ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P4 - 4980

И.М. Франк

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

1970

P4 - 4980

И.М. Франк

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Направлено в "Acta Physica Polonica"

1. Теория переходного излучения была первоначально построена при нескольких упрощающих предположениях[1]. Предполагалось, что заряженная частица пересекает границу раздела двух сред, двигаясь по нормали к границе прямолинейно и равномерно. При этом поверхность раздела (обычно это граница между вакуумом и преломляющей средой) считалась плоской и зеркально гладкой. Следуя теории, значительное число экспериментальных работ посвящено переходному излучению частиц, движущихся по нормали к поверхности[x]. В основном экспериментальные данные находятся в согласии с теорией. При бомбардировке поверхностей металлов электронами (как правило, с энергией от нескольких кэв до 100 кэв) переходное излучение, по-видимому, вносит основной вклад в оптическую часть спектра наблюдаемого свечения. Тем не менее переходное излучение, вероятно, никогда не наблюдается в чистом виде. Так, например, известно, что поляризация излучения, которая для переходного излучения должна быть равна 100%, очень сильно зависит от качества полировки поверхности металла. Этот вопрос недостаточно изучен и теоретически, и экспериментально.

---

[x] Обзор экспериментальных работ, теперь уже во многом устаревший, содержится в работе[2].

Если переходное излучение вызвано электронами, то в качестве примеси всегда присутствует тормозное излучение, кроме того, весьма вероятно наличие люминесценции, не исключена и возможность излучения какой-то неизвестной природы. Это добавочное излучение изучено пока значительно хуже, чем переходное. Отделение его от переходного обычно основано на предположении, что оно не поляризовано, что крайне ненадежно. Для выделения его может оказаться полезным изучение спектра и углового распределения излучения, вызываемого заряженными частицами при различном направлении скорости частиц относительно поверхности. Это тем более интересно потому, что при косом (а точнее, почти скользящем) падении электронов на поверхность серебра была обнаружена аномалия, заведомо не согласующаяся с теорией переходного излучения. В работах /3-5/ было показано, что при косом падении селективно усиливается поляризованная часть спектра в области 3500 Å. Эту аномалию обычно связывают с возбуждением поверхностных плазменных волн /3/, которые могут излучаться в вакуум лишь при условии, что поверхность серебра не является идеальной плоскостью /6/. Однако правильность такой интерпретации оспаривается /7/.

Если анализ вопроса об отклонении поверхности от идеальной зеркальной поверхности сложен как с экспериментальной, так и с теоретической точки зрения, то ограничение теории только случаем движения частиц по нормали, конечно, совсем не является обязательным. Действительно, ряд теоретических работ был посвящен переходному излучению при наклонном падении частиц на поверхность /8,9,10,20/ x/. Пафомовым было показано, что для нерелятивистских частицы переходное излучение как по интенсивности, так и по угловому распределению такое же, как при движении частицы по нормали, но со скоростью, равной $v_x = v \cos\phi$, т.е. равной нормальной составляющей скорости /8,10/.

---

x/ Некоторые аспекты проблемы рассмотрены в работах /11,12,21/. Предшествующая литература по этому вопросу приведена в работе /10/.

Качественно этот результат нетрудно понять. Перейдем в систему координат, в которой среда движется параллельно своей поверхности со скоростью, равной тангенциальной слагающей скорости частицы. В этой системе координат граница раздела неподвижна, а частица движется по нормали к ней со скоростью $v_x = v\cos\phi$. Если тангенциальная скорость мала по сравнению со скоростью света, то изменением оптических свойств среды за счёт движения и эффектами, связанными с аберрацией света, можно пренебречь. Тогда переходное излучение будет такое же, как в неподвижной системе, и будет определяться нормальной составляющей скорости $v_x = v\cos\phi$. Этот результат, конечно, не изменится, если $v \ll c$, при обратном переходе в покоящуюся систему координат.

В случае переходного излучения при релятивистских скоростях и наклонном падении частиц формулы как для интенсивности, так и для углового распределения значительно усложняются, и это затрудняет анализ экспериментальных данных. Поэтому казалось рациональным дать простое теоретическое рассмотрение этой проблемы, приводящей к записи формул в виде, удобном для их анализа и сравнения с опытом. В статье рассмотрен и ряд частных случаев применения общих формул.

2. Будем рассматривать переходное излучение, возникающее при пересечении частицей, имеющей скорость v и заряд e, плоской границы между вакуумом и средой с показателем преломления n.
Будем считать, что ось X направлена перпендикулярно к границе раздела среда-вакуум с положительным направлением в сторону вакуума. Границу раздела совместим с плоскостью (Y,Z) и за начало координат примем точку пересечения границы среды траекторией частицы. Излучение будем определять в вакууме, в плоскости (X,Y) под углом $\Theta < \frac{\pi}{2}$ по отношению к оси X (проекции луча на оси X и Y, т.е. $\cos\Theta$

и $\sin\Theta$, будем считать положительными). Что касается направления движения частицы $\vec{\ell} = \vec{v}t$, то его считаем произвольным.

Прежде чем рассматривать задачу о переходном излучении, удобно решить вспомогательную задачу. Допустим, что в вакууме в точке L на расстоянии ℓ от начала координат находится диполь $p_\omega e^{i\omega t}$. Определим его поле $E_A(p_\omega)$ в точке A на большом расстоянии $R_0 \gg \ell$ от начала координат. Будем считать точку A лежащей в плоскости (X,Y) и вектор R_0 – образующим с осью X угол $(\Theta < \frac{\pi}{2})$, а с осью Y – угол $(\frac{\pi}{2} - \Theta)$. При этом допустим, что R_0 настолько велико по сравнению с ℓ, что прямая R, соединяющая A и L, образует с R_0 очень малый угол, т.е. R практически параллельно плоскости (X,Y) (см. рис. 1) и, следовательно, направляющие косинусы R с осями координат–также $(\cos\Theta, \sin\Theta)$.

Определение поля $E_A(p_\omega)$ диполя p_ω усложнено тем, что следует учитывать наличие границы раздела двух сред, расположенной около p_ω. Эту трудность легко обойти с помощью теоремы взаимности. Для этого в точку A поместим диполь $p_A e^{i\omega t}$ единичной амплитуды $(|p_A| = 1)$, направленный перпендикулярно R и ориентированный либо в плоскости (X,Y), обозначим его $p_A^{\parallel}$, либо параллельно оси Z – $p_A^{\perp}$ (см. рис. 2). Независимо от ориентации и величины p_ω теорема взаимности утверждает, что

$$E_A(p_\omega) p_A \cos(E_A \hat{} p_A) = E_L(p_A) p_\omega \cos(E_L \hat{} p_\omega). \qquad (2.1)$$

Здесь слева стоит произведение величины напряженности электрического поля $E_A(p_\omega)$, создаваемого диполем p_ω в точке A, величины p_A и косинуса угла между $E_A(p_\omega)$ и p_A. В правой стороне равенства – напряженность электрического поля $E_L(p_A)$, создаваемого диполем p_A в точке L, умноженная на p_ω и на косинус угла между $E_L(p_A)$ и p_ω.

Допустим сначала, что p_A – это $p_A^\perp$. Его поле в удаленной точке L слагается из двух составляющих, которые можно рассматривать как сумму двух плоских волн (см. рис. 2а и 2б), а именно: волны, приходящей прямо из A в L (вектор $\vec{k}_R$ направлен по $\vec{R}$), и волны, приходящей в L после отражения от границы раздела (вектор $\vec{k}_{R_r}$ направлен по $\vec{R}_r$). Так как $p_A^\perp$ ориентирован перпендикулярно плоскости (X,Y), то и создаваемый им вектор электрического поля обеих этих волн перпендикулярен плоскости (X,Y), т.е. направлен по оси Z.

Таким образом,

$$E_L(p_A^\perp) = E_1^\perp + E_{1r}^\perp. \tag{2.2}$$

Притом $E_1^\perp = E_0^\perp e^{i\phi} e^{i\phi_1}$, где $E_0^\perp e^{i\phi}$ - амплитуда и фаза волны, приходящей из точки A в точку $X=Y=Z=0$ при условии, что границы раздела сред нет, а фазовый множитель $e^{i\phi_1}$ учитывает, что точка L смещена относительно начала координат. Аналогично $E_{1r}^\perp = E_0^\perp e^{i\phi} r_\perp e^{i\phi_2}$ – поле волны, отраженной от границы раздела, здесь $r_\perp$ – коэффициент Френеля отраженной волны с вектором $\vec{E}$, перпендикулярным плоскости падения.

Отсюда

$$E_L(p_A^\perp) = E_0^\perp e^{i\phi}(e^{i\phi_1} + r_\perp e^{i\phi_2}). \tag{2.3}$$

Подставим теперь это значение $E_L(p_A^\perp)$ в (2.1). Что касается p_ω, то разложим его на три составляющие, ориентированные по осям координат – p_ω^x, p_ω^y и p_ω^z, – и будем рассматривать уравнение (2.1) отдельно для каждой из этих компонент.

Поскольку $E_L(p_\perp)$ направлено по оси Z, то правая часть (2.1) равна нулю в случае, если в нее входят p_ω^x или p_ω^y. Левая часть равенства при этом также должна быть равна нулю. Это значит, что $E_A(p_\omega)$, т.е. поле в точке A, перпендикулярно $p_A^\perp$, если оно создается компонентами p_ω^x или p_ω^y. Следовательно, электрический вектор поля, создаваемого p_ω^x и p_ω^y, лежит в плоскости (X, Y) и притом, поскольку поле поперечное, то оно перпендикулярно R (т.е. параллельно $p_A^{||}$). Совершенно так же легко убедиться, что поле p_ω^z создает вектор $\vec{E}_A^\perp$, направленный по Z, т.е. параллельный $p_A^\perp$. Поэтому в случае $p_A^\perp$ и p_ω^z как $\cos(E_A^\perp p_A^\perp)=1$, так и $\cos(E_L p_\omega^z)=1$, причем $|p_A|=1$, тогда из (2.1) и (2.3) получим

$$E_A(p_\omega^z)=p_\omega^z E_0^\perp e^{i\phi}(e^{i\phi_1}+r_\perp e^{i\phi_2}). \qquad (2.4)$$

Амплитуду поля E_0 и фазы ϕ, ϕ_1 ϕ_2 легко определить и, следовательно, найти $E_A(p_\omega^z)$.

Для определения поля диполей p_ω^x и p_ω^y следует поступить аналогичным образом с тем различием, что вместо $p_A^\perp$ надо воспользоваться $p_A^{||}$. Из рис. 2а и 3b видно, что проекции на ось x вектора $\vec{E}_1^{||}$ и $\vec{E}_{12}^{||}$ волн, идущих из A прямо и после отражения от границы раздела, пропорциональны $\sin\Theta$. Отсюда аналогично (2.4) имеем:

$$E_A(p_\omega^x)=p_\omega^x E_0^{||} e^{i\phi}(\sin\Theta \cdot e^{i\phi_1}+r_{||}\sin\Theta\ e^{i\phi_2}). \qquad (2.5)$$

Здесь $E_A(p_\omega^x)$ – поле дополя p_ω^x в точке A и r_{1r} – коэффициент Френеля для отраженной волны с E в плоскости падения.

Проекции векторов $\vec{E}_1^{||}$ и $\vec{E}_{1r}^{||}$ (см. рис. 2a и 2b) на ось Y пропорциональны $-\cos\Theta$ и $\cos\Theta$, и, следовательно, для поля p_ω^y в точке A получим

$$E_A(p_\omega^y) = p_\omega^y E_0^{||} e^{i\phi}(-\cos\Theta e^{i\phi_1} + r_{||}\cos\Theta e^{i\phi_2}). \qquad (2.6)$$

Сопоставляя формулы (2.4), (2.5) и (2.6), следует обратить внимание на то, что ϕ, ϕ_1 и ϕ_2 в них одинаковы. Это очевидно, так как во всех трех случаях и положение источника излучения (точка L), и точка наблюдения A одни и те же.

Это существенно, т.к. в дальнейшем придется суммировать поле от компонент диполей p_ω, расположенных вдоль одной и той же прямой ℓ, и в результате этого проекции на оси координат $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_{12}$ будут умножаться на коэффициенты, одинаковые для p_ω^x, p_ω^y и p_ω^z.

Проекции векторов $\vec{E}_1^{||}$, $\vec{E}_{1r}^{||}$ и $\vec{E}_1^{\perp}$, $\vec{E}_{1r}^{\perp}$, использованные в формулах (2.4)-(2.6) (без фазовых множителей $e^{i\phi}$, $e^{i\phi_1}$, $e^{i\phi_2}$ и деленные на E_0), собраны вместе в табл. 1. В табл. 1 приведены также направляющие косинусы для R и R_r. Столбец $\vec{\ell} = \vec{v}t$ – это направляющие косинусы с осями троектории движения частиц. Они будут нужны в дальнейшем тексте.

Таблица 1

	$\vec{\ell} = \vec{v}t$	$\vec{R}$	$\vec{R}_r$	$\vec{E}_1^{||}$	$\vec{E}_{1r}^{||}$	$\vec{E}_1^{\perp}$	$\vec{E}_{1r}^{\perp}$
X	$\cos\phi$	$\cos\Theta$	$-\cos\Theta$	$\sin\Theta$	$r_{||}\sin\Theta$	0	0
Y	$\cos\chi$	$\sin\Theta$	$+\sin\Theta$	$-\cos\Theta$	$r_{||}\cos\Theta$	(	0
Z	$\cos\psi$	0	0	0	0	1	$r_{\perp}$

Таблица 2

$\vec{\ell} = \vec{v}\,t$		$\vec{R}_f$	$\vec{E}_{1f}^{\parallel}$	$\vec{E}_{1f}^{\perp}$
X	$\cos\phi$	$\cos\Theta' = \frac{1}{n}\sqrt{n^2 - \sin^2\Theta}$	$f_{\parallel}\sin\Theta' = \frac{1}{n} f_{\parallel}\sin\Theta$	0
Y	$\cos\chi$	$\sin\Theta' = \frac{1}{n}\sin\Theta$	$-f_{\parallel}\cos\Theta' = -\frac{1}{n} f_{\parallel}\sqrt{n^2 - \sin^2\Theta}$	0
Z	$\cos\psi$	0	0	$f_{\perp}$

Для дальнейшего рассмотрения понадобятся аналогичные формулы для поля, создаваемого в точке A диполем $p_\omega e^{i\omega t}$, расположенным не в вакууме, а в среде $(X < 0)$ в некоторой точке L' на расстоянии ℓ' от начала координат. Используя снова компоненты p_ω^x, p_ω^y и p_ω^z, поле легко определить аналогично тому, как это было сделано для точки L, но пользуясь рис. 2с. Поскольку L' и A расположены по разные стороны от границы среды, то из A в L' приходит только преломленная на границе раздела волна, и, следовательно, амплитуда ее умножается на $f_{\parallel}$ или $f_{\perp}$ в зависимости от того, рассматривается поле $p_A^{\parallel}$ или $p_A^{\perp}$ ($f_{\parallel}$ и $f_{\perp}$ – коэффициенты Френеля для преломленной волны с $\vec{E}$ в плоскости падения или перпендикулярно к ней). Кроме того, волна в среде распространяется не вдоль вектора $\vec{R}$, а в направлении преломленного луча $\vec{R}_f$. Направляющие косинусы $\vec{R}_f$ и $\vec{E}_{1f}^{\parallel}$ и $\vec{E}_{1f}^{\perp}$ легко определить из рис. 2с. Пользуясь табл. 2 аналогичной 1, но для $\vec{E}_{1f}^{\parallel}$ и $\vec{E}_{1f}^{\perp}$, или рис. 2с, получим

$$E_{f_A}^{\parallel}(p_\omega^x) = p_\omega^x\, e^{i\phi} f_{\parallel} \frac{1}{n}\sin\Theta\, e^{i\phi_3}, \qquad (2.7)$$

$$E_{f_A}^{\parallel}(p_\omega^y) = p_\omega^y\, e^{i\phi} f_{\parallel} \frac{1}{n}\sqrt{n^2 - \sin^2\Theta}\, e^{i\phi_3}, \qquad (2.8)$$

$$E^{\perp}_{f_A}(p^z_\omega) = p^z_\omega \, e^{i\phi_{f_\perp}} \, e^{i\phi_3} . \qquad (2.9)$$

Фаза ϕ_3 зависит только от положения точки L', в которой расположен диполь p_ω. Поскольку в приведенные здесь формулы входят коэффициенты Френеля, то для дальнейшего анализа необходимо выписать их в явном виде для угла падения Θ. Понадобятся и некоторые соотношения между коэффициентами Френеля, которые также приводятся здесь:

$$r_{||} = \frac{n^2\cos\Theta - \sqrt{n^2 - \sin^2\Theta}}{n^2\cos\Theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\Theta}} , \qquad (2.10)$$

$$f_{||} = \frac{2n\cos\Theta}{n^2\cos\Theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\Theta}} , \qquad (2.11)$$

$$1 + r_{||} = n f_{||} ,$$
$$1 - r_{||} = f_{||} \frac{1}{n} \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2\Theta}}{\cos\Theta} . \qquad (2.12)$$

Соответственно для $r_\perp$ и $f_\perp$ имеем:

$$r_\perp = \frac{\cos\Theta - \sqrt{n^2 - \sin^2\Theta}}{\cos\Theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\Theta}} , \qquad (2.13)$$

$$f_\perp = \frac{2\cos\Theta}{\cos\Theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\Theta}} , \qquad (2.14)$$

$$1 + r_\perp = f_\perp . \qquad (2.15)$$

3. Применим теперь полученные результаты для рассмотрения переходного излучения.

Будем считать, что частица (заряд e, скорость v) движется в направлении вектора $\vec{\ell}$ и пересекает в момент $t=0$ границу раздела в точке $X=Y=Z=0$, двигаясь из среды в вакуум. Таким образом, положение заряда относительно начала координат в момент t определяется вектором

$$\vec{\ell} = \vec{v}\, t \; . \tag{3.1}$$

Будем определять энергию, излучаемую в вакуум в направлении вектора $\vec{R}_0$ под углом Θ к нормали (напомним, что оси координат выбраны так, что проекции $\vec{R}_0$ на оси X и Y, т.е. $R_0\cos\Theta$ и $R_0\sin\Theta$, положительны, в то время как направление $\vec{\ell}$ произвольно).

Если разложить поле движущегося заряда по частоте, то для любой его компоненты ω оно тождественным образом может быть представлено полем совокупности неподвижных диполей, расположенных по всей траектории частицы ℓ и ориентированных в направлении скорости $\vec{v}$ (т.е. вдоль по вектору $\vec{\ell}$).

Дипольный момент, который следует приписать таким диполям, расположенным на элементе длины траектории $d\ell$, равен величине [1,13]

$$p_{\omega\ell}\, e^{i\omega t}\, d\ell = -\frac{ie}{2\pi\omega}\, e^{i\omega\left(t-\frac{\ell}{v}\right)}\, d\ell. \tag{3.2}$$

Таким образом, диполи имеют амплитуду, не зависящую от ℓ, а фаза колебаний определяется моментом прохождения частицей точки L. Для решения задачи о переходном излучении необходимо просуммировать поле всех диполей, расположенных в среде $(-\infty < \ell \le 0)$ и в вакууме $(0 \le \ell < \infty)$.

Допустим, что вектор $p_{\omega\ell}$ имеет направляющие косинусы, приведенные в табл. 1 или 2. Тогда из (3.2) имеем

$$p^x_{\omega\ell} = p_{\omega\ell}\cos\phi = -\frac{ie}{2\pi\omega}\, e^{-\frac{i\omega\ell}{v}}\cos\phi \; . \tag{3.3}$$

Аналогично этому $p^{y}_{\omega\ell}$ и $p^{z}_{\omega\ell}$ получатся заменой в (3.3) $\cos\phi$ соответственно на $\cos\chi$ и $\cos\psi$.

Подставляя эти величины p^{x}_{ω}, p^{y}_{ω} и p^{z}_{ω} в уравнения §2 и интегрируя по ℓ, легко определить величину E_A а затем вычислить и величину потока энергии. (Для этого, конечно, нужно в явном виде записать E_0 и фазы ϕ, ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3). Можно показать при этом, что поле диполей, удаленных от границы раздела, в результате интерференции гасится и поэтому в результат интегрирования эффективным образом входят только ограниченные участки пути частицы в среде и в вакууме, примыкающие с той и другой стороны к границе раздела (их длину определяет так называемый путь когерентности, являющийся аналогом зоны Френеля). Поэтому предположение о малости ℓ по сравнению с R_0 не ограничивает общности вывода. Вычисления нетрудно выполнить x/, но в этом нет необходимости.

---

x/ В самом деле, легко показать, что $E_0 = \dfrac{\omega^2}{c^2 R_0}$, а $\phi = -\dfrac{i\omega R_0}{c}$, $\phi_1 = \dfrac{i\omega}{c}\,\ell\cos(\widehat{\ell R})$ и $\phi_2 = \dfrac{i\omega}{c}\,\ell\cos(\widehat{\ell R_2})$. Отсюда, например, уравнение из (3.3) принимает вид $E^{\parallel}_{A}(p^{x}_{\omega\ell})\,e^{i\omega t} = -\dfrac{ie\omega}{2\pi c^2 R_0}\,e^{i\omega(t-\frac{R_0}{c})}\times$

$\times\cos\phi\,\sin\Theta\big(e^{-\frac{i\omega\ell}{v}(1-\beta\cos(\widehat{\ell R})}- + r_{\parallel}\,e^{-\frac{i\omega}{v}\ell(1-\beta\cos(\widehat{\ell R_r})}\big)$.

Интегрируя это уравнение по ℓ от 0 до ∞ и принимая во внимание, что интеграл определяется его значением при нижнем пределе, получим для диполей p^{x}_{ω}, соответствующих пути частицы в вакууме от границы раздела,

$$E^{\parallel}_{Ax} = -\frac{ev}{2\pi c^2 R_0}\,e^{i\omega(t-\frac{R_0}{c})}\cos\phi\left\{\frac{\sin\Theta}{1-\beta\cos(\widehat{\ell R})} + r_{\parallel}\,\frac{\sin\Theta}{1-\beta\cos(\widehat{\ell R_r})}\right\}.$$

Аналогичным образом легко подсчитать поле диполей p^{y}_{ω}, p^{z}_{ω}. Нетрудно выполнить такое же интегрирование и для диполей с $\ell<0$. В формуле для $E^{\parallel}_{Ax}$ –, полученной здесь, следует обратить внимание на коэффициенты при $\sin\Theta$ и $r\sin\Theta$ в фигурных скобках. Они характерны для рассматриваемой задачи.

В самом деле,в частном случае движения частицы по нормали к границе раздела ($\cos\phi = 1$, $\cos\chi = \cos\psi = 0$) результат хорошо известен и был впервые получен двумя методами, в том числе и с помощью использованной здесь теоремы взаимности [x/]. На основании сказанного здесь он элементарным образом обобщается на случай произвольного направления скорости.

Энергия переходного излучения частицы (с зарядом e и скоростью v), пересекающей границу между средой с показателем преломления n и вакуумом, при движении по нормали к границе раздела (вдоль оси x) равна (на единицу телесного угла под углом Θ)

$$W(\omega) = \frac{e^2\beta^2}{4\pi^2 c}\left| a_1^0 \sin\Theta + a_2^0 r_{||} \sin\vartheta - a_3^0 \frac{f_{||}}{n}\sin\Theta\right|^2. \qquad (3.4)$$

Смысл этой формулы понятен. Первые два члена под знаком квадрата модуля определяются траекторией частицы в вакууме от границы раздела (ср. с 2.5) и третий член – траекторией в среде до границы раздела (см. 2.7). В самом деле, кроме коэффициента, общего для всех членов, они содержат a_1^0, a_2^0 и $-a_3^0$, которые получаются в результате интегрирования коэффициентов, содержащих фазу. Характерные для излучения быстро движущейся частицы величины a (в среде с показателем преломления n) имеют вид

$$a = \frac{1}{1 - \beta n \cos(\ell\,\hat{}\, r)}, \qquad (3.5)$$

где под знаком косинуса стоит угол между направлением скорости (т.е вектора $\vec{\ell}$) и направлением излучения $\vec{r}$, т.е. в нашем случае

---

x/ Автор рад вспомнить, что при выполнении первой работы по переходному излучению совместно с В.Л. Гинзбургом /1/ воспользоваться теоремой взаимности посоветовал М.А. Леонтович. Использование теоремы взаимности оказалось удобным методом решения такого рода задач.

с $\vec{R}, \vec{R}_r$ или $\vec{R}_f$ соответствующие a обозначим a_1, a_2, a_3 (см. (4.5) и (4.7) и результат, приведенный в примечании). Автор предложил называть величину a "коэффициентом когерентности" /14/. В данном случае движение направлено по оси X, и, следовательно, под $(\widehat{\ell r})$ следует понимать углы векторов $\vec{R}, \vec{R}_r$ и $\vec{R}_f$ с осью X. Таким образом (см. первую строку табл. 1 и 2):

$$a_1^0 = \frac{1}{1 - \beta\cos\Theta}, \tag{3.6}$$

$$a_2^0 = \frac{1}{1 + \beta\cos\Theta}, \tag{3.7}$$

$$a_3^0 = \frac{1}{1 - \beta n\cos\Theta'} = \frac{1}{1 - \beta\sqrt{n^2 - \sin^2\Theta}}. \tag{3.8}$$

Здесь предполагалось, что частица движется из среды в вакуум (положительное направление оси X). При движении из вакуума в среду $\cos(\widehat{\ell r})$ меняет знак на обратный и в знаменателе коэффициентов когерентности меняется знак перед β. В частном случае нерелятивистской частицы ($\beta \ll 1$, $\beta n \ll 1$) коэффициенты когерентности $a_1^0 = a_2^0 = a_3^0 = 1$ и интенсивность переходного излучения не зависит от того, движется ли частица из вакуума в среду или обратно.

В рассмотренном случае излучение определяется $p = p_\omega^x$ и, следовательно, электрический вектор поля излучения $\vec{E}_A^{\parallel}$ лежит в плоскости наблюдения (плоскость (X, Y)), т.е. переходное излучение полностью поляризовано.

Переходное излучение для случая движения частицы по нормали к поверхности среды явилось предметом ряда экспериментов и в настоящее время изучено довольно детально. Это позволяет утверждать, что основные выводы формулы (3.4) достаточно хорошо оправдываются на опыте.

4. Используя сказанное в §2 и §3, легко обобщить теорию переходного излучения на случай движения частицы в произвольном направлении $\vec{\ell}$ по отношению к поверхности раздела.

Излучение разделим на две компоненты. Первая – это излучение, поляризация которого определяется вектором $\vec{E}_A$, лежащим в плоскости (X,Y), получающееся при суммировании полей диполей p_ω^x и p_ω^y. Вторая компонента излучения определяется диполями p_ω^z; поляризация его такова, что вектор $\vec{E}$ направлен вдоль оси Z. Результат сложения диполей p_ω^x будет отличаться от (3.4) тем, что их величина теперь не p_ω, а $p_\omega \cos\phi$ (см. 3.3). Кроме того, для нахождения коэффициентов a следует использовать (3.5). Учитывая это, получим, что в общем случае диполи p_ω^x определят под знаком квадрата модуля следующее выражение:

$$\cos\phi \ (a_1 \sin\Theta + a_2 r_{||} \sin\Theta - a_3 \frac{f_{||}}{n} \sin\Theta). \qquad (4.1)$$

Аналогичным образом определится и вклад диполей p_ω^y, величина которых пропорциональна $p_\omega \cos\chi$. Напомним при этом, что суммирование поля диполей происходит как в случае p_ω^x, так и в случае p_ω^y по тем же точкам траектории ℓ. Поэтому соответствующие друг другу члены уравнений (2.4) и (2.6), (2.7) и (2.8) будут иметь одинаковые коэффициенты: $a_1, a_2, -a_3$. Для определения амплитуды поля проще всего воспользоваться табл. 1 и 2 и заменить величины строки X столбцов $\vec{E}_1^{||}$, $\vec{E}_{12}^{||}$ и $\vec{E}_f^{||}$, которые в (4.1) входят как коэффициенты при a_1, $a_2, -a_3$, на величины, стоящие в строке Y тех же столбцов. Таким образом, вместо (4.1) получим

$$\cos\chi(-a_1 \cos\Theta + a_2 r_{||} \cos\Theta + a_3 \frac{f_{||}}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2\Theta}). \qquad (4.2)$$

В результате, обобщая (3.4) для компоненты переходного излучения с $\vec{E}$ в плоскости (X,Y), получаем

$$W^{||}(\omega)=\frac{e^2\beta}{4\pi^2 c}\left|\sin\Theta\cos\phi(a_1+a_2 r_{||}-a_3\frac{f_{||}}{n})-\cos\Theta\cos\chi(a_1-a_2 r_{||}-a_3\frac{f_{||}}{n}\frac{\sqrt{n^2-\sin^2\Theta}}{\cos\Theta})\right|^2. \quad (4.3)$$

Такое же рассуждение легко выполнить для диполей p^z_ω, величина которых равна $p_\omega\cos\psi$. Для этого коэффициенты при a_1, a_2 и $-a_3$ в (4.1) или (4.2) надо заменить величинами строки Z столбцов $\vec{E}^{\perp}_1$, $\vec{E}^{\perp}_{12}$ и $\vec{E}^{\perp}_{1f}$ табл. 1 и 2. Отсюда для интенсивности компоненты переходного излучения с $\vec{E}$, поляризованным по оси Z, получаем

$$W^{\perp}(\omega)=\frac{e^2\beta^2}{4\pi^2 c}\left|\cos\psi(a_1+a_2 r_{\perp}-a_3 f_{\perp}\right|^2. \quad (4.4)$$

Величины коэффициентов Френеля приведены в формулах (2.10)-(2.15). Что касается a_1, a_2 и a_3, то из (3.5) и пользуясь табл.1 и 2, получаем

$$a_1=\frac{1}{1-\beta\cos(\hat{\ell R})}=\frac{1}{1-\beta(\cos\phi\cos\Theta+\cos\chi\sin\Theta)}, \quad (4.5)$$

$$a_2=\frac{1}{1-\beta\cos(\hat{\ell R_r})}=\frac{1}{1+\beta(\cos\phi\cos\Theta-\cos\chi\sin\Theta)}, \quad (4.6)$$

$$a_3=\frac{1}{1-\beta n\cos(\hat{\ell R_f})}=\frac{1}{1-\beta(\cos\phi\sqrt{n^2-\sin^2\Theta}+\cos\chi\sin\Theta)}. \quad (4.7)$$

В частном случае, когда движение происходит по оси X ($\cos\phi=1, \cos\chi=0, \cos\psi=0$), то, как и следовало ожидать, получаем $a_1=a_1^0, a_2=a_2^0, a_3=a_3^0$. При этом $W_{\perp}=0$ и (4.3) тождественно с (3.4).

Поскольку p^x_ω, p^y_ω и p^z_ω получены разложением вектора p_ω на компоненты, то $W^{||}$ и $W^{\perp}$ когерентны между собой. Соответствующие им волны отличаются между собой не только по амплитуде, но и по фазе. В результате свет переходного излучения имеет эллиптическую поляризацию. (Этот вопрос рассмотрен в работе В.Е. Пафомова /10,15/). Формулы (4.3) и (4.4), разумеется, тождественны с полученными ранее /10,20/, но из-за иного выбора системы координат непосредственное их сравнение не во всех случаях просто x/.

5. Рассмотрим некоторые частные случаи, являющиеся следствием формул (4.3) и (4.4), которые могут представлять интерес при интерпретации экспериментальных данных.

а) Нерелятивистская скорость частицы ($\beta \ll 1$, $|\beta_n| \ll 1$). В этом случае очевидно: $a_1 = a_2 = a_3 = 1$. Из соотношений между коэффициентами Френеля (2.15) и (2.12) сразу следует, что величина $W^{\perp}(\omega)$ в (4.4) обращается в нуль, а в (4.3) равен нулю коэффициент при $\cos\Theta \cos\chi$. В результате (4.3) отличается от (3.4) только коэффициентом $\cos^2\phi$. Таким образом, получаем результат Пафомова: переходное излучение при нерелятивистских скоростях и произвольном угле падения такое же, как при нормальном падении, но при скорости, равной составляющей скорости по нормали

$$v_x = v \cos\phi . \tag{5.1}$$

Формулу для энергии переходного излучения можно, при этом заменяя $r_{||}$ и $f_{||}$ его значениями (2.10), (2.12), записать так:

---

x/ В работе Пафомова плоскость (Y,Z), где Z – нормаль к границе среды, выбрана так, что направление движения лежит в этой плоскости $(Y = v_y t, Z = v_z t)$, а направление наблюдения произвольно ($\cos\theta_x$, $\cos\theta_y$, $\cos\Theta_z$). Здесь, наоборот, для удобства записи формул предполагается, что наблюдение происходит в координатной плоскости (X,Y), а направление скорости произвольно. Автор благодарен В.Е. Пафомову как за сравнение полученных результатов, так и за ряд ценных замечаний.

$$W(\omega)=\frac{e^2v^2}{4\pi^2c^3}\cos^2\phi\sin^2\Theta\left|(1+r_{\parallel})(1-\frac{1}{n^2})\right|^2=\frac{e^2v_x^2}{\pi^2c^3}\cos^2\Theta\sin^2\Theta\left|\frac{n^2-1}{n^2\cos\Theta+\sqrt{n^2-\sin^2\Theta}}\right|^2 \quad (5.2)$$

Таким образом, если $\beta\ll 1$ и $|\beta n|\ll 1$, то при заданной величине можно забыть о направлении движения частицы и угловое распределение переходного излучения является функцией только угла излучения Θ x/. Отсюда, в частности, следует на первый взгляд парадоксальный результат, что переходное излучение будет наблюдаться и в направлении движения частицы ($\cos\Theta=\cos\phi$, $\sin\Theta=\cos\chi$). Эта особенность, целиком связанная с наличием границы раздела, обсуждается в разделе 4в статьи.

б) Движение частицы в плоскости (X,Z), перпендикулярной плоскости наблюдения (X,Y).

В этом случае направляющие компоненты скорости частицы следует положить равными

$$\cos\phi\,,\quad \cos\chi=0,\quad \cos\psi=\pm\sin\phi. \quad (5.3)$$

Будем обозначать через

$$\beta_x=\frac{v_x}{c}=\frac{v}{c}\cos\phi\,. \quad (5.4)$$

Для величин a_1, a_2, a_3 из (4.5), (4.6) и (4.7), полагая $\cos\chi=0$, получим

x/ Экспериментально этот результат подтвержден в работе /16/.

$$a_1' = \frac{1}{1-\beta_x \cos\Theta},$$

$$a_2' = \frac{1}{1+\beta_x \cos\Theta}, \qquad (5.5)$$

$$a_3' = \frac{1}{1-\beta_x \sqrt{n^2-\sin^2\Theta}},$$

величины, совпадающие с a_1^0 , a_2^0 , a_3^0 для нормального падения частицы (см. (3.6)-(3.8)) с заменой в них β на β_x .

При этом уравнение (4.3) запишется, очевидно, так:

$$W_{xz}^{\parallel}(\omega) = \frac{e^2\beta_x^2}{4\pi c}\sin^2\Theta \left| a_1' + a_2' r_{\parallel} - a_3' \frac{f_{\parallel}}{n} \right|^2. \qquad (5.6)$$

Если подставить в (5.6) величины a_1' , a_2' , a_3' из (5.5) и $r_{\parallel}$ и $f_{\parallel}$ из (2.10) и (2.11), то получим

$$W_{xz}^{\parallel}(\omega) = \frac{e^2\beta_x^2}{\pi c}\,\frac{\cos^2\Theta\sin^2\Theta}{(1-\beta_x^2\cos^2\Theta)}\left| \frac{(n^2-1)(1-\beta_x^2-\beta_x\sqrt{n^2-\sin^2\Theta})}{(n^2\cos\Theta+\sqrt{n^2-\sin^2\Theta})(1-\beta_x\sqrt{n^2-\sin^2\Theta})} \right|^2. \qquad (5.7)$$

Формулы (5.6) и (5.7) тождественны с известными выражениями для переходного излучения частицы, движущейся по нормали из среды в вакуум при замене в них β на β_x , а в нерелятивистском случае (5.7), как и следовало ожидать, совпадает с (5.2). При движении частицы из вакуума в среду знак перед членами с первой степенью β надо изменить на обратный.

Для $W_{xz}^{\perp}(\omega)$ из (4.4), принимая во внимание (5.3) и (5.5), получаем

$$W_{xz}^{\perp}(\omega) = \frac{e^2\beta^2}{4\pi^2 c}\sin^2\phi\, \left| a_1' + a_2' r_{\perp} - a_3' f_{\perp} \right|^2. \qquad (5.8)$$

Используя величины (5.5) и $r_\perp$ и $f_\perp$ из (2.13) и (2.14), находим

$$W^{\perp}_{xz}(\omega)=\frac{e^2\beta^2}{\pi c}\beta_x^4\frac{\cos^2\Theta\sin^2\phi}{(1-\beta_x^2\cos^2\Theta)^2}\left|\frac{n^2-1}{(\cos\Theta+\sqrt{n^2-\sin^2\Theta})(1-\beta\sqrt{n^2-\sin^2\Theta})}\right|^2 . \quad (5.9)$$

Из формулы сразу видно, в согласии со сказанным ранее, что при нерелятивистских скоростях $W^{\perp}_{xz}(\omega)$, вообще говоря, мало по сравнению с $W^{\parallel}_{xz}(\omega)$, т.е. содержит коэффициент $\beta^2\beta_x^2$. Например, при энергии электрона 10 кэв $\beta = 0,2$ и, следовательно, $\beta^4 = 1,6\cdot10^{-3}$, т.е. очень мало x/.

в) Движение частицы в плоскости наблюдения (X,Y)

Если плоскость частицы совпадает с плоскостью наблюдения, то направляющие косинусы вектора скорости частицы равны

$$\cos\phi\,,\quad \cos\chi=\sin\phi\,,\quad \cos\psi=0.$$

Здесь предполагается, что угол ϕ отсчитывается от оси X поворотом к положительному направлению оси Y, т.е. при $\phi=\Theta$ направление скорости и направление наблюдения совпадают и при $-\phi=\Theta$ они направлены под одинаковым углом к оси X, но лежат по разные ее стороны (см. рис. 3а и 3b).

Заменяя в (4.5)-(4.7) $\cos\chi$ на $\sin\phi$, для коэффициентов когерентности a получим, принимая во внимание, что направление преломленного луча определяется углом Θ' (см. табл. 2):

$$a_1''=\frac{1}{1-\beta\cos(\Theta-\phi)},\quad a_2''=\frac{1}{1+\beta\cos(\Theta+\phi)},\quad a_3''=\frac{1}{1-\beta n\cos(\Theta'-\phi)} \quad (5.10)$$

---

x/ Автор /21/ отметил, что для некоторых углов и комплексных значений n величины $W^{\parallel}$ и $W^{\perp}$ могут быть одного порядка. Формулы (5.7) и (5.9) совпадают с формулами работы /21/.

Компонента $W^{\perp}_{xy}$ обращается при этом в нуль, а для $W''(\omega)$ из (4.3) при $\cos\chi = \sin\phi$ получим

$$W^{\parallel}_{xy}(\omega) = \frac{e^2\beta^2}{4\pi^2 c}\left| a_1'' \sin(\Theta-\phi) + a_2'' r_{\parallel} \sin(\Theta+\phi) - a_3'' f_{\parallel} \sin(\Theta'-\phi)\right|^2 . \qquad (5.11)$$

Физический смысл всех трех членов под знаком квадрата модуля в (5.11) очевиден. Первый из них $a_1''\sin(\Theta-\phi)$ - суммарное поле излучения диполей с $\ell > 0$, рассчитанное для направления $\vec{R}$ (т.е. под углом $(\Theta-\phi)$ к оси диполей). Совершенно так же второму члену соответствует поле диполей в направлении отраженного луча $\vec{R}_r$ и третьему - поле диполей с $\ell < 0$ в направлении $\vec{R}_f$. Отсюда понятно, что при $\phi = \Theta$, когда $\vec{R}$ направлено по $\vec{\ell}$, исчезает первый член $a_1''\sin(\Theta-\phi)$ (см. рис. 3а). При $\phi = -\Theta$, когда $\vec{R}_r$ направлено по $\vec{\ell}$ (обратно направлению скорости - см. рис. 3b), выпадает второй член $r_{\parallel} a_2'' \sin(\Theta+\phi)$, и, наконец, когда угол ϕ равен Θ' (преломленный луч направлен по скорости - см. рис. 3с), исчезает третий член.

Очевидно, что формула (5.11) совершенно элементарным образом получается как обобщение формулы (3.4) (при $\phi = 0$ они совпадают).

Известно, что для релятивистской частицы характерен максимум интенсивности излучения под острым углом Δ к направлению скорости частицы. При этом $\Delta \approx \frac{mc^2}{W}$ (m - масса покоя частицы, а $W = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ - ее полная энергия). Нетрудно убедиться, что то же характерно и для переходного излучения релятивистской частицы. В самом деле, допустим, что $\phi = \Theta \pm\Delta$ и $(1-\beta) \ll 1$. Тогда первый член под знаком квадрата модуля (5.11) равен (см. 5.10)

$$a_1'' \sin(\Theta-\phi) \approx \frac{\pm\Delta}{1-\beta+\frac{\Delta^2}{2}} . \qquad (5.12)$$

При этом

$$1-\beta=\frac{1-\beta^2}{1+\beta}\approx\frac{1}{2}\left(\frac{mc^2}{W}\right)^2. \tag{5.13}$$

Таким образом, получаем, что максимуму (5.12) соответствует $\Delta\approx\frac{mc}{W}$, а величина

$$|a_1'' \sin\Delta|\approx\frac{W}{mc^2} \tag{5.14}$$

возрастает по мере увеличения W. Нетрудно убедиться, что определяющую роль в излучении играет именно этот член (5.14), не зависящий от показателя преломления. В самом деле, как видно из (5.10), β в величину a_2'' входит со знаком плюс и, следовательно, a_2'' меньше единицы, т.е. при достаточно большой энергии $a_1'' \gg |r_{||}a_2''|$. Кроме того, при показателе преломления n, не равном единице (если $n=1$, то переходное излучение исчезает, поскольку $r_{||}=0, f_{||}=1$ и $a_3''=a_1''$), величина a_3'' при стремлении β к единице также стремится к определенному пределу: $a_3''=\frac{1}{1-n\cos(\Theta'-\phi)}$. Поэтому, начиная с некоторого W, величиной a_3'' также можно пренебречь по сравнению с a_1''. Исключение составляет только случай, когда n - действительная величина и угол $\theta=\Theta'-\phi$ удовлетворяет условию возникновения эффекта Вавилова-Черенкова, т.е.

$$\cos\theta=\frac{1}{\beta n}. \tag{5.15}$$

При этом a_3'' равно бесконечности. Однако формула (5.11) здесь, строго говоря, неприменима. К этому вопросу, а также вопросу о возможности появления в переходном излучении частот, превышающих оптические, мы еще вернемся.

Если частица движется из вакуума в среду, то знак при a'' в (5.10) следует изменить на обратный. Тогда максимум излучения может определяться величиной a''_2 (светит электрическое изображение частицы). В самом деле, величина a''_2 велика и растет пропорционально W, если $\phi=-\Theta\pm\Delta$ и $\Delta\approx\frac{mc^2}{W}$ (величины a''_1 и a''_3 при этом стремятся к пределу, по модулю меньшему единицы), переходное излучение в этом случае также практически не зависит от показателя преломления.

г) Переходное излучение по нормали к поверхности раздела ($\Theta=0$)

Для изучения природы излучения, вызываемого при бомбардировке твердых тел заряженными частицами, может представлять интерес наблюдение свечения по нормали к поверхности ($\Theta=0$). Для нерелятивистской частицы, как сразу видно из (5.2), интенсивность переходного излучения в направлении нормали к поверхности равна нулю. Этот результат характерен именно для переходного излучения. Нетрудно убедиться, что он обусловлен интерференцией поля частицы в вакууме и в среде. Для любого процесса излучения, селективно возбуждаемого в среде, трудно представить себе механизм, при котором по нормали к поверхности среды свет не излучался бы. Однако и для переходного излучения вряд ли утверждение о равенстве нулю интенсивности при $\Theta=0$ даже для нерелятивистской частицы является универсальным. В самом деле, при выводе всех формул этой статьи было сделано допущение, что среда оптически изотропна. Случай анизотропной среды требует специального рассмотрения. Однако и для изотропной среды может оказаться полезным рассмотрение вопроса о переходном излучении релятивистской частицы в направлении оси X. Для этого необходимо положить $\Theta=0$ и $\Theta'=0$ либо в формуле (5.8), либо в формуле (5.11). При этом очевидно (см. (5.5), (5.1) и (5.10)), $a'_1=a''_1$, $a'_2=a''_2$ и $a'_3=a''_3$ и обе формулы совпадают(при $\Theta = 0$ $r_{\parallel}=-r_{\perp}$, как видно из (2.10) и (2.13)). Для дальнейшего удобнее всего воспользоваться формулой (5.9), в которой все члены (5.8) выписаны в явном виде.

Полагая в ней $\cos\Theta=1$ и $\sin\Theta=0$, получаем:

$$W_{\Theta=0}(\omega) = \frac{e^2\beta^6}{\pi c}\,\frac{\cos^4\phi\,\sin^2\phi}{(1-\beta^2\cos^2\phi)^2}\left|\frac{n-1}{1-\beta n\cos\phi}\right|^2 . \tag{5.16}$$

Формула (5.16) имеет ряд особенностей. При нерелятивистских энергиях ($|\beta n|\ll 1$, $\beta\ll 1$) знаменатель (5.16) близок к единице и $W_{\Theta=0}(\omega)$, как и следовало ожидать, очень мало (по сравнению с обычными случаями переходного излучения оно содержит дополнительный коэффициент β^4).

При нерелятивистских скоростях, когда $\beta n > 1$ и среда совершенно не поглощает света, т.е. n - действительная величина, $W(\omega)$ может стать бесконечно большим, если выполнено условие (5.15), необходимое для эффекта Вавилова-Черенкова. Однако равенство $W(\omega)$ бесконечности связано с предположением, что суммирование излучения Вавилова-Черенкова происходит от бесконечно большой длины пути частицы. В действительности же при выводе всех формул этой статьи было сделано допущение (правильное для переходного излучения и неприменимое в данном случае) о том, что точки траектории частицы, достаточно удаленные от границы раздела, не вносят вклада в поле излучения.

Формула (5.16) тем не менее вполне применима, если допустить, что среда обладает заметным поглощением. В этом случае эффективная толщина среды, вносящей вклад в излучение, наблюдаемое в вакууме, ограничена поглощением x/. При наличии поглощения показатель прелом-

x/ Здесь мы не рассматриваем среды конечной толщины, т.е. случай пластинки. Для пластинки характерна интерференция излучения от обеих ее поверхностей.

ления комплексен:

$$n = n_1 + ik \ . \qquad (5.17)$$

Подставляя это значение n в (5.16) и находя квадрат модуля в этом уравнении, получим

$$W_{\theta=0}(\omega) = \frac{e^2\beta^6}{\pi^2 c}\,\frac{\cos^4\phi\,\sin^2\phi}{(1-\beta^2\cos^2\phi)}\left(\frac{(n_1-1)^2+k^2}{(1-\beta n_1\cos\phi)^2+\beta^2k^2\cos^2\phi}\right) . \qquad (5.18)$$

Таким образом, при наличии поглощения вблизи угла $\cos\phi = \dfrac{1}{\beta n_1}$ имеется конечной величины максимум излучения. Отметим, что здесь предполагалось, что частица летит из среды в вакуум. При обратном направлении скорости $(1-\beta n_1 \cos\phi)^2$ в знаменателе (5.14) заменяется на $(1+\beta n_1\cos\phi)^2$ и максимум отсутствует [x/].

Еще одна особенность (5.16), которую следует отметить, должна наблюдаться для ультрарелятивистской частицы при малых ϕ, т.е. при движении частицы под малым углом к нормали. Очевидно, что если $\beta\cos\phi$ достаточно близко к единице, то в (5.16) можно положить

$$|B|^2 = \left|\frac{n-1}{1-\beta n\cos\phi}\right|^2 \approx 1 , \qquad (5.19)$$

т.е. переходное излучение при достаточно больших энергиях частицы и малом угле ϕ не зависит от величины n. Это хорошо известная особенность переходного излучения релятивистской частицы под малыми углами /14,18/, которая уже была отмечена при анализе формулы (5.11).

[x/] Сравнение переходного излучения для случая движения частицы в среду и из среды может быть удобным методом определения n и k. Это уже было отмечено для аналогичного случая, в котором рассматривалось движение частицы по нормали к поверхности раздела и регистрация излучения под углом $\Theta \gg \dfrac{mc^2}{W}$ /2,17/.

Если угол ϕ достаточно мал, то можно положить $\cos^2\phi = 1 - \phi^2$ и $\sin^2\phi = \phi^2$. Тогда, принимая во внимание (5.13), получим

$$W_{\Theta=0}(\omega) = \frac{e^2}{\pi c^2} \frac{\phi^2}{[(\frac{mc^2}{W})^2 + \phi^2]^2} |B|^2. \quad (5.20)$$

Максимум излучения, очевидно, будет при тем меньших углах, чем больше полная энергия частицы W.

Отсюда и вытекает другая особенность переходного излучения, которая выяснилась из результатов работы /19/. Для ультрарелятивистской частицы отличие показателя преломления от единицы, необходимое для того, чтобы выполнялось (5.19), тем меньше, чем больше энергия частицы. Это приводит к тому, что при достаточно больших энергиях частиц и под малыми углами переходное излучение распространяется и на область частот рентгеновских лучей.

В самом деле, для области рентгеновских лучей

$$1 - n = \frac{\omega_p^2}{2\omega^2}, \quad (5.21)$$

где ω_p – так называемая плазменная, или ленгмюровская, частота $\omega_p^2 = \frac{4\pi N e^2}{m}$ (N – плотность электронов в среде, e и m – заряд и масса электрона).

Принимая во внимание (5.21), и при сделанных предположениях о малости ϕ и $W \gg mc^2$ (см. (5.13)) можем записать так:

$$|B|^2 = \left| \frac{n-1}{1-\beta n \cos\phi} \right|^2 \approx \frac{1}{(1 + \frac{\omega^2}{\omega_p^2}[(\frac{mc^2}{W})^2 + \phi^2])^2}. \quad (5.22)$$

Используя (5.22), из (5.20) получаем

$$W_{\Theta=0}(\omega) \approx \frac{e^2}{\pi^2 c} \frac{\phi^2}{[(\frac{mc^2}{W})^2 + \phi^2]^2} \left(\frac{1}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_p^2}[(\frac{mc^2}{W})^2 + \phi^2]} \right)^2. \qquad (5.23)$$

Очевидно, что до тех пор, пока

$$\omega^2 \ll \frac{\omega_p^2}{(\frac{mc^2}{W})^2 + \phi^2}, \qquad (5.24)$$

энергия излучения на единицу частоты практически не зависит от ω. Если же в (5.24) ω настолько велика, что знак неравенства меняется на обратный, то энергия излучения убывает, как $1/\omega^4$. Как видно из (5.23), угол ϕ, на который приходится максимум излучения, $\phi_{max} \approx \frac{mc^2}{W}$ и, следовательно, можно принять в качестве максимальной частоты переходного излучения некоторую эффективную частоту $\omega_{гр}$, для которой (5.24) становится равенством при $\phi = \frac{mc^2}{W}$,

$$\omega_{гр} = \frac{\omega_p}{\sqrt{2}} \left(\frac{W}{mc^2}\right). \qquad (5.25)$$

Таким образом, диапазон частот переходного излучения расширяется пропорционально W и соответственно возрастает и его суммарная энергия /14/.

При малых энергиях частицы или при больших углах переходное излучение является чисто оптическим явлением, определенным в первую очередь оптическими константами среды. При малых углах к направлению движения частицы и при ультрарелятивистских энергиях переходное излучение приобретает свойства, характерные для излучения релятивистских частиц. Эта особенность представляет интерес для физики высоких энергий.

Таким образом, от оптики перебрасывается мостик к ядерной физике. Мне представляется в связи с этим уместным выбор переходного излучения в качестве темы статьи, посвященной памяти профессора Г.Неводничанского, поскольку его научные интересы были широки и охватывали в том числе как оптику, так и ядерную физику.

Я узнал имя профессора Неводничанского почти четыре десятилетия тому назад из его работ, связанных с проблемами физической оптики, которыми в то время занимался и я. Много лет спустя, включившись в работу Объединенного института ядерных исследований, я лично познакомился с ним, в первую очередь как со специалистом в области ядерной физики.

В ходе развития работ между Краковым и Дубной установился тесный контакт и сотрудничество. Бесспорно, что этому немало способствовали и личные качества профессора Неводничанского, к которому я так же, как все его знавшие, питал чувства искреннего уважения.

Литература

1. В.Л.Гинзбург, И.М.Франк. ЖЭТФ, 16, 15 (1946).
2. И.М.Франк. УФН, 87, 189 (1965).
3. P. von Blanckenhagen, H. Boersch, D. Fritsche, H.G. Seifert und G. Sauerbrey. Phys.Lett., 11, 296 (1964).
4. H. Boersch, P. Dobberstein, D. Fritzsche und G. Sauerbrey. Z. Physik, 187, 97 (1965).
5. G.E. Jones, L.C. Cram and E.T. Arakawa. Phys.Rev., 147, 515 (1966).

6. E.A. Stern. Optical Properties and Electronic Structure of Metals and Alloys, edited by F. Abels (North-Holland Publishing Company, Amsterdam (1966), p. 396;
В.Е. Пафомов, Е.П. Фетисов. ЖЭТФ, 53, 965 (1967);
Е.П. Фетисов. Изв. вузов, радиофизика, 12, 265 (1969).
7. L.S. Cram and E.T. Arakawa. Phys.Rev., 153, 455 (1967);
J.C. Ashley, L.C. Cram and E.T. Arakawa. Phys.Rev., 160, 313 (1967).
8. В.Е. Пафомов. Изв. вузов, радиофизика, 5, 484 (1962).
9. Н.А. Корхмазян. Изв. АН Арм. ССР, 15, №1, 115 (1962).
10. В.Е. Пафомов. Труды ФИАН (Ядерная физика и взаимодействие частиц с веществом), т. 44, 28 (1969).
11. В.А. Енгибарян, Б.В. Хачатрян. Изв. АН Арм. ССР, сер.физ., 1, 11 (1966);
J.C. Ashley. Phys.Rev., 155, 209 (1967).
12. Frank Forstmann. Z. Physik, 217, 422 (1968).
13. И.М. Франк. Изв. АН СССР, серия физич., 6, 3 (1942).
14. И.М. Франк. Препринт ОИЯИ, Р4-4646, Дубна, 1969.
15. В.Е. Пафомов. Препринт ФИАН, А-72, Москва, 1964.
16. С. Михаляк. Acta Physica Polonica, 29, 815 (1966).
17. В.Е. Пафомов, И.М. Франк. Препринт ФИАН, А-76, Москва, 1965.
18. И.М. Франк. Нобелевская лекция. См., наприм., УФН, 68, 397 (1959).
19. Г.М. Гарибян. ЖЭТФ, 37, 527 (1959).
20. Н.А. Корхмазян, С.С. Элбакян. Изв. АН Арм. ССР, физика, 4, 3 (1969).
21. Н.А. Корхмазян. Физика твердого тела, 9, 1113 (1967).

Рукопись поступила в издательский отдел
12 марта 1970 года.

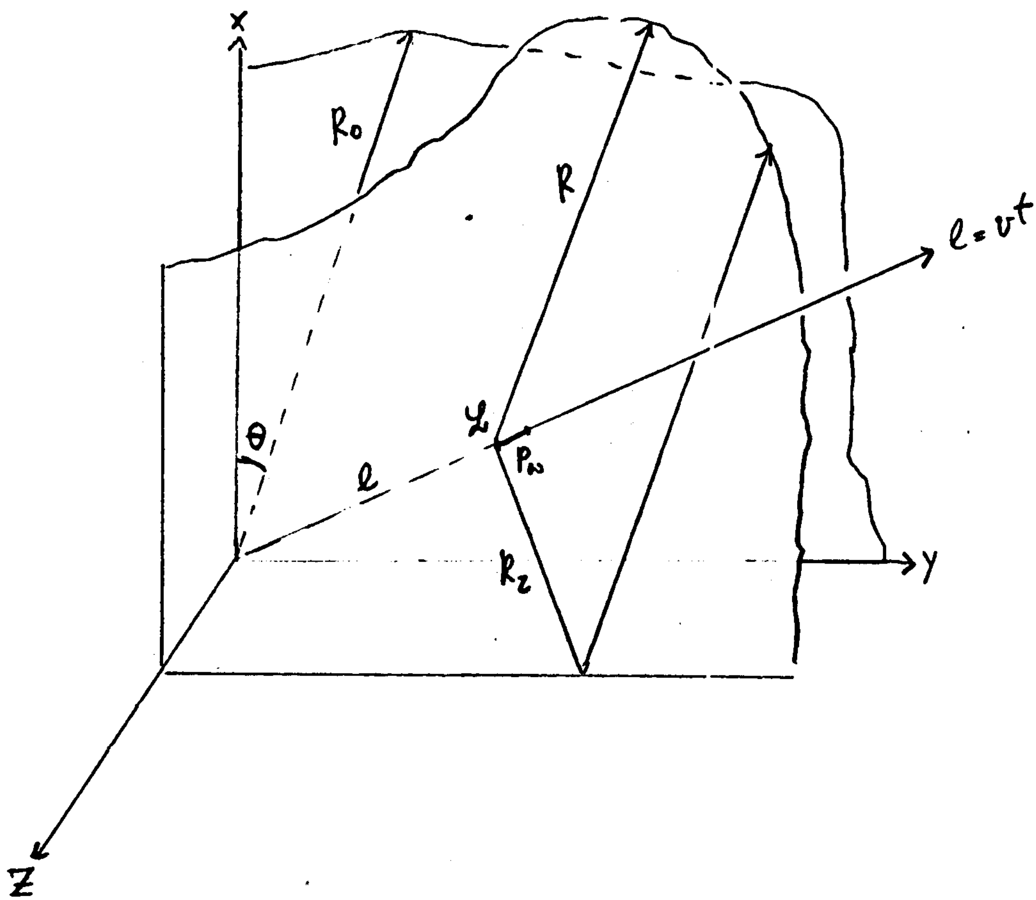

Рис. 1

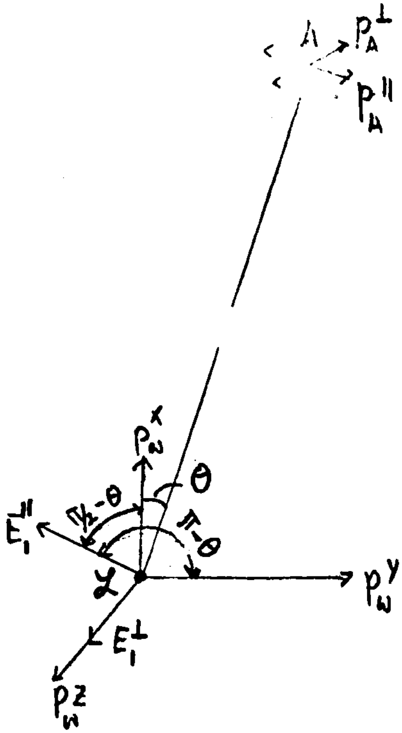

Рис.2a

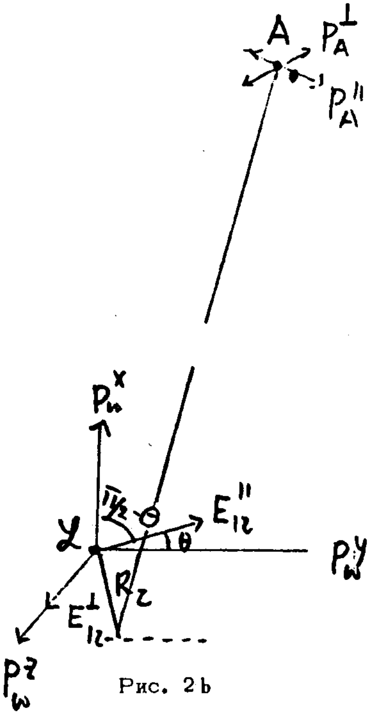

Рис. 2b

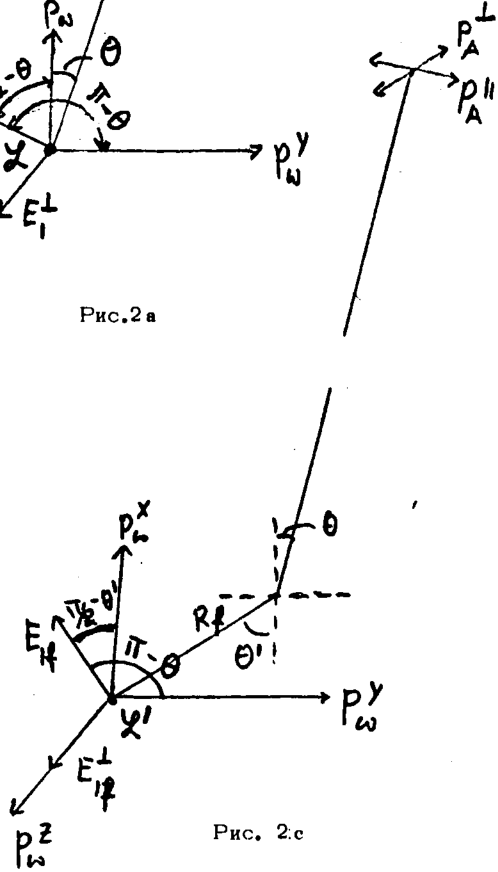

Рис. 2c

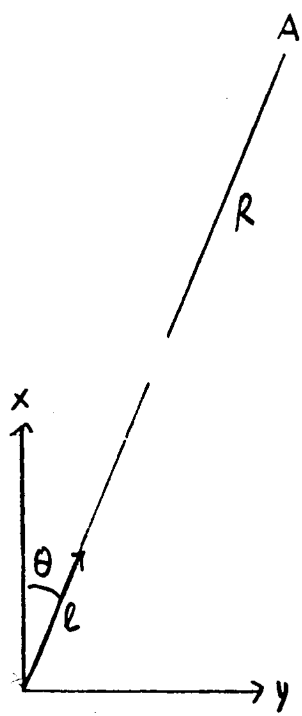

Рис. 3a

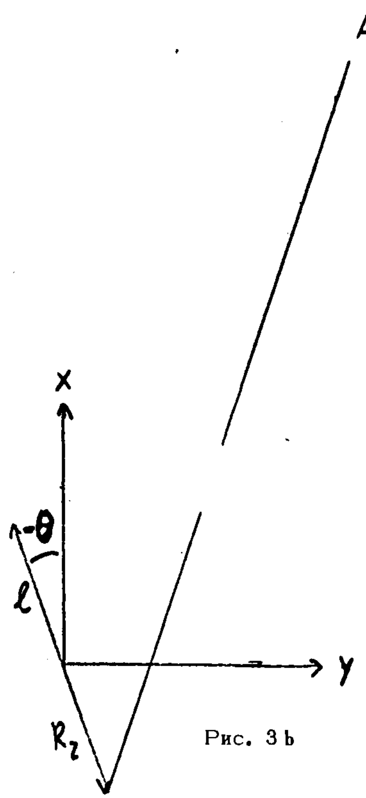

Рис. 3b

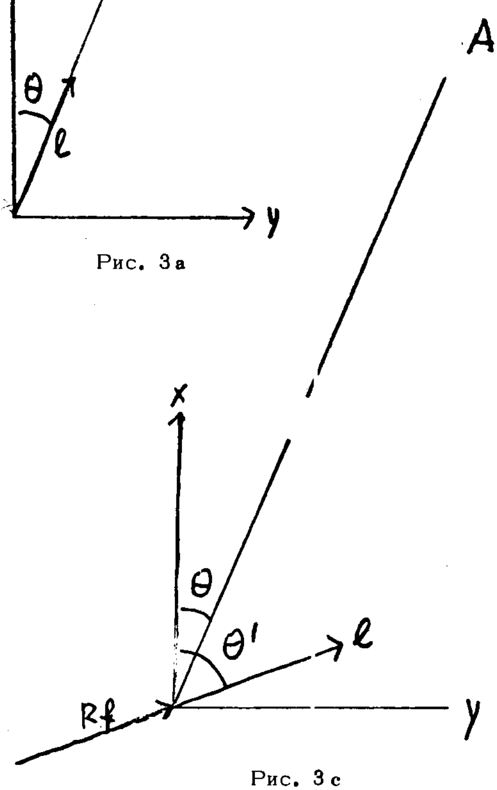

Рис. 3c