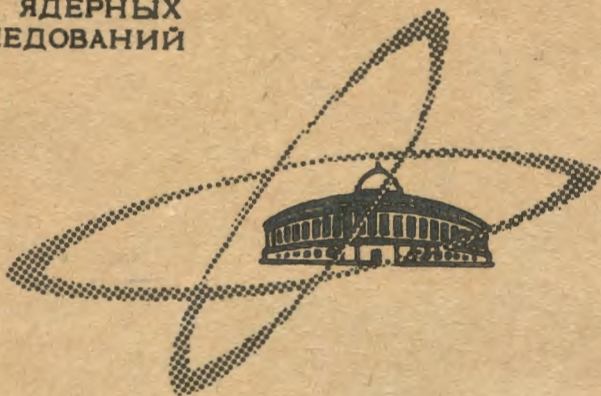


A-954

19/x-7

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна



P4 - 5318

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Б. Ахмадходжаев , В.Б.Беляев, А.Л. Зубарев

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ФАДДЕЕВА  
С ЛОКАЛЬНЫМИ ПОТЕНЦИАЛАМИ

1970

P4 - 5318

8495/2 4p  
Б. Ахмадходжаев\*, В.Б.Беляев, А.Л. Зубарев\*\*

**РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ФАДДЕЕВА  
С ЛОКАЛЬНЫМИ ПОТЕНЦИАЛАМИ**

Направлено в ЖЭТФ

---

\* ИЯФ АН УзССР

\*\* ТашГУ

При изучении задачи трех частиц мы сталкиваемся со следующей ситуацией. Во-первых, в задаче используется двухчастичное взаимодействие в виде амплитуды вне энергетической поверхности  $t(k, k', z)$ . Потенциал (или амплитуда) подбираются так, чтобы удовлетворить экспериментальным данным по взаимодействию на энергетической поверхности. Потенциал и амплитуда  $t(k, k', z)$  из этого условия определяются неоднозначно. И, следовательно, возникает вопрос о зависимости трехчастичных характеристик от формы потенциала.

Во-вторых, синглетные двухчастичные параметры (длина рассеяния, эффективный радиус) известны экспериментально с большой неопределенностью. Важно выяснить поэтому, как сильно зависят трехчастичные параметры от двухчастичных. И, наконец, значительный интерес представляет выяснение вопроса о возможности количественного объяснения свойств трехнуклонных систем на основе двухчастичных сил.

При исследовании зависимости трехчастичных параметров от формы потенциала естественно рассмотреть потенциалы, не содержащие отталкивания, и "реалистические" потенциалы. Расчёты /1,6,8/ энергии связи трития и дублетной длины рассеяния указывают на сильную зависимость

от формы потенциала, если потенциалы не содержат отталкивания. Расчёты /2,3/ с "реалистическими" потенциалами и расчёты, излагаемые в этой заметке, указывают, что в этом случае зависимость от формы достаточно слабая.

Что касается зависимости трехчастичных характеристик от синглетных, то наиболее последовательно эта зависимость изучалась для нелокальных потенциалов. В частности, было показано, что зависимость от синглетного радиуса гораздо сильнее зависимости от синглетной длины рассеяния.

В настоящей работе изучается зависимость энергии связи трития и дублетной длины от синглетных параметров для локальных потенциалов следующего вида:

$$V(r) = -s (102.276) b^{-2} \quad r < b \quad (S)$$

$$V(r) = 0 \quad r > b$$

$$V(r) = -s (229.208) b^{-2} e^{-2.0604(r/b)^2} \quad (G)$$

$$V(r) = -s (751.541) b^{-2} e^{-2.5412(r/b)} \quad (E)$$

$$V(r) = \lambda_1 \frac{e^{-\mu_1 r}}{r} - \lambda_2 \frac{e^{-\mu_2 r}}{r} \quad (M.T)$$

Параметры потенциалов (S)–(E) для различных значений синглетного и триплетного эффективных радиусов приведены в Приложении.

Отметим, что потенциал (M.T.) /7/ описывает S-фазу в широком интервале энергий (до 350 MeV). Зависимость трехчастичных характеристик от синглетной длины можно получить в явном виде. Действительно, для двухпараметрических потенциалов имеем

$$^4 a = b^t f_1(s^t)$$

$$^2 a = f_2(s^t, s^s, b^t, b^s) \quad (2)$$

$$E_T = f_3(s^t, s^s, b^t, b^s).$$

Здесь  $^4 a$  и  $^2 a$  – квартетная и дублетная длины nd-рассеяния,  $E_T$  – энергия связи  $H^3$ .  
Но /9/

$$s = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \left(\frac{r}{a}\right)^i$$

$$b = r \left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i \left(\frac{r}{a}\right)^i\right), \quad (3)$$

где  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  – численные параметры, не зависящие от  $r$  и  $a$ ;  
 $a$ ,  $r$  – длина рассеяния и эффективный радиус, соответственно.

Следовательно

$$^4 a = r^t \phi_1\left(\frac{r^t}{a^t}\right)$$

$$^2 a = \phi_2\left(r^t, r^s, \frac{r^t}{a^t}, \frac{r^s}{a^s}\right) \quad (4)$$

$$E_T = \phi_3\left(r^t, r^s, \frac{r^t}{a^t}, \frac{r^s}{a^s}\right)$$

или

$$\begin{aligned}
 {}^4_a &= r^t \sum_{i=0}^{\infty} A_i \left( \frac{r^t}{a^t} \right)^i \\
 {}^2_a &= \sum_{i,j=0}^{\infty} \phi_2^{ij} (r^t, r^s) \left( \frac{r^t}{a^t} \right)^i \left( \frac{r^s}{a^s} \right)^j \\
 E_T &= \sum_{i,j=0}^{\infty} \phi_3^{ij} (r^t, r^s) \left( \frac{r^t}{a^t} \right)^i \left( \frac{r^s}{a^s} \right)^j
 \end{aligned} \tag{5}$$

Поскольку  $\frac{r}{a}$  достаточно мало, получаем

$${}^4_a \approx r^t (A_0 + A_1 \left( \frac{r^t}{a^t} \right))$$

$${}^2_a \approx \phi_2^{00} (r^t, r^s) + \phi_2^{01} (r^t, r^s) \left( \frac{r^s}{a^s} \right) + \phi_2^{10} (r^t, r^s) \left( \frac{r^t}{a^t} \right) + \phi_2^{11} (r^t, r^s) \left( \frac{r^t}{a^t} \right) \left( \frac{r^s}{a^s} \right) \tag{6}$$

$$E_T \approx \phi_3^{00} (r^t, r^s) + \phi_3^{01} (r^t, r^s) \left( \frac{r^s}{a^s} \right) + \phi_3^{10} (r^t, r^s) \left( \frac{r^t}{a^t} \right) + \phi_3^{11} (r^t, r^s) \left( \frac{r^t}{a^t} \right) \left( \frac{r^s}{a^s} \right).$$

В частности, для квартетной длины всегда выполняется соотношение

$${}^4_a = r^t (6.6 - 9.3 \frac{r^t}{a^t}). \tag{7}$$

Перейдем теперь к зависимости от синглетного радиуса. Излагаемые расчёты основываются на сепарабельном представлении 2-частичной  $t$ -матрицы на немассовой поверхности по методу<sup>/4/</sup> Бейтмана

$$t_{\ell}^{(N)}(k, k', z) = \sum_{i,j=1}^N [ (C^{\ell}(z))^{-1} ]_{ij} V_{\ell}(k, s_i) V_{\ell}(k', s_j) \tag{8}$$

$V_{\ell}(k, k') - \ell$ -я гармоника фурье-образа потенциала  $V(r)$ , а

$$C_{ij}^{\ell}(z) = V_{\ell}(s_i, s_j) + 8\pi\mu_{12} I_{ij}^{\ell}(z)$$

$$I_{ij}^{\ell}(z) = \int_0^{\infty} \frac{V_{\ell}(k, s_i) V_{\ell}(k, s_j) k^2 dk}{k^2 - 2\mu_{12}z - i\epsilon}$$

Расчёты проводились для значения  $N=4$ .

Таблица 1

№	$r_s$ (fm)	${}^2_a(S)$ (fm)	${}^2_a(G)$ (fm)	${}^2_a(E)$ (fm)	${}^2_a(M.T.)$ (fm)	$E_T(S)$ (MeV)	$E_T(G)$ (MeV)	$E_T(E)$ (MeV)	$E_T(M.T.)$ (MeV)
1.	2,5	0,33	-0,08	-0,4		9,15	9,33	9,4	
2.	2,6	0,52	0,11	-0,21	0,87	8,93	9,13	9,22	8,9
3.	2,704	0,71	0,285	-0,02		8,72	8,96	9,02	
4.	2,8	0,9	0,46	0,17	1,15	8,52	8,78	8,83	8,56

Дублетная длина  ${}^2_a$  и энергия связи трития  $E_T$  в зависимости от синглетного радиуса  $r_s$  ( $a_s = -23,714$  fm,  $a_t = -5,425$  fm,  $r_t = -1,749$  fm) для 4 типов потенциалов.

На рис. 1 показана зависимость энергии связи трития от синглетного радиуса для 4 типов потенциалов. Эта зависимость может быть описана интерполяционными формулами

$$\begin{aligned}
 (S) \quad E_T &= 14.1 - 2r_s \\
 (G) \quad E_T &= 14.3 - 2r_s \\
 (E) \quad E_T &= 14.4 - 2r_s \\
 (M.T) \quad E_T &= 14.1 - 2r_s
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

На рис. 2 представлена зависимость дублетной длины рассеяния от синглетного радиуса для этих же потенциалов. Соответствующие интерполяционные формулы имеют вид

$$\begin{aligned}
 (S) \quad a^2 &= -4.42 + 1.9 r_s \\
 (G) \quad a^2 &= -4.84 + 1.9 r_s \\
 (E) \quad a^2 &= -5.15 + 1.9 r_s \\
 (M.T) \quad a^2 &= -4.27 + 1.9 r_s
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

Следует заметить, что в литературе имеются расчёты энергии связи трития для прямоугольной ямы при  $r_s = 2,704 \text{ fm}$ . В работе<sup>/5/</sup> методом К-гармоник получено значение  $E_T = 8,72 \text{ MeV}$ , а в работе<sup>/8/</sup> методом Гильберта-Шмидта получено  $E_T = 9,08 \text{ MeV}$ . Триплетные параметры в этих двух расчётах несколько отличаются. Мы произвели расчёт с параметрами<sup>/5,8/</sup> и получили  $E_T = 8,72$  и  $8,73 \text{ MeV}$ , соответственно.

Таким образом, вопрос о природе различия результатов, полученных методом Бейтмана и методом К-гармоник с одной стороны, и результатов, полученных методом Гильберта-Шмидта, с другой, остается открытым.

На рис. 3 показана зависимость энергии связи трития от дублетной длины рассеяния для 4 типов потенциалов. Видно, что с хорошей точностью все точки ложатся на прямые. Итак, имеется сильная зависимость трехчастичных параметров от синглетного радиуса. При изменении в физически интересном интервале от 2,5 до 2,8 fm, эта зависимость является линейной для всех потенциалов, и наклон прямой слабо зависит от формы потенциала. Сравнивая результаты расчётов с потенциалом (M.T.) и результаты работ<sup>/2,3/</sup>, мы видим, что зависимость трехчастичных параметров от формы для реалистических потенциалов слабая. И, наконец, поскольку расчёты энергии связи с ямой совпадают с соответствующими расчётами для реалистических потенциалов, видимо, можно утверждать, что при описании связанного состояния 3 нуклонов из всех двухпараметрических потенциалов прямоугольная яма будет наилучшим приближением к "реалистическому" потенциалу.

Авторы выражают благодарность Е. Вжеционко за интерес к работе и обсуждения.

#### Приложение

В таблице 2 приведены значения приближенных синглетных и триплетных длин рассеяния  $\bar{a}_s$ ,  $\bar{a}_t$  (вычисленных по формуле 8) и точных  $a_s$ ,  $a_t$  для потенциалов без отталкивания. Видно, что относительная ошибка меньше 0,5%

Таблица 2

$\bar{a}_s$ (S) (fm)	$\bar{a}_s$ (G) (fm)	$\bar{a}_s$ (E) (fm)	$\bar{a}_t$ (S) (fm)	$\bar{a}_t$ (G) (fm)	$\bar{a}_t$ (E) (fm)	$a_s$ (fm)	$a_t$ (fm)
-23,64	-23,6	-23,58	5,441	5,45	5,451	-23,714	5,425

Таблица 3

$r_s$ (fm)	$b^s(S)$ (fm)	$b^s(G)$ (fm)	$b^s(E)$ (fm)	$s^s(S)$	$s^s(G)$	$s^s(E)$
2,5	2,3988	2,3721	2,4154	0,9242	0,9272	0,9316
2,6	2,49068	2,4624	2,504	0,9215	0,9247	0,9293
2,704	2,5895	2,5559	2,5962	0,9188	0,922	0,9268
2,8	2,675	2,642	2,6804	0,9163	0,9196	0,9245

В таблице 3 приведены значения синглетных параметров потенциалов без отталкивания  $b^s$ ,  $s^s$  для различных значений синглетного радиуса.

В таблице 4 приведены значения триплетных параметров потенциалов без отталкивания  $b^t$ ,  $s^t$  для различных значений триплетного радиуса. Расчёты дублетной длины  $nd$  рассеяния и энергии связи трития проводились для значения  $r_t = 1,749$  fm.

Таблица 4

$r_t$ (fm)	$b^t(S)$ (fm)	$b^t(G)$ (fm)	$b^t(E)$ (fm)	$s^t(S)$	$s^t(G)$	$s^t(E)$
1,7	2,0028	2,1225	2,3507	1,4226	1,42	1,4151
1,749	2,0719	2,2056	2,4566	1,4439	1,4426	1,4394
1,766	2,0982	2,2348	2,4951	1,4516	1,4507	1,4482
1,8	2,1484	2,2943	2,5748	1,4672	1,4674	1,4669

## Литература

1. В.Н. Ефимов. Препринт ОИЯИ Р-2890, Дубна, 1966, Е-2214, Дубна, 1965; Ю.А. Симонов, А.М. Бадалян. ЯФ, 1967, 5, 88; В.Ф. Харченко, Н.М. Петров. Препринт ИТФ-69-8, Киев, 1969.
2. В.Б. Беляев, Е. Вжеционко, А.Л. Зубарев. Препринт ОИЯИ, Р4-5000, Дубна, 1970.
3. Б. Ахмадходжаев, В.Б. Беляев, Е. Вжеционко. ЯФ, том II, 1016 (1970).
4. В.Б. Беляев, Е. Вжеционко. Препринт ОИЯИ, Р4-4144, Дубна, 1968.
5. O.O. Brayshaw, V. Buck. Phys. Rev. Lett., 86, 733 (1970).
6. В.Ф. Харченко, С.А. Строженко. Препринт ИТФ-69-19, Киев, 1969.
7. L.A. Malfliet and L.A. Tjon. Nucl. Phys. A127, 161 (1969).
8. А.Г. Ситенко, В.Ф. Харченко. Препринт ИТФ-68-11, Киев, 1968.
9. I.M. Blatt, J.D. Jackson. Phys.Rev., 76, 18 (1949).

Рукопись поступила в издательский отдел

10 августа 1970 года.

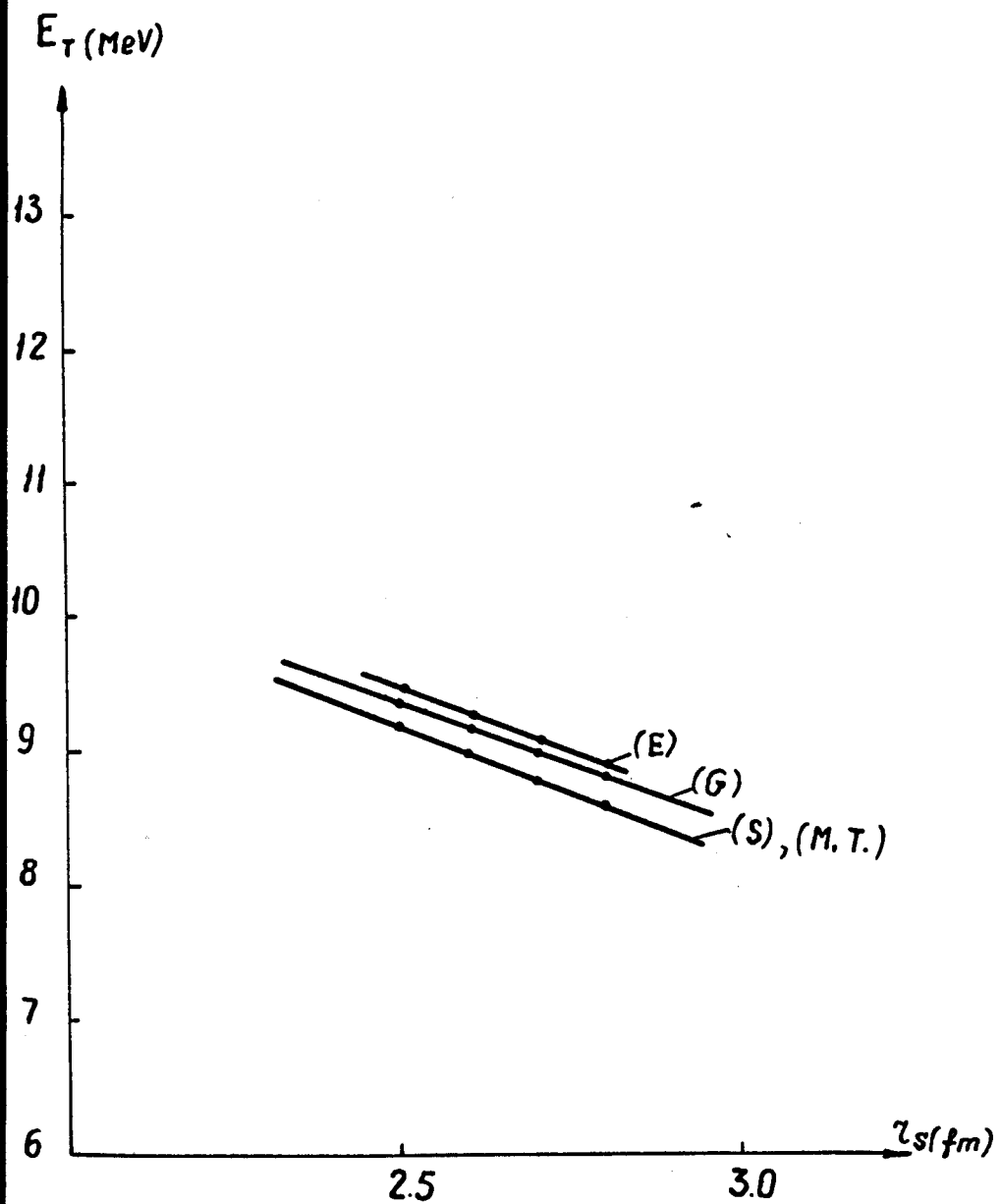


Рис. 1.

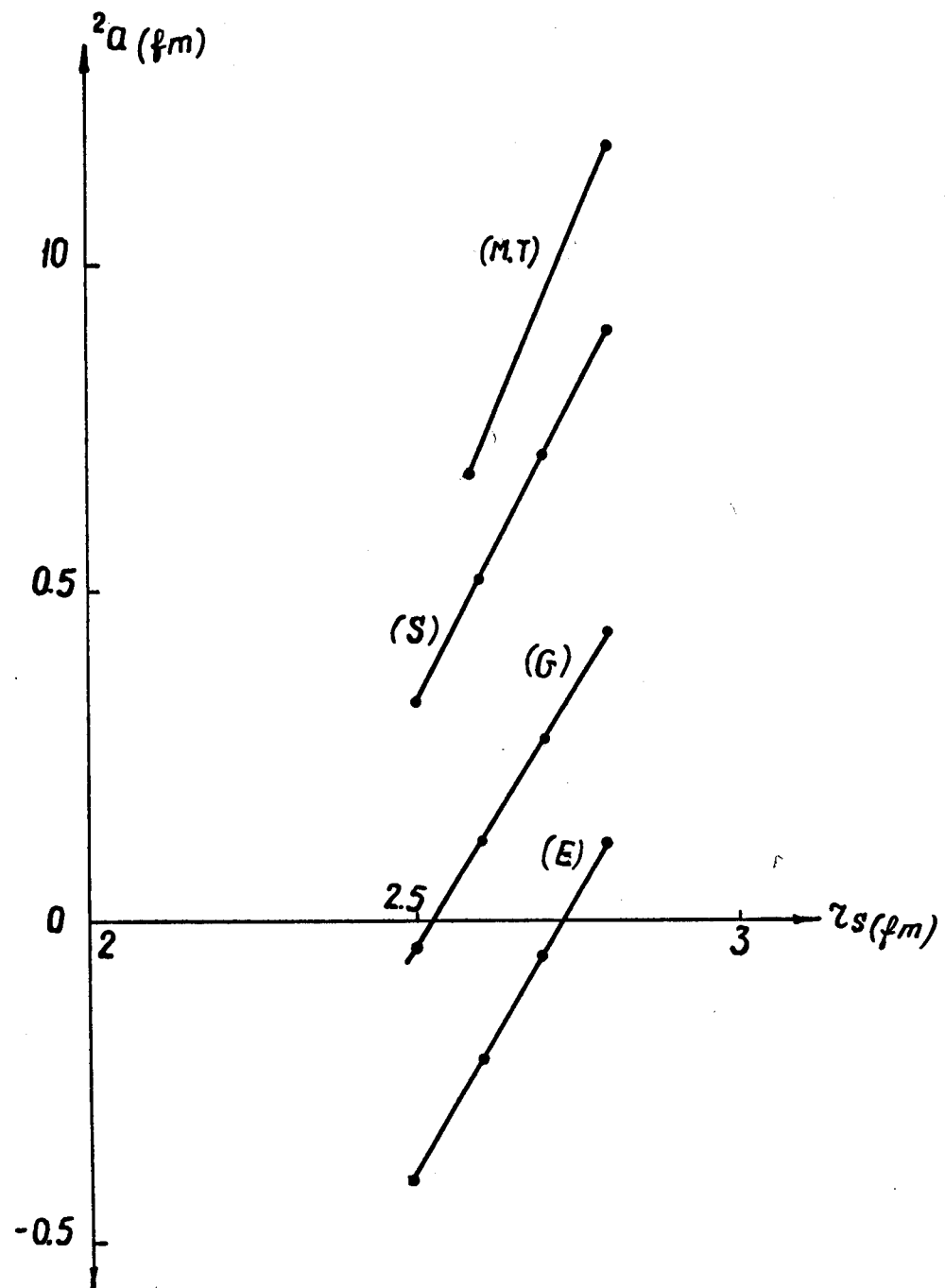


Рис. 2.



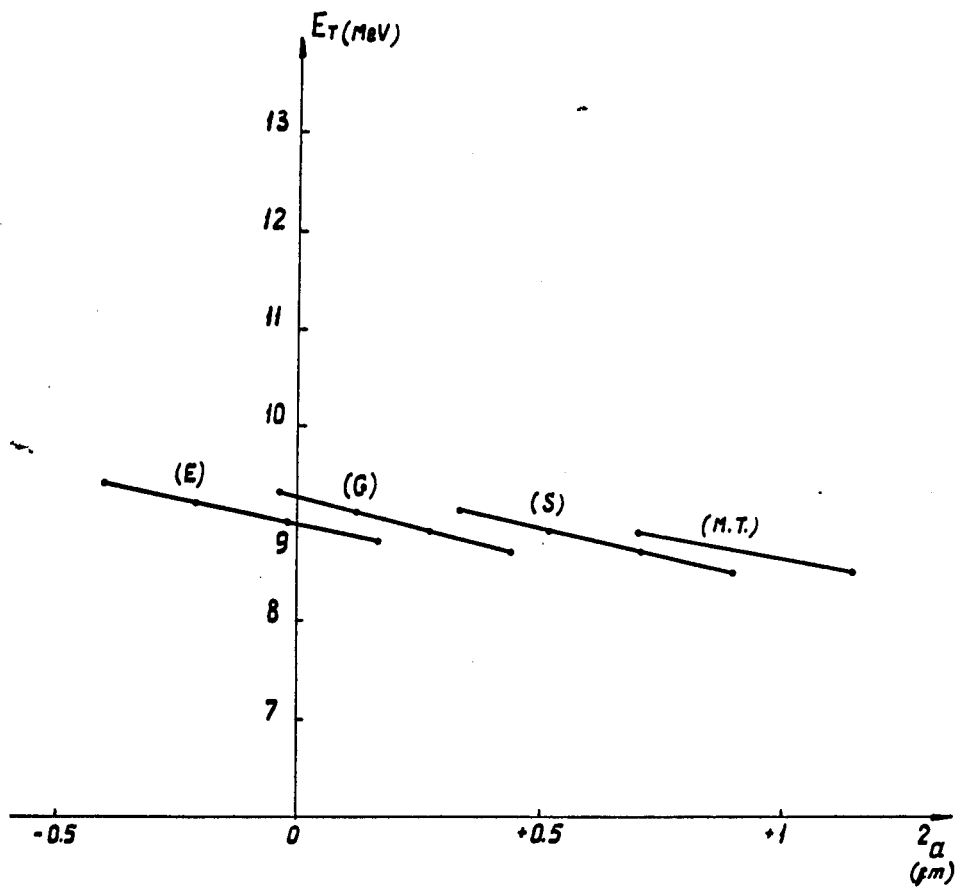


Рис. 3.