

P4-5614

Е.Б.Бальбуцев

СВОЙСТВА ЛЕГКИХ ЯДЕР
С РЕАЛИСТИЧЕСКИМ
НУКЛОН-НУКЛОННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Направлено в ТМФ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Б-21

19/15-71

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P4-5614

1171/2-71



ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Е.Б.Бальбуцев

СВОЙСТВА ЛЕГКИХ ЯДЕР
С РЕАЛИСТИЧЕСКИМ
НУКЛОН-НУКЛОННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

1971

В данной работе продолжается изучение свойств легких ядер с реалистическим нуклон-нуклонным взаимодействием (потенциал Хамада-Джонстона ^{/1/}), начатое в работах ^{/2,3/}. Прделаны расчеты для ядер $2p1f$ -оболочки, а также уточнены некоторые результаты, полученные в ^{/2/} и ^{/3/} для ядер $2s1d$ - оболочки.

1. Оболочечные матричные элементы вычисляются с помощью аппарата матрицы Бракнера. Матрица реакции строится точно так же, как в работе ^{/4/}. В двух случаях, когда $S=0, T=1$ и $S=1, T=0$ (S - суммарный спин двух нуклонов, T - суммарный изоспин двух нуклонов), используется метод сепарации Скотта-Мошковского. В других двух случаях, когда $S=0, T=0$ и $S=1, T=1$, применяется reference-
-средств метод. При расчете матричных элементов $\langle n\ell ST\lambda | G | n'\ell' ST\lambda \rangle$ (n, ℓ - осцилляторные квантовые числа относительного движения двух нуклонов, $\vec{\lambda} = \vec{\ell} + \vec{S}$) обнаружилось, что в случае $S=1, T=0$ они

заметно отличаются по величине от соответствующих матричных элементов работы ^{/4/}. Различие происходит в основном из-за неодинаковой оценки перекрестного члена $2G_s \frac{Q}{e} V_L$ в разложении G - матри-

цы по методу Скотта-Мошковского:

$$G \approx G_s + V_L - V_L \frac{Q}{e} V_L - 2G_s \frac{Q}{e} V_L - G_s \frac{Q-1}{e} G_s - G_s \left(\frac{1}{e} - \frac{1}{e_A} \right) G_s,$$

где G_s - приближенная матрица реакции от короткодействующей части потенциала ; V_L - дальнодействующая часть потенциала;

Q - оператор, запрещающий рассеяние в занятые состояния;

e - точный и e_A - приближенный энергетические знаменатели.

Вычисленные значения матричных элементов $\langle n0101 | -2G_s \frac{Q}{e} V_L | n0101 \rangle$

приведены в табл. 1. Видно, что они примерно в полтора раза больше показанных там же соответствующих матричных элементов из ^{/4/}.

Чтобы выяснить, насколько существенна эта разница, были рассчитаны одночастичный спектр ¹⁷O и энергия связи ¹⁶O и сравнены с соответствующими результатами работы ^{/4/}.

2. При вычислении одночастичных уровней ¹⁷O в ^{/4/} учитывались диаграммы, показанные на рисунке 1 (а,б,в). Суммирование по промежуточным состояниям p_1, p_2 (см. рис.1) производится в пределах $2s1d$ - и $2p1f$ -оболочек. Если необходимость учета диаграмм "а" и "б" не вызывает сомнений, то относительно диаграммы "в" этого сказать нельзя. Дело в том, что, в принципе, она уже должна быть учтена в диаграмме "а" - это следует из самого определения G - матрицы. В ^{/4/} по этому поводу замечается следующее. Поскольку при расчете G - матрицы промежуточные состояния описывались плоскими волнами и при этом искусственно увеличивался энергетический знаменатель, в G - матрицу оказались включенными в основном высоколежащие промежуточные состояния, которые слабо перекрываются с состояниями p_1 и p_2 . На

этом основании делается вывод, что наряду с диаграммами "а" надо учитывать и диаграммы "в", хотя и будет некоторое переопределение.

Однако эти выводы недостаточно убедительны, т.к. относятся только к состояниям с нечетным относительным орбитальным моментом двух нуклонов ($S=0, T=0$ и $S=1, T=1$), которые дают наименьший вклад в диаграммы "а" и "в". К состояниям с четным моментом ($S=0, T=1$ и $S=1, T=0$) эти аргументы неприменимы, т.к. там промежуточные состояния описываются осцилляторными функциями. Проведенные расчеты показывают, что для лучшего согласия с экспериментом диаграммы "в", действительно, не следует учитывать (см. табл. 2). Таким образом, отмеченное расхождение в величине матричных элементов привело к существенной разнице в описании одночастичного спектра ядра ^{17}O .

3. Потенциальная энергия вычисляется так же, как и в ^{/4/}, в первом порядке разложения по связанным диаграммам ^{/5/}:

$$V_{\text{пот}} = \sum_{h_1 > h_2} \sum_{JT} (2J+1)(2T+1) \langle h_1 h_2 | JT | G | h_1 h_2 | JT \rangle .$$

Здесь буквой h_i обозначен набор осцилляторных квантовых чисел n_i, ℓ_i, j_i нуклонов в $1s$ - и $1p$ -оболочках для ^{16}O и $1s$ -, $1p$ - и $2s1d$ -оболочках для ^{40}Ca .

Для ^{16}O расчет дает $V_{\text{пот.}} = -366,9$ Мэв. Кинетическую энергию можно получить по модели гармонического осциллятора. Тогда

$E_{\text{кин.}} = 252$ Мэв. Сумма этих двух величин дает нам энергию связи ^{16}O : $114,9$ Мэв. Экспериментальное значение равно $127,6$ Мэв. Здесь следует отметить, что в работе ^{/4/} получилось:

$V_{\text{пот.}} = 340$ Мэв и соответственно $E_{\text{св.}} = 88$ Мэв. Разница в

27 Мэв целиком и полностью обусловлена только отмеченными выше расхождениями при вычислении матричных элементов $\langle n | \text{STL} | G | n' | \text{STL} \rangle$ в случае $S=1, T=0$. Хотя полученный результат уже довольно близок к эксперименту, согласие еще нельзя считать удовлетворительным, особенно если принять во внимание, что надо еще учесть кулоновскую энергию. Ее можно оценить, вычислив потенциальную энергию равномерно заряженного шара. Для ^{18}O получается: $V_{\text{кул.}} \approx 16$ Мэв.

Расчет для ^{40}Ca дает $V_{\text{пот.}} = -1023,1$ Мэв и $E_{\text{кин.}} = 660$ Мэв. Отсюда $E_{\text{св.}} = 363,1$ Мэв, что нужно сравнить с экспериментальной величиной 342 Мэв. Если здесь учесть еще и кулоновскую энергию (≈ 80 Мэв), то согласие опять же оказывается далеко не блестящим.

В связи с этим представляет интерес рассчитать энергию связи как функцию плотности ядерного вещества. Известно ^{/6/}, что при некотором равновесном значении плотности полная энергия (энергия связи с обратным знаком) системы должна иметь минимум. В модели гармонического осциллятора плотность полностью определена, если известны число частиц A и осцилляторная частота ω . Поскольку мы рассматриваем конкретные ядра с фиксированным числом частиц, остается один свободный параметр ω .

Энергия связи ^{16}O была вычислена при двадцати значениях $\hbar\omega$ в интервале от 14 до 25 Мэв. Результаты представлены на рис. 2. Видно, что есть совершенно четкий максимум при $\hbar\omega = 20,3$ Мэв. Энергия связи в этой точке равна 138,7 Мэв. Таким образом, с учетом кулоновской энергии получается: $E_{\text{св.}} = 123$ Мэв, что уже совсем близко к экспериментальному значению 127,6 Мэв.

Энергия связи ^{40}Ca была вычислена при шестнадцати значениях $\hbar\omega$ в интервале от 11 до 21,5 Мэв. Результаты показаны на рис. 3.

Максимум наблюдается при $\hbar\omega = 18$ Мэв. Энергия связи в этой точке равна 486,2 Мэв. С учетом кулоновской энергии получается: $E_{св.} \approx 406$ Мэв, что примерно на 19% превышает экспериментальное значение.

4. В работе ^{/3/} был рассчитан "дыхательный" уровень Λ ядра ^{16}O по формуле:

$$\Lambda = \sqrt{\frac{\hbar^2}{M} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}},$$

где E - полная энергия ядра, $x = \sqrt{\langle r^2 \rangle}$ - среднеквадратичный радиус ядра, $M = m \cdot A$, m - масса нуклона, A - число нуклонов. Производная $\frac{\partial^2 E}{\partial (\hbar\omega)^2}$ (через которую выражается $\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$)

там была вычислена очень грубо - по трем значениям $E(\hbar\omega)$ (в точках $\hbar\omega = 16; 19$ и 22 Мэв) была построена парабола и продифференцирована. Теперь у нас имеются весьма подробные кривые $E(\hbar\omega)$ (рис. 2 и 3), поэтому можно уточнить результат работы ^{/3/} и вычислить Λ для ^{40}Ca . Производные $\frac{\partial^2 E}{\partial (\hbar\omega)^2}$ вычисляются с помощью интерполяционной формулы Лагранжа. Для ^{16}O получается: $\Lambda = 26,8$ Мэв вместо $34,3$ Мэв в ^{/3/}, а для ^{40}Ca $\Lambda = 35,7$ Мэв. Оба числа довольно близки к соответствующим результатам Бракнера ^{/8/}, полученным несколько иным путем ($\Lambda = 30,5$ Мэв в ^{16}O и $\Lambda = 29,5$ Мэв в ^{40}Ca).

II

1. В работе ^{/2/} был предложен приближенный метод вычисления эффективного взаимодействия в ядрах, возникающего из-за эффектов перестройки. Оно получается как вторая вариационная производная потенциальной энергии по плотности. Приближение заключается в том, что варьирование по плотности заменяется дифференцированием по

параметрам, определяющим плотность. Во всех расчетах в качестве среднего поля используется сферический гармонический осциллятор. В такой модели плотность определяется двумя параметрами: среднеквадратичным радиусом ядра $\langle r^2 \rangle$ (либо, что то же самое, осцилляторной частотой ω) и его атомным весом A . Они связаны с плотностью соотношениями

$$\beta = A \langle r^2 \rangle = \text{tr } r^2 \rho(r),$$

$$A = \text{tr } \rho(r),$$
(1)

где tr означает интегрирование по координатам r ; $\rho(r)$ — функция распределения нуклонов в ядре, или, другими словами, плотность. Таким образом, потенциальную энергию нужно дифференцировать по β и A . В ^{/2/} дифференцирование производилось только по β , следовательно, эффективное взаимодействие, полученное там, является недостаточно полным — оно годится лишь для расчета процессов, в которых не меняется число частиц.

Напишем вариацию энергии:

$$\delta E = \frac{\partial E}{\partial \beta} (\delta \beta)_{A=\text{const}} + \frac{\partial E}{\partial A} \delta A.$$
(2)

Вариации $\delta \beta$ и δA можно связать с вариацией $\delta \rho$, воспользовавшись соотношениями (1);

$$(\delta \beta)_{A=\text{const}} = \text{tr } r^2 (\delta \rho)_{A=\text{const}}, \quad \delta A = \text{tr } \delta \rho.$$
(3)

Учитывая основное свойство матрицы плотности $\rho^2 = \rho$, нетрудно получить равенство, которому удовлетворяют малые вариации

$$(\delta \rho)_{A=\text{const}} \text{ /9/ : } (\delta \rho)_{A=\text{const}} = \rho - \rho^0 = (1 - \rho^0) \delta \rho \rho^0 + \rho^0 \delta \rho (1 - \rho^0).$$

Отсюда следует: $(\delta \beta)_{A=\text{const}} = \text{tr} [\rho^0 r^2 (1 - \rho^0) + (1 - \rho^0) r^2 \rho^0] \delta \rho$.

Пользуясь соотношениями (2) и (3), получаем следующие выражения для 1-й и 2-й вариационных производных:

$$\frac{\delta E}{\delta \rho} = \frac{\partial E}{\partial \beta} r^2(\rho^0) + \frac{\partial E}{\partial \Lambda}, \quad (4)$$

$$\frac{\delta^2 E}{\delta \rho_1 \delta \rho_2} = \frac{\partial^2 E}{\partial \beta^2} r_1^2(\rho^0) r_2^2(\rho^0) + \frac{\partial^2 E}{\partial \beta \partial \Lambda} [r_1^2(\rho^0) + r_2^2(\rho^0)] + \frac{\partial^2 E}{\partial \Lambda^2},$$

где $r_i^2(\rho^0) = \rho_i^0 r_i^2(1 - \rho_i^0) + (1 - \rho_i^0) r_i^2 \rho_i^0$. Подставляя сюда выражение для потенциальной энергии

$$E_{\text{пот.}} = \frac{1}{2} \int G(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2,$$

где G - матрица реакции Бракнера, $\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_{a,b} \phi_a^*(\vec{r}_1) \phi_b^*(\vec{r}_2) \phi_a(\vec{r}_1) \phi_b(\vec{r}_2)$, $\phi_a(\vec{r})$ - одночастичная волновая функция, получаем взаимодействие, обусловленное эффектами перестройки:

$$\begin{aligned} \Delta F(r_3, r_4) = & \frac{1}{2} \int \left\{ [r_4^2(\rho^0) \frac{\partial G(\vec{r}_1, \vec{r}_2)}{\partial \beta} + \frac{\partial G(\vec{r}_1, \vec{r}_2)}{\partial \Lambda}] [r_3^2(\rho^0) \frac{\partial \Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)}{\partial \beta} + \frac{\partial \Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)}{\partial \Lambda}] + \right. \\ & \left. + [3 \leftrightarrow 4] + [r_3^2(\rho^0) r_4^2(\rho^0) \frac{\partial^2 G(\vec{r}_1, \vec{r}_2)}{\partial \beta^2} + (r_3^2(\rho^0) + r_4^2(\rho^0)) \frac{\partial^2 G(\vec{r}_1, \vec{r}_2)}{\partial \Lambda \partial \beta} + \frac{\partial^2 G(\vec{r}_1, \vec{r}_2)}{\partial \Lambda^2}] \right\} \\ & \cdot \Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Поскольку G - матрица зависит от определенной комбинации β и Λ , а именно, от осцилляторной частоты ω , удобно перейти к новым переменным ω и N :

$$\beta = \frac{\hbar}{m\omega} \sum_{i=1}^N (2n_i + l_i + \frac{3}{2}) \approx \frac{\hbar}{m\omega} \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} N\right)^{4/3}, \quad \Lambda = N.$$

С помощью обычных правил замены переменных в частных производных находим систему уравнений:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \omega} = \frac{\partial \beta}{\partial \omega} \frac{\partial \Phi}{\partial \beta} + \frac{\partial \Lambda}{\partial \omega} \frac{\partial \Phi}{\partial \Lambda},$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial N} = \frac{\partial \beta}{\partial N} \frac{\partial \Phi}{\partial \beta} + \frac{\partial \Lambda}{\partial N} \frac{\partial \Phi}{\partial \Lambda}.$$

Учитывая, что $\frac{\partial \Lambda}{\partial \omega} = 0$, получаем:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \beta} = -\frac{\nu \omega}{k} \frac{\partial \Phi}{\partial \omega}, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \Lambda} = \frac{\partial \Phi}{\partial N} + \frac{4}{3} \frac{\omega}{N} \frac{\partial \Phi}{\partial \omega}, \quad (6)$$

где $\nu = \frac{m\omega}{\hbar}$, $k = \sum_{i=1}^N (2n_i + l_i + \frac{3}{2})$. Здесь нужно отметить, что Φ зависит от N только через суммирование по всем частицам. Аналогичная система уравнений получается для G - матрицы, но здесь уже не только $\frac{\partial \Lambda}{\partial \omega}$, но и $\frac{\partial G}{\partial N} = 0$. Отсюда имеем:

$$\frac{\partial G}{\partial \beta} = -\frac{\nu \omega}{k} \frac{\partial G}{\partial \omega}, \quad \frac{\partial G}{\partial \Lambda} = \frac{4}{3} \frac{\omega}{N} \frac{\partial G}{\partial \omega}, \quad \frac{\partial^2 G}{\partial \beta^2} = \frac{\nu^2 \omega}{k^2} (2 \frac{\partial G}{\partial \omega} + \omega \frac{\partial^2 G}{\partial \omega^2}), \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial \Lambda^2} = \frac{4}{9} \frac{\omega}{N^2} (\frac{\partial G}{\partial \omega} + 4\omega \frac{\partial^2 G}{\partial \omega^2}), \quad \frac{\partial^2 G}{\partial \beta \partial \Lambda} = -\frac{4}{3} \frac{\nu \omega}{kN} (\frac{\partial G}{\partial \omega} + \omega \frac{\partial^2 G}{\partial \omega^2}).$$

Подставляя (6) и (7) в формулу (5), приходим к следующему результату:

$$\Delta F(r_3, r_4) = \kappa_2 \nu^2 r_3^2(\rho^0) r_4^2(\rho^0) - \kappa_1 \nu [r_3^2(\rho^0) + r_4^2(\rho^0)] + \kappa_0, \quad (8)$$

где

$$\kappa_2 = \frac{\omega}{k^2} \frac{1}{2} \int [2\omega \frac{\partial G}{\partial \omega} \frac{\partial \Phi}{\partial \omega} + (2 \frac{\partial G}{\partial \omega} + \omega \frac{\partial^2 G}{\partial \omega^2}) \Phi] d\vec{r}_1 d\vec{r}_2,$$

$$\kappa_1 = \frac{\omega}{k} \frac{1}{2} \int \left\{ \frac{4}{3N} \left[2\omega \frac{\partial G}{\partial \omega} \frac{\partial \Phi}{\partial \omega} + \left(\frac{\partial G}{\partial \omega} + \omega \frac{\partial^2 G}{\partial \omega^2} \right) \Phi \right] + \frac{\partial G}{\partial \omega} \frac{\partial \Phi}{\partial N} \right\} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 ,$$

$$\kappa_0 = \frac{4}{3} \frac{\omega}{N} \frac{1}{2} \int \left\{ \frac{1}{3N} \left[8\omega \frac{\partial G}{\partial \omega} \frac{\partial \Phi}{\partial \omega} + \left(\frac{\partial G}{\partial \omega} + 4\omega \frac{\partial^2 G}{\partial \omega^2} \right) \Phi \right] + 2 \frac{\partial G}{\partial \omega} \frac{\partial \Phi}{\partial N} \right\} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 .$$

Поскольку потенциал Хамада-Джонстона зависит от суммарного спина двух частиц S и суммарного изоспина T , потенциальную энергию можно представить как $E = \sum_{ST} E(S, T)$ и вычислить константы κ_2^{ST} , κ_1^{ST} , κ_0^{ST} для каждого значения S и T , как это было сделано в /2/.

При $S = 0$, $T = 1$ и $S = 1$, $T = 0$ для вычисления G - матрицы и ее производных в работе /2/ применялся метод сепарации Скотта-Мошковского. В связи с тем, что этот метод совершенно не определен для недиагональных матричных элементов и в расчеты, таким образом, сознательно вносится неконтролируемая ошибка, представляет интерес при вычислении констант κ частично отказаться от метода сепарации, а именно: вычислять вклад от короткодействующей части потенциала точно, не полагая его равным нулю, что для недиагональных матричных элементов просто неверно. Параметр сепарации сохраняет при этом свое значение в смысле длины залечивания. Проведенные расчеты показывают, что результаты существенно изменяются. Для ядра ^{16}O , например, получается :

$$\kappa_2^{01} = -0,002 \text{ МэВ} , \quad \kappa_2^{10} = 0,062 \text{ МэВ} ,$$

тогда как с использованием метода сепарации было :

$$\kappa_2^{01} = 0,036 \text{ МэВ} , \quad \kappa_2^{10} = 0,184 \text{ МэВ} .$$

Следовательно, получено еще одно подтверждение факта, ставшего в последнее время общепризнанным /10/, что метод сепарации плохо работает : если его и можно применять для грубых оценок таких величин, как, например, энергия связи, то для расчета более тонких ядерных характеристик, какими являются эффекты перестройки, он явно непригоден.

В этой работе константы κ_2^{ST} , κ_1^{ST} , κ_0^{ST} вычислены при двух значениях осцилляторной энергии $\hbar\omega$: $\hbar\omega$, соответствующей экспериментальному значению среднеквадратичного радиуса ядра ($\hbar\omega = 14$ Мэв для ^{18}O и $\hbar\omega = 11$ Мэв для ^{40}Ca) и $\hbar\omega$, соответствующей равновесной плотности, т.е. минимуму полной энергии ядра ($\hbar\omega = 20,3$ Мэв для ^{18}O и $\hbar\omega = 18$ Мэв для ^{40}Ca). Результаты расчета приведены в табл. 3 и 4. Видно, что закономерности, отмеченные в /2/, сохранились. Константы κ с $S = 1$ значительно больше соответствующих κ с $S = 0$. Здесь, несомненно, сказалось влияние тензорных сил, которые проявляются только при $S = 1$. Отсюда можно сделать вывод, что тензорные силы являются одним из главных факторов, определяющих величину эффектов перестройки. Это заключение согласуется с работами /11-13/, где предлагается сложные реалистические потенциалы с тензорными силами аппроксимировать эффективным взаимодействием, зависящим от плотности.

2. Посмотрим теперь, как влияет вычисленная здесь поправка к остаточному взаимодействию на изотопическое смещение, а вернее, на изменение среднеквадратичного протонного радиуса ядра $\delta < r_p^2 >$ при добавлении к нему нейтронов.

При добавлении одного нейтрона $\delta < r_p^2 >$ можно рассчитать по теории возмущений /14,15/ :

$$\delta \langle r_p^2 \rangle_j = \frac{1}{2 Z \nu h \omega (j + \frac{1}{2})} \sum_{n_1 \ell_1 j_1} \sqrt{(n_1+1)(n_1+\ell_1+\frac{1}{2})} \sum_{JT} (J + \frac{1}{2}) \cdot \langle n \ell j, n_1 \ell_1 j_1, JT | G | n \ell j, n_1+1 \ell_1 j_1, JT \rangle. \quad (9)$$

Здесь Z - заряд ядра; n, ℓ, j - квантовые числа уровня, на который садится нейтрон; $n_1 \ell_1 j_1$ - квантовые числа нуклонов остова: для ^{16}O - это $1s$ - и $1p$ - оболочки, для ^{40}Ca - $1p$ и $2s1d$ - оболочки. Значения $\delta \langle r_p^2 \rangle_j$ для ядер $^{16}\text{O} \rightarrow ^{17}\text{O}$ и $^{40}\text{Ca} \rightarrow ^{41}\text{Ca}$, вычисленные как с поправкой ΔF , так и без нее, приведены в табл.5. Видно, что эффекты перестройки заметно влияют на величину $\delta \langle r_p^2 \rangle$ (особенно в случае равновесной плотности) и могут даже изменить ее знак.

При добавлении двух нейтронов $\delta \langle r_p^2 \rangle$ рассчитывается также по теории возмущений совершенно аналогично (9). Окончательный результат можно записать в виде:

$$\delta \langle r_p^2 \rangle_{J_k} = \sum_{j \geq j'} (\Gamma_{jj'}^{J_k})^2 (\delta \langle r_p^2 \rangle_j + \delta \langle r_p^2 \rangle_{j'}), \quad (10)$$

где $\Gamma_{jj'}^{J_k}$ - коэффициенты волновой функции двух нейтронов в ближайшей к остову (^{16}O или ^{40}Ca) оболочке, связанных в момент J ; k - номер уровня с моментом J . Результаты расчета $\delta \langle r_p^2 \rangle_{J_k}$ для нескольких нижайших уровней ядер ^{18}O и ^{42}Ca представлены в табл. 6.

Изотопическое смещение спектральных линий μ - мезоатомов $\delta(\Delta E)$ в случае $^{40}\text{Ca} \rightarrow ^{42}\text{Ca}$ известно экспериментально ^{/16/}, поэтому здесь появляется возможность проверить, улучшает ли согласие с экспериментом учет эффектов перестройки. Кроме того, нужно еще выяснить, с каким значением $\hbar\omega$ следует рассчитывать поправку к остаточному взаимодействию ΔF (или константы κ^{ST}) - с тем, которое дает экспериментальное значение среднеквадратичного

радиуса ядра, или с тем, которое соответствует равновесной плотности (минимуму полной энергии ядра)? Четких теоретических аргументов в пользу того или иного выбора нет, поэтому пока что остается только апеллировать к экспериментальным данным.

Чтобы пересчитать $\delta \langle r_p^2 \rangle$ в $\delta(\Delta E)$, воспользуемся формулой, приведенной в /17/, которая, по утверждению авторов, может давать ошибку не более 20%:

$$\delta(\Delta E) = \frac{e^2}{6} C_s^2 \cdot Z \frac{\delta \langle r_p^2 \rangle}{R^3}, \quad (11)$$

где e - заряд электрона, $R = 1,2 A^{1/3}$ фм - радиус ядра. В этом выражении вся информация о структуре волновой функции μ - мезона внутри ядра сосредоточена в факторе C_s^2 , который рассчитан в работе /18/. Подставляя в (11) необходимые параметры, получаем:

$$\delta(\Delta E) = 5,16 \delta \langle r_p^2 \rangle. \quad (12)$$

Естественно предположить, что два добавленных к ^{40}Ca нейтрона находятся в нижайшем состоянии 0_1^+ . Подставляя в (12) соответствующие значения $\delta \langle r_p^2 \rangle$ из табл. 6, находим: а) $\delta(\Delta E) = 0,150$ кэв (эффекты перестройки не учитываются), б) $\delta(\Delta E) = 0,222$ кэв (эффекты перестройки рассчитываются при $\hbar\omega$, соответствующем экспериментальному среднеквадратичному радиусу ядра), в) $\delta(\Delta E) = 0,795$ кэв (эффекты перестройки рассчитываются при $\hbar\omega$, соответствующем равновесной плотности). Экспериментальное значение $\delta(\Delta E) = 0,80 \pm 0,06$ кэв /16/.

Как видно, эффекты перестройки действуют в нужную сторону. Можно также совершенно определенно сказать, что в том случае, когда эффекты перестройки рассчитываются при равновесной плотности, вычисленное значение $\delta(\Delta E)$ значительно ближе к экспериментальному. Таким образом, сравнение с экспериментом показывает, что при расчете

поправки к остаточному взаимодействию, связанной с эффектами перестройки, лучше пользоваться значением $\hbar\omega$, соответствующим равновесной плотности (минимуму полной энергии ядра). Напомним, что при расчете энергии связи согласие с экспериментом также было намного лучше при равновесной плотности. Следовательно, напрашивается вывод, что по крайней мере при расчете глобальных характеристик ядра, когда не очень важно знание точных одночастичных волновых функций, осцилляторную частоту ω надо считать лишь вспомогательным параметром, каким-то образом связанным с плотностью ядерного вещества, и верить результатам, полученным при равновесной плотности. Аргументом, подтверждающим или опровергающим этот вывод, могли бы послужить расчеты среднеквадратичных радиусов ядер с коррелированными волновыми функциями.

Литература

1. T. Hamada, I.D. Johnston. Nucl. Phys., 34, 382 (1962).
2. Е.Б. Бальбуцев. Теор. и матем. физика, 3, 255 (1970).
3. Г.Н. Афанасьев, Е.Б. Бальбуцев. Препринт ,ОИЯИ, Р4-5282, Дубна, 1970.
4. T.T.S. Kuo, G.E. Brown. Nucl. Phys., 85, 40 (1966).
5. J. Goldstone. Proc. Roy. Soc., 239, 267 (1957).
6. B.D. Day. Revs. Mod. Phys., 39, 719 (1967).
7. B.L. Cohen, R.H. Fulmer, A.L. Mc.Carthy, P. Mukherjee. Revs. Mod. Phys., 35, 332 (1963).
8. K.A. Brueckner, M.J. Giannoni, R.J. Lombard. Phys. Lett., 31B, 97 (1970).
9. Z. Bochnacki, I.M. Holban, I.N. Mikhailov. Nucl. Phys., A97, 33 (1967).
10. G. Dahll, E. Østgaard, B. Brandov. Nucl. Phys., A124, 481 (1969).
11. H.A. Bethe. 1967 Annual Meeting Am. Phys. Soc..

12. C.W. Wong, Nucl. Phys., A91, 399 (1967).
13. A.M. Green, Phys. Lett., 24B, 384 (1967).
14. R.C. Barrett, Nucl. Phys., 88, 128 (1966).
15. A. Lande, A. Molinari, G.E. Brown, Nucl. Phys., A115, 241 (1968).
16. R.D. Ehrlich, Phys. Rev., 173, 1088 (1968).
17. М.М. Микулинский, В.М. Осадчиев. ЯФ, 3, 639 (1966).
18. Г.Е. Пустовалов. ЖЭТФ, 36, 1806 (1959).

Рукопись поступила в издательский отдел
9 февраля 1971 года.

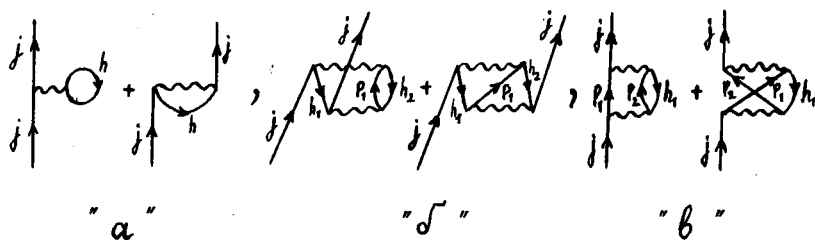


Рис. 1. Диаграммы, учтенные в работе ^{/4/} при расчете одночастичного спектра ¹⁷O .

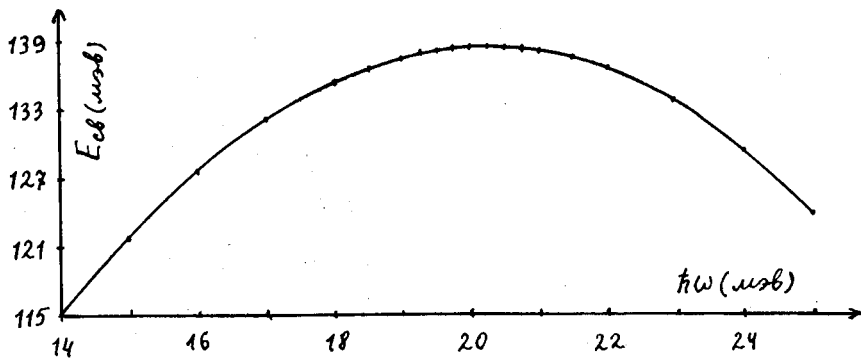


Рис. 2. Энергия связи ^{16}O как функция осцилляторной частоты.

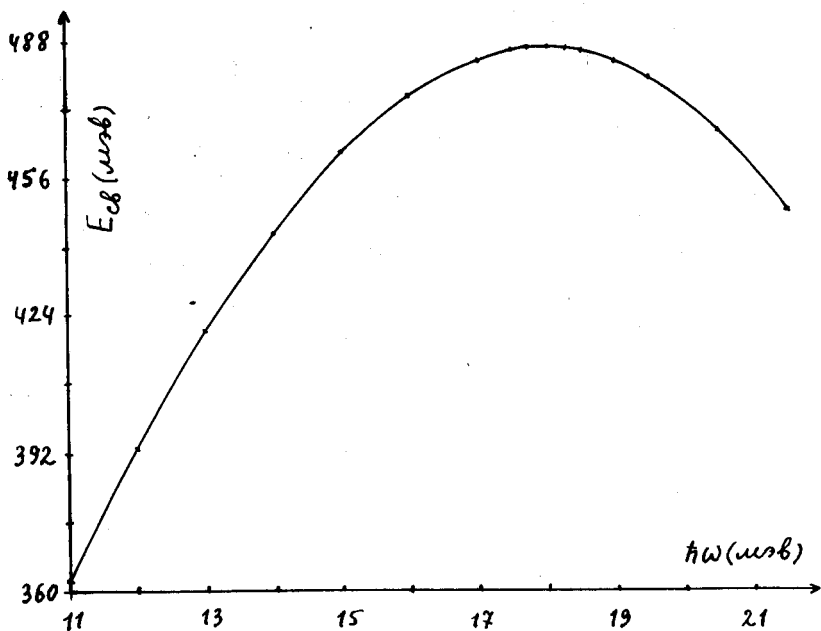


Рис. 3. Энергия связи ^{40}Ca как функция осцилляторной частоты.

ТАБЛИЦА I

Перекрёстные интегралы $\langle n\ell ST\lambda | -2G_s \frac{Q}{e} V_L | n\ell ST\lambda \rangle$
 для ^{16}O при $\ell=0, S=1, T=0, \lambda=1$

$n \rightarrow$	0	I	2
$\langle n0101 -2G_s \frac{Q}{e} V_L n0101 \rangle$	- 2,77	-2,99	-2,52
$\langle n0101 -2G_s \frac{Q}{e} V_L n0101 \rangle [4]$	- 1,94	-1,86	-1,61

ТАБЛИЦА 2

Одночастичный спектр ^{17}O . $E(1)$ -учитываются все диаграммы (рис. I), $E(2)$ -диаграммы θ (рис. I) не учитываются

$n\ell_j$	$E(1)$ МэВ	$E(2)$ МэВ	$E(\text{эксп})$ МэВ [7]	$E(1)$ МэВ [4]	$E(2)$ МэВ [4]
$0d \frac{5}{2}$	0	0	0	0	0
$1s \frac{1}{2}$	-0,19	+0,18	0,87	0,11	0,76
$0d \frac{3}{2}$	4,79	5,21	5,08	5,51	6,27

ТАБЛИЦА 3.
 Константы x_2^{ST} , x_1^{ST} , x_0^{ST}

для ^{16}O

S, T	$\hbar\omega = 14$ МэВ				$\hbar\omega = 20,9$ МэВ			
	0,1	0,0	1,1	1,0	0,1	0,0	1,1	1,0
x_2 (МэВ)	-0,0024	0,0050	0,0171	0,0616	-0,0407	0,0145	0,0442	0,1320
x_1 (МэВ)	-0,0082	0,0176	0,0594	0,2114	-0,1288	0,0508	0,1510	0,4586
x_0 (МэВ)	-0,0281	0,0621	0,2086	0,7423	-0,4078	0,1788	0,5219	1,6286

ТАБЛИЦА 4.
 Константы x_2^{ST} , x_1^{ST} , x_0^{ST}

для ^{40}Ca

S, T	$\hbar\omega = 11$ МэВ				$\hbar\omega = 18$ МэВ			
	0,1	0,0	1,1	1,0	0,1	0,0	1,-1	1,0
x_2 (МэВ)	-0,0004	0,0017	0,0059	0,0140	-0,0258	0,0071	0,0211	0,0378
x_1 (МэВ)	-0,0016	0,0077	0,0264	0,0625	-0,1158	0,0315	0,0924	0,1713
x_0 (МэВ)	-0,0071	0,0349	0,1199	0,2874	-0,5321	0,1480	0,4121	0,7994

ТАБЛИЦА 5

$\langle r_p^2 \rangle (\text{ф.м.})^2$ при добавлении к ^{16}O и ^{40}Ca нейтрона на уровень n, l, j .

(I) - ΔF вычислено при $\hbar\omega$, соответствующем экспериментальному среднеквадратичному радиусу ядра, (II) - ΔF вычислено при $\hbar\omega$, соответствующем равновесной плотности

Эфф $\nu_j - e$ / n, l, j	$^{16}\text{O} \rightarrow ^{17}\text{O}$			$^{40}\text{Ca} \rightarrow ^{41}\text{Ca}$			
	$cd \frac{5}{2}$	$1s \frac{1}{2}$	$cd \frac{3}{2}$	$cf \frac{7}{2}$	$1p \frac{3}{2}$	$1p \frac{1}{2}$	$of \frac{5}{2}$
$G(r_1, r_2)$	-0,044	-0,202	0,010	- 0,012	- 0,146	-0,151	0,022
(I) $G(r_1, r_2) + \Delta F(r_1, r_2)$	0,005	-0,156	0,059	0,023	- 0,114	-0,119	0,057
(II) $G(r_1, r_2) + \Delta F(r_1, r_2)$	0,060	-0,103	0,114	0,079	- 0,062	-0,067	0,113

ТАБЛИЦА 6

$\langle r_p^2 \rangle (\text{ф.м.})^2$ при добавлении к ^{16}O и ^{40}Ca двух нейтронов в состояние γ_κ

(I) - ΔF вычислено при $\hbar\omega$, соответствующем экспериментальному среднеквадратичному радиусу ядра, (II) - ΔF вычислено при $\hbar\omega$, соответствующем равновесной плотности.

Эфф $\nu_j - e$ / γ_κ	$^{16}\text{O} \rightarrow ^{18}\text{O}$			$^{40}\text{Ca} \rightarrow ^{42}\text{Ca}$		
	0_1^+	0_1^+	4_1^+	0_1^+	2_1^+	4_1^+
$G(r_1, r_2)$	-0,126	-0,140	-0,085	-0,029	-0,031	-0,027
(I) $G(r_1, r_2) + \Delta F(r_1, r_2)$	-0,011	-0,046	0,015	0,043	0,039	0,044
(II) $G(r_1, r_2) + \Delta F(r_1, r_2)$	0,087	0,063	0,124	0,154	0,150	0,154