

6104

ЭКЗ. ЧИТ. ЗАЛА

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P4-6104



Д.Караджов, И.Н.Михайлов, Е.Наджаков

СПАРИВАНИЕ В РОТОННОЙ ТЕОРИИ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1971

P4-6104

Д.Караджов, И.Н.Михайлов, Е.Наджаков

СПАРИВАНИЕ В РОТОННОЙ ТЕОРИИ

**Научно-техническая  
библиотека  
ОИЯИ**

Караджов Д., Михайлов И.Н., Наджаков Е.

P4-6104

Спаривание в ротонной теории

Проводится явный учет сил спаривания в ротонной теории. Выведены уравнения для ротонных операторов в случае трехмерной ротации при наличии спаривания и поляризационных эффектов. Получена формула для момента инерции, которая в приближении Инглиса оценивалась численно.

Сообщения Объединенного института ядерных исследований  
Дубна, 1971

Karadzhov D., Mikhailov I.N., Nadjakov E. P4-6104

Coupling in the Roton Theory

The coupling forces in the roton theory are taken into account. The equations are derived for the roton operators for the case of three-dimensional rotation in the presence of the coupling and polarization effects. The formulae for the inertia moment is obtained which was estimated numerically in the Inglis approximation.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.  
Dubna, 1971

1. Введение

В настоящее время вряд ли найдется теоретик, пытающийся построить микроскопическую теорию ядерного коллективного движения, не принимая во внимание остаточные взаимодействия между "независимыми" нуклонами. Эта проблема давно вошла прочно и в повестку дня теории ядерной ротации. Предпочтение при этом дается спаривательному взаимодействию, которое, как считается <sup>1-4</sup>, играет главную роль при описании вращения деформированных ядер. Из известных уже подходов для учета этого взаимодействия можно выделить два. Первый из них оперирует в рамках классической формулировки Инглиса, учитывая спаривание статическим способом <sup>1,2</sup>. Другой - более последовательный - пользуется методом обобщенной канонической трансформации (или методом функций Грина) <sup>5,6</sup>. В обоих случаях, однако, имеем дело с двухмерной (квазиклассической) картиной вращающегося ядра.

В работах <sup>7-9</sup> была сформулирована теория ядерной ротации в терминах ротонных операторов, которая уже не вынуждает ядра вращаться в плоскости. Здесь мы попытаемся выяснить, к чему приводит явный учет спаривания при определении структуры ротонных операторов и момента инерции деформированных ядер.

## 2. Ротоны и момент инерции

### а) Формулировка ротонной теории

Придерживаясь в основном схемы, сформулированной в /7,8/, мы вносим здесь лишь небольшое обобщение в определение ротонных операторов. Ротонами -  $R_{\ell m}^+$  - мы называем операторы, следующим образом действующие на собственные состояния ядра  $|IMK\rangle$ , принадлежащие одной ротационной полосе:

$$R_{\ell m}^+ |I_1 M_1\rangle = \sum_{I_2 M_2} [(2I_1+1)(2I_2+1)]^{1/2} \begin{pmatrix} \ell & I_1 & I_2 \\ 0 & K & -K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & I_1 & I_2 \\ m & M_1 & -M_2 \end{pmatrix} (-1)^{M_2-K} |I_2 M_2\rangle \quad (1)$$

Формула (1) должна выполняться для всех  $\ell = 0, 1, 2, \dots; I_i = K, K+1, K+2, \dots; -\ell \leq m \leq \ell; -I_i \leq M_i \leq I_i \quad (i = 1, 2);$

$K$  определяет минимальное значение  $I$  в полосе. Таким образом,  $R_{\ell m}^+$  можно рассматривать как сферические функции от некоторых коллективных углов  $(\theta, \phi)$ . Следующие основные свойства ротонов вытекают из их определения:

$$R_{\ell -m} = (-1)^m R_{\ell m}^+ \quad (2)$$

$$R_{\ell_1 m_1}^+ R_{\ell_2 m_2}^+ = \sum_{\ell m} (2\ell+1) \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell \\ m_1 & m_2 & m \end{pmatrix} R_{\ell m} \quad (3)$$

$$\sum_m R_{\ell m}^+ R_{\ell m} = 1, \quad R_{\ell=0, m=0}^+ = 1 \quad (4)$$

$$[I_+, R_{\ell m}^+] = \alpha_{m+1}^{\ell} R_{\ell, m+1}^+ \quad (5)$$

$$[I_0, R_{\ell m}^+] = m R_{\ell m}^+$$

$$[I_-, R_{\ell m}^+] = \alpha_m^{\ell} R_{\ell, m-1}^+$$

Здесь  $\alpha_m^{\ell} = \sqrt{(\ell+m)(\ell-m+1)}$ ;  $I_0 = I_z, I_{\pm} = I_x \pm iI_y$ , - компоненты оператора полного углового момента ядра. И наконец, имеем:

$$[H - h(I^2), R_{\ell m}^+] |IMK\rangle = 0 \quad (6)$$

для всех состояний  $|IMK\rangle$ , принадлежащих полосе, если только  $h(I(I+1)) = E_{KI}$  ( $E_{KI}$  - собственные значения энергии соответству-

ющего состояния). В (6)  $H$  - многочастичный ("микроскопический") гамильтониан ядра, а  $\vec{l}^2 = l_x^2 + l_y^2 + l_z^2$ .

Все  $R_{I_m}^\dagger$  представляют комбинации из степеней коммутирующих "базисных" ротонов  $R_{I_m}^+$  ( $m=0, \pm 1$ ). Последние могут быть параметризованы следующим образом:

$$R_{11}^+ = -R_{1-1} = -\frac{i}{\sqrt{2}}\epsilon, \quad (7)$$

$$R_{10}^+ = R_{10} = 1 + \eta,$$

где  $\epsilon$  и  $\eta$  дают малый вклад (по сравнению с 1), когда  $R_{I_m}^+$  действуют на состояние  $|- \rangle$ , в котором один из коллективных углов ( $\theta$ ), входящих в  $R_{I_m}^+$ , близок к нулю (ось симметрии -  $0_z$ )<sup>7,8/ x'</sup>. В

дальнейшем мы полагаем, что  $E_{IK} = E_K + 1/2g I(I+1)$ , и поэтому в (6)

$$h(\vec{l}^2) = E_K + \frac{\vec{l}^2}{2g}, \text{ а состояние } |- \rangle \text{ таково, что}$$

$$(H - E_K - \vec{l}^2/2g)|- \rangle = 0.$$

Перечисленные свойства операторов  $R_{I_m}^+$  используются для отыскания их микроскопической структуры (т.е. их разложения по операторам рождения и уничтожения). Для нахождения коэффициентов этого разложения решается следующая система уравнений:

$$\langle - | [Q, [H, R_{I_m}^+]] | - \rangle = \langle - | [Q, [h, R_{I_m}^+]] | - \rangle, \quad (8)$$

<sup>x/</sup> На самом деле, чтобы учесть свойства  $R_{I_m}^+$  по отношению к обращению времени (T), надо в формулы (7) ввести еще оператор  $\hat{\mathcal{T}}$ , нечетный по отношению к этой операции:  $[\hat{\mathcal{T}}, T]_+ = 0$ . Его можно выбрать так, чтобы  $\hat{\mathcal{T}}|- \rangle = |- \rangle$ , и поэтому мы не учитываем его в дальнейшем за исключением изменения T-четности  $R_{I_m}^\dagger$ . Усложнения получаются в случае полосы  $K=0$ . Тогда нужно или перейти к  $R_{2m}^+$ -ротонам, или развить описание двух связанных (путем оператора  $\hat{\mathcal{T}}$ ) полос.

где  $Q$  - произвольный линейный оператор, а коммутатор  $[h, R_{1m}^+]$  берется в виде

$$[h, R_{1m}^+] = 1/2g (\vec{j} \vec{R}_1^+)_m \quad (9)$$

для  $h = \vec{j}^2 / 2g$ . Матрица  $\vec{j}$  определена в [7] (см. формулу (2.5)),

$$\vec{R}_1 = \begin{pmatrix} R_{11}^+ \\ R_{10}^+ \\ R_{1-1}^+ \end{pmatrix}.$$

Здесь мы будем пользоваться декартовыми компонентами вектора  $\vec{R}_1$ :

$$\begin{aligned} R_1^+ &= R_1 = -1/\sqrt{2} (R_{11}^+ - R_{1-1}^+), \\ R_2^+ &= R_2 = i/\sqrt{2} (R_{11}^+ + R_{1-1}^+), \\ R_3^+ &= R_3 = R_0^+ \quad (x, y, z) \equiv (1, 2, 3). \end{aligned} \quad (10)$$

На них легко переносятся все соотношения, выписанные выше для сферических компонент ротона  $\vec{R}_1^+$ , например:

$$[I_p, R_\mu^+] = i \epsilon_{p\mu k} R_k^+;$$

$$[\vec{j}^2, R_\mu^+] = 2(\vec{K} \vec{R}_1^+)_\mu; \quad \vec{K} = \begin{pmatrix} -1 & il_3 & -il_2 \\ -il_3 & -1 & il_1 \\ il_2 & -il_1 & -1 \end{pmatrix}; \quad \vec{R}_1^+ = \begin{pmatrix} R_1^+ \\ R_2^+ \\ R_3^+ \end{pmatrix} \quad (11)$$

и т.д. В частности, вместо (7) будем иметь:

$$R_\mu^+ = \delta_{\mu 3} + r_\mu \quad (12)$$

(для  $k, p, \mu$ , принимающих значения 1, 2, и 3).

б) Реализация ротонных операторов в квазичастичном базисе

Метод Хартри-Фока-Боголюбова (ХФБ) <sup>1/2/</sup> дает естественный базис для учета парных корреляций в ядрах. В этой же схеме элементарные (одночастичные) возбуждения в ядрах генерируются операторами квазичастич, задающимися канонической трансформацией Боголюбова-Валатина:

$$a_{\nu}^{+} = u_{\nu} a_{\nu}^{+} - v_{\nu} a_{\bar{\nu}} \quad \text{и т.д.}, \quad (13)$$

где  $a_{\nu}^{+}$  ( $a_{\nu}$ ) - обычные операторы рождения (уничтожения) частиц;  $u_{\nu}$  и  $v_{\nu}$  ( $u_{\nu}^2 + v_{\nu}^2 = 1$ ) - коэффициенты трансформации (13);  $\bar{\nu}$  - состояние, обращенное по времени по сравнению с  $\nu$  ( $a_{\bar{\nu}}^{+} = -a_{\nu}^{+}$ ). Вакуум операторов  $a_{\nu}$  определяется как

$$a_{\nu} | \rangle \equiv 0, \quad \langle | \rangle = 1, \quad (14)$$

а ядерный гамильтониан в ХФБ - базисе дается следующим выражением<sup>2/</sup>:

$$H = U_0 + \sum_{\nu} E_{\nu} a_{\nu}^{+} a_{\nu} + \frac{1}{4} \sum_{ijkl} \bar{V}_{ijkl} : a_i^{+} a_j^{+} a_l a_k : \quad (15)$$

Дальше мы выражаем все величины, входящие в уравнения (8), соответственно в выражение (12), через операторы рождения и уничтожения квазичастиц. При этом предполагается, что:

а) разложение величин  $r_{\mu}$  включает только билинейные по операторам квазичастиц комбинации;

б) комбинации типа  $a^{+} a$  могут быть ненулевые, однако их можно устранить из уравнений (8), подходящим образом выбирая  $Q$  (см. (17)). Поскольку они не входят в выражение для момента инерции, мы их здесь рассматривать не будем, хотя они могут оказаться необходимыми для выполнения других условий: например, типа (4) <sup>x/</sup>. Итак, для  $r_{\mu}$  имеем:

---

<sup>x/</sup> Для удовлетворения этого условия достаточно считать, что  $r_3$  не является независимой переменной, определяемой из системы (8), а получается при известных уже  $r_1$  и  $r_2$  как  $r_3 = \sqrt{1 - r_1^2 - r_2^2}$ .

$$r_{\mu} = \Sigma \{ (r_{\mu})_{\lambda\nu} \alpha_{\lambda}^{\dagger} \alpha_{\nu}^{\dagger} + (r_{\mu})_{\lambda\nu}^{*} \alpha_{\nu} \alpha_{\lambda} \} , \quad (16)$$

$$(r_{\mu})_{\lambda\nu} = -(r_{\mu})_{\nu\lambda} , \quad (r_{\mu})_{\lambda\bar{\nu}} = (r_{\mu})_{\lambda\nu}^{*} , \quad (\mu = 1, 2 \text{ и } 3) ,$$

где учтена их эрмитовость и T-четность (после выделения нечетного оператора  $\hat{\zeta}$ , см. примечание к стр. 3). Эти коэффициенты будем определять путем решения уравнений (8). В последних используется (15) для  $H$ , а вакуум  $|>$  - (14) берется в качестве аппроксимации для  $|>$  (вакуум здесь определяется соответствующим образом для данной полосы, хотя это может и не быть основное состояние ядра). Оператор  $Q$  фиксируется в виде

$$Q = \alpha_i \alpha_j . \quad (17)$$

Теперь система (8) определяет полностью  $R$  - операторы. Поскольку она является неоднородной и имеет решения для произвольных значений параметра  $\mathcal{J}$ , мы выбираем то значение  $\mathcal{J}$ , для которого удовлетворяются уравнения (5), усредненные по состоянию (14).

в) Уравнения ротонной теории. Формула для момента инерции.

Уравнения системы (8), при сделанных в предыдущем параграфе предположениях (см. (10-12, 14-17)), приобретают следующий явный вид:

$$(E_i + E_j) (r_i)_{ji} + \frac{1}{2} \sum_{\lambda\nu} [V_{ji,\lambda\nu} U_{ji} U_{\lambda\nu} + 2\bar{V}_{j\bar{\nu},i\lambda} V_{ij} V_{\lambda\nu}] (r_i)_{\lambda\nu}$$

$$= i/\mathcal{J} \left\{ \frac{1}{2} (I_2)_{j\bar{i}} V_{ji} - \frac{1}{i} (r_i)_{ji} + (\Sigma (I_3)_{mm} v_m^2) (r_2)_{ji} + \right. \quad (18)$$

$$+ \Sigma [(I_3)_{j\lambda} U_{j\lambda} (r_2)_{\lambda i} - (I_3)_{i\lambda} U_{i\lambda} (r_2)_{\lambda j} - (I_2)_{j\lambda} U_{i\lambda} (r_3)_{\lambda i} +$$

$$\left. + (I_2)_{i\lambda} U_{i\lambda} (r_3)_{\lambda j}] \right\} .$$



Аналогичные уравнения для матричных элементов  $r_2$  и  $r_3$  можно получить циклической заменой (  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$  ) индексов операторов  $r$  и  $I$ ; соответственно первый член в правых частях будет равен:  $-(I_1)_{ji} \sim V_{ji}$  и  $0$ .

Приняты обозначения:

$$U_{\alpha\beta} = u_\alpha u_\beta + v_\alpha v_\beta,$$

$$V_{\alpha\beta} = u_\alpha v_\beta - u_\beta v_\alpha.$$

Как уже отмечалось выше, значение момента инерции  $\mathcal{J}$  определяется из требования, чтобы выполнялись в среднем по состоянию  $|>$  соотношения (5). Таким образом, используя, например, коммутатор  $[I_1, R_2^\dagger]$ , получаем следующую формулу для момента инерции:

$$\sum_{\mu\nu} (I_1)_{\mu\nu} (r_2)_{\nu\mu} \sim V_{\nu\mu} = i/2, \quad (19)$$

В этой формуле учтены парные корреляции, поляризационные эффекты (изменения ХФБ - поля из-за вращения или учета остаточных взаимодействий) и эффекты трехмерности ядерной ротации. При отсутствии парных корреляций она переходит в полученную ранее формулу /8/, учитывающую только эффекты трехмерности и поляризационные эффекты. Формула (19), как будет показано в следующем разделе, является обобщением нескольких известных формул, таких, как полученная Беляевым /6/, формула Таулеса /8/, и, конечно, Инглиса /1/.

### 3. Некоторые применения теории

а) Момент инерции в двухмерном приближении с учетом остаточного взаимодействия

Полученная система уравнений (18) является связанной по отношению к  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$ . Составляющие ее уравнения становятся независимыми в случае, когда мы не принимаем во внимание все члены, кроме первого, в правых частях уравнений, что приводит к легко истолковываемым физическим результатам.

Простыми преобразованиями тогда уравнения приводятся к виду  
(например, для  $r_2$ )

$$(E_i + E_j) (r_2)_{ji} \tilde{r} + \sum_{\lambda\nu} [V_{j\pi, \nu\lambda} U_{ji} U_{\lambda\nu} + \bar{V}_{\lambda, \nu i} V_{ji} V_{\lambda\nu}] (r_2)_{\lambda\nu} \tilde{r} = i/2g (I_1)_{ji} V_{ji} \quad (20)$$

где  $\bar{V}_{ij, \lambda\ell} = V_{ij, \lambda\ell} - V_{ij, \ell\lambda}$ .

Нетрудно убедиться, что подстановка

$$\frac{2g}{i} (r_2)_{ji} \tilde{r} = f_{ji} \omega^{-1} \quad (21)$$

приводит (20) к тождественному соответствию с уравнениями, полученными в /6/ Беляевым (см. там уравнения (17)). В (21)  $f_{ji}$  — коэффициенты обобщенной канонической трансформации, а  $\omega$  — угловая скорость (введены в статье Беляева).

Так как наша формула для момента инерции (19) (в обозначениях (21)) полностью соответствует полученной в /6/, то можно заключить, что ротонная теория, сформулированная в ХФБ — базисе, воспроизводит в своем простейшем приближении формулы работы /6/, которые содержат все, что было известно до сих пор и что дают двухмерные теории. При отсутствии парных корреляций формулы /6/ переходят в формулы Таулеса /2/, учитывающие только поляризационные эффекты.

б) Момент инерции в приближении свободных квазичастиц

Исследование случая, когда операторы ротонов коммутируют с членами остаточного взаимодействия, дается легко, потому что члены, содержащие  $V_{ij, \lambda\ell}$ , не участвуют в уравнениях (20). Здесь решения для  $r$  — операторов получаются в аналитическом виде:

$$(r_2)_{ji} \tilde{r} = \frac{i}{2g} \frac{(I_1)_{ji} V_{ji}}{E_j + E_i} \quad \text{и т.д.,} \quad (22)$$

и подставляя их в (19), получаем хорошо знакомый результат:

$$J = \sum_{\mu\nu} \frac{|(I_1)_{\mu\nu}|^2}{E_\mu + E_\nu} V_{\mu\nu}^2 \quad (23)$$

Эта формула представляет собой известную формулу Инглиса для момента инерции вращающихся деформированных ядер <sup>1,2/</sup> при явном учете сил спаривания. Возможности формулы (23) были обследованы детально (см., например, <sup>10/</sup>). Имея в распоряжении одночастичный потенциал Вудса-Саксона, более совершенный, чем использованный ранее потенциал Нильссона, мы сделали некоторые иллюстративные расчеты, чтобы найти эффект влияния изменения одночастичной схемы на результаты, даваемые формулой Инглиса. При этом использовался более строгий критерий для определения констант парного взаимодействия ( $G_N$  и  $G_Z$ ), чем в цитируемой работе, а именно: искались те значения парных параметров, которые приводят к лучшим результатам для парной энергии исследуемого ядра. Хотя полученные результаты несут ограниченный, иллюстративный характер, все же кажется, что в этих условиях инглисовская формула дает еще более заниженное по сравнению с приводимыми обычно теоретическими оценками значение момента инерции. Например, для ядер <sup>168</sup>Yb, <sup>170</sup>Yb, <sup>172</sup>Yb были получены (при значении параметра деформации  $\beta_{20} = 0,300$ ,  $\beta_{40} = 0$ ) следующие результаты:

$J$ [MeV <sup>-1</sup> ]			
Ядро	Настоящая работа	Работа <sup>10/</sup>	Эксперимент
<sup>168</sup> Yb	21,69	31,5	34,19
<sup>170</sup> Yb	24,46	30,0	35,60
<sup>172</sup> Yb	27,39	32,8	38,12

Результаты Приора и др. <sup>10/</sup> хорошо воспроизводятся в случае, когда используется их методика для выбора парных параметров.

в) Учет ротационной энергии в основном состоянии. Полученные выше результаты основаны на предположении, что состояние, по которому усредняется в (9), может быть аппроксимировано квазичастичным вакуумом  $| \rangle$  (14), который минимизирует состояние системы, описываемой гамильтонианом  $H$  (15). Но из теории /9/ следует, что нам следовало бы оперировать с состоянием  $| - \rangle$ , отвечающим условию

$$(H - E_k - \vec{l}^2/2\mathcal{J}) | - \rangle = 0. \quad (24)$$

Естественно поставить задачу вариационным способом и найти состояние, минимизирующее среднее значение  $\mathcal{H} = H - E_k - \vec{l}^2/2\mathcal{J}$ :

$$\delta \langle 0 | \mathcal{H} | 0 \rangle = 0, \quad (25)$$

а потом аппроксимировать  $| - \rangle$  через  $| 0 \rangle$ , или, другими словами, учесть вклад ротационной энергии в основное состояние.

Мы сделаем предположение, что  $| 0 \rangle$  является снова квазичастичным вакуумом (перенормированным надлежащим способом) и запишем  $\mathcal{H}$  в виде

$$\mathcal{H} = C + \sum_i \epsilon_i a_i^\dagger a_i + \mathcal{H}_{r,es}. \quad (26)$$

где  $\mathcal{H}_{r,es}$  содержит нормальное произведение четырех операторов рождения и уничтожения.

Тогда в ротонные уравнения будет входить гамильтониан

$$H = \mathcal{H} + E_k + \vec{l}^2/2\mathcal{J} = C_k + \sum_i \epsilon_i a_i^\dagger a_i + \sum_{ij} h_{ij}^{(1,1)} a_i^\dagger a_j + \sum_{ij} h_{ij}^{(2,0)} a_i^\dagger a_j + \dots, \quad (27)$$

где члены  $h^{(1,1)}$ ,  $h^{(2,0)}$  и т.д. появляются из-за добавления оператора  $\vec{l}^2$  и имеют очевидную структуру:

$$\begin{aligned}
h_{ij}^{(1,1)} &= \frac{1}{2g} ( \langle 0 | a_i h a_j^+ | \theta \rangle - \langle 0 | h | 0 \rangle ) \\
&= \frac{1}{2g} \sum_{\ell=1,2,3} \left\{ \sum_{\mu'} (I_{\ell})_{i\mu'} (I_{\ell})_{\mu'j} [2u_{\mu'} v_{\mu'} (u_i v_j + u_j v_i) \right. \\
&\quad \left. + (u_{\mu'}^2 - v_{\mu'}^2) (u_i u_j - v_i v_j) \right] + 2 \left( \sum_{\mu'} (I_{\ell})_{\mu'\mu'} v_{\mu'}^2 \right) (I_{\ell})_{ij} U_{ij} \right\}; \\
h_{ij}^{(2,0)} &= \frac{1}{2} \langle 0 | a_j a_i h | 0 \rangle = \\
&= \frac{1}{4g} \sum_{\ell=1,2,3} \left\{ \sum_{\mu} (I_{\ell})_{i\mu} (I_{\ell})_{\mu j} (U_{i\mu} V_{j\mu} + U_{j\mu} V_{i\mu}) \right. \\
&\quad \left. + 2 \left( \sum_{\mu} (I_{\ell})_{\mu\mu} v_{\mu}^2 \right) (I_{\ell})_{ij} V_{ij} \right\}.
\end{aligned} \tag{28}$$

Решая систему (9) с новым гамильтонианом (27), надо иметь в виду, что нельзя отбрасывать члены типа  $a^+ a$  в ротонном операторе из-за присутствия членов  $h^{(2,0)}$  в  $H$ , т.е. в этом случае:

$$r_{\mu} = \sum \{ (r_{\mu})_{\alpha\beta} a_{\alpha}^+ a_{\beta}^+ + (r_{\mu})_{\alpha\beta}^* a_{\beta} a_{\alpha} + (r'_{\mu})_{\alpha\beta} a_{\alpha}^+ a_{\beta}; (r'_{\mu})_{\alpha\beta} = (r_{\mu})_{\beta\alpha}^* \} \tag{29}$$

Таким образом, вместо уравнений (18) будем иметь:

$$\begin{aligned}
&(\epsilon_j + \epsilon_i) (r_1)_{ji} + \sum_{\kappa} [ h_{j\kappa}^{(1,1)} (r_1)_{\kappa i} - h_{i\kappa}^{(1,1)} (r_1)_{\kappa i} ] + \\
&+ \sum_{\kappa} [ h_{i\kappa}^{(2,0)} (r'_1)_{j\kappa} - h_{j\kappa}^{(2,0)} (r'_1)_{i\kappa} ] + \frac{1}{2} \sum [ \bar{W}_{j\ell, \lambda\nu} U_{ij} U_{\lambda\nu} + 2 \bar{W}_{j\nu, i\lambda} V_{ij} V_{\lambda\nu} ] (r_1)_{j\ell} \\
&\tag{30} \\
&= i/g \left\{ \frac{1}{2} (I_2)_{ji} V_{ji} - \frac{1}{i} (r_1)_{ji} + \left( \sum_m (I_3)_{mm} v_m^2 \right) (r_2)_{ji} \right. \\
&\quad \left. + \sum (I_3)_{j\lambda} U_{j\lambda} (r_2)_{\lambda i} - (I_3)_{i\lambda} U_{i\lambda} (r_2)_{\lambda j} - (I_2)_{j\lambda} U_{j\lambda} (r_3)_{\lambda i} + (I_2)_{i\lambda} U_{i\lambda} (r_2)_{\lambda j} \right\},
\end{aligned}$$

где  $W_{ij, k\ell}$  - матричные элементы двухчастичного взаимодействия, дополненные членами, происходящим и от добавления  $\hbar$  (см. (27)). Уравнения для  $r_2$  (соответственно  $r_3$ ) получаются по описанным в п. 2б) правилам.

Уравнения (30) решались в приближении, где все члены, кроме первого в правой части, были отброшены и учитывался только вклад диагональных членов  $\hbar^{(1,1)}$  и  $\hbar^{(2,0)}$ ; снова предполагалось, что выполняется  $[W, R_\mu^+] = 0$ , что ведет к пропаданию членов, содержащих  $W_{ij, k\ell}$  в левых частях уравнений. Причем из-за того, что диагональная часть  $\hbar^{(2,0)}$  - ноль, то и здесь части  $(r'_\mu)_{\lambda\nu}$  - ротоннов оказались ненужными.

Для нахождения энергий  $\epsilon_i$ , входящих в (26) и (30), им можно придать следующий смысл. Предположим, что  $|0\rangle$  является хорошим приближением к состоянию  $|- \rangle$ , которое представляет собой линейную комбинацию из состояний, принадлежащих исследуемой полосе данного ядра, а состояние  $a_i^+ |0\rangle$ , со своей стороны, хорошо аппроксимирует состояние  $|- \rangle_i$ , являющееся комбинацией из состояния ротационной полосы, выстроенной на одноквазичастичном уровне  $i$  в соседнем нечетном ядре (чей момент инерции имеет значение  $\mathcal{J}_i$ ). Тогда, при самых простых предположениях о характере ротационного движения в нечетном соседе, получаем, что:

$$\epsilon_i = E_i - \frac{1}{2\mathcal{J}} K_i (K_i + 1) + \left( \frac{1}{2\mathcal{J}_i} - \frac{1}{2\mathcal{J}} \right) \langle 0 | a_i \hbar a_i^+ | 0 \rangle, \quad (30)$$

где  $K_i$  - квантовое число проекции углового момента на ось симметрии в состоянии  $i$ . Таким образом, энергии, фигурирующие в ротонных уравнениях, соответственно в формуле для момента инерции, оказываются связанными с одноквазичастичными энергиями и ротационными характеристиками нечетного соседа. В итоге, как можно показать, это ведет к уменьшению парной энергии и, следовательно, парных параметров.

Оценка эффектов, происходящих из-за учета вклада ротационной энергии в основное состояние, была проделана для ядер  $^{170}\text{Yb}$  и  $^{172}\text{Yb}$ . Полученные значения момента инерции превосходят на 10% те, которые

были получены нами ранее (см. таблицу), что несколько продвигает результаты в сторону экспериментального значения момента инерции.

Нам хотелось бы поблагодарить Божидара Дамянова за его участие в расчетных работах.

#### Литература

1. F.M.H. Villars. *Ann.Red.Nucl.Sci.*, 7, 185 (1957).
2. D.J.Rowe. *Nuclear Collective Motion*, London, 1970.
3. О. Натан, С.Г. Нильссон. Коллективное ядерное движение и обобщенная модель, в сб. "  $\alpha$  -,  $\beta$  - и  $\gamma$  -спектроскопия. Атомиздат, М., 1969.
4. E. Nadjakov et al. *C.R. Acad.Bulg.Sci.*, 122, 871 (1969).
5. A.B. Migdal. *JETP*, 37, 249 (1959).
6. С.Т. Беляев. *ЖЭТФ*, 40, 672 (1966); *Selected Topics in Nuclear Theory*, IAEA, Vienna, 1963, p. 291.
7. И.Н. Михайлов, Е. Наджаков. Препринт ОИЯИ, Р4-4293, Дубна, 1969. Preprint, ICTP, IC/69/20 (1969).
8. I.N. Mikhailov, E. Nadjakov, *C.R. Acad.Bulg.Sci.*, 22, 1221 (1969).
9. E. Nadjakov, I.N. Mikhailov, *ibid.*, 23, 495 (1970).
10. O. Prior et al. *Nucl.Phys.*, A110, 257 (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел  
28 октября 1971 года.