

С 374

T-612

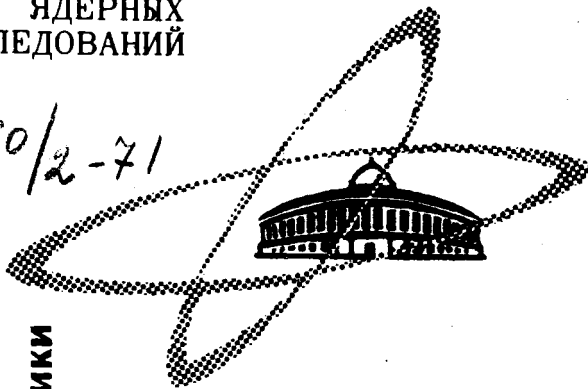
СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

У260/2-71

20/11-71

P4 - 6087



Н.А. Торопков

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ  
И АВТОМАТИЗАЦИИ

К ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОГЕРЕНТНОСТИ  
ОПОРНОГО ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА

1971

P4 - 6087

Н.А. Торопков

К ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОГЕРЕНТНОСТИ  
ОПОРНОГО ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

Торопков Н.А.

P4-6087

К пространственной когерентности опорного точечного источника

Рассмотрена задача о распределении пространственной когерентности волны, переизлученной опорным источником в плоскости детектора. Получены вид функции взаимной пространственной корреляции в плоскости детектора и выражения, связывающие размер голограммы и эффективный размер диафрагмы опорного точечного источника.

**Сообщения Объединенного института ядерных исследований  
Дубна, 1971**

Toropkov N.A.

P4-6087

On the Space Coherence of the Reference Point Source

The problem is considered about the distribution of the space coherence of the wave reradiated by the reference source in the detector plane. The function for the cross space correlation in the detector plane is obtained as well as the expressions connecting the size of the hologram and the effective size of the diaphragm of the reference point source.

**Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.  
Dubna, 1971**

В интерференционных экспериментах и голографии в качестве опорного источника обычно используется точечный источник в виде диафрагмы с радиусом  $a$ . В плоскости детектора рассеянная от исследуемого объекта волна и опорная волна интерферируют, если они когерентны. Следует отметить, что важна не только временная когерентность, определяемая длиной когерентности  $l \cong c / \Delta\nu$ ,  $\Delta\nu = \frac{1}{T}$ , где  $\Delta\nu$  - ширина линии излучения источника, но и пространственная когерентность  $l^2$ , определяющая пространственную стабильность интерференционной картины. Последняя определяется корреляционной функцией Фурье-преобразования спектра по поверхности источника. Пусть точечная диафрагма переизлучает волну, падающую от источника, в виде

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega_0 t)} \quad (I)$$

где  $\omega_0$  - частота источника излучения,

$\vec{k}$  - волновой вектор.

В плоскости детектора эта волна регистрируется и детектируемая мощность определяется вектором Умова-Пойнтинга

$$\begin{aligned} \vec{P}(\vec{R}, t) d\vec{S} &= |\vec{P}| R^2 d\Omega, \\ \vec{P}(\vec{R}, t) &= \frac{c}{4\pi} |\vec{E}|^2 \frac{\vec{R}}{R}. \end{aligned} \quad (2)$$

Однако физический интерес представляет детектируемый спектр, который получается с помощью теоремы Винера-Хинчина <sup>/2/</sup> из выражения (2) как Фурье-преобразование автокорреляционной функции по переменной поля.

$$I(\kappa\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{i\omega\tau} \frac{c}{4\pi} \langle \vec{E}(\vec{R}, t) \cdot \vec{E}(\vec{R}, t+\tau) \rangle, \quad (3)$$

где символ  $\langle \quad \rangle$  означает усреднение по переменной  $t$ , или по ансамблю точечных излучателей диафрагмы.

Если  $\vec{S}$  - радиус-вектор из начала координат к точке диафрагмы,  $\vec{R}$  - радиус-вектор точки регистрации,  $\vec{r}$  - радиус-вектор точки детектирования в плоскости детектора, то, предполагая статистическую независимость точек переизлучения на поверхности диафрагмы, введем функцию взаимной когерентности <sup>/3/</sup>

$$\begin{aligned} \Gamma_{12}(\tau) &= \langle E_2^*(t) E_1(t+\tau) \rangle \\ &= \iint_{\omega_1, \omega_2} \exp[-i\{\omega_1(t+\tau) - \omega_2(t)\}] \times \\ &\quad \times \langle \tilde{E}_2(\omega_2) \tilde{E}_1(\omega_1) \rangle d\omega_1 d\omega_2 \quad (4) \\ &= \iint_{\omega_1, \omega_2} \exp\{-i[\omega_1\tau + t(\omega_1 - \omega_2)]\} \langle \tilde{E}_2(\omega_2) \tilde{E}_1(\omega_1) \rangle d\omega_1 d\omega_2 \end{aligned}$$

Условие стационарности во времени интерференционной картины требует, чтобы

$$\langle \tilde{E}_2(\omega_2) \tilde{E}_1(\omega_1) \rangle = \delta(\omega_2 - \omega_1) \tilde{\Gamma}_{12}(\omega_1), \quad (5)$$

где  $\delta(\omega)$  -  $\delta$ -функция Дирака. Из (3) получаем, что

$$\tilde{\Gamma}_{12}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} d\tau e^{i\omega\tau} \Gamma_{12}(\tau) \quad (4)$$

с использованием свойств аналитичности сигнала.

Аналогично условие пространственной стационарности интерференционной картины определяется двухчастичной корреляционной функцией

$$\tilde{\Gamma}_{12}(\vec{s}, \vec{s}', \omega) = \delta_s(\vec{s} - \vec{s}') \cdot \tilde{\Gamma}_{12}(\vec{s}, \omega). \quad (5)$$

В обычных интерференционных опытах линейные размеры эксперимента значительно превышают размер диафрагмы и размер интерференционной картины. В этом случае

$$\begin{aligned} \langle \tilde{E}(\vec{r}, t) \tilde{E}^*(\vec{r}', t+\tau) \rangle &= \\ &= \frac{|\tilde{E}_0|^2}{R^2} \cdot \langle \exp\{i[\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_0 t] - [\vec{k} \cdot \vec{r}' - \omega_0(t+\tau)]\} \rangle \end{aligned}$$

и

$$\tilde{\Gamma}(\vec{r} - \vec{r}', \omega) \cong |\kappa|^2 \int_S \exp[-i\kappa(R - R')] \tilde{\Gamma}(\vec{s}, \omega) ds$$

из простых геометрических соображений

$$\kappa(R - R') = \kappa(|\vec{r} - \vec{s}| - |\vec{r}' - \vec{s}'|) \approx -\frac{\kappa}{R} \vec{s}(\vec{r} - \vec{r}')$$

$$\tilde{\Gamma}(\vec{r} - \vec{r}', \omega) \approx |\kappa|^2 \int_S \exp[-i\frac{\kappa}{R} \vec{s}(\vec{r} - \vec{r}')] \tilde{\Gamma}(\vec{s}, \omega) ds. \quad (6)$$

Выражение (6) дает пространственную когерентность, даваемую Фурье-преобразованием распределения интенсивности по источнику. Для диафрагмы радиусом  $a$

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}(\vec{r}, \omega) &\approx |\kappa|^2 \tilde{\Gamma}(\omega) \int_0^a \int_0^{2\pi} e^{-i \frac{\kappa}{R} \cdot s r \cos \theta} s \cdot ds \cdot d\theta \\ &= 2\pi |\kappa|^2 \cdot \left(\frac{R \cdot a}{\kappa r}\right) \cdot \tilde{\Gamma}(\omega) \cdot J_1\left(\frac{\kappa a r}{R}\right), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $J_0$  и  $J_1$  - бesselевы функции. Для квазимонохроматического света с  $\bar{\kappa} = \frac{\omega}{c}$

$$\Gamma(\vec{r}, \tau) \approx 2\pi \left(\frac{R a}{\bar{\kappa} r}\right) \cdot |\kappa|^2 \cdot \Gamma(\tau) \cdot J_1\left(\frac{\bar{\kappa} a r}{R}\right), \quad (8)$$

которая при нормировке даст

$$\gamma(\vec{r}, \tau) = \gamma(\tau) \cdot \frac{J_1(x)}{x}, \quad (9)$$

где  $x = \frac{\bar{\kappa} a r}{R}$  и  $\gamma(\tau) = \frac{\Gamma(\tau)}{\Gamma(0)}$ .

Из выражения (9) видно, что степень когерентности в плоскости детектора исчезает для расстояний  $r$ , определяемых из свойств бesselевой функции  $J_1(x)$ :

$$r = \frac{3.83 R}{\bar{\kappa} a}. \quad (10)$$

В обычных экспериментах голографии, если  $R \approx 100$  см,  
 $k \approx 10^5$  см<sup>-1</sup>,  $a \approx 10^{-2}$  мм, то  $r \approx 3,83$  см.

Эти параметры определяют максимально возможный размер голограммы при использовании точечной диафрагмы в качестве точечного опорного источника.

Обычный линейный размер голограммы  $\approx 1$  см.

Требования на пространственную когерентность особенно существенны при использовании многомодового источника излучения (например, рубинового лазера). Поэтому получение стабильной пространственной интерференционной картины достигается с использованием точечной диафрагмы, размеры которой можно рассчитывать из выражения (10). На опыте обычно измеряется видимость интерференционных полос, которая в случае равенства интенсивностей опорной и рассеянной волн в точке детектирования равна

$$|\gamma(\vec{r}, \tau)| \quad /4/.$$



ЛИТЕРАТУРА

1. C.L. Metha. Nuovo Cimento 10, 202, 1965.
2. D.K. McDonald. Noise and Fluctuations. New York. 1962.
3. E. Wolf. Proc. Phys. Soc. 80, 1269, 1969.
4. G. Nussenzweig. J. Math. Phys. 8, 561, 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел  
12 октября 1971 года.