

6/III-72

Б-91

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

704/2-72

P4 - 6226



ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.Е. Бунаков, Ф.А. Гареев

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ
ФУНКЦИЙ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ
В РАСЧЕТАХ ФОРМФАКТОРОВ РЕАКЦИИ СРЫВА

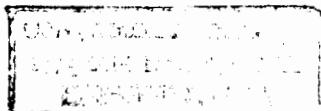
1972

P4 - 6226

В.Е. Бунаков, Ф.А. Гареев

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ
ФУНКЦИЙ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ
В РАСЧЕТАХ ФОРМФАКТОРОВ РЕАКЦИИ СРЫВА

Submitted to Physics Letters



При извлечении спектроскопической информации из реакции срыва $A(dp)B$ возникает вопрос о вычислении формфактора срыва

$$f_{AB}(\vec{r}_n) = \int \psi_A^*(\vec{\xi}) \psi_B(\vec{r}_n, \vec{\xi}) d\vec{\xi}. \quad (1)$$

Для его определения можно ввести следующее разделение для гамильтониана ядра B :

$$H_B(\vec{r}_n, \vec{\xi}) = H_A(\vec{\xi}) + T_n + V_0(\vec{r}_n) + V_{res.}(\vec{r}_n, \vec{\xi}) = H^0 + V_{res.}(\vec{r}_n, \vec{\xi}), \quad (2)$$

где V_0 и $V_{res.}$ — центральный потенциал оболочек и остаточные взаимодействия для переданного нейтрона.

Разлагая волновую функцию состояния B по полному набору собственных функций гамильтониана H^0 , можно получить следующее выражение для f_{AB} (для простоты рассматривается случай мишени с нулевым спином):

$$f_{AB}(\vec{r}) = \int_n C_{Anl_l}^B \phi_{n \cdot l_l}(\vec{r}). \quad (3)$$

Здесь ϕ_{nl_l} — одночастичные функции модели оболочек, а коэффициенты можно определить из диагонализации матрицы полного гамильтониана H_B на собственных функциях H^0 . Символ \int означает суммирование

по дискретным состояниям и интегрирование по состояниям сплошного спектра.

С другой стороны, для нахождения формфактора можно решать уравнения ^{/1,2/}

$$(\bar{E}_{BA} - T - V_0) f_{AB} = \int d\vec{\xi}' \psi_A^*(\vec{\xi}') V_{r.o.s.}(\vec{r}, \vec{\xi}') \psi_B(\vec{r}, \vec{\xi}') \equiv P_{AB}(\vec{r}). \quad (4)$$

Индекс у координаты ξ означает, что учитывается взаимодействие нейтрона лишь с нуклонами системы **A** над последней заполненной оболочкой.

Асимптотика f_{AB} , чрезвычайно существенная для правильного расчета сечения срыва, определяется энергией связи переданного нейтрона в состоянии **B**, т.е. величиной

$$\bar{E}_{BA} = E_B - E_A.$$

Поскольку асимптотика одночастичных функций ϕ_{nlj} определяется лишь потенциалом V_0 , для правильного описания поведения f_{AB} при больших r необходимо учитывать вклад в выражение (3) от сплошного спектра. Для этого необходимо проводить диагонализацию H_B и в сплошном спектре. Даже приближенные расчеты такого рода ^{/3/} чрезвычайно трудоемки и связаны с численным интегрированием по нескольким переменным.

В связи с этим нам представляется полезным напомнить об идее ^{/4/} использования функций Штурма-Лиувилля в задаче смешивания конфигураций. Волновую функцию системы взаимодействующих частиц (например, двух нуклонов сверх остова) для связанных состояний можно искать в виде

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_{ij} b_{ij} G_i(\vec{r}_1) G_j(\vec{r}_2), \quad (5)$$

где функции G_n являются собственными функциями задачи Штурма-Лиувилля:

$$[T + \alpha_i^{(1)} V_0(r_1)] G_i(r_1) = E_1 G_i(r_1) .$$

$$[T + \alpha_i^{(2)} V_0(r_2)] G_i(r_2) = E_2 G_i(r_2)$$

с нормировкой $\int G_n(r) V_0(r) G_n^*(r) dr = -\delta_{nn}$.

Тогда задача диагонализации полного гамильтониана сведется к решению системы уравнений для коэффициентов b_{ij} вида

$$(E_1 + E_2 - E) b_{nm} + \sum_i (1 - \alpha_i^{(1)}) b_{im} \langle n | V_0^2 | i \rangle + \sum_l (1 - \alpha_l^{(2)}) b_{nl} \langle m | V_0^2 | l \rangle + \sum_{ij} b_{ij} \langle nm | V_0(1) V_0(2) V_{i,j} \rangle = 0 .$$

Решая эту систему, мы получим спектр собственных значений $E^{(k)}$ нашей двухнуклонной задачи и наборы коэффициентов $b_{nm}^{(k)}$, определяющих соответствующие $\psi_k(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$. Поскольку система дискретных функций G_n является полной для связанных состояний, вопрос о включении сплошного спектра в такой задаче не возникает. Сходимость ряда (5) определяется выбором параметров E_1 и E_2 . Если мы выберем $E_1 = E_A$, $E_2 = E_{B \Lambda}$, то для описания интересующего нас состояния $E^{(k_0)} = E_B$ потребуется минимальное число коэффициентов ($b_{nm}^{(k_0)}$). Одночастичные асимптотики ψ_{k_0} при этом будут автоматически правильными. Разумеется, для столь же точного описания других уровней нашей двухнуклонной системы потребуется использовать больший набор коэффициентов. Однако в отличие от обычного базиса модели оболочек базис Штурма-Лиувилля и вышеуказанный выбор параметров E_1, E_2 позволяет легко описывать даже высоковозбужденные состояния с очень малой энергией связи. Следует, однако, отметить, что для нахождения формфактора f_{AB} по формулам (1) и (5) нам придется рассчитывать интегралы типа

$$\int \psi_A^*(r_1) G_n(r_1) dr_1 .$$

Помимо упомянутого выше метода /3/, существуют и другие способы нахождения f_{AB} , основанные на решении уравнения (4).

Наиболее простой является обычно употребляемая процедура "well-depth prescription" (w.d.p.), основанная на замене:

$$V_0(r) f_{AB}(r) + P_{AB}(r) \sim a V_0(r) f_{AB}(r).$$

Параметр a подгоняется так, чтобы уравнение

$$(T + aV_0 - \epsilon_{BA}) f_{n\ell_1}^0(r) = 0 \quad (6)$$

имело решение. При этом в качестве n берут доминирующую компоненту в разложении f_{AB} по базису модели оболочек (3). Результаты расчетов ^{/3/} с включением сплошного спектра показывают, что для состояний с заметным вкладом одночастичной компоненты (спектроскопический фактор $S_{AB} \geq 0,1$) w.d.p. формфактор $f_{n\ell_1}^0$ очень мало отличается от более точного значения f_{AB} , найденного в работе ^{/3/}. Для высоковозбужденных состояний с $S_{AB} \leq 0,1$ формфактор $f_{n\ell_1}^0$ хотя и обладает правильной асимптотикой по определению (см. уравнение (6)), но слишком сильно концентрируется во внутренней области ядра. Это приводит к тому, что сечение, вычисленное с $f_{n\ell_1}^0$, оказывается заниженным (примерно на 50% для ^{42}Ca).

Следующий шаг на пути решения уравнения (4) был сделан в работе Пракашаи Остерна ^{/2/}, которые предложили разлагать f_{AB} по осцилляторным функциям $\Phi_n(r)$:

$$f_{AB} = \sum_n e_n \Phi_n, \quad (T + V_{osc} - E_n) \Phi_n = 0.$$

Это приводит к необходимости решать систему уравнений вида

$$\sum_n e_n \{ (\epsilon_{BA} - E_n) \delta_{nn} - \langle n | V_0 - V_{osc} | n \rangle \} = \int \Phi_n^*(r) P_{AB}(r) dr \equiv I_n'.$$

При этом для облегчения расчетов матричных элементов I_n' предлагалось использовать функции ψ_B и ψ_A (см. уравнение (4)), найденные на осцилляторном базисе. Поскольку основной вклад в I_n' вносит внутренняя область ядра, такое приближение является оправданным, что и подтверждается согласием между результатами, полученными в

работах /2/ и /3/. Однако асимптотика осцилляторных функций сильно отличается от асимптотики f_{AB} . Поэтому для описания высоколежащих состояний (состояний в случае подбарьерного срыва) необходимо учитывать много членов в разложении (7).

Мы считаем, что более подходящим базисом и в этом случае являются функции задачи Штурма-Лиувилля:

$$f_{AB}(r) = \sum_n a_n G_n(r), \quad (8)$$

$$[T + a_n V_0(r) - \mathcal{E}_{BA}] G_n(r) = 0. \quad (9)$$

Выбор такого базиса гарантирует нам правильную асимптотику f_{AB} , как и в случае *w.d.p.*. Более того, ясно, что сама процедура *w.d.p.* состоит в том, что в разложении (8) сохраняется лишь один член.

Удивительно малое отличие результатов *w.d.p.* от более точных расчетов свидетельствует о том, что функции Штурма-Лиувилля адекватно отражают физику задачи. Другим свидетельством такой адекватности является тот факт, что матрица для определения коэффициентов a_n , полученная с использованием уравнений (4), (8) и (9), оказывается диагональной:

$$a_n = \frac{I_n^0}{1 - a_n}, \quad (10)$$

где

$$I_n^0 = \int G_n(r) P_{AB}(r) dr. \quad (11)$$

Величина a_{n_0} для доминирующей компоненты n_0 , определяемой в *w.d.p.* (сравни (6) и (9)), обычно близка к единице (типичными величинами являются $a_{n_0} \sim 1.1 + 1.4$). Соответствующий коэффициент a_{n_0} будет поэтому большим. Квазиклассические оценки показывают, что для больших n величина $a_n \sim n^2$. Уже эти факты гарантируют нам быструю сходимость ряда (8). Стоящая в числителе выражения (10) величина I_n^0 пропорциональна недиагональным парным матричным элементам остаточных взаимодействий, связывающих состояния со все большей разницей между квантовыми числами n . Такие матричные

элементы быстро убывают с ростом n (т.е. с ростом числа осцилляций $G_n(r)$). Поэтому числитель в (10) будет лишь ускорять уже указанную сходимость $1/n^2$. Эти качественные соображения служат оправданием широко используемой процедуры *w.d.p.* и объясняют сходство $f_n^0 \ell_i$ с более точно рассчитанными формфакторами f_{AB} . Не трудно понять характер различий между $f_n^0 \ell_i$ и f_{AB} . Учет членов с большими n в разложении (8) приведет из-за нарастающих осцилляций G_n к подавлению f_{AB} во внутренней области ядра.

Для расчета функций P_{AB} в выражении (11) нам кажется целесообразным использовать предложение Пракаша и Остерна, т.е. брать волновые функции ψ_A и ψ_B в осцилляторном базисе. Коэффициенты разложения этих функций по осцилляторному базису с учетом остаточных взаимодействий многократно вычислялись различными авторами.

Функция $P_{AB}(r)$ в этом случае имеет вид

$$P_{AB}(r) = \sum_i d_i \Phi_i(r)$$

и основная задача сводится лишь к вычислению интегралов перекрытия $\int G_n(r) \Phi_i(r) dr$.

Численные расчеты по описанной методике проводятся нами в настоящее время.

Авторы признательны С.П. Ивановой, В.И. Фурману, Х.Барцу за полезные обсуждения.

Литература

1. W.T. Pinkston and G.R. Satchler. Nucl. Phys., 72, 641 (1965).
2. A. Prakash and N. Austern. Ann. Phys., 51, 418 (1969).
3. R.N. Ibarra and B.F. Bayman. Phys. Rev., C1, 1786 (1970).
4. Б.Н. Захарьев. Препринт ОИЯИ, Р-2825, Дубна, 1966.

Рукопись поступила в издательский отдел
11 января 1972 года.