СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р 4 - 5346

Р.В. Джолос

КОЭФФИЦИЕНТ МАССЫ В КОЛЛЕКТИВНОМ ГАМИЛЬТОНИАНЕ ЯДРА И ПРАВИЛА СУММ ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ Е2-ПЕРЕХОДОВ И КВАДРУПОЛЬНЫХ МОМЕНТОВ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1970

Коэффициент массы в коллективном гамильтониане ядра и правила сумм для вероятностей E2 -переходов и квадрупольных моментов

В рамках коллективной модели ядра при определенных предположениях о структуре кинетической энергии получены различные соотношения для матричных элементов оператора квадрупольного момента и энергий коллективных состояний. С помощью этих соотношений исследуется вопрос о зависимости коэффициента массы в коллективном гамильтониане ядра от параметров деформации.

Сообщения Объединенного института ядерных исследований

Дубна, 1970

Dzholos R.V. P4-5346

The Mass Coefficient in the Nucleus Collective Hamiltonian and Sum Rules for the Probabilities of E2-Transitions and of Quadrupole Moments

In the framework of the nucleus collective model at sertain assumptions on the kinetic energy structure, different relations were obtained for the matrix elements of the quadrupole moment operator and the collective state energies. The dependence of the mass coefficient in the nucleus collective Hamiltonian on the deformation parameters is investigated.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.

Dubna, 1970

P 4 - 5346

Р.В. Джолос

КОЭФФИЦИЕНТ МАССЫ В КОЛЛЕКТИВНОМ ГАМИЛЬТОНИАНЕ ЯДРА И ПРАВИЛА СУММ ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ Е2-ПЕРЕХОДОВ И КВАДРУПОЛЬНЫХ МОМЕНТОВ

В последнее время в ядерной физике большое внимание уделяется построению теории, которая объясняла бы свойства коллективных состояний в сферических и переходных ядрах. Чаще всего эта задача решается следующим образом. Сначала, основываясь на микроскопическом гамильтониане ядра, при помощи различных теоретических методов строится коллективный гамильтониан /1/. Затем он используется для проведения детальных расчётов свойств ядер. Однако представляется разумным, до того как переходить к детальным расчётам, основывающимся на микроскопической модели ядра, сконцентрировать внимание на анализе параметров, играющих важную роль в коллективных феноменологических моделях. Полученная при этом информация оказалась бы очень полезной при выводе коллективного гамильтониана из микроскопической модели.

Из параметров, входящих в коллективную феноменологическую модель, меньше всего известно о параметре массы. Расчёт его зависимости от деформации ядра значительно более сложен, чем расчёт потенциальной энергии. Поэтому почти во всех приложениях коллективной модели предполагается, что параметр массы не зависит от деформации. Утверждать же, что это действительно так, пока нет оснований. В этой связи было бы полезно извлечь информацию о зависимости параметра массы от деформации из экспериментальных данных, относящихся к коллективным состояниям.

I

Запишем гамильтониан феноменологической коллективной модели ядра в следующем виде, ограничиваясь лишь несколькими первыми членами разложения параметра массы по степеням $a_{2\mu}$:

$$H=\frac{1}{2B}\Big(\sum_{\mu}\pi^{+}_{2\mu}\pi_{2\mu}+F_2 q\sum_{\mu}[\pi_2\pi_2]_{2\mu}a_{2\mu}+\frac{F_1 q^2}{\sqrt{5}}\sum_{\mu}\pi^{+}_{2\mu}\pi_{2\mu}\cdot\sum_{\nu}a^{+}_{2\nu}a_{2\nu}+ \tag{1}$$

$$+F_3 q^2\sum_{\mu}[\pi_2\pi_2]_{2\mu}[a_2 a_2]_{2\mu}+F_4 q^2\sum_{\mu}[\pi_2\pi_2]_{4\mu}[a_2 a_2]_{4\mu}\Big)+V(a).$$

В этом выражении: $a_{2\mu}$, $\pi_{2\mu}$ – операторы коллективной координаты и импульса, соответственно; квадратные скобки обозначают векторную связь; $V(a)$ – коллективная потенциальная энергия; B, F_1, F_2, F_3, F_4 – параметры коллективной кинетической энергии; коэффициент q входит в определение оператора квадрупольного момента $Q_{2\mu}=q\,a_{2\mu}$. Коэффициенты F_1, F_2, F_3, F_4 характеризуют зависимость параметра массы от деформации.

Учитывать высшие члены разложения параметра массы в ряд по степеням $a_{2\mu}$ в настоящее время не имеет смысла, так как из-за больших экспериментальных ошибок пока можно делать лишь очень грубые выводы о характере зависимости этого параметра от деформации.

Вычислим двойной коммутатор $[[H,Q_{2\mu}],Q_{2\mu'}]$. Он равен:

$$[[H,Q_{2\mu}],Q_{2\mu'}]=-\frac{\hbar^2 q^2}{B}\Big(\sqrt{5}C^{00}_{2\mu\,2\mu'}+F_1 C^{00}_{2\mu\,2\mu'}\sum_{\mu}Q^{+}_{2\nu}Q_{2\nu}+F_2\,C^{2\mu+\mu'}_{2\mu\,2\mu'}Q_{2\mu+\mu'}+$$

$$+ F_3 C^{2\mu+\mu'}_{2\mu\, 2\mu'} [Q_2 Q_2]_{2\mu+\mu'} + F_4 C^{4\mu+\mu'}_{2\mu\, 2\mu'} [Q_2 Q_2]_{4\mu+\mu'}) .$$

Взяв матричные элементы от этого выражения между различными состояниями чётно-чётного ядра $|I n M>$ (I - момент, M - проекция момента, n - номер состояния с данным моментом) и выделив приведенные матричные элементы по теореме Вигнера-Эккарта, мы получим следующие соотношения:

$$\sum_{I_1, n_1} \frac{1}{2} [1+(-)^{\lambda}] \sqrt{2\lambda+1} \begin{Bmatrix} I_1 & 2 & I' \\ \lambda & I & 2 \end{Bmatrix} [E(I,n)+E(I',n')-2E(I_1,n_1)] \frac{1}{\sqrt{2I+1}} <I,n||Q_2||I_1,n_1> \times$$

$$\times <I_1,n_1||Q_2||I',n'> = -\frac{h^2 q^2}{B} (\sqrt{5}\delta_{nn'} + F_1 \sum_{I_1 n_1} \frac{(-1)^{I+I_1}}{2I+1} <I,n||Q_2||I_1,n_1><I_1,n_1||Q_2||I',n'>) \times$$

$$\times \delta_{\lambda 0} - \frac{h^2 q^2}{B} (F_2 \frac{(-1)^{I+I'}}{\sqrt{2I+1}} <I,n||Q_2||I',n'> + F_3 \sum_{I_1 n_1} \sqrt{\frac{5}{2I+1}} \begin{Bmatrix} I_1 & 2 & I' \\ 2 & I & 2 \end{Bmatrix} <I,n||Q_2||I_1,n_1> \times \tag{2}$$

$$\times <I_1,n_1||Q_2||I',n'>) \delta_{\lambda 2} - \frac{h^2 q^2}{B} F_4 \sum_{I_1 n_1} \frac{3}{\sqrt{2I+1}} \begin{Bmatrix} 2 & I' & I_1 \\ I & 2 & 4 \end{Bmatrix} <I,n||Q_2||I_1,n_1><I_1,n_1||Q_2||I',n'> \delta_{\lambda 4},$$

где $E(In)$ - энергии состояний. Это правила сумм для матричных элементов оператора квадрупольного момента. Вид соотношений целиком определяется зависимостью коэффициента массы от параметров деформации $a_{2\mu}$ и не зависит от вида потенциальной энергии. Подставляя в (2) значения матричных элементов оператора квадрупольного момента и энергий, взятые из эксперимента, мы можем сделать определенные заключения о величинах коэффициентов F_1, F_2, F_3, F_4 .

Но прежде всего рассмотрим следующий интересный факт. Если подставим в (2) значения приведенных матричных элементов оператора квадрупольного момента и энергий уровней основной ротационной полосы, характерные для аксиальных сильнодеформированных ядер

$$E(I,1) = \frac{\hbar^2 I(I+1)}{2\mathcal{J}}, \quad \langle I,1 \| Q_2 \| I',1 \rangle = Q\sqrt{2I'+1}\; C^{I\,0}_{I'\,0\,2\,0},$$

то мы получим соотношения, связывающие коэффициенты B, F_1, F_2, F_3, F_4 с $Q, \mathcal{J}$:

$$\frac{q^2}{B}(\sqrt{5} + F_1 Q^2) = \frac{6Q^2}{\sqrt{5}\,\mathcal{J}},$$

$$\frac{q^2}{B}(F_2 Q + F_3 Q^2 C^{2\,0}_{2\,0\,2\,0}) = \frac{3Q^2}{\mathcal{J}} C^{2\,0}_{2\,0\,2\,0},$$

$$\frac{q^2}{B} F_4 Q^2 = \frac{4Q^2}{\mathcal{J}}.$$

Эти соотношения говорят о том, что для получения в коллективной феноменологической модели описания аксиальных сильнодеформированных ядер необходимо предположить зависимость (и при этом вполне определенную) массового коэффициента от параметров деформации.

II

Теперь рассмотрим соотношение (2) при $\lambda = 0$ и $n = n'$. Используя связь матричных элементов $\langle I,n \| Q_2 \| I',n \rangle$ с приведенными вероятностями $E2$-переходов, мы получим:

$$\sum_{I_1,n_1} [E(I,n) - E(I_1,n_1)]\, B(E2; In \to I_1,n_1) = -\frac{5\hbar^2 q^2}{2B}\left(1 + \frac{F_1}{\sqrt{5}} \sum_{I_1,n_1 \neq I,n} B(E2; I,n \to I_1,n_1) + \right.$$

$$+\frac{F_1}{\sqrt{5}(2I+1)}\,|\langle I,n\,||\,Q_2\,||\,I,n\rangle|^2\,). \qquad (3)$$

Ограничимся рассмотрением двух случаев: 1) $I=0$ (основное состояние), 2) $I,n=2,1$ (первое возбужденное 2^+ состояние). Сохраняя только большие по величине приведенные вероятности $E2$-переходов, получим следующие два равенства:

$$[E(2,1)-f]\,B(E2;\,0,1\to 2,1)=\frac{5\hbar^2q^2}{2B},$$

$$[E(4,1)-E(2,1)-f]\,B(E2;\,2,1\to 4,1)+[E(2,2)-E(2,1)-f]\,B(E2;2,1\to 2,2)\;+$$

$$[E(0,2)-E(2,1)-f]\,B(E2;\,2,1\to 0,2)-[E(2,1)+f]\,B(E2;\,2,1\to 0,1)\;-$$

$$-0{,}2\,f\,|\langle 2,1\,||\,Q\,||\,2,1\rangle|^2=\frac{5\hbar^2q^2}{2B},$$

где $\quad f=\dfrac{\sqrt{5}\,\hbar^2q^2F_1}{2B}$.

Исключая из них параметр $\dfrac{5\hbar^2q^2}{2B}$ и переходя к безразмерным величинам $\epsilon(I,n)\equiv\dfrac{E(I,n)}{E(2,1)}$, $b(I,n)\equiv\dfrac{B(E2;\,I,n\to 2,1)}{B(E2;\,2,1\to 0,1)}$, получим:

$$1{,}8\,[\epsilon(4,1)-1]\,b(4,1)+[\epsilon(2,2-1]\,b(2,2)+0{,}2\,[\epsilon(0,2)-1]\,b(0,2)=6\;- \qquad (4)$$

$$-f[\,4-1{,}8\,b(4,1)-b(2,2)-0{,}2\,b(0,2)-\left|\frac{\langle 2,1\,||\,Q_2\,||\,2,1\rangle}{\langle 2,1\,||\,Q_2\,||\,0,1\rangle}\right|^2\,].$$

Учёт малых по величине приведенных вероятностей, таких как $B(E2;2,2 \to 0,1)$ и т.д., мог бы несколько изменить полученные результаты, но не качественным образом. Однако в настоящее время экспериментальной информации об этих величинах недостаточно для анализа их влияния на полученные выше соотношения.

Подставляя в (4) экспериментальные данные о вероятностях $E2$ -переходов и энергиях, мы сможем сделать определенные выводы о величине коэффициента $\frac{\hbar^2 q^2 F_1}{B}$, т.е. о зависимости массового коэффициента от деформации. Интересно, что при подстановке в (4) значений $b(I,n)$, $\epsilon(I,n)$ и $\frac{\langle 2,1 \| Q_2 \| 2,1 \rangle}{\langle 2,1 \| Q_2 \| 0,1 \rangle}$, характерных для аксиальных сильнодеформированных ядер, левая часть этого соотношения окажется равной 6, а выражение в скобках справа от знака равенства обратится в нуль. Отсюда следует, что из близости значения левой части соотношения (4) к 6 в сильнодеформированных ядрах еще нельзя делать вывода о равенстве F_1 нулю.

В таблице 1 приведены взятые из эксперимента /2/ значения левой части соотношения (4). Из таблицы видно, что эта величина сильно отклоняется от 6 в изотопах Ru , близка к 6 в изотопах Pd , Cd и в сильнодеформированных ядрах, и вновь сильно отклоняется от значения 6 в переходной области (изотопы Os и Pt). Так как в ^{106}Ru энергия первого 2^+ состояния опускается очень низко, а $B(E2;2,1 \to 0,1)$ равна (330 ± 40) /3/ одночастичным единицам, то это ядро уже никак нельзя отнести к сферическим. По-видимому, и приведенные в таблице 1 изотопы Ru следует считать переходными ядрами. Таким образом, в переходных ядрах коэффициент F_1 отличен от нуля, и, следовательно, массовый коэффициент зависит от деформации.

Хотя в деформированных ядрах величина $[1,8[\epsilon(4,1)-1]b(4,1)+[\epsilon(2,2)-1] \times b(2,2)+0,2[\epsilon(0,2)-1]b(0,2)\}$ и близка к 6, но, как отмечалось выше, это еще не означает, что коэффициент F_1 должен быть равен нулю, поскольку может обращаться в нуль величина $\{4-1,8b(4,1)-b(2,2)-0,2b(0,2)-\left|\frac{\langle 2,1 \| Q_2 \| 2,1 \rangle}{\langle 2,1 \| Q_2 \| 0,21 \rangle}\right|^2\}$. Вычислить эту величину, используя экспериментальные данные, в настоящее время невозможно из-за того, что неизвестны значения $\langle 2,1 \| Q_2 \| 2,1 \rangle$ в деформированных ядрах.

В изотопах Pd и Cd значения суммы $\{1{,}8[\epsilon(4,1)-1]b(4,1)+[\epsilon(2,2)-1]b(2,2)+$ $+0{,}2[\epsilon(0,2)-1]b(0,2)\}$ близки к 6. По-видимому, в этих ядрах коэффициент F_1 мал. Но из-за больших экспериментальных неточностей такой вывод следует считать предварительным.

В таблице 2 приведены значения суммы $\{4-1{,}8b(4,1)-b(2,2)-0{,}2b(0,2)-$ $-\left|\frac{\langle 2,1||Q_2||2,1\rangle}{\langle 2,1||Q_2||0,1\rangle}\right|^2\}$ для некоторых из перечисленных в таблице 1 изотопов. Видно, что ошибки в определении этой суммы очень велики. Вследствие этого определить более точно величину F_1 даже в тех случаях, когда она заведомо отлична от нуля, невозможно.

III.

Рассмотрим соотношение (2) при $\lambda = 2$. Мы получим:

$$\sum_{I_1,n_1} \left\{\begin{matrix} I_1 & 2 & I' \\ 2 & I & 2 \end{matrix}\right\} (E(I,n)+E(I',n')-2E(I_1,n_1))\langle I,n||Q_2||I_1,n_1\rangle\langle I_1,n_1||Q_2||I',n'\rangle =$$

$$= \frac{h^2q^2}{B}\left(F_2\frac{(-1)^{I+I'}}{\sqrt{5}}\langle I,n||Q_2||I',n'\rangle + F_3\sum_{I_1,n_1}\left\{\begin{matrix} I_1 & 2 & I' \\ 2 & I & 2 \end{matrix}\right\}\langle I,n||Q_2||I_1,n_1\rangle \times\right. \tag{5}$$

$$\left.\times\langle I_1n_1||Q_2||I',n'\rangle\right).$$

При $I',n'=0,1$ (5) перейдет в

$$\sum_{n_1}(E(2,n)-2E(2,n_1))\langle 2,n||Q_2||2,n_1\rangle\langle 2,n_1||Q_2||0,1\rangle = \tag{6}$$

$$= -\frac{h^2q^2}{B}\left(\sqrt{5}F_2\langle 2,n||Q_2||0,1\rangle + F_3\langle 2,n||Q_2||2,n_1\rangle\times\right.$$

$$\left.\times\langle 2,n_1||Q_2||0,1\rangle\right).$$

Положим $F_2=F_3=0$ и проверим - не будет ли это противоречить экспериментальным данным. При $F_2=F_3=0$ (6) переходит в

$$\sum_{n_1} (E(2,n)-2E(2,n_1))<2,n\|Q_2\|2,n_1><2,n_1\|Q_2\|0,1>=0. \tag{7}$$

Как и выше, сохраним лишь самые важные матричные элементы. Тогда (7) запишется так:

$$[E(2,1)-2E(2,2)]<2,1\|Q_2\|2,2><2,2\|Q_2\|0,1>-E(2,1)<2,1\|Q_2\|2,1><2,1\|Q_2\|0,1>=0.$$

Из этого последнего равенства можно получить следующее соотношение:

$$\frac{B(E2;2,2\to 0,1)}{B(E2;2,1\to 0,1)}=\frac{\left|\dfrac{<2,1\|Q_2\|2,1>}{<2,1\|Q_2\|0,1>}\right|}{[2\epsilon(2,2)-1]^2\ \dfrac{B(E2;2,2\to 2,1)}{B(E2;2,1\to 0,1)}}. \tag{8}$$

Подставим в (8) экспериментальные значения вероятностей E2 -переходов, квадрупольного момента первого 2^+- состояния и энергии второго 2^+-состояния. Результаты подстановки приведены в таблице 3. Из таблицы 3 видно, что соотношение (8) не выполняется на эксперименте. Следовательно, ошибочно предположение о равенстве нулю коэффициентов F_2, F_3. А из-за неравенства нулю любого из этих коэффициентов массовый параметр оказывается зависящим от деформации.

При $\lambda=4$ соотношение (2) записывается так:

$$\sum_{I_1,n_1} \left\{\begin{matrix} I_1 & 2 & I' \\ 4 & I & 2\end{matrix}\right\} \left(E(I,n)+E(I',n')-2E(I_1,n_1)+\frac{h^2q^2F_4}{B}\right)\times \tag{9}$$

$$\times<I,n\|Q_2\|I_1,n_1><I_1,n_1\|Q_2\|I',n'>=0.$$

При $I',n'=0,1$ и $I,n=4,1$ (9) перейдет в:

$$\sum_n \left(E(4,1)-2E(2,n)+\frac{h^2q^2F_4}{B}\right)<4,1\|Q_2\|2,n><2,n\|Q_2\|0,1>=0. \tag{10}$$

Так как произведение матричных элементов $\langle 4,1\|Q_2\|2,2\rangle\langle 2,2\|Q_2\|0,1\rangle$ значительно меньше произведения $\langle 4,1\|Q_2\|2,1\rangle\langle 2,1\|Q_2\|0,1\rangle$, то вместо (10) можно написать:

$$[E(4,1)-2E(2,1)+\frac{h^2q^2F_4}{B}]\langle 4,1\|Q_2\|2,1\rangle\langle 2,1\|Q_2\|0,1\rangle=0 \qquad (11)$$

или

$$\frac{\hbar^2q^2F_4}{BE(2,1)}=2-\epsilon(4,1).$$

Величина $\epsilon(4,1)$ равна 2,3÷2,5 в изотопах Ru , Pd , Cd , близка к 3,3 в деформированных ядрах и к 3,0 в изотопах Os , равна 2,5 в изотопах Pt . Поэтому коэффициент F_4 оказывается отличным от нуля в большом числе ядер.

Таким образом, из проведенного выше анализа следует, что для объяснения в рамках феноменологической коллективной модели экспериментальных данных, относящихся к коллективным квадрупольным возбуждениям, необходимо учитывать зависимость массового параметра от деформации. Для определения детального вида этой зависимости нужны данные о вероятностях E2 -переходов и квадрупольных моментах со значительно меньшими экспериментальными ошибками, чем в настоящее время. Но кроме уточнения старых данных необходимы и новые измерения.

1. Для того, чтобы проведенный выше анализ сделать более полным, следует измерить квадрупольные моменты первых 2^+ состояний, энергии возбужденных 0^+ состояний $(E(0,2))$ и вероятности $B(E2;0^+,2\to2^+,1)$ в тех ядрах, в которых уже имеется много данных о коллективных квадрупольных возбуждениях. Например, в ^{100,102}Ru , ^{110,112}Cd , ^{186,188,190,192}Os .

2. Очень полезными оказались бы данные о квадрупольных моментах первых 2^+-состояний и вероятностях E2 -переходов между ротационными полосами в деформированных ядрах редкоземельной области.

3. Если бы удалось измерить квадрупольные моменты у вторых 2^+ состояний, то из экспериментальных данных можно было бы извлечь информацию о каждом из коэффициентов F_2 и F_3 .

4. Для проверки точности приближенных соотношений (4), (8), (11) нужна информация о следующих вероятностях переходов:

$B(E2;3^+,1\to 2^+,1)$, $B(E2;2^+,3\to 2^+,1)$, $B(E2;4^+,1\to 2^+,2)$.

5. Для того чтобы иметь более полную информацию о сферических ядрах, крайне желательно выполнить эксперименты по кулоновскому возбуждению изотопов Te, Xe и Ba .

IV

Рассмотрим еще раз соотношение (6), но уже не будем предполагать, что $F_2=F_3=0$. Полагая в (6) поочередно $n=1,2$ и сохраняя наиболее важные матричные элементы, мы получим два равенства:

$$[E(2,2)-2E(2,1)+\frac{h^2q^2F_3}{B}]<2,2||Q_2||2,1><2,1||Q_2||0,1>-[E(2,2)-$$

$$-\frac{h^2q^2F_3}{B}]<2,2||Q_2||2,2><2,2||Q_2||0,1>=-\frac{\sqrt{5}\,h^2q^2F_2}{B}<2,2||Q_2||0,1>,$$

$$[E(2,1)-2E(2,2)+\frac{h^2q^2F_3}{B}]<2,2||Q_2||2,1><2,2||Q_2||0,1>-[E(2,1)-$$

$$-\frac{h^2q^2F_3}{B}]<2,1||Q_2||2,1><2,1||Q_2||0,1>=-\frac{\sqrt{5}\,h^2q^2F_2}{B}<2,1||Q_2||0,1>.$$

Взяв отношение этих двух равенств и перейдя к безразмерным величинам, получим:

$$\frac{\left[\epsilon(2,2)-\frac{h^2q^2F_3}{BE(2,1)}\right]\frac{\langle 2,2||Q_2||2,2\rangle}{\langle 2,1||Q_2||0,1\rangle}\frac{\langle 2,2||Q_2||0,1\rangle}{\langle 2,1||Q_2||0,1\rangle}-\left[\epsilon(2,2)-2+\frac{h^2q^2F_3}{BE(2,1)}\right]\frac{\langle 2,2||Q_2||2,1\rangle}{\langle 2,1||Q_2||0,1\rangle}}{\left[2\epsilon(2,2)-1-\frac{h^2q^2F_3}{B(E(2,1)}\right]\frac{\langle 2,2||Q_2||2,1\rangle}{\langle 2,1||Q_2||0,1\rangle}\frac{\langle 2,2||Q_2||0,1\rangle}{\langle 2,1||Q_2||0,1\rangle}+\left(1-\frac{h^2q^2F_3}{BE(2,1)}\right)\frac{\langle 2,1||Q_2||2,1\rangle}{\langle 2,1||Q_2||0,1\rangle}}= \tag{12}$$

$$=\frac{\langle 2,2||Q_2||0,1\rangle}{\langle 2,1||Q_2||0,1\rangle}\ .$$

Из уравнения (12), разрешив его относительно $\frac{\langle 2,2||Q_2||0,1\rangle}{\langle 2,1||Q_2||0,1\rangle}$, можно вывести другое соотношение:

$$\frac{\langle 2,2||Q_2||2,1\rangle}{\langle 2,1||Q_2||0,1\rangle}\frac{\langle 2,2||Q_2||0,1\rangle}{\langle 2,1||Q_2||0,1\rangle}=-\frac{\langle 2,1||Q_2||2,1\rangle}{\langle 2,1||Q_2||0,1\rangle}\frac{1-\frac{\hbar^2q^2F_3}{BE(2,1)}-\frac{\langle 2,2||Q_2||2,2\rangle}{\langle 2,1||Q_2||2,1\rangle}\left[\epsilon(2,2)-\frac{\hbar^2q^2F_3}{BE(2,1)}\right]}{2\left[2\epsilon(2,2)-1-\frac{\hbar^2q^2F_3}{BE(2,1)}\right]}\times$$

$$\times\left[1-\sqrt{1-\frac{4\langle 2,2||Q_2||0,1\rangle^2\left[2\epsilon(2,2)-1-\frac{\hbar^2q^2F_3}{BE(2,1)}\right]\left[\epsilon(2,2)+\frac{\hbar^2q^2F_3}{BE(2,1)}-2\right]}{\langle 2,1||Q_2||2,1\rangle^2\left[1-\frac{\hbar^2q^2F_3}{BE(2,1)}-\frac{\langle 2,2||Q_2||2,2\rangle}{\langle 2,1||Q_2||2,1\rangle}\left(\epsilon(2,2)-\frac{\hbar^2q^2F_3}{BE(2,1)}\right)\right]^2}}\ \right].$$

Из этого соотношения вытекает следующее правило знаков:

$$\mathrm{Sign}\,(<2,2\,||\,Q_2\,||\,2,1><2,2\,||\,Q_2\,||\,0,1><2,1\,||\,Q_2\,||\,2,1><2,1\,||\,Q_2\,||\,0,1>) =$$

$$= -\,\mathrm{Sign}\,\left[\left(1 - \frac{h^2 q^2 F_3}{BE(2,1)} - \frac{<2,2\,||\,Q_2\,||\,2,2>}{<2,1\,||\,Q_2\,||\,2,1>}\left(\epsilon(2,2) - \frac{h^2 q^2 F_3}{BE(2,1)}\right)\right)\left(\epsilon(2,2) + \frac{h^2 q^2 F_3}{BE(2,1)} - 2\right)\right]. \qquad (13)$$

В модели аксиальных деформированных ядер /4/ и при расчётах свойств сферических ядер с учётом ангармонических эффектов /5/ получается, что $\frac{<2,2\,||\,Q_2\,||\,2,2>}{<2,1\,||\,Q_2\,||\,2,1>} \approx -1$. Если воспользоваться этим соотношением, то правило знаков (13) перепишется так:

$$\mathrm{Sign}\,(<2,2\,||\,Q_2\,||\,2,1><2,2\,||\,Q_2\,||\,0,1><2,1\,||\,Q_2\,||\,2,1><2,1\,||\,Q_2\,||\,0,1>) =$$

$$= -\,\mathrm{Sign}\,\left[\left(1 - \frac{h^2 q^2 F_3}{BE(2,1)} + \left|\frac{<2,2\,||\,Q_2\,||\,2,2>}{<2,1\,||\,Q_2\,||\,2,1>}\right|\left(\epsilon(2,2) - \frac{h^2 q^2 F_3}{BE(2,1)}\right)\right)\left(\epsilon(2,2) + \frac{h^2 q^2 F_3}{BE(2,1)} - 2\right)\right].$$

При $(\epsilon(2,2) - 2) > 0$, и малых значениях $\frac{h^2 q^2 F_3}{BE(2,1)}$ мы находим, что

$$\mathrm{Sign}\,(<2,2\,||\,Q_2\,||\,2,1><2,2\,||\,Q_2\,||\,0,1><2,1\,||\,Q_2\,||\,2,1><2,1\,||\,Q_2\,||\,0,1>) = -1.$$

Это правило знаков было получено ранее в работе /6/ в рамках модели А.С. Давыдова. Но в ней приближенно трактуются как кинетическая так и потенциальная энергия. Здесь же этот результат получается при определенных предположениях лишь о структуре кинетической энергии. Потенциальная энергия может быть произвольной. Тем самым правило знаков устанавливается более надежно. Знание его важно при извлечении из экспериментов по измерению эффекта реориентации информации о квадрупольных моментах первых 2^+-состояний. Оно дает возможность устранить неоднозначность в экспериментальных результатах.

Кроме того, встречаются ядра, у которых $\epsilon(2,2)-2<0$. Например, $^{116}Sn(\epsilon(2,2)-2=-0{,}36)$, $^{192}Pt(\epsilon(2,2)-2=-0{,}06)$, $^{194}Pt(\epsilon(2,2)-2=-0{,}12)$, $^{196}Pt(\epsilon(2,2)-2=-0{,}08)$.

В этих случаях, из-за того, что разность $\epsilon(2,2)-2$ мала, трудно что-либо сказать о правиле знаков, так как величина $\frac{\hbar^2 q^2 F_3}{BE(2,1)}$ неизвестна.

Литература

1. K. Kumar, M. Baranger. Nucl. Phys., A92, 608 (1967).
2. B. Sorensen. Nucl. Phys., A97, 1 (1967). D. Bes and G. Dussel. Nucl. Phys., R.V. Jolos. Proceedings of the VII Cracow school of theoretical Physics, VII, p. 125 (1967).
3. H.W. Kugel, E.G. Funk and J.W. Michelich. Phys. Rev., 165, 1352 (1968). F.K. Mc Gowan, R.L. Robinson, P.H. Stelson and W.T. Milner. Nucl. Phys., A113, 529 (1968).
   F.K. Mc Gowan and P.H. Stelson. Phys. Rev., 122, 1274 (1961).
   R.L. Robinson, F.K. Mc Gowan, P.H. Stelson, W.T. Milner and R.O. Sayer. Nucl. Phys., A124, (1969).
   F.K. Mc Gowan, R.L. Robinson, P.H. Stelson and J.H.C. Ford, Jr. Nucl. Phys., 66, (1965).

   Д.Г. Алхазов, В.Д. Васильев, Ю.П. Гангрский, И.Х. Лемберг. Изв. АН СССР, сер. физ., 28, 229 (1964).
   Ю.П. Гангрский, И.Х. Лемберг, В.А. Набичвришвили. Сообщен. АН Гр.ССР, 53, 65 (1969).
4. G. Zicha, K.E.C. Löbner, P. Maier-Konoor, J. Maul and P. Kienle. Contributions International Conference on Properties of Nuclear States. Montreal, Canada, 1969, p. 83.
5. K. Alder, A. Bohr, T. Huus, B. Mottelson and A. Winter. Rev. Mod. Phys., 28, 432 (1956).
6. Е.Б. Бальбуцев, Р.В. Джолос. ЯФ, 7, 788 (1968).
7. В.И. Исаков, И.Х. Лемберг. Письма в ЖЭТФ, 9, 698 (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел
21 августа 1970 года.

Таблица 1

Значение величины $S=1{,}8[\epsilon(4,1)-1]\,b(4,1)+[\epsilon(2,2)-1]\,b(2,2)+0{,}2[\epsilon(0,2)-1]\,b(0,2)$

Ядро	S	Ядро	S
^{100}Ru *	4,2 ± 0,4	^{162}Dy **	5,9 ± 0,4
^{102}Ru *	4,I ± 0,9	^{168}Er **	6,I ± 0,3
^{104}Ru	4,4 ± 0,7	^{180}Hf **	6,0 ± 0,7 5,4 ± I,I
^{106}Pd	5,2 ± 0,6	^{184}W **	5,9 ± 0,5
^{108}Pd	7,I ± I,I 5,6 ± 0,8	^{186}W **	5,I ± 0,4
^{110}Pd	5,8 ± 0,8	^{186}Os *	6,4 ± 2,5
^{110}Cd *	5,0 ± 0,9	^{188}Os	6,0 ± 0,7
^{112}Cd *	5,9 ± 0,8	^{190}Os *	5,0 ± 0,9
^{114}Cd	5,8 ± 0,9	^{192}Os *	4,4 ± 0,6
^{116}Cd	5,2 ± 0,9	^{192}Pt **	I,2 ± 0,3
^{154}Sm **	5,7 ± I,4	^{194}Pt *	4,3 ± 0,3 2,9 ± 0,6
^{156}Gd **	5,6 ± I,6	^{196}Pt	3,9 ± 0,8
^{160}Dy **	5,7 ± 0,8		

* В этом ядре нет данных о (0,2→2,1) E2-переходе.

** В этом ядре нет данных о (0,2→2,1), (2,2→2,1) E2 –переходах.

Таблица 2

Значение величины $\left(4-1{,}8\,b(4,1)-b(2,2)-0{,}2\,b(0,2)-\left|\frac{\langle 2{,}1\|Q_2\|2{,}1\rangle}{\langle 2{,}1\|Q_2\|0{,}1\rangle}\right|^2\right)$

Ядро	$4-1{,}8\,b(4,1)-b(2,2)-0{,}2\,b(0,2)-\left|\frac{\langle 2{,}1\|Q_2\|2{,}1\rangle}{\langle 2{,}1\|Q_2\|0{,}1\rangle}\right|^2$
I04 Ru	0,3 ± I,0
I06 Pd	- 0,6 ± 0,8
II0 Pd	- I,7 ± I,3
II4 Cd	- I,8 ± I,3
II6 Cd	- I,4 ± I,I

Таблица 3

Значения отношений

$$\frac{\left|\frac{\langle 2,1 \| Q_2 \| 2,1\rangle}{\langle 2,1 \| Q_2 \| 0,1\rangle}\right|^2}{[2\epsilon(2,2)-1]^2 \frac{B(E2;\,2,2\to 2,1)}{B(E2;\,2,1\to 0,1)}}, \quad \frac{B(E2;\,2,2\to 0,1)}{B(E2;\,2,1\to 0,1)}$$

Ядро	$\frac{\left\|\frac{\langle 2,1 \| Q_2 \| 2,1\rangle}{\langle 2,1 \| Q_2 \| 0,1\rangle}\right\|^2}{[2\varepsilon(2,2)-1]^2 \frac{B(E2;\,2,2\to 2,1)}{B(E2;\,2,1\to 0,1)}}$	$\frac{B(E2;\,2,2\to 0,1)}{B(E2;\,2,1\to 0,1)}$
^{104}Ru	0,090 ± 0,064	—
^{106}Pd	0,074 ± 0,040	0,025 ± 0,004
^{110}Pd	0,155 ± 0,095	0,014 ± 0,002
^{114}Cd	0,105 ± 0,067	0,015 ± 0,005
^{116}Cd	0,211 ± 0,114	—
^{190}Os *	0,019 ± 0,014 0,038 ± 0,027	0,10 ± 0,03 0,07 ± 0,02
^{194}Pt	0,12 ± 0,09	0,004 ± 0,002
^{196}Pt	0,07 ± 0,04	0,001

* В этом ядре имеется два различных набора экспериментальных данных.