ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 5547

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

И.В. Амирханов, О. Лхагва, А.И. Титов

ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ В ПОЛЕ СИСТЕМЫ ЗАКРЕПЛЕННЫХ ЦЕНТРОВ

1970

P4 - 5547

И.В. Амирханов, О. Лхагва, А.И. Титов

ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ В ПОЛЕ СИСТЕМЫ ЗАКРЕПЛЕННЫХ ЦЕНТРОВ

Направлено в ЖЭТФ

Амирханов И.В., Лхагва О., Титов А.И. P4-5547

Движение частиц в поле системы закрепленных центров

Рассматривается движение простой (сложной) частицы в поле произвольного числа центров.

Показано, что задача сводится к решению системы алгебраических и инетгральных уравнений, причём для ее реализации необходимо знать волновые функции, описывающие движение простой (сложной) частицы на одном изолированном центре.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1970

P4-5547

Amirkhanov I.V., Lkhagva O., Titov A.I.

Motion of Particles in the Fixed Centres Field

Motion of an elementary (complex) particle in the field of an arbitrary number of centres is considered.

It is shown that the problem is reduced to the solution of a system of algebraic and integral equations, and for its realisation the wave functions describing the motion of an elementary (complex) particle in one isolated centre are to be known.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1970

В в е д е н и е

Рассеяние потока частиц на системе рассеивателей, а также задачи определения уровней энергии частиц в потенциальном поле, созданном системой силовых центров, довольно часто встречаются в различных разделах физики (например, ядерная и атомная физика, квантовая химия и т.д.). Но решение квантовомеханических задач для потенциалов, которые представляют собой наложение центрально-симметричных потенциалов с центрами в различных точках, чрезвычайно затруднительно, поскольку результирующее поле не обладает сферической симметрией и переменные в уравнении Шредингера не разделяются.

Для решения подобных задач существует ряд приближенных методов[1-3], для которых существенна малость области взаимодействия (приближение потенциала малого радиуса).

В данной работе, используя интегральный подход к квантово-механическим задачам, мы получаем систему алгебраических и интегральных уравнений для описания рассеяния частиц, а также определения уровней энергии частиц в потенциальном поле сложной конфигурации. Строгие интегральные уравнения для N -тел в общем случае получены в работах[4]. Эти интегральные уравнения позволяют описывать всевозможные процессы, которые в принципе могут происходить в системе N -тел, поэтому структура уравнений получается очень сложной. Но при исследовании конкретных задач, учитывая специфику рассматриваемой системы и происходящих в ней процессов, можно с самого начала написать более простые уравнения, которые легче исследовать. Такой подход оказался эффективным для описания движения частиц в поле системы закрепленных центров.

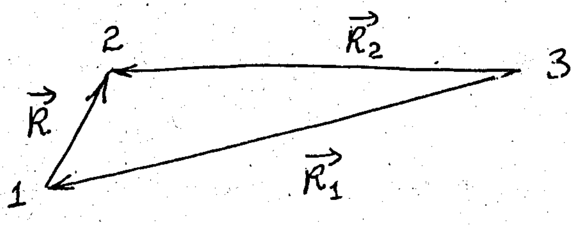
В работе [5], используя интегральные уравнения Фаддеева, задачу рассеяния частиц на системе фиксированных центров свели к решению системы алгебраических уравнений для амплитуд рассеяния. В первом разделе данной работы мы, используя несколько иной подход, обобщаем результаты работы [5] на случай нелокальных потенциалов и перекрывающихся потенциалов. Кроме этого показано, что задачу на связанные состояния на многих центрах также можно свести к решению системы алгебраических уравнений.

Во втором разделе полученные результаты обобщаются на случай движения сложных частиц в поле N -центров.

1. Рассеяние и связанные состояния простой частицы на системе N -рассеивателей

Для простоты в начале рассмотрим потенциальное рассеяние простой частицы на двух закрепленных центрах. Затем покажем, что развиваемый метод применим и для описания связанных состояний на двух центрах. В конце раздела сделано обобщение на случай N -центров и на случай нелокальных и перекрывающихся потенциалов.

а) Пусть частица 3 рассеивается на центрах 1 и 2, причём центр 1 находится в начале координат.



Состояние системы описывается волновой функцией ψ, которая удовлетворяет уравнению Шредингера

$$[\, T_{\vec{R}_1} + V_1 + V_2 - E \,]\, \psi = 0 \,, \tag{1}$$

где $T_{\vec{R}_1}$ – оператор кинетической энергии частицы 3, V_1 и V_2 – потенциалы взаимодействия третьей частицы с первым и вторым центрами.

Для описания такого процесса удобно перейти от уравнения (1) к системе интегральных уравнений

$$\psi = e^{i \vec{k}' \vec{R}_1} + \sum_{i=1}^{2} \psi^i \,, \tag{2}$$

$$\psi^i = \Phi^i - e^{i \vec{k}' \vec{R}_1} + G_i^{(+)} V_i \, \psi^j \,, \quad i \neq j = 1,2 \,. \tag{3}$$

Здесь Φ^{i} удовлетворяет уравнению Шредингера

$$(H_i - E)\,\Phi^i \equiv (T_{\vec{R}_i} + V_i - E)\,\Phi^i(\vec{R}_i) = 0 \qquad (4)$$

и описывает рассеяние на i -ом центре, $G_i^{(+)} = 1/(E - H_i + i\epsilon)$ – функция Грина, в (2) явно выделена падающая волна $e^{i\vec{k}'\vec{R}_1}$ и $k^2 = \frac{2M}{h^2}E$. $(\vec{k}')^2 = (\vec{k})^2$.

Используя явный вид функции Грина, систему (3) перепишем следующим образом:

$$\psi^i = \Phi^i - e^{i\vec{k}'\vec{R}_1} - \frac{2M}{h^2}\sum_{L_i M_i}\frac{Y_{L_i M_i}(\frac{\vec{R}_i}{R_i})}{R_i}\int dR_i'\,\frac{Y^*_{L_i M_i}(\frac{\vec{R}_i'}{R_i'})}{R_i'}\,G^{(+)}_{kL_i}(R_i, R_i')\,V_i\,\Psi^i, \qquad (5)$$

Функции Грина $G^{(+)}_{kL_i}(R_i, R_i')$ строятся из двух линейно независимых решений радиальной части уравнения (4) $\phi^{(1)}_{kL_i}$, $\phi^{(2)}_{kL_i}$ – стандартным образом (см., например,[6]).

Асимптотика волновой функции (точнее, волновая функция в области, где $V_i = 0$, $i = 1,2$) имеет вид:

$$\psi_A = e^{i\vec{k}'\vec{R}_1} + \sum_{i=1}^{2}\psi_A^i, \qquad (6)$$

$$\psi_A^i = \delta_{2i}\, e^{i\vec{k}'\vec{R}_1}\,(e^{i\vec{k}'\vec{R}}-1) + \sum_{L_i M_i} Y_{L_i M_i}(\tilde{\tilde{F}}^{(i)}_{L_i M_i} + f^{(i)}_{L_i M_i})\,\frac{\tilde{\tilde{\phi}}^{(2)}_{kL_i}}{R_i}. \qquad (7)$$

Здесь $f^{(i)}_{L_i M_i}$ – парциальная амплитуда рассеяния на i -ом центре и $\tilde{\tilde{\phi}}^{(2)}_{k L_i}$ – решение радиальной части уравнения (4) в области, где $V_i = 0$. Амплитуды $F^{(i)}_{L_i M_i} = (\tilde{\tilde{F}}^{(i)}_{L_i M_i} + f^{(i)}_{L_i M_i})$ определяются по формуле

$$F^{(i)}_{L_i M_i} = -\frac{2M}{h^2}\frac{1}{k}\int d\vec{R}_i\,\frac{Y^*_{L_i M_i}}{R_i}(u^{(1)}_{kL_i} V_i\,\Phi^i + \phi^{(1)}_{kL_i} V_i\,\psi^i), \qquad (8)$$

$$u^{(1)}_{kL_i} = kR_i\, j_{L_i}(kR_i), \quad u^{(2)}_{kL_i} = kR_i\,(j_{L_i}(kR_i) - i n_{L_i}(kR_i)),$$

$j_{L_i}(kR_i)$ и $n_{L_i}(kR_i)$ – сферические функции Бесселя, δ_{2i} – символ Кронекера.

Мы получили точную систему интегральных уравнений (5), описывающую рассеяние простой частицы на двух закрепленных центрах. Теперь обсудим способы решения этой системы. Сначала рассмотрим частный случай, когда потенциалы V_1 и V_2 не перекрываются, т.е.

$$\int d R_i \, V_i (R_i) V_j (R_j) = 0 \,, \quad i \neq j = 1{,}2 \,. \tag{9}$$

Тогда, подставляя в (8) $\psi^j = \psi^j_A$ (т.е. в той области, где $V_i \neq 0$, $V_j = 0$, $i \neq j = 1{,}2$ и ψ^i выходит на асимптотику), получим:

$$F^{(i)}_{L_i M_i} = W^{(1)}_{L_i M_i} f^{(i)}_{L_i M_i} + \sum_{L_j M_j} W^{(2)}_{L_i M_i L_j M_j} F^{(j)}_{L_j M_j} \,, \quad i \neq j = 1{,}2 \,, \tag{10}$$

где

$$W^{(1)}_{L_i M_i} = \left[\left(e^{i\vec{k}'\vec{R}} - 1 \right) \delta_{1i} \, Y^*_{L_i M_i} \left(\frac{\vec{k}'}{k'} \right) + 1 \right] ,$$

$$W_{L_i M_i L_j M_j} = - \frac{2M}{h^2} \frac{1}{k} \int d\vec{R}_i \frac{Y^*_{L_i M_i} \, Y_{L_j M_j}}{R_i \, R_j} \phi^{(1)}_{kL_i} V_i \, \tilde{\tilde{\phi}}^{(2)}_{kL_j} \,. \tag{11}$$

При выполнении условия (9) система алгебраических уравнений (10) является точной и полностью описывает рассеяние на двух центрах, если известны амплитуды рассеяния $f^{(i)}_{L_i M_i}$ и волновые функции $\phi^{(1)}_{kL_i}$, $\tilde{\tilde{\phi}}^{(2)}_{kL_j}$ на отдельных центрах.

Разлагая функции $\tilde{\tilde{\phi}}^{(2)}_{kL_j}(R_j)/R_j = \tilde{\tilde{\phi}}^{(2)}_{kL_j}(|\vec{R}_i - \vec{R}|)/|\vec{R}_i - \vec{R}|$ в факторизованный ряд (см. И.С. Градштейн и И.М. Рыжик[10], формулы 8.532 и 8.533), от системы (10) можно перейти к другой системе алгебраических уравнений, в которые волновые функции $\phi^{(1)}_{kL_i}$, $\phi^{(2)}_{kL_j}$ не входят, т.е. для решений такой системы надо знать только $f^{(i)}_{L_i M_i}$.

Если предположить, что $R \gg r_0$, где r_0 – радиус взаимодействия падающей частицы с каждым центром, а R – расстояние между центрами и $L_i = 0$, $i = 1,2$, то приходим к результату

$$F^{(i)}_{00} = f^{(i)}_{00} \left[\left(e^{i\vec{k}'\vec{R}} - 1 \right) \delta_{1i} + 1 + \frac{e^{ikR}}{R} F^{(j)}_{00} \right], \quad i \neq j = 1,2 . \qquad (12)$$

Система алгебраических уравнений (12) была получена Бракнером[7,8].

б) Теперь рассмотрим связанные состояния на двух центрах. В этом случае $\psi = \sum_{i=1}^{2} \psi^i$ (т.е. нет падающей волны) и ψ^i удовлетворяет уравнению

$$\psi^i = G_i V_i \psi^j , \quad i \neq j = 1,2 . \qquad (3')$$

Используя билинейную форму функции Грина, систему (3') перепишем в виде

$$\psi^i = \sum_{L_i M_i} \frac{Y_{L_i M_i}\left(\frac{\vec{R}_i}{R_i}\right)}{R_i} \left[\sum_{n_i} \phi_{n_i L_i} \frac{B^{(i)}_{n_i L_i}}{k_0^2 - k^2_{n_i L_i}} + \int dk_i \, \phi^{(2)}_{k_i L_i} \frac{B^{(i)}_{k_i L_i}}{k_0^2 + k_i^2} \right], \qquad (13)$$

$$B^{(i)}_{n_i L_i} = -\frac{2M}{h^2}\int d\vec{R}_i \frac{Y^*_{L_i M_i}}{R_i}\phi_{n_i L_i} V_i \psi^j ,$$

$$B^{(i)}_{k_i L_i} = -\frac{2M}{h^2}\int d\vec{R}_i \frac{Y^*_{L_i M_i}}{R_i}\phi^{(i)}_{k_i L_i} V_i \psi^j , \qquad (14)$$

$k_{n_i L_i} = \frac{2M}{h^2}\epsilon_{n_i L_i}$, $(-\epsilon_{n_i L_i})$ – уровни энергии изолированного i -го центра, $k_0^2 = \frac{2M}{h^2}E_0$ и $(-E_0)$ – полная энергия всей системы, причём $E_0 > 0$, $\epsilon_{n_i L_i} > 0$.

Для краткости вводя следующие обозначения

$$\Phi^*_{\alpha_i} = \frac{Y^*_{L_i M_i}}{R_i}\phi_{n_i L_i} , \qquad \Phi^*_{\beta_i} = \frac{Y^*_{L_i M_i}}{R_i}\phi^{(i)}_{k_i L_i} ,$$

и подставляя (13) в (14), получаем

$$B^{(i)}_{n_i L_i} = \sum_{L_j M_j}\left(\sum_{n_j}\frac{Q_{\alpha_i \alpha_j}}{k_0^2 - k^2_{n_j L_j}} B^{(j)}_{n_j L_j} + \int dk_j \frac{Q_{\alpha_i \beta_j}}{k_0^2 + k_j^2} B^{(j)}_{k_j L_j}\right) , \qquad (15)$$

$$B^{(i)}_{k_i L_i} = \sum_{L_j M_j}\left(\sum_{n_j}\frac{Q_{\beta_i \alpha_j}}{k_0^2 - k^2_{n_j L_j}} B^{(j)}_{n_j L_j} + \int dk_j \frac{Q_{\beta_i \beta_j}}{k_0^2 + k_j^2} B^{(j)}_{k_j L_j}\right) .$$

где

$$Q_{\alpha_i \alpha_j} = - \frac{2M}{h^2} \int d\vec{R}_i \; \Phi^*_{\alpha_i} \; V_i \; \Phi_{\alpha_j} \;,$$

$$Q_{\alpha_i \beta_j} = - \frac{2M}{h^2} \int d\vec{R}_i \; \Phi^*_{\alpha_i} \; V_i \; \Phi_{\beta_j} \;. \tag{16}$$

Аналогичный вид имеют матричные элементы $Q_{\beta_i \alpha_j}$ и $Q_{\beta_i \beta_j}$.

Таким образом, мы получили точную систему алгебраических и интегральных уравнений для нахождения уровней в системе двух центров.

Если выполняется условие (9), то, используя асимптотику волновой функции на каждом центре,

$$\phi_{n_i L_i} \approx b^{(1)}_{n_i L_i} \; \tilde{\tilde{\phi}}_{n_i L_i} \;,$$

$$\phi^{(1)}_{k_i L_i} \approx u^{(1)}_{K_i L_i} + f^{(1)}_{K_i L_i} \; u^{(2)}_{k_i L_i} \;, \tag{17}$$

можно перейти от (15) к другой системе алгебраических и интегральных уравнений, в которые волновые функции $\phi_{n_i L_i}$ и $\phi^{(1)}_{k_i L_i}$ не входят, т.е. для решения такой системы надо знать только $b^{(1)}_{n_i L_i}$ и $f^{(1)}_{k_i L_i}$. В формуле (17) $\tilde{\tilde{\phi}}_{n_i L_i}$ – решение радиального уравнения (4) при $V_i = 0$, т.е. при $R_i \to \infty$ $\tilde{\tilde{\phi}}_{n_i L_i} (R_i) \approx e^{-k_{n_i L_i} R_i} \to 0$.

Рассмотрим частный случай. Предположим, что каждый потенциал имеет только один уровень (для простоты s -состояние). Тогда предполагая, что условие (9) выполняется, пренебрегая интегральной частью в (15) и решая полученную систему, приходим к результату

$$(k_0^2 - k^2_{n_1 0_1})(k_0^2 - k^2_{n_2 0_2}) = b^{(1)}_{n_1 0_1} \, b^{(2)}_{n_2 0_2} \, Q_{\alpha_1 \alpha_2} \, Q_{\alpha_2 \alpha_1} , \qquad (18)$$

где

$$Q_{\alpha_1 \alpha_2} = - \frac{2M}{h^2} \frac{1}{4\pi} \int d\vec{R}_1 \, \phi_{n_1 0_1}(R_1) \, V_1(R_1) \frac{e^{-k_{n_2 0_2} R_2}}{R_2} ,$$

$$Q_{\alpha_2 \alpha_1} = \frac{-2M}{h^2} \frac{1}{4\pi} \int d\vec{R}_2 \, \phi_{n_2 0_2}(R_2) \, V_2(R_2) \frac{e^{-k_{n_1 0_1} R_1}}{R_1} . \qquad (19)$$

Уравнение (18) представляет собой уравнение второго порядка относительно k_0^2, поэтому имеет два решения, т.е. система, состоящая из двух центров, имеет два уровня. Кроме того, можно убедиться, что при $R > r_0$, $\theta_{\alpha_1 \alpha_2} \sim e^{-k_{n_2 0_2} R} / R$ и $Q_{\alpha_2 \alpha_1} \sim e^{-k_{n_1 0_1} R} / R$, т.е. при $R \to \infty$ правая часть в (18) зануляется и имеем два решения $k_0^2 = k^2_{n_1 0_2}$ или $k_0^2 = k_{n_2 0_2}$. Это означает, что частица локализована либо на одном, либо на другом центре. Заметим, что подобные результаты были получены другим способом в ряде работ /1-3/.

в) Теперь покажем, как обобщаются полученные результаты на случай произвольного числа рассеивающих центров.

В случае рассеяния волновую функцию будем искать в виде

$$\psi = e^{i\vec{k}'\vec{R}_1} + \sum_{i=1}^{N} \psi^i (\vec{R}_i) . \tag{20}$$

Здесь N – число центров, $\vec{R}_i$ – расстояние между падающей частицей и i –м центром. Как и раньше, первый рассеивающий центр находится в начале координат.

Функции ψ^i удовлетворяют системе интегральных уравнений

$$\psi^i = \Phi^i - e^{i\vec{k}'\vec{R}_i} + G_i V_i \sum_{j\neq i=1}^{N} \psi^j , \quad i\neq j = 1,2,\ldots,N \,. \tag{21}$$

При выполнении условия (9) мы получаем систему алгебраических уравнений .

$$F^{(i)}_{L_i M_i} = W^{(1)}_{L_i M_i} f^{(i)}_{L_i M_i} \sum_{i\neq j=1}^{N} \sum_{L_j M_j} W^{(2)}_{L_i M_i L_j M_j} F^{(j)}_{L_j M_j} , \tag{22}$$

где $W^{(2)}_{L_i M_i L_j M_j}$ – вычисляются по формуле (11) и

$$W^{(1)}_{L_i M_i} = [\, \delta_{1i} \, Y_{L_i M_i}(\frac{\vec{k}'}{R}) \sum_{i\neq j=1}^{N} (e^{i\vec{k}'\vec{R}_{1i}} -1) +1 \,] \tag{11'}$$

$\vec{R}_{1i}$ – расстояние между первой частицей и i –м центром.

Аналогичным образом обобщается задача на связанные состояния в системе N –центров. Заметим, что в частном случае (см. формулы 18 и 19) мы получаем систему N –порядка относительно k_0^2 , т.е. в системе N -центров может образоваться N -связанных состояний.

г) Рассмотрим случай, когда падающая частица взаимодействует с каждым центром посредством нелокального потенциала, т.е. уравнение Шредингера имеет следующий вид:

$$[T_{\vec{R}_i} - E]\psi + \sum_{i=1}^{N} \int d\vec{R}_i{}' V_i(\vec{R}_i, \vec{R}_i{}')\psi = 0. \qquad (23)$$

Пусть нелокальные потенциалы удовлетворяют условию

$$\int d\vec{R}_i{}' \, d\vec{R}_i \, V_i(\vec{R}_i, \vec{R}_i{}') \, V_j(\vec{R}_j, \vec{R}_j{}'') = 0, \; i \neq j = 1,2,\ldots,N. \qquad (24)$$

Тогда, проделав выкладки пункта а), можно получить систему уравнений типа (10) или (22). При этом коэффициенты $W^{(1)}_{L_i M_i}$ и $W^{(2)}_{L_i M_i L_j M_j}$ будут вычисляться по формуле (11) с той лишь разницей, что будет дополнительное интегрирование по R_i'. Таким же образом обобщается задача на связанные состояния.

д) Пусть условие (9) или (24) не выполняется, т.е. имеет место рассеяние на перекрывающихся потенциалах. Тогда алгебраические уравнения (10) и (22) становятся приближенными. В этом случае удобно переписать систему уравнений на ψ^i (см. (5)) в другом виде

$$\psi^i = \sum_{L_i M_i} \frac{Y_{L_i M_i}}{R_i} \left[F^{(1)}_{L_i M_i} u^{(2)}_{k L_i} + D_{k L_i} V_i \psi^j \right], \qquad (25)$$

где

$$D_{kL_i} = -\frac{2M}{h^2}\frac{1}{k}\left[u^{(2)}_{kL_i}(R_i)\int_{R_i}^{\infty} u^{(1)}_{kL_i}(R_i')-u^{(1)}_{kL_i}(R_i)\int_{R_i}^{\infty} u^{(2)}_{k,L_i}(R_i')\right]dR_i' \qquad (26)$$

интегральный оператор и

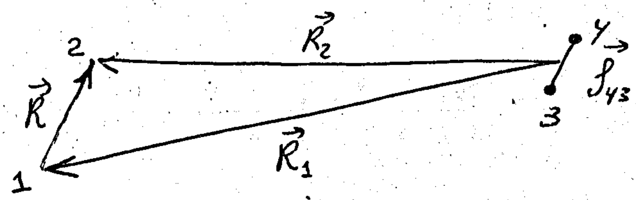
$$F^{(1)}_{L_i M_i} = -\frac{2M}{h^2}\frac{1}{k}\int_0^{\infty} d\vec{R}_i \frac{Y^*_{L_i M_i}}{R_i} u^{(1)}_{kL_i} V_i \psi . \qquad (27)$$

Система уравнений (25) представляет собой систему интегральных уравнений типа Вольтера 2-го рода. Метод последовательных приближений для таких уравнений сходится /9/. В качестве первого приближения принимается асимптотика волновой функции $\psi^1 = \psi^1_A = \sum_{L_i M_i} F^{(1)}_{L_i M_i} U^{(1)}_{kL_i}\frac{Y_{L_i M_i}}{R_i}$. Тогда, подставляя $\psi = e^{i\vec{k}\vec{R}} + \psi^1_A + \psi^2_A$ в (27), получаем систему алгебраических уравнений для $F^{(1)}_{L_i M_i}$ в первом приближении. Находя последующие (второе, третье и т.д.) приближения, мы можем получить все более точные алгебраические уравнения на амплитуды рассеяния $F^{(1)}_{L_i M_i}$. Таким образом, задачу рассеяния на перекрывающихся потенциалах можно решать как угодно точно.

2. Рассеяние сложной частицы на системе N -рассеивателей

В этом разделе покажем, что для рассеяния сложной частицы на системе закрепленных рассеивающих центров можно получить систему алгебраических уравнений (подобно (10) и (22)) с учётом всех возможных возбуждений сложной частицы. Причём для этого нужно знать волновые функции и соответствующие парциальные амплитуды, описывающие рассеяние сложной частицы на одном центре. Эту задачу, как достаточно простую, будем считать решенной.

Для простоты рассмотрим рассеяние сложной частицы на двух закрепленных центрах. Пусть система, состоящая из частиц 3 и 4 (сложная частица), рассеивается на закрепленных центрах 1 и 2 (1-й центр находится в начале координат).



Уравнение Шредингера для этого процесса записывается следующим образом:

$$(T_{\vec{R}_1} + H_{34} + V_1 + V_2 - E)\,\psi = 0\,, \tag{28}$$

где $H_{34} = (T_{\vec{\rho}_{34}} + V_{34})$ – гамильтониан сложной частицы, $T_{\vec{R}_1}$ – оператор кинетической энергии центра масс сложной частицы, $V_1 = V_{13} + V_{14}$ и $V_2 = V_{23} + V_{24}$ – соответственно потенциалы взаимодействия сложной частицы с первым и вторым центрами.

Теперь от уравнения (28) перейдем к системе интегральных уравнений. При этом будем учитывать специфику рассматриваемого процесса, т.е. выделять те реакции, которые практически происходят во время рассеяния налетающей частицы на каждом центре.

Предположим, что сложная частица (3+4) рассеивается в основном состоянии и в процессе рассеяния может возбудиться или развалиться, но каналов перераспределения не существует (т.е. ни частица 3, ни частица 4 не могут подхватиться ни одним из центров). Тогда расширение (28) удобно искать в виде

$$\psi = e^{i\vec{k}_0\vec{R}_1}\,\phi_0\,(\vec{\rho}_{34}) + \sum_{i=1}^{2}\psi^i = \Phi_0 + \sum_{i=1}^{2}\psi^i\,, \tag{29}$$

где ϕ_0 – волновая функция сложной частицы в основном состоянии и ψ^i удовлетворяет системе интегральных уравнений:

$$\psi^i = \Phi^i - \Phi_0 + G_i^{(+)} V_i\,\psi^j\,,\qquad i \neq j = 1,2\,. \tag{30}$$

Здесь $\Phi^{(i)}$ удовлетворяет уравнению Шредингера

$$(H_i - E)\,\Phi^i \equiv (T_{\vec{R}_i} + H_{34} + V_i - E)\,\Phi^i = 0.\quad i = 1,2 \tag{31}$$

и описывает рассеяние сложной частицы на i -ом центре, $G_i^{(+)} = 1/(E - H_i + i\epsilon)$ – функции Грина.

Используя билинейную форму функции Грина, систему (30) перепишем в виде

$$\psi^i = \Phi^i - \Phi_0 - \frac{2M}{h^2}\Big[\sum_{p=1}^{\beta_i}\Phi_p^i\,\frac{d\vec{R}'\,d\vec{\rho}\,'_{34}\,\Phi_p^i\,V_i\,\psi^j}{k_0^2 + k_p^2} + \tag{32}$$

$$+ \int dk_i\,\frac{\Phi_{k_i}^i \int d\vec{R}_i'\,d\vec{\rho}\,'_{34}\,\Phi_{k_i}^i\,V\,\psi^j}{k_0^2 - k_i^2 + i\epsilon}\Big]\,.$$

Здесь Φ^{i}_{p} , $\Phi^{i}_{k_i}$ – соответственно решение уравнения (31) при $E<0$ и $E>0$, $(-E_0)$ – полная энергия системы, $k_0^2=\frac{2M}{h^2}E_0$, $k_i^2=\frac{2M}{h^2}E$, $M=M_3+M_4$, β_i – число связанных состояний трех частиц (i –го центра с частицами 3 и 4) и k_p^2 – энергия этих состояний.

Теперь, как и в предыдущем разделе, найдем асимптотику ψ . Это легко сделать, если для ψ^i написать систему уравнений, аналогичную (25). Тогда асимптотика ψ (точнее волновая функция при $V_i=0,\ i=1,2$) имеет вид:

$$\psi^i_p=\sum_{(L)}\frac{Y_{L_iM_i}\left(\frac{\vec{R}_i}{R_i}\right)Y_{\ell_{34}m_{34}}\left(\frac{\vec{\rho}_{34}}{\rho_{34}}\right)}{R_i\ \rho_{34}}\Big[\sum F^{(1)}_{n_{34}(L)}\,\phi_{n_{34}\ell_{34}}\,u^{(2)}_{k_{34}L}+ \tag{33}$$
$$+\int dk_{34}\ \phi_{k_{34}\ell_{34}}\ u^{(2)}_{k_{34}L_i}\ F^{(1)}_{k_{34}(L)}\Big]$$

где

$$F^{(1)}_{n_{34}(L)}=-\frac{2M}{h^2}\int d\vec{R}_i\ d\vec{\rho}_{34}\ \frac{Y_{L_iM_i}Y_{\ell_{34}m_{34}}}{R_i\ \rho_{34}}\phi_{n_{34}\ell_{34}}\,u^{(1)}_{k_{34}\ell_i}\,V_i\,\psi\ ,$$

$$F^{(1)}_{k_{34}(L)}=-\frac{2M}{h}\int d\vec{R}_i\ d\vec{\rho}_{34}\ \frac{Y_{L_iM_i}Y_{\ell_{34}m_{34}}}{R_i\ \rho_{34}}\phi_{k_{34}\ell_{34}}\,u^{(1)}_{k_{34}L_i}\,V_i\,\psi\ , \tag{34}$$

$$(L)=(L_i\ M_i\ \ell_{34}\ m_{34})\ .$$

Подставляя (33), (32) в (34), можно получить систему уравнений на парциальные амплитуды $F_{n_{34}}(L)$ и $F_{k_{34}}(L)$.

В заключение этого раздела отметим, что развитый в двух разделах метод можно обобщить на случай рассеяния простой частицы на системе N -сложных частиц.

Авторы благодарят Б.Н. Захарьева за полезные дискуссии, связанные с темой данной работы.

Литература

1. Б.М. Смирнов, О.Б. Фирсов. ЖЭТФ, 47, 332 (1964).
2. Ю.М. Демков. ЖЭТФ, 49, 885 (1965).
   Ю.Н. Демков, Г.Ф. Друкарев. ЖЭТФ, 47, 918 (1964).
   ЖЭТФ, 49, 257 (1965).
3. М.Н. Адамов, Ю.Н. Демков, В.Д. Объедков, Т.К. Ребане. ТЭХ, том 4, в. 2, 147 (1968).
4. Л.Д. Фаддеев. Труды проблемного симпозиума по физике ядра. Тбилиси, 1967, т. 1, Москва, 1967.
   О.Я. Якубовский. ЯФ, 5, 1312 (1967).
4. И.В. Амирханов, В.Ф. Демин, Б.Н. Захарьев, И.И. Кузьмин. ЯФ, 6, вып. 1, 194 (1967).
6. А.И. Базь, Я.Б. Зельдович, А.М. Переломов. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. Изд. "Наука", М., 1966.
7. K.A. Brueckner. Phys.Rev., 89, 834 (1953).
8. Н. Мотт, Г. Месси. "Теория атомных столкновений." Из-во "Мир", 1970.
9. T. Sasakawa. Suppl. of the Prog.Theor.Phys., No 27, 1963.
10. И.С. Градштейн, П.М. Рыжик. Таблицы интегралов сумм, рядов и произведений. Физматлит. Мос. 1962.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 декабря 1970 года.