

x/ Матрица рассеяния связана с  $T$ -матрицей соотношением

$$S = (1 + iT) (1 - iT)^{-1}$$

Таблица I

Скорость перехвата  $\lambda$ ,  $10^6 \text{ сек}^{-1}$ 

Источник	$p\mu + He^3$	$p\mu + He^4$	$d\mu + He^3$	$d\mu + He^4$
Schliff (1961)	$< 10^3$			
Герштейн (1962)	$\sim 0,1$			
Займидорога и др. (1963)	$< 10^2$			-
Piacci et al (1967)	-		$< 10$	
Данная работа	6,3	5,5	1,3	1,0

Как и следовало ожидать, вычисленные скорости оказались малыми. С ростом энергии столкновения значения  $\lambda$  начинают убывать. Для оценок может оказаться полезной зависимость  $\lambda$  от масс частиц

$$\lambda \sim \left(\frac{m}{M}\right)^{1/2}, \quad (8)$$

которая следует из соотношений (4), (6) и (7). Особенно хорошо такая оценка выполняется при неизменной массе изотопа водорода.

4. Ввиду малости констант перехода  $\lambda$  была оценена вероятность перехода мезона с уровня  $1s$   $p\mu$ -атома на возбужденный уровень  $2s$   $(He\mu)^+$ -атома:



Оказалось, что вероятность этого процесса при тепловых энергиях столкновения составляет  $\sim 10^{-10}$  от вероятности процесса (1).

5. На рис. 3 представлено сечение  $\sigma_{11}$  упругого рассеяния  $p\mu + {}^3He$ , для которого имеет место ярко выраженный эффект Рамзауэра-Таунсенда. За исключением области минимума сечения ( $\epsilon \sim 0,2$  эв) основной вклад в сечение  $\sigma_{11}$  дает  $s$ -волна. Следует отметить, что приближение длины рассеяния для  $\sigma_{11}$  достигается лишь при  $\epsilon \leq 10^{-4}$  эв.

Специальное исследование показало, что энергетическая зависимость сечения  $\sigma_{11}$  практически нечувствительна ко второму каналу системы (2) и целиком определяется эффективным потенциалом  $V_1(R)$  в уравнении для  $\chi_1(R)$ . Минимум в сечении  $\sigma_{11}$  объясняется характерной дальнедействующей асимптотикой потенциала  $V_1(R) \sim -9/R^4$  при  $R \rightarrow \infty$ .

6. Кулоновское отталкивание во втором канале реакции (1) приводит в методе фазовых функций к следующему выражению для  $T$ -матрицы

$$T = \frac{1}{\cos \delta - \Gamma_{22} \sin \delta} \begin{pmatrix} \bar{t}_{11} (\cos \delta - \bar{t}_{22} \sin \delta) - \bar{t}_{12}^2 \sin \delta & \bar{t}_{12} \\ \bar{t}_{21} & \bar{t}_{22} \cos \delta + \sin \delta \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где

$$\delta = \sigma_L = \arg \Gamma(L + 1 - i\eta), \quad \eta = \frac{M}{mk_2},$$

а  $\bar{t}_{ij}$  - матричные элементы вспомогательной матрицы  $\bar{T}$ , определенной в работе /6/.

Формулы (10) учитывают интерференцию чисто кулоновского рассеяния и рассеяния на потенциалах  $V_1(R)$ . В упругом канале этот эффект препятствует обращению в нуль сечения  $\sigma_{11}$ , что имело бы место при одноканальном рассеянии (рис. 3).

7. Малость скоростей реакции типа (1) объясняется отсутствием пересечений и псевдопересечений термов в системе  $(p\mu He)^+$  /7,9/. Однако это заключение справедливо только для переходов из основного состояния  $p\mu$ -атома (рис. 1).

В работе /9/ показано, что псевдопересечения имеют место при перехвате мезонов с уровней

$$n \geq \left[ 1 - (\sqrt{2} - 1) \sqrt{1 + 2\sqrt{2}} \right]^{-1} \approx 5$$

мезоатома  $p\mu$  и, следовательно, соответствующие им скорости перехода  $\lambda$  могут оказаться значительными. Экспериментальное изучение процессов перехвата  $\pi$ -мезонов по реакции  $p\pi^- + He^{++} \rightarrow (He\pi)^+ + p$  /10/ подтверждает указанное заключение.

8. Настоящая работа является продолжением исследований авторов по мезоатомным процессам /5/. Особенности используемого метода подробно обсуждались нами ранее /6,11/.

Один из авторов (А.В.М.) признателен Х. Шудьду за содействие в численных расчетах.

#### Л и т е р а т у р а

1. О.А. Займидорога, М.М. Кулюкин, Р.М. Суляев, А.И. Филиппов, В.М. Цупко-Ситников, Ю.А. Шербаков. ЖЭТФ, 44, 1852 (1963).  
M.Schiff. Nuovo Cim., 22, 66 (1961).  
A.Placci, E.Zavattini, A.Bertin and A.Vitale. Nuovo Cim., 52A, 1274 (1967).
2. П.Ф. Мотт, Г.Ю. Мэсси. "Теория атомных столкновений", Мир, Москва, 1969.
3. D.R.Bates, T.R.Carson. Proc.Roy.Soc., A234, 207 (1954).  
Л.И. Пономарев, Т.П. Пузынина. ЖЭТФ 52, 1273 (1967).  
Л.И. Пономарев, Т.П. Пузынина. Препринт ОИЯИ Р4-5040, Дубна, 1970.
4. В.В. Бабилов. "Метод фазовых функций в квантовой механике". Наука, Москва, 1968.  
F.Cologero. Variable Phase Approach to Potential Scattering. Academic Press. New York and London, 1967.
5. А.В. Матвеевко, Л.И. Пономарев. ЖЭТФ 59, 1953 (1970).
6. А.В. Матвеевко, Л.И. Пономарев. Препринт ОИЯИ Р4-5608, Дубна (1971).
7. С.С. Герштейн. ЖЭТФ 43, 706 (1962).

8. A.Dalgarno, A.L.Stewart. Proc.Roy.Soc., A238, 276 (1956).
9. Л.И. Пономарев. ЖЭТФ 55, 1836 (1968).
10. В.И. Петрухин, Ю.Д. Прокошкин, В.М. Суворов. Препринт ОИЯИ Р13-3901, Дубна, 1967.
11. А.В. Матвеевко, Л.И. Пономарев. Препринт ОИЯИ, Р4-5984, Дубна (1971).

Рукопись поступила в издательский отдел  
31 января 1972 года.

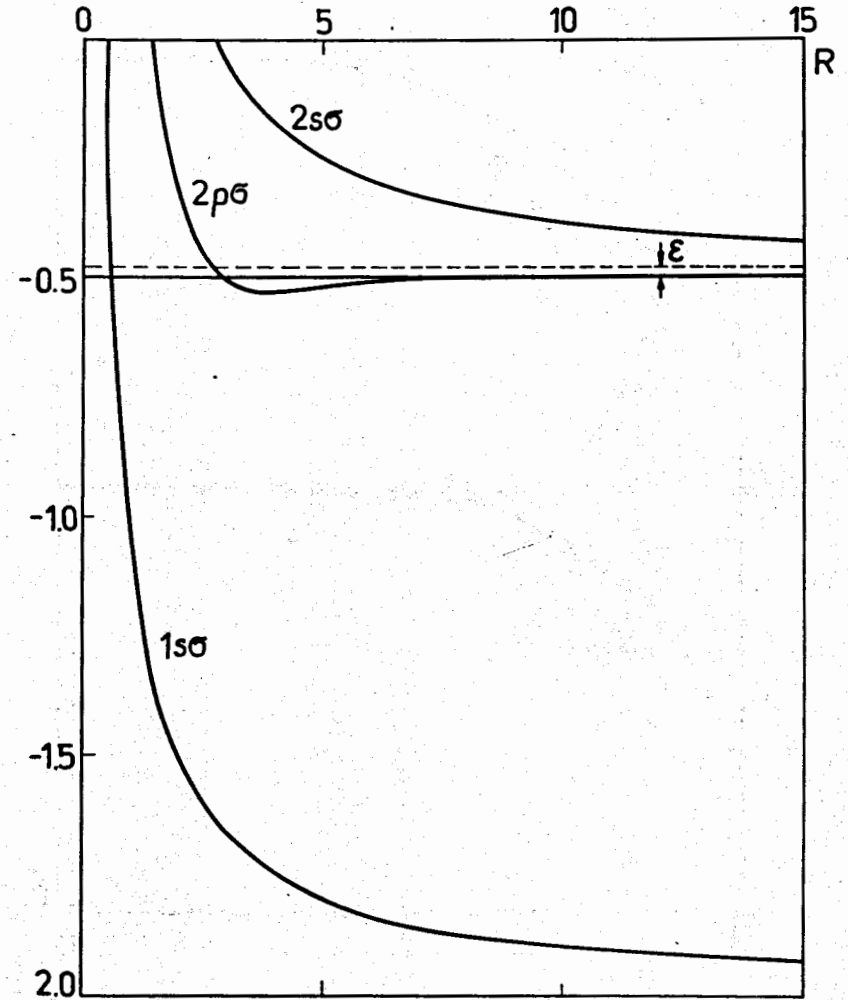


Рис. 1. Собственные значения (термы)  $w_i(R) = E_i(R) + \frac{2}{R}$  системы  $p\mu He^{++}$ . Терм  $2p\sigma$  асимптотически соответствует системе  $p\mu + He^{++}$ , термы  $1s\sigma$  и  $2s\sigma$  - состояниям системы  $p + (He\mu)^+$ . Асимптотика термов при  $R \rightarrow \infty$  с точностью до членов  $-R^{-1}$  вычислена в работе/8/.

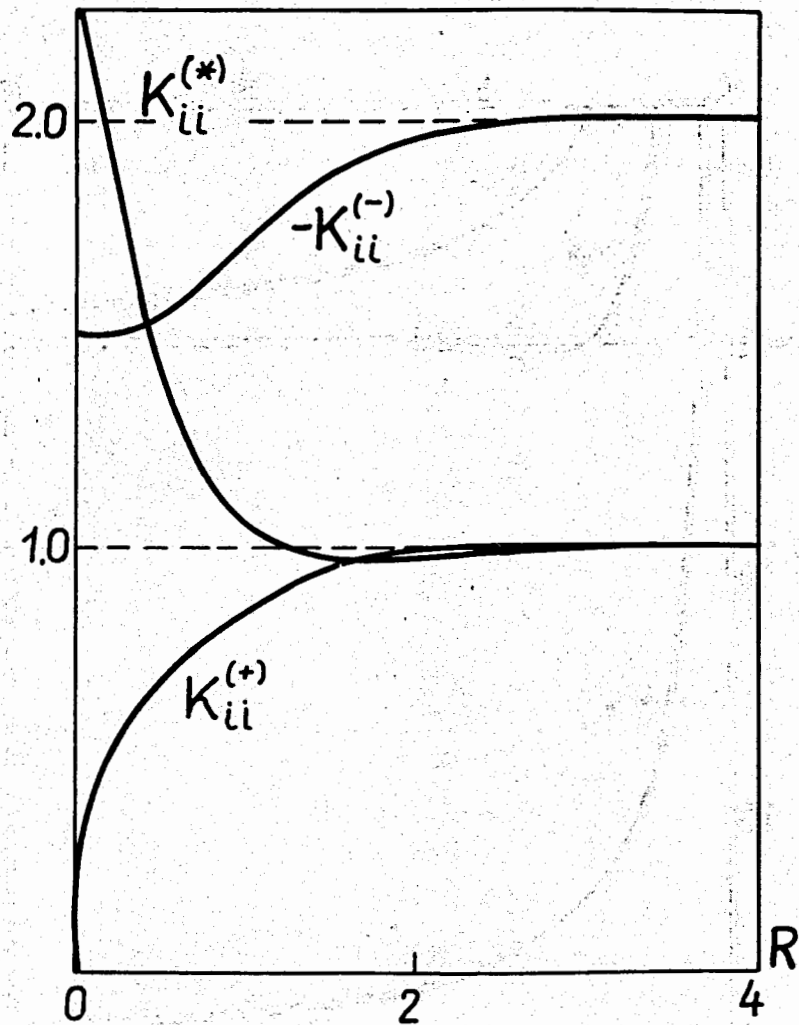


Рис. 2а. Адиабатические поправки к термам  $W_i(R)$  задачи (1).

$$K_{ij} = K_{ij}^{(+)} + \kappa K_{ij}^{(-)} + \kappa^2 K_{ij}^{(*)}, \quad Q_{ij} = Q_{ij}^{(+)} + \kappa Q_{ij}^{(-)},$$

$$K_{ij}^{(\pm)} = H_{ij}^{(\pm)} + \frac{dQ_{ij}^{(\pm)}}{dR}, \quad Q_{ij}^{(+)} = -Q_{ij}^{(-)}, \quad H_{ij}^{(+)} = H_{ij}^{(-)},$$

$$\kappa = \frac{M_2 - M_1}{M_2 + M_1}, \quad i \in \{1s\sigma\}, \quad j \in \{2p\sigma\}.$$

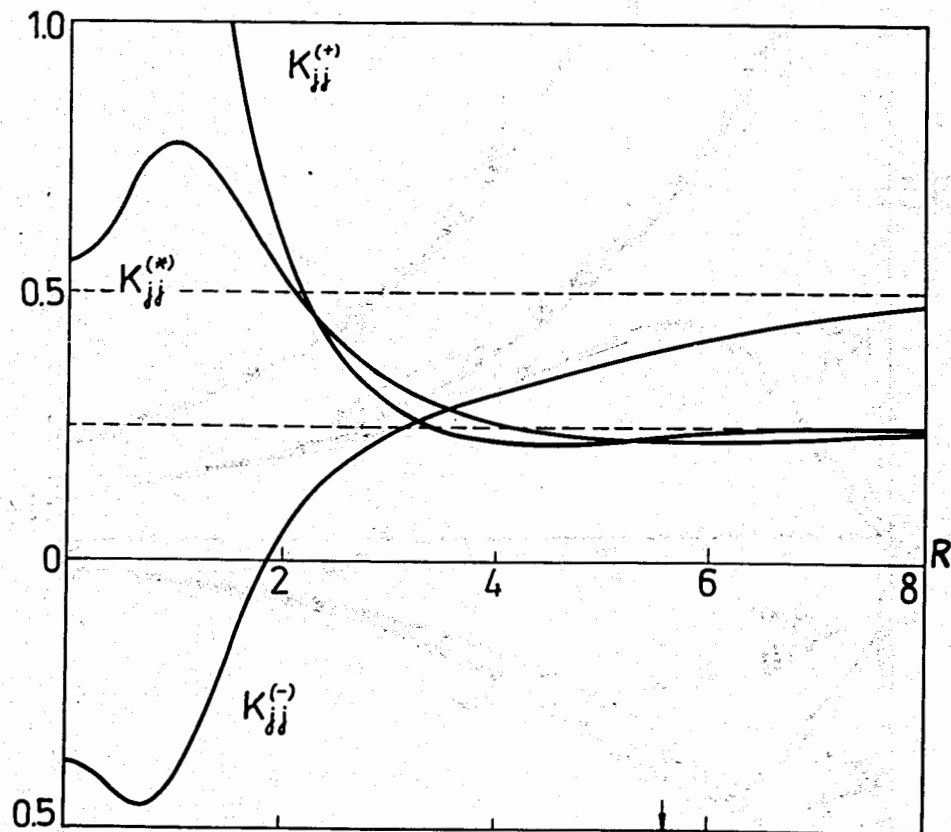


Рис. 2б.



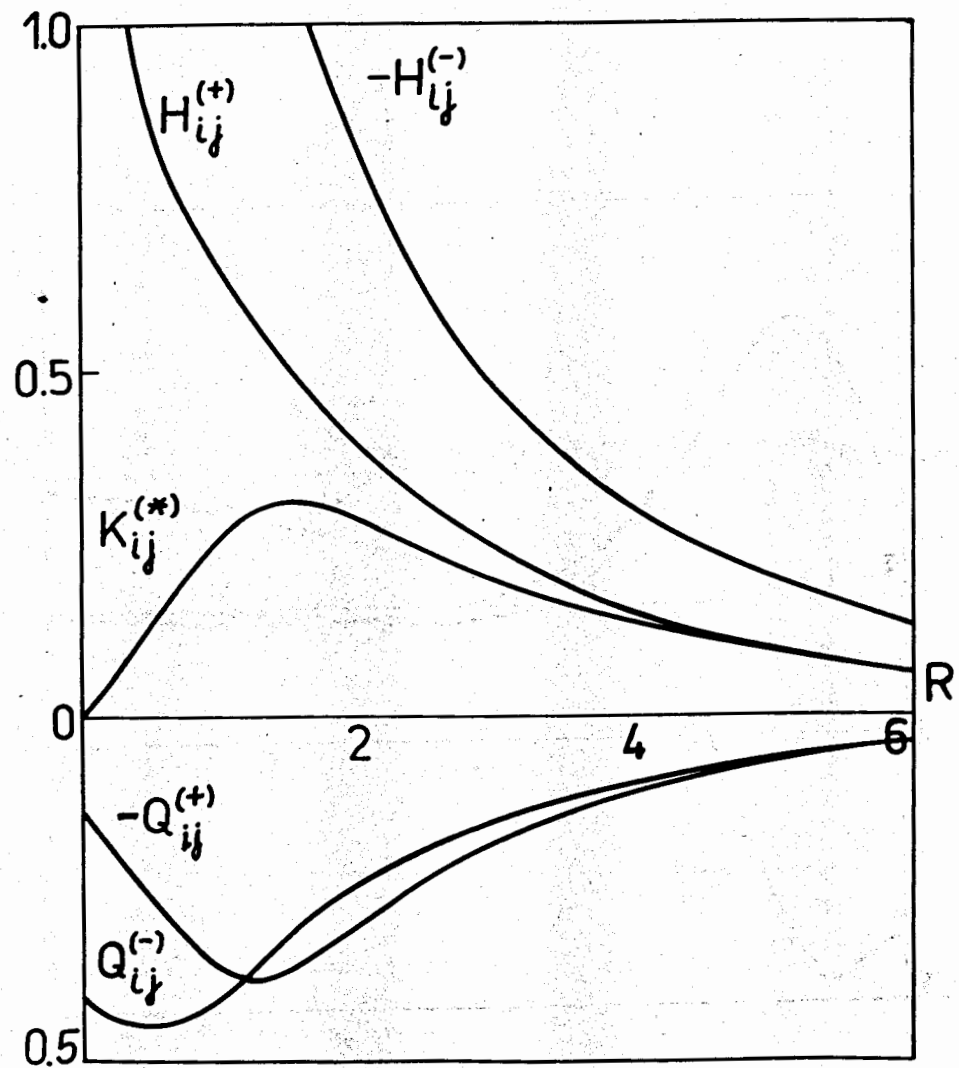


Рис. 2в

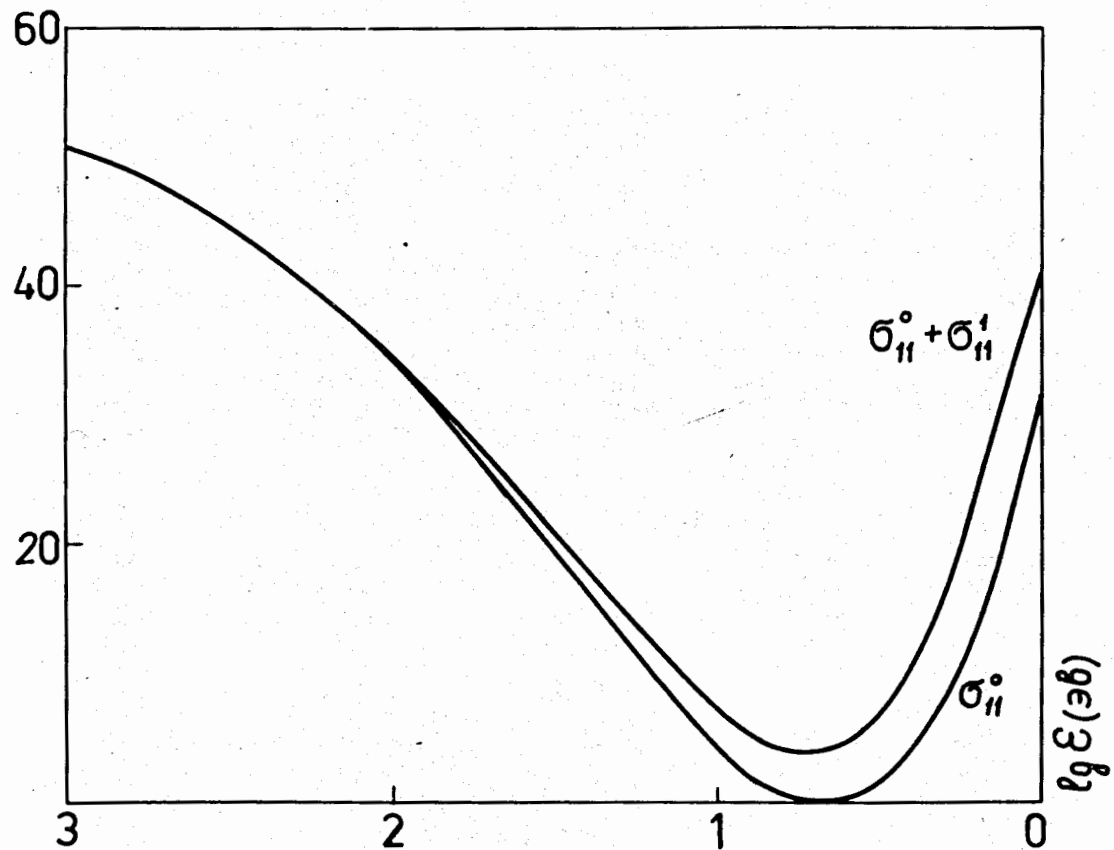


Рис. 3. Сечение упругого рассеяния  $(p\mu)_{1s} + He^{++}$ . Нижняя кривая  $\sigma_{11}^0$  представляет вклад  $s$ -волны, верхняя - сумму парциальных сечений  $s$  и  $p$ -волн. При энергии столкновения  $\epsilon \approx 0,2$  эв наблюдается эффект Рамзауэра - Таунсенда. Из-за связи каналов сечение  $\sigma_{11}^0$  не обращается в нуль (10).