

СЗУ2а

К-553

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

1853/2-41

5734

P4 - 5734



А.П. Кобзев, С. Михалък, Е. Рутковски,
И.М. Франк

ВЛИЯНИЕ
ОПТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СРЕДЫ
НА ВЫХОД ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
НЕРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ

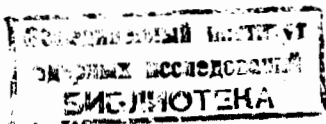
1971

ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

P4 - 5734

А.П. Кобзев, С. Михалек, Ё. Рутковски,
И.М. Франк

ВЛИЯНИЕ
ОПТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СРЕДЫ
НА ВЫХОД ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
НЕРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ



Переходное излучение возникает при пересечении заряженной частицей границы раздела двух сред с различными оптическими параметрами. В теории переходного излучения плотность энергии обычно выражается через диэлектрическую постоянную среды

$$\epsilon \equiv (\mathbf{n}')^2 = (\mathbf{n}^2 - \mathbf{k}^2) + 2i\mathbf{n}\mathbf{k}, \quad (1)$$

где \mathbf{n} - действительная, а \mathbf{k} - мнимая части комплексного показателя преломления \mathbf{n}'

$$\mathbf{n}' = \mathbf{n} + i\mathbf{k} \quad (2)$$

(здесь \mathbf{n} и \mathbf{k} приняты положительными). В элемент телесного угла $d\Omega$ под углом θ относительно нормали к границе раздела и для длины волны λ в интервале длин волн $d\lambda$ плотность энергии равна

$$dW = \frac{2e^2 v^2}{\pi c^2 \lambda^2} A(\epsilon, \theta) d\lambda d\Omega, \quad (3)$$

где c - скорость света в вакууме, v - скорость частицы, e - заряд частицы, а

$$A(\epsilon, \theta) = \left| \frac{\epsilon - 1}{\epsilon \cos \theta + \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta}} \right|^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \quad (4)$$

определяет зависимость энергии переходного излучения от комплексной диэлектрической постоянной ϵ и направления излучения. Зависимости A от \mathbf{n} , \mathbf{k} и θ в (4), вообще говоря, довольно сложны, поэтому рас-

смотрение их будет проводиться как на основе непосредственного анализа формулы (4), так и с использованием результатов численных расчётов величин A , приведенных в работе/1/.

При заданных значениях n и k угловое распределение во всех случаях представляется в виде кривой с одним максимумом (рис. 1).

В табл. 1 приведены значения угла (в градусах), на который приходится максимум величины A при заданных n и k . Нетрудно убедиться, что в широком интервале значений n и k положение максимума мало чувствительно к величинам n и k . Так, для $0,9 \leq n \leq 5$ при $k \leq 5$, а также для $1,2 \leq k \leq 5$ при $n < 0,9$ величина $\theta_{\text{макс}}$ лежит в пределах от 50° до 65° . Исключение составляет только случай $n = 1$ при $k < 0,1$, однако это не существенно, поскольку переходное излучение при этом почти отсутствует (см. табл. 2). Следовательно, положение максимума далеко не во всех случаях можно использовать для определения оптических констант вещества. Все же, как видно из табл. 1, смещение $\theta_{\text{макс}}$ в область углов, больших 65° , означает, что $n > 5$ или $k > 5$. Кроме того, нахождение максимума переходного излучения при углах $\theta_{\text{макс}} < 50^\circ$, как видно из табл. 1, означает, что как n , так и k меньше 1.

Более сильную зависимость от n и k имеют $A_{\text{макс}}$, соответствующие $\theta_{\text{макс}}$, которые приведены в табл. 2 (см. также рис. 1). Из таблицы видно, что для областей $n < 1$ и $n > 1$ зависимости $A_{\text{макс}}$ от n и k качественно различны. Прежде всего о величине A при $n = 1$. Если $n = 1$ и притом $k = 0$, то граница раздела исчезает. Действительно, величина A в (4) при $\epsilon = 1$ тождественно равна нулю. При $n = 1$ и $k \neq 0$ переходное излучение имеет место, и величина A тем больше, чем больше k .

Если теперь проследить зависимость $A_{\text{макс}}$ от n при фиксированном k , то видно, что если $k \leq 0,2$, величина $A_{\text{макс}}$ имеет наименьшее значение при $n = 1$, отделяя тем самым области величин $n < 1$ и $n > 1$. При больших k минимум в зависимости $A_{\text{макс}}$ от n становится слабо выраженным и смещается в область $n > 1$.

Область $n > 1$ характерна тем, что для $n = \text{const}$ величина $A_{\text{макс}}$ плавно возрастает с увеличением k . В области же $n < 1$ с увеличением k $A_{\text{макс}}$ сначала убывает, а затем тоже начинает возрастать. Причем минимум наблюдается для малых n при $k = 1$ и смещается к меньшим k при увеличении n от 0 до 1.

Существование таких резких зависимостей $A_{\text{макс}}$ и $\theta_{\text{макс}}$ от n и k открывает принципиальную возможность определять оптические параметры, измеряя с достаточной степенью точности интенсивность и положение максимума в угловом распределении переходного излучения. Однако проведенный выше анализ показывает, что использование этого метода ограничивается областью $n < 1$ и $k < 1$, так как в других случаях чувствительность его уменьшается.

Зависимость A от n и k тоже имеет ряд характерных особенностей. В области $n > 1$ A плавно возрастает с увеличением k при любом θ (см. рис. 2,3, а также таблицы работы/1/). Если рассмотреть зависимость A от n при фиксированном k , можно заметить, что величина A возрастает и с увеличением n , если k мало. При больших k зависимость A от n слабая и не монотонная и возрастание A становится заметным только при достаточно больших n .

В области $n < 1$ для углов $\theta > 40^\circ$ характерно уменьшение A с ростом n . Эта же зависимость наблюдается для всех углов при $k \geq 0,1$. Для $\theta < 40^\circ$ с уменьшением k от 0,1 до 0 A резко возрастает, причем для каждого θ величины A особенно велики при вполне определенном n . Например, в случае, представленном на рис. 4, при $\theta = 25^\circ$ максимум величины A лежит недалеко от $n = 0,4$. Рассматривая таблицу 1, нетрудно убедиться, что возрастанию n от нуля до единицы (при наименьшем k ; приведенном в таблице, т.е. $k = 0,001$) соответствует возрастание $\theta_{\text{макс}}$ от 0 до 84° . Вполне естественно допустить, что наличие максимальных $A_{\text{макс}}$ при $k = 0$ и $n < 1$ наряду с возрастанием $\theta_{\text{макс}}$ от 0 практически до 90° при увеличении n от 0 до 1 определяется ролью в переходном излучении полного внутреннего отражения. В самом деле, для полного внутреннего отражения необходимо $k = 0$, причем угол его определяется величиной

$$\text{arc sin } n = \theta_n \quad (5)$$

В табл. 3 угол θ_n из (5) сопоставляется с $\theta_{\text{макс}}$ при $k = 10^{-3}$, и, как видно, эти величины практически не различаются.

Для более детального анализа обратимся к теории переходного излучения. Формулу (3) можно записать через коэффициенты Френеля r - для отраженной волны и f - для преломленной волны:

$$dW = \frac{e^2 v^2}{2\pi c^2 \lambda^2} \left| 1 + r - \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} f \right|^2 \sin^2 \theta d\lambda d\Omega. \quad (6)$$

При этом первые два члена под знаком квадрата модуля, т.е. $1 + r$, обязаны полю частицы при движении ее в вакууме, а $\frac{1}{\sqrt{\epsilon}} f$ - движению ее в среде. Между коэффициентами Френеля r и f (для волны с вектором \vec{E} в плоскости падения) имеется известное соотношение

$$1 + r = \frac{2\epsilon \cos \theta}{\epsilon \cos \theta + \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta}} = \sqrt{\epsilon} f, \quad (7)$$

отсюда получаем (в согласии с (4))

$$dW = \frac{2e^2 v^2}{\pi c^2 \lambda^2} d\lambda d\Omega \left| \frac{\epsilon \cos \theta \sin \theta}{\epsilon \cos \theta + \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta}} \right|^2 \left| 1 - \frac{1}{\epsilon} \right|^2 = \frac{2e^2 v^2}{\pi c^2 \lambda^2} B^2 C^2 d\lambda d\Omega. \quad (8)$$

Здесь B^2 и C^2 - величины квадратов модуля, равные первой и второй скобке.

Очевидно, отличие от 1 величины C^2 в (8) дает относительный вклад поля частицы, связанного с ее траекторией в среде. При этом сразу видны два характерных значения величины C^2 . При $\epsilon = 1$ амплитуды поля в среде и в вакууме равны по величине и противоположны по знаку, и, в самом деле, C^2 , как следовало ожидать, равно нулю. Наоборот, в идеальном проводнике следует положить $\epsilon \rightarrow \infty$. В этом предельном случае среда полностью экранирует поле движущейся в ней частицы и $C^2 \rightarrow 1$. Что касается B^2 , то при $\epsilon \rightarrow \infty$, очевидно, $B^2 \rightarrow \sin^2 \theta$ и, следовательно, максимальное значение B^2 не превышает 1 (θ близко к $\frac{\pi}{2}$). Реальная среда вовсе не обязательно

соответствует случаю, промежуточному между этими двумя. В самом деле, используя (1), получаем

$$C^2 = \left| 1 - \frac{1}{\epsilon} \right|^2 = 1 + \frac{1 - 2(n^2 - k^2)}{(n^2 + k^2)^2}. \quad (9)$$

Из (9) видно, что если

$$k^2 - n^2 + \frac{1}{2} > 0, \quad (10)$$

то $C^2 > 1$, т.е. больше, чем для идеального проводника. Этот случай обычно реализуется в металлах, так как для них $k > n$. Однако превышение C^2 над единицей, как правило, невелико: от нескольких процентов до нескольких десятков процентов. Нетрудно убедиться при этом, что не только C^2 , но и плотность переходного излучения, пропорциональная $V^2 C^2$, может быть больше, чем для идеального проводника. Выше, при рассмотрении табл. 2, отмечалась особенно большая интенсивность переходного излучения для прозрачной среды с $n < 1$. Обратимся в связи с этим к рассмотрению переходного излучения при условии полного внутреннего отражения. Для этого положим $k = 0$, тогда для C^2 из (9) получим

$$C^2 = \left(\frac{1 - n^2}{n^2} \right)^2, \quad (11)$$

причем, очевидно, $C^2 > 1$, если

$$n^2 < \frac{1}{2}, \quad \text{т.е. } n < 0,7 \quad (12)$$

и C^2 стремится к бесконечности при стремлении n к нулю. Величина C^2 не зависит от угла θ_1 и, следовательно, при $n^2 < 0,5$ за счёт вклада поля частицы в среде происходит увеличение интенсивности переходного излучения под любым углом. Однако величина V^2 очень сильно зависит от угла. Если угол наблюдения равен углу полного внутреннего отражения, то $\sin^2 \theta_n = n^2 = \epsilon$, и, как видно из (8),

$$V^2(\theta_n) = \sin^2 \theta_n = n^2. \quad (13)$$

Таким образом, V^2 такое же как для идеального проводника, а $C^2 > 1$ делает интенсивность излучения большей, чем для него (при $n < 0,7$). Поскольку, однако, C^2 тем больше, чем меньше n^2 , а соответственно $V^2 = \sin^2 \theta_n$ при этом убывает, то можно думать, что полная интенсивность переходного излучения будет невелика. Однако это не так. В самом деле, для угла полного внутреннего отражения

$$A = V^2 C^2 = \left(\frac{1 - n^2}{n} \right)^2, \quad (14)$$

очевидно, растет с уменьшением n . При этом

$$\frac{(1 - n^2)^2}{n^2} > 1, \quad \text{если } n < 0,62, \quad (15)$$

т.е. больше максимального значения A для идеального проводника при $\theta = \frac{\pi}{2}$.

Как видно из табл. 3, положение максимума даже при k , не равном нулю, близко к углу полного внутреннего отражения, что же касается абсолютной величины максимума, то отличие k от нуля при малых n приводит к резкому его снижению. Это видно из табл. 4, в которой величина A из (14) сопоставляется с величиной $A_{\text{макс}}$ для k , соответственно равного 10^{-3} , 10^{-2} и 10^{-1} . Из таблицы видно, что даже при наличии поглощения ($k = 10^{-3}$) величина $A_{\text{макс}}$ больше единицы, если $n < 0,6$. Сильное влияние k нетрудно понять, если проанализировать зависимость V^2 от мнимой части n' . Для этого надо найти величину

$$n' \cos \theta' = \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta} = u + it. \quad (16)$$

Здесь $\cos \theta'$ - косинус комплексного угла между волновым вектором в среде и нормалью к границе. Если для волнового вектора, направленного по нормали к границе ($\theta=0$), мы приняли n и k положительными, то то же самое должно быть выполнено и для u и t , т.е. $u \geq 0$ и $t \geq 0$.

Пользуясь этим, легко определить u и t , подставляя в (16) ϵ из (1).

В результате получаем

$$u = \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{(n^2 + k^2)^2 + \sin^2 \theta [\sin^2 \theta - 2(n^2 - k^2)]} + \frac{1}{2} (n^2 - k^2 - \sin^2 \theta)}, \quad (17)$$

$$t = \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{(n^2 + k^2)^2 + \sin^2 \theta [\sin^2 \theta - 2(n^2 - k^2)]} - \frac{1}{2} (n^2 - k^2 - \sin^2 \theta)}. \quad (18)$$

При этом при извлечении корня из двух его значений каждый раз берется положительное, чтобы обеспечить $u \geq 0$ и $t \geq 0$. Величина B^2 , если воспользоваться (1) и (16), запишется так:

$$B^2 = \frac{(n^2 + k^2)^2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{(n^2 + k^2)^2 \cos^2 \theta + 2u(n^2 - k^2) \cos \theta + u^2 + t^2 + 4nkt \cos \theta} \quad (19)$$

Подстановка B^2 из (19) и C^2 из (9) в (8) дает запись плотности переходного излучения в аналитической форме, которая, как и следовало ожидать, довольно сложна, если принять во внимание, что u и t имеют значения (17) и (18). Нетрудно убедиться, что если $k \ll 1$, то заранее нельзя пренебречь мнимой частью показателя преломления даже если $k \ll n$. В самом деле, первый член в знаменателе (19), равный $(n^2 + k^2)^2 \cos^2 \theta$, может стать сравнимым с u или t при $n \gg k$. Продемонстрируем это для случая, близкого к случаю полного внутреннего отражения. Допустим, что $n < 1$ и $k \ll 1$. Положим

$$\sin^2 \theta = n^2 - k^2, \quad (20)$$

что при $n \gg k$ мало меняет условие угла полного внутреннего отражения. В этом случае из (17) и (18) имеем

$$u = \sqrt{nk} \quad \text{и} \quad t = \sqrt{nk}. \quad (21)$$

Таблица 2

1,000	9980	9804	9693	9578	9456	9328	9194	9054	8909	8759	8604	8444	8279	8109	7934	7754	7569	7379	7184	6984	6779	6569	6354	6134	5909	5679	5444	5204	4959	4709	4454	4194	3929	3659	3384	3104	2819	2529	2234	1934	1629	1309	974	634	289	44	100,0
0,9	9980	9804	9693	9578	9456	9328	9194	9054	8909	8759	8604	8444	8279	8109	7934	7754	7569	7379	7184	6984	6779	6569	6354	6134	5909	5679	5444	5204	4959	4709	4454	4194	3929	3659	3384	3104	2819	2529	2234	1934	1629	1309	974	634	289	44	100,0
0,8	9980	9804	9693	9578	9456	9328	9194	9054	8909	8759	8604	8444	8279	8109	7934	7754	7569	7379	7184	6984	6779	6569	6354	6134	5909	5679	5444	5204	4959	4709	4454	4194	3929	3659	3384	3104	2819	2529	2234	1934	1629	1309	974	634	289	44	100,0
0,7	9980	9804	9693	9578	9456	9328	9194	9054	8909	8759	8604	8444	8279	8109	7934	7754	7569	7379	7184	6984	6779	6569	6354	6134	5909	5679	5444	5204	4959	4709	4454	4194	3929	3659	3384	3104	2819	2529	2234	1934	1629	1309	974	634	289	44	100,0
0,6	9980	9804	9693	9578	9456	9328	9194	9054	8909	8759	8604	8444	8279	8109	7934	7754	7569	7379	7184	6984	6779	6569	6354	6134	5909	5679	5444	5204	4959	4709	4454	4194	3929	3659	3384	3104	2819	2529	2234	1934	1629	1309	974	634	289	44	100,0
0,5	9980	9804	9693	9578	9456	9328	9194	9054	8909	8759	8604	8444	8279	8109	7934	7754	7569	7379	7184	6984	6779	6569	6354	6134	5909	5679	5444	5204	4959	4709	4454	4194	3929	3659	3384	3104	2819	2529	2234	1934	1629	1309	974	634	289	44	100,0
0,4	9980	9804	9693	9578	9456	9328	9194	9054	8909	8759	8604	8444	8279	8109	7934	7754	7569	7379	7184	6984	6779	6569	6354	6134	5909	5679	5444	5204	4959	4709	4454	4194	3929	3659	3384	3104	2819	2529	2234	1934	1629	1309	974	634	289	44	100,0
0,3	9980	9804	9693	9578	9456	9328	9194	9054	8909	8759	8604	8444	8279	8109	7934	7754	7569	7379	7184	6984	6779	6569	6354	6134	5909	5679	5444	5204	4959	4709	4454	4194	3929	3659	3384	3104	2819	2529	2234	1934	1629	1309	974	634	289	44	100,0
0,2	9980	9804	9693	9578	9456	9328	9194	9054	8909	8759	8604	8444	8279	8109	7934	7754	7569	7379	7184	6984	6779	6569	6354	6134	5909	5679	5444	5204	4959	4709	4454	4194	3929	3659	3384	3104	2819	2529	2234	1934	1629	1309	974	634	289	44	100,0
0,1	9980	9804	9693	9578	9456	9328	9194	9054	8909	8759	8604	8444	8279	8109	7934	7754	7569	7379	7184	6984	6779	6569	6354	6134	5909	5679	5444	5204	4959	4709	4454	4194	3929	3659	3384	3104	2819	2529	2234	1934	1629	1309	974	634	289	44	100,0
0,01	9980	9804	9693	9578	9456	9328	9194	9054	8909	8759	8604	8444	8279	8109	7934	7754	7569	7379	7184	6984	6779	6569	6354	6134	5909	5679	5444	5204	4959	4709	4454	4194	3929	3659	3384	3104	2819	2529	2234	1934	1629	1309	974	634	289	44	100,0
0,001	9980	9804	9693	9578	9456	9328	9194	9054	8909	8759	8604	8444	8279	8109	7934	7754	7569	7379	7184	6984	6779	6569	6354	6134	5909	5679	5444	5204	4959	4709	4454	4194	3929	3659	3384	3104	2819	2529	2234	1934	1629	1309	974	634	289	44	100,0

Таблица 3

n	Θ_n	Θ_{\max}
0,01	0,58	0,66
0,1	5,73	5,75
0,2	11,53	11,62
0,3	17,46	17,59
0,4	23,58	23,74
0,5	30,00	30,20
0,6	36,87	37,13
0,7	44,43	44,72
0,8	53,13	53,45
0,9	64,16	64,55

Таблица 4

n	$\left(\frac{1-n}{n}\right)^2$	A_{\max}		
		$\kappa = 10^{-3}$	$\kappa = 10^{-2}$	$\kappa = 10^{-1}$
0,01	9998,0001	3,3059	0,9886	0,8238
0,1	98,0100	19,8093	3,4938	0,7874
0,2	23,0400	12,5214	4,0208	0,7865
0,3	9,2009	6,7275	3,1658	0,7335
0,4	4,4100	3,6506	2,1457	0,6064
0,5	2,2500	1,9746	1,3255	0,4432
0,6	1,1378	1,0292	0,7461	0,2837
0,7	0,5309	0,4873	0,3671	0,1540
0,8	0,2025	0,1863	0,1407	0,0661
0,9	0,0446	0,0402	0,0286	0,0202

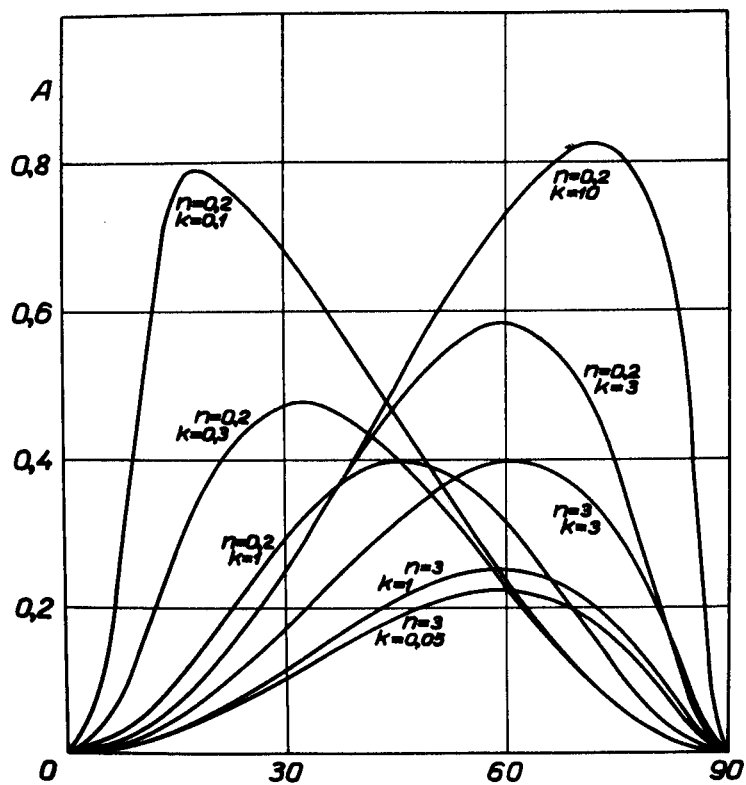


Рис. 1. Угловые распределения переходного излучения для различных комбинаций оптических параметров среды.

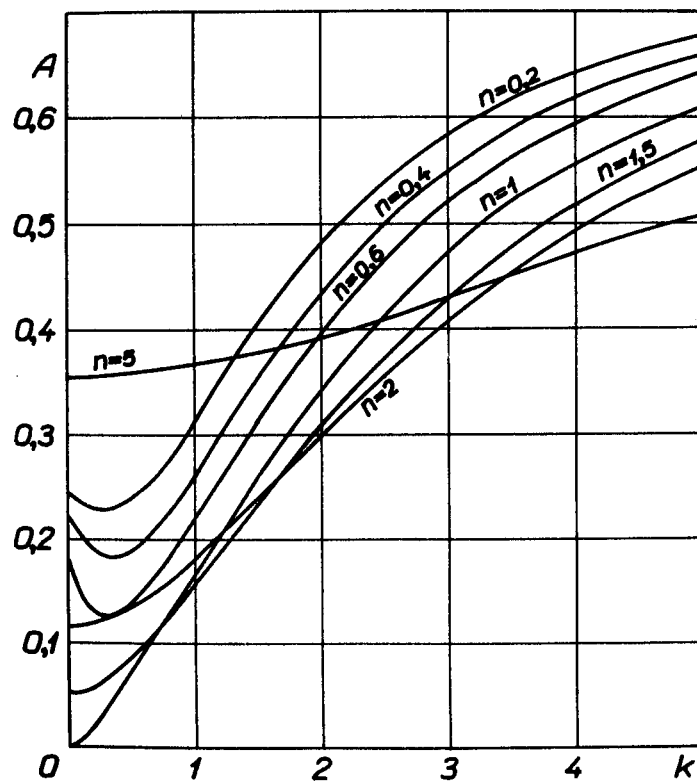


Рис. 2. Зависимость A от k для $\theta = 60^\circ$.

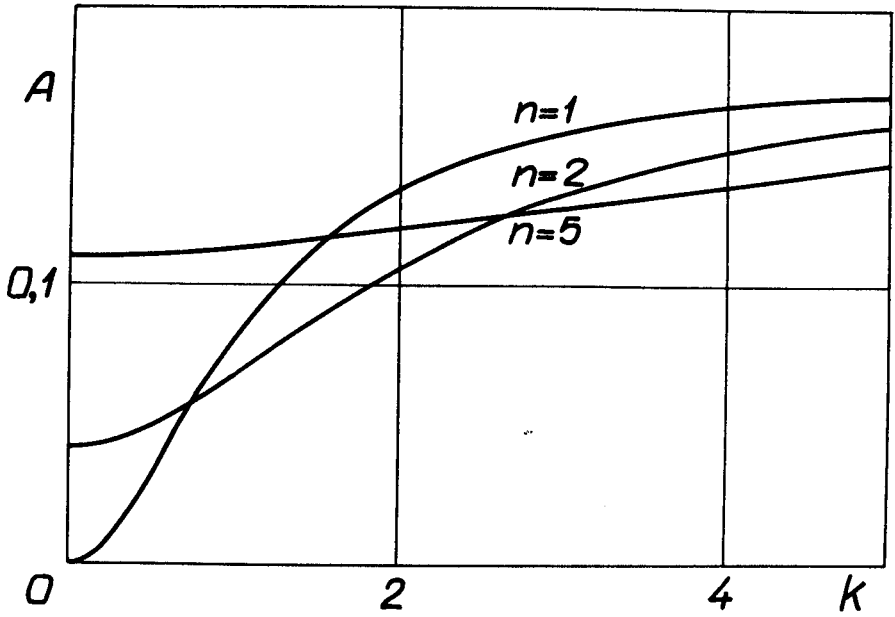


Рис. 3. Зависимость A от k для $\theta = 25^\circ$.

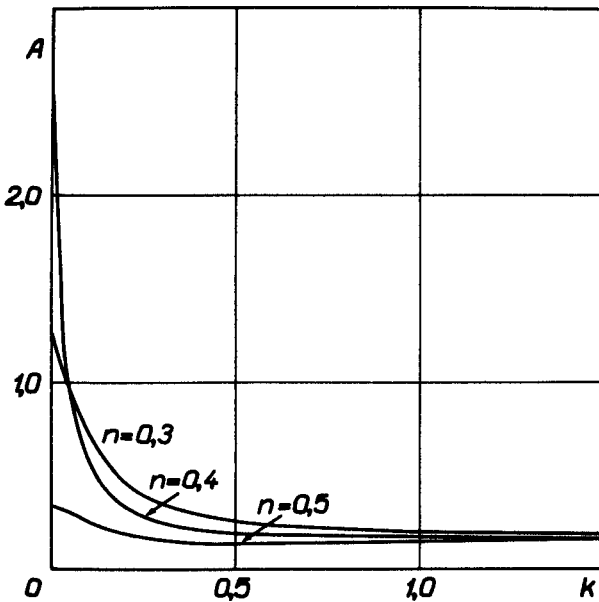


Рис. 4. Зависимость A от k для $\theta = 25^\circ$.