ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 4966

Н.И. Пятов, М.И. Черней

ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ
В НЕЧЕТНЫХ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1970

P4 - 4966

Н.И. Пятов, М.И. Черней

ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ В НЕЧЕТНЫХ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

Обзорный доклад на XX совещании по ядерной спектроскопии
(Ленинград, 1970 г.).

1. Введение

В последние годы заметно усилился интерес к исследованию вращательного движения в атомных ядрах. Это связано, прежде всего, с успешным развитием микроскопических методов описания вращения ядер, начало которым положили работы Таулеса и Валатина [/1/]. Недавно был предложен целый ряд различных микроскопических подходов (см., например, [/2-6/]). Характерным для всех этих работ является то, что в отличие от рассмотрения с помощью крэнкинг-модели вращательные состояния ядер рассматриваются в них, наряду с колебательными, как внутренние возбуждения системы. Обычно в адиабатическом пределе для вращательной полосы на основном состоянии четно-четного ядра получают момент инерции крэнкинг-модели. Несмотря на большие трудности вычислительного характера микроскопические подходы с точки зрения теории имеют преимущества по сравнению с крэнкинг-моделью, так как не требуют определения деформации и ориентации ядра, выделения коллективного углового момента вращения и т.д.

С другой стороны, в последние годы успешно развиваются экспериментальные исследования структуры атомных ядер с помощью реакций с дейтронами, альфа-частицами, тяжелыми ионами и т.д. Реакции с альфа-частицами и особенно с тяжелыми ионами позволяют изучать ядерные состояния с высокими спинами и, в частности, прослеживать вращательные полосы до спинов $I \approx 20$. Целый ряд интересных исследований недавно был проведен Ф.Стивенсом и др. /7,8/, Х.Риде и др. /9/, Г.Винтером и др. /10/ и т.д. В этих экспериментах наблюдались вращательные состояния в нечетных ядрах до спина $I = 37/2$, причем во многих случаях вращательные полосы настолько сильно искажены неадиабатическими эффектами, что их энергетику невозможно объяснить в рамках феноменологических моделей. В связи с этим возникает необходимость в создании неадиабатических моделей, точно учитывающих связь вращения с другими видами движений в атомных ядрах.

В настоящей работе дан обзор основных феноменологических и полумикроскопических моделей, описывающих вращательное движение в нечетных атомных ядрах. Особое внимание уделяется учету неадиабатических эффектов связи внутреннего и вращательного движений. Дан конкретный анализ сильно искаженных вращательных полос на уровнях положительной четности в ядрах ^{161}Er и ^{163}Er.

2. Феноменологическое описание вращения. Адиабатическое приближение

В основе феноменологического описания вращательного движения ядер лежит схема сложения моментов, предложенная Бором /11/ (рис.1). Полный угловой момент $\vec{I}$ образуется из момента коллективного вращения $\vec{R}$ (направленного перпендикулярно оси симметрии ядра Z' в аксиально-симметричных ядрах) и момента $\vec{j}$, связанного с движением отдельных частиц. В схеме сильной связи движение частицы адиабатически следует за изменением ориентации поля. Связанное состояние каждого нуклона характеризуется проекцией K момента количества движения на ось симметрии, которая считается константой внут-

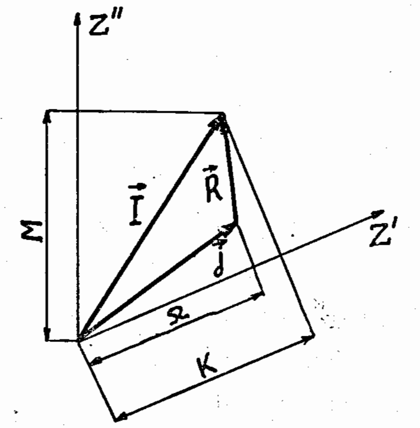

Рис.1. Схема сложения моментов в нечетных атомных ядрах. $\vec{I}$ - полный угловой момент ядра, $\vec{R}$ - коллективный момент вращения четного остова, $\vec{j}$ - внутренний угловой момент частицы (или нескольких частиц). Z' - ось симметрии ядра, Z'' - лабораторная координата.

реннего движения. При этих предположениях задача о вращении нечетных ядер сводится к описанию движения одной (или нескольких) неспаренной частицы в поле ротатора (четно-четного остова). Вращательные серии могут быть построены на различных одночастичных уровнях среднего поля и характеризуются следующими константами: полным угловым моментом I, его проекцией M на лабораторную ось Z'' и проекцией K на ось симметрии ядра Z'. При этом гамильтониан ядра можно записать в виде

$$\mathcal{H} = H_{rot} + H_{cor} + H_j + T + V, \tag{1}$$

где

$$H_{rot} = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}[\vec{I}^2 - 2I_z j_z + j_z^2], \tag{1a}$$

$$H_{cor} = -\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}[I_+ j_- + I_- j_+], \quad (1б)$$

$$H_j = \frac{1}{2}\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}[j_+ j_- + j_- j_+]. \quad (1в)$$

Здесь $\mathcal{J}$ -момент инерции ядра относительно оси, перпендикулярной оси симметрии, I_z, $I_\pm$ и j_z, $j_\pm$ - компоненты операторов полного и внутреннего моментов соответственно, T и V - соответственно кинетическая энергия и потенциал среднего поля (во внутренней системе координат) для неспаренной частицы (частиц), причем среднее поле считается аксиально-симметричным. H_{rot} описывает вращение ядра как целого, H_{cor} - взаимодействие внутреннего и вращательного движений (взаимодействие Кориолиса), H_j - оператор центробежного взаимодействия между неспаренными нуклонами, которое обычно не учитывается.

В адиабатическом приближении эффекты взаимодействия Кориолиса считаются малыми и симметризованная волновая функция записывается в виде

$$|IMK> = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}}\{\mathcal{D}^I_{MK}\chi_K + (-1)^{I+\ell-1/2}\mathcal{D}^I_{M,-K}\chi_{-K}\}, \quad (2)$$

где $\mathcal{D}^I_{MK}$ - функция Вигнера, χ_K - волновые функции внутреннего движения x/. Пренебрегая взаимодействием Кориолиса и H_j, получим простое выражение для вращательной серии на внутреннем одночастичном состоянии с проекцией момента K в виде

$$\mathcal{E}_0(IK) = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}\{I(I+1)-K^2\}, \qquad I=K, K+1, K+2, \ldots \quad (3)$$

В случае K = 1/2 вклад H_{cor} в энергию возникает уже в первом порядке и формула для вращательной энергии принимает вид /11,12/

$$\mathcal{E}(IK) = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}\{I(I+1)-K^2 + \delta_{K,1/2}(-1)^{I+1/2}(I+1/2)a\}, \quad (4)$$

где параметр развязывания a определен как матричный элемент оператора j_-:

$$a = (-1)^{\ell} <\chi_{-1/2}|j_-|\chi_{1/2}>. \quad (5)$$

Рассматривая $\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}$ и a как параметры, можно хорошо описывать с помощью формул (3) и (4) нижайшие вращательные уровни нечетных ядер. Однако с возрастанием спина вращательного состояния нарушается адиабатичность внутреннего движения и возникает необходимость в привлечении дополнительных параметров для описания спектров.

Физических причин, приводящих к отклонению от закона I(I+1) во вращательных спектрах, довольно много, и их исследованию в последние годы было посвящено большое количество работ. Назовем наиболее важные причины. С увеличением частоты вращения возникает центробежное растяжения ядра, приводящее к увеличению деформации и момента инерции. Этот эффект обусловливает поправочный член в выражении для энергии, который пропорционален $I^2(I+1)^2$. Оценка поправочного члена была дана Бором /11/.

x/ Определение χ_{-K} и выбор фаз соответствуют работе Кермана /12/.

В дальнейшем рядом авторов была развита феноменологическая модель, учитывающая центробежное растяжение ядра /13/. Выражение для энергии вращательных состояний в этой модели оказалось идентичным получаемому в модели Харриса /14/ (крэнкинг-модель, учитывающая поправки высшего порядка). В ряде работ /15-20/ эффекты центробежного растяжения интерпретировались как обусловленные связью вращательного движения с β- и γ-колебаниями. Аналогичная поправка к спектру возникает из-за взаимодействия между парными корреляциями и вращением. Это взаимодействие систематически уменьшает величину энергетической щели Δ в ядрах при увеличении частоты вращения (антиспаривательный эффект взаимодействия Кориолиса) /19-24/. Численные расчеты показали, что эффекты взаимодействия между спариванием и вращением в четно-четных ядрах обычно более существенны, чем эффекты центробежного растяжения.

Взаимодействие Кориолиса обычно учитывается по теории возмущения, что является оправданным, если в спектре нет двух близко расположенных одночастичных уровней одной четности с $\Delta K = 1$ /25/. Систематический анализ эффектов взаимодействия Кориолиса в рамках теории возмущений был дан в работах Бора и Моттельсона /26,27/. Они показали, что во втором порядке теории возмущения вклад H_{cor} может быть сведен к изменению эффективного момента инерции. Учет H_{cor} в высших порядках приводит к появлению специфических знакопеременных членов типа $(-1)^{I+K}\frac{(I+K)!}{(I-K)!}A_{2K}$ в формуле для вращательных энергий (A_{2K} может рассматриваться как параметр). Кроме того, в четвертом порядке теории возмущения взаимодействие Кориолиса дает поправку к энергии, пропорциональную $I^2(I+1)^2$ и т.д. Таким образом, систематический учет взаимодействия внутреннего и вращательного движений по теории возмущения приводит к следующему ряду для вращательных энергий:

$$\mathcal{E}(I,K) = A[I(I+1)-K^2] + B[I(I+1)-K^2]^2 + C[I(I+1)-K^2]^3 + \ldots + (-1)^{I+K}\frac{(I+K)!}{(I-K)!}\{A_{2K} + B_{2K}[I(I+1)-K^2] + \ldots\}. \quad (6)$$

В настоящее время формула (6) широко используется для анализа наблюдаемых вращательных полос в нечетных деформированных ядрах. Типичные экспериментальные значения параметров A, B, A_{2K} и B_{2K} приведены для некоторых ядер в табл. 1. Применимость формулы (6)

Таблица I

Эмпирические значения параметров в формуле для вращательных энергий

Ядро	$K^{\pi}[Nn_z\Lambda]$	A [кэв]	$10^3 B$ [кэв]	$10^3 A_{2K}$ [кэв]	$10^3 B_{2K}$ [кэв]
^{167}Tm	$1/2^+$ [411]	12,5	-8	-9100	32
^{159}Tb	$3/2^+$ [411]	11,6	-5,5	6,7	
^{161}Dy	$5/2^+$ [642]	5,5	25	0,7	
^{183}Re	$5/2^+$ [402]	16,6	-12	3,5	
^{235}U	$7/2^-$ [743]	5,1	1	$3,2\cdot 10^{-5}$	
^{177}Hf	$9/2^+$ [624]	8,82	12,7		

продемонстрируем на примере вращательной полосы на одночастичном состоянии $1/2^+$ [411] в ядре ^{167}Tm /10/. Обнаружены вращательные состояния этой полосы до спина $I = 23/2$. На рис. 2а и 2б показаны энергетические разности $[\mathcal{E}(I+1)-\mathcal{E}(I)]/2(I+1)$ и $\delta(I)=\frac{1}{8}\{\mathcal{E}(I+2)-2\mathcal{E}(I)+\mathcal{E}(I-2)\}$ как функции спина. Четко видно, что вся вращательная полоса разделяется на подгруппы состояний с $I-1/2=2n$ и $I-1/2=2n+1$ (n – целые числа), каждая из которых может быть описана своим набором параметров. Такое расщепление обусловлено эффектами взаимодействия Кориолиса. В целом хорошее описание этой вращательной полосы можно получить, используя четыре параметра (A , B , A_1 и B_1). Отметим, что различие $\delta(I)$ для четных и нечетных значений $I-1/2$ (рис. 2б) не зависит от величины параметра развязывания $(a = A_1/A)$, а целиком обусловлено вкладом H_{cor} в высших порядках теории возмущения. В четно-четных ядрах оказалось возможным применять ряд теории возмущений по степеням $I(I+1)$ для описания вращательных состояний до спина $I \approx 8-10$. С ростом спина сходимость ряда быстро ухудшается (см., например, обзор /28/). В нечетных ядрах поправочные члены с параметрами B и C обычно оказываются не очень существенными по сравнению с поправками от взаимодействия Кориолиса, особенно во вращательных полосах с $K = 1/2$, $3/2$ и $5/2$. Поэтому в тех случаях, когда взаимодействие Кориолиса можно считать слабым, ряд теории возмущения (6) хорошо описывает вращательные состояния даже с большими значениями спина (см., например, /10,29,30,31/).

3. Неадиабатические модели

Однако, когда возмущение, вносимое взаимодействием Кориолиса, становится сильным, ряд (6) оказывается неприменимым для описания даже нижайших вращательных состояний. Классическим примером стало

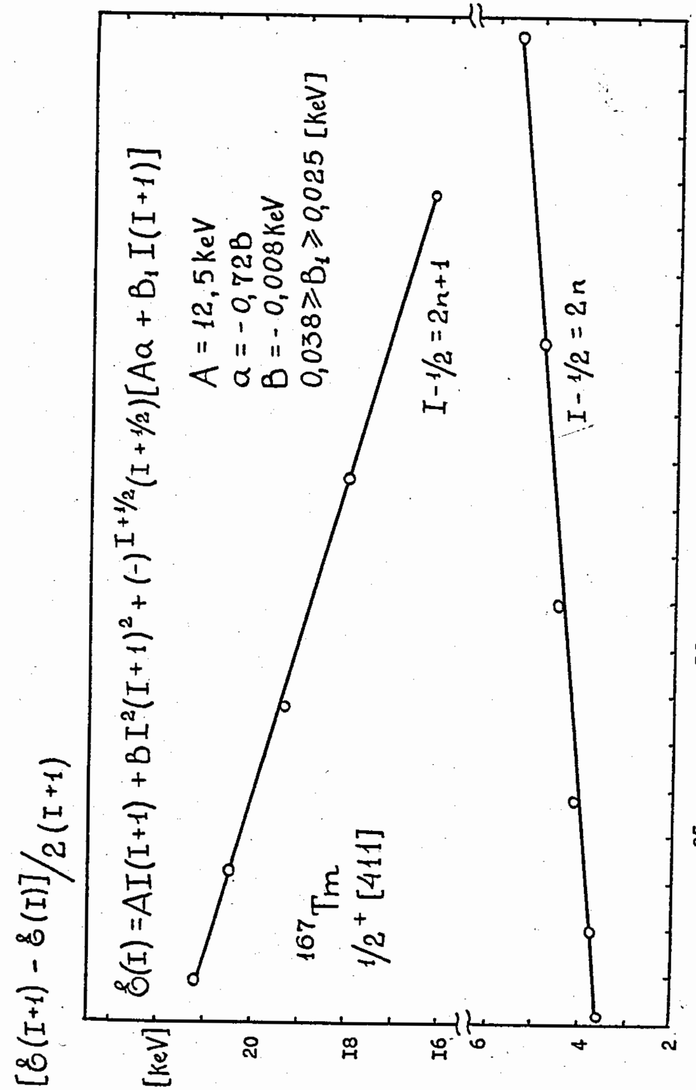

Рис.2а. Применение феноменологической формулы для описания вращательной полосы, основанной на состоянии $1/2^+$[411] в ^{167}Tm /10/. Расщепление полосы в основном обусловлено поправкой к энергии с параметром развязывания a . Даны значения параметров, извлеченные из эксперимента.

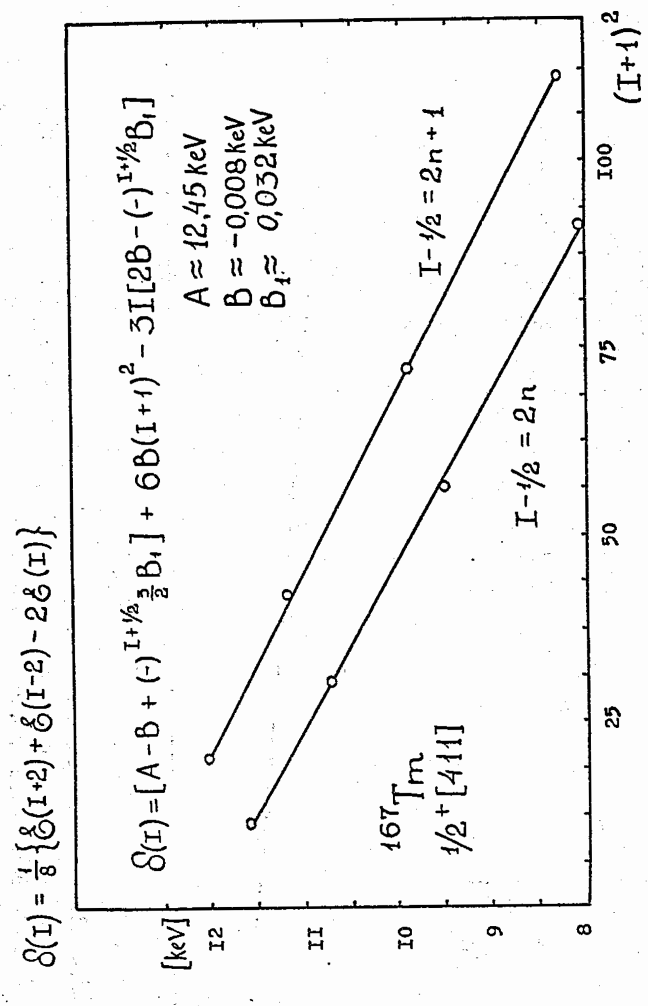

Рис.2б. Эффекты высшего порядка во вращательной полосе на состоянии $1/2^+[411]$ в ^{167}Tm /10/. Различие $\delta(I)$ для четных и нечетных значений $I-1/2$ обусловлено влиянием поправки с параметром B_1.

ядро ^{155}Gd, исследованию которого посвящено большое количество работ (см., например, /32/). Все вращательные полосы на уровнях положительной четности в этом ядре имеют сильно нарушенные последовательности спинов. Аналогичные аномальные спектры обнаружены недавно в целом ряде нечетных изотопов эрбия /8,9/. Рис. 3а и 3б, на которых показано поведение энергетических разностей во вращательной полосе на уровне $5/2^+$ [642] в ядре ^{163}Er /9/, демонстрируют неприменимость теории возмущения (сравни с рис. 2). Характерным для вращательных полос в упомянутых ядрах является расщепление их на группы состояний с $I-1/2=2n$ и $I-1/2=2n+1$, каждая из которых может быть описана рядом (6) с использованием трех или четырех параметров. Однако наборы параметров, характеризующих подгруппы, оказываются сильно различающимися (например, параметры развязывания имеют противоположные знаки).

Неадиабатические эффекты от взаимодействия Кориолиса наиболее важно учитывать точно в двух случаях:

а) когда вращательные полосы строятся на двух энергетически близких одночастичных состояниях одной четности и с $\Delta K=1$;

б) при формировании вращательных полос на одночастичных состояниях (не обязательно энергетически близких), принадлежащих одной сферической подоболочке с большим j (например, на состояниях из подоболочек $i_{13/2}$, $h_{11/2}$, $j_{15/2}$ и др.).

В этих случаях можно учесть взаимодействие Кориолиса, используя метод, развитый Керманом /25/ первоначально для взаимодействия двух уровней. В дальнейшем метод был обобщен на случай взаимодействия нескольких вращательных полос и приспособлен для извлечения "экспериментальных" сведений о матричных элементах взаимодействия Кориолиса, параметре развязывания, эффективных моментах инерции и т.д. Типичная схема решения, показанная на рис. 4, заклю-

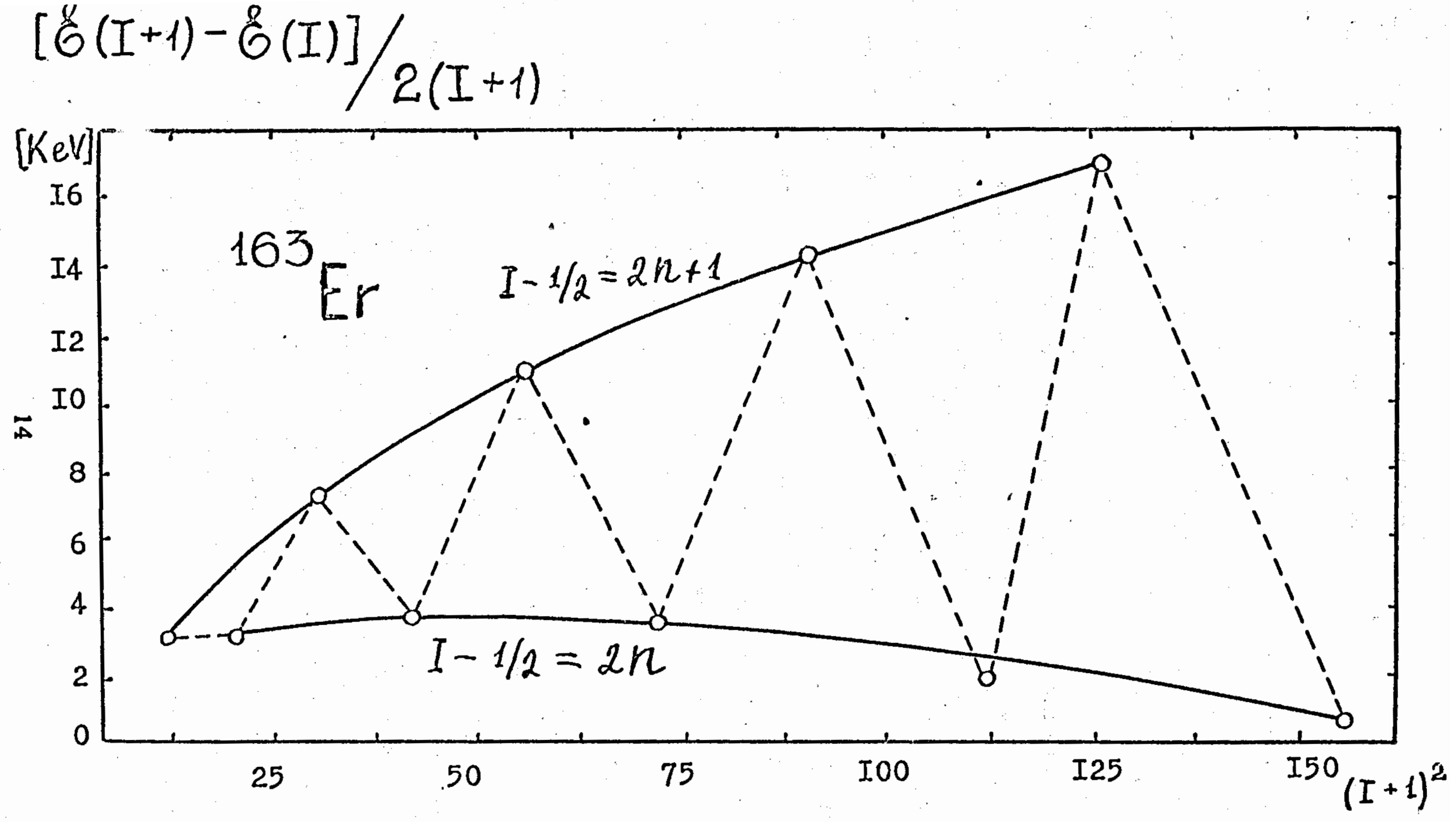

Рис.3а. То же, что и на рис. 2а, для ядра ^{163}Er /9/.

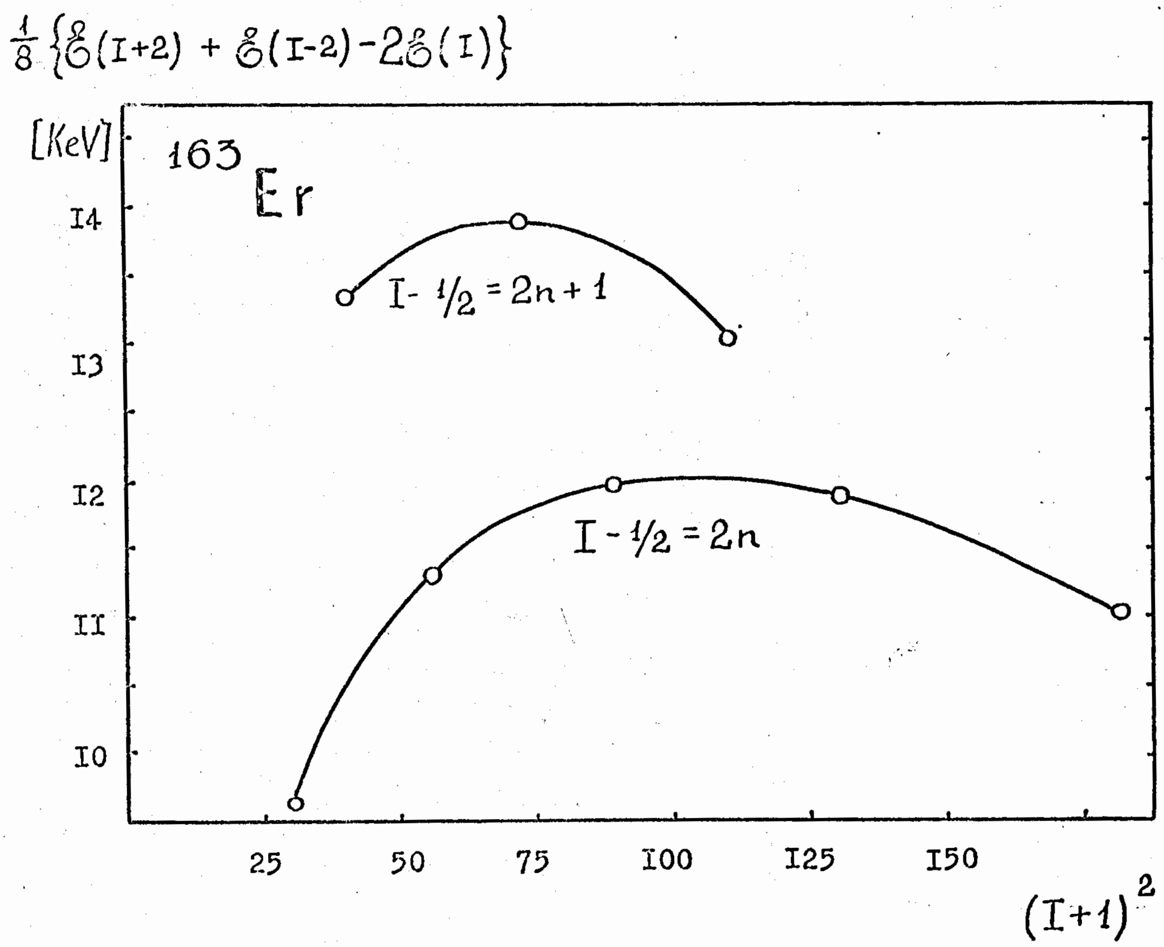

Рис.3б. Поведение функции $\delta(I)$ для ядра ^{163}Er /9/, демонстрирующее неприменимость описания ее рядом теории возмущения.

$$\begin{vmatrix} E_{11} & A_{12} & A_{13} & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{21} & E_{22} & A_{23} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & E_{nn} \end{vmatrix}$$

$$E_{ii} = E_K^{(i)} + \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}\Big\{ I(I+1) - K^2 + \delta_{K,1/2}(-1)^{I+1/2}\, a\,(I+1/2)\Big\}$$

$$A_{ij} = -\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}'}\sqrt{(I-K)(I+K+1)} \times \langle \chi_{K'}^{(i)} | j_+ | \chi_K^{(j)} \rangle \, \delta_{K',K+1}\left(U_K U_{K'} + V_K V_{K'}\right)$$

Рис.4. Схема учета взаимодействия Кориолиса в методе Кермана.

чается в диагонализации матрицы взаимодействия Кориолиса путем подбора одночастичных энергий E_K, значений параметра развязывания a, эффективного момента инерции и матричных элементов $\langle\chi_{K'}|j_+|\chi_K\rangle$ таким образом, чтобы получить хорошее согласие с экспериментальными энергиями, интенсивностями и т.д. (см., например, работы /32-34/). Константы спаривательного взаимодействия Δ и λ обычно подбираются из соседних четных ядер и считаются постоянными. Такой анализ экспериментальных данных показывает, что существующие одночастичные

модели (модель Нильссона или схема Саксона-Вудса) предсказывают слишком большие значения матричных элементов $\langle\chi_{K'}|j_+|\chi_K\rangle$ между состояниями из одной сферической подоболочки (примерно в два раза бо́льшие) по сравнению с "экспериментальными". Для матричных элементов между состояниями из различных подоболочек картина обратная /35/. Очевидным недостатком такого анализа является его неоднозначность в выборе параметров и зависимость от числа смешиваемых состояний. Тем не менее обычно получают удовлетворительное согласие расчетов с экспериментальными данными, хотя и ценой введения значительного числа параметров.

В последние годы неоднократно делались попытки неадиабатического описания вращательного движения в нечетных ядрах в различных моделях. Первые попытки последовательной формулировки задачи неадиабатического описания возбуждений в нечетных атомных ядрах с учетом взаимодействия одночастичного, вращательного и колебательного движений были предприняты в рамках модели Давыдова (см., например, обзор в монографии Давыдова /17/). Однако ввиду больших трудностей вычислительного характера конкретные расчеты проводились с использованием ряда упрощений и только для состояний в оболочке $N=4$ (см., например, /36/). Наиболее существенным недостатком такого подхода является неучет парных корреляций и взаимодействий квазичастиц, а следовательно, запрет смешивания частично-дырочных состояний. Целый ряд проблем возникает также при заполнении получаемой схемы состояний, т.к. поверхность Ферми в явном виде не вводится в задачу.

Нами была сделана попытка описать взаимодействие одночастичного и вращательного движений в рамках модифицированной модели Кермана с учетом парных корреляций /37-39/. Гамильтониан задачи выбирался в виде

$$H = H_{intr} + H_{rot} + H_{cor} + H_{j} , \qquad (7)$$

где H_{intr} – описывает внутреннее движение системы и не зависит от спина, а остальные члены определены выражениями (1а)-(1в). Поскольку H_j не зависит от спина, он может быть включен в H_{intr}. Обозначим собственные волновые функции внутренней части гамильтониана через $\chi_{\nu K}$, предполагая аксиально-симметричную форму ядра и, следовательно, сохранение проекции углового момента K на ось симметрии. Через ν обозначим набор остальных квантовых чисел. H_{cor} смешивает состояния с различными K, поэтому собственные функции гамильтониана (7) ищем в виде

$$| IM > = \sum_{\nu K} C^{I}_{\nu K} \, | IM \nu K > , \qquad (8)$$

где $C^{I}_{\nu K}$ – амплитуды смешивания, а $|IM\nu K>$ – симметризованные волновые функции, определенные выражением (2). Условие нормировки для амплитуд запишется следующим образом:

$$\sum_{\nu K} (C^{I}_{\nu K})^2 = 1. \qquad (9)$$

Обозначая собственные значения внутренней части гамильтониана (7) через $\mathcal{E}_{\nu K}$, получим следующее выражение для полной энергии ядра в состоянии $|IM>$:

$$\mathcal{E}(I) = \sum_{\nu K} (C^{I}_{\nu K})^2 \mathcal{E}_{\nu K} + \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} \Big[I(I+1) - \sum_{\nu K} (C^{I}_{\nu K})^2 K^2 \Big] + < IM \mid H_{cor} \mid IM > . \qquad (10)$$

Таким образом, при учете неадиабатичности внутреннего движения невозможно точно разделить полную энергию на внутреннюю и вращательную. Отметим, что в таком подходе мы игнорируем эффекты неаксиальности, считая их малыми. Для матричного элемента $<IM| H_{cor} | IM>$ в общем случае можно получить следующее выражение:

$$<IM | H_{cor} | IM > = - \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} \sum_{\nu K} \sum_{\nu' K'} C^{I}_{\nu K} C^{I}_{\nu' K'} A_{\nu K, \nu' K'} (I) , \qquad (11)$$

где

$$A_{\nu K, \nu' K'}(I) = \sqrt{(I-K)(I+K+1)} \, \delta_{K', K+1} < \chi_{\nu K} | j_{-} | \chi_{\nu' K'} > + (-1)^{I+1/2} (I+1/2) \delta_{K, 1/2} \delta_{K', 1/2} (-1)^{\ell} < \chi_{\nu K} | j_{+} | \chi_{\nu', -K} > . \qquad (12)$$

Амплитуды $C^{I}_{\nu K}$ находились минимизацией энергии $\mathcal{E}(I)$ для каждого значения спина. В работах /38-39/ учитывались только парные корреляции во внутреннем движении. Обычно для нижайших одночастичных возбуждений можно пренебречь связью с β- и γ- вибрациями /40/. Таким образом, внутреннее движение описывается гамильтонианом

$$H_{intr} = H_{s.p.} + \hat{\mu} , \qquad (13)$$

$$H_{s.p.} = \sum_{s} (\epsilon_s - \lambda) [a^{+}_{s} a_{s} + a^{+}_{\tilde{s}} a_{\tilde{s}}] , \qquad (14)$$

$$\hat{\mu} = \Delta (\Gamma^{+} + \Gamma) + \frac{\Delta^2}{G} , \qquad (15)$$

$$\Gamma = \sum_{s>0} a_{s} a_{\tilde{s}} ,$$

в котором парное взаимодействие заменялось парным потенциалом с условием самосогласования

$$\Delta = -G\langle \Gamma^+ \rangle = -G\langle \Gamma \rangle. \tag{16}$$

В (14) ϵ_s – одночастичные уровни среднего поля, λ –химпотенциал системы, определяемый из условия сохранения частиц в среднем, a_s^+ и a_s – операторы рождения и уничтожения частицы в состоянии $|s\rangle$ (состояние $|\tilde{s}\rangle$ сопряжено с ним по времени). G – константа спаривательного взаимодействия, а Δ – параметр энергетической щели, определяемый условием (16). Используя каноническое (u,v) -преобразование Боголюбова /41/, приведем H_{intr} к виду

$$H_{intr} = U + H_{11} + H_{20}, \tag{17}$$

$$U = 2\sum_s (\epsilon_s - \lambda)\, v_s^2 - 2\Delta \sum_s u_s v_s + \frac{\Delta^2}{G} + \lambda N, \tag{17а}$$

$$H_{11} = \sum_s [(\epsilon_s - \lambda)(u_s^2 - v_s^2) + 2\Delta u_s v_s] B_s, \tag{17б}$$

$$H_{20} = \sum_s [2(\epsilon_s - \lambda) u_s v_s - \Delta(u_s^2 - v_s^2)](A_s^+ + A_s). \tag{17в}$$

Операторы B_s и A_s определяются через операторы рождения и уничтожения квазичастиц:

$$B_s = \alpha_s^+ \alpha_s + \alpha_{\tilde{s}}^+ \alpha_{\tilde{s}},$$

$$A_s = \alpha_s \alpha_{\tilde{s}}.$$

Определяя вакуумное состояние $|0\rangle$ уравнениями

$$\alpha_s |0\rangle = \alpha_{\tilde{s}} |0\rangle = 0,$$

будем описывать нижайшие возбуждения нечетной системы как одноквазичастичные:

$$\chi_{\nu K} \equiv \alpha_{\nu K}^+ |0\rangle. \tag{18}$$

В этом приближении

$$\mathcal{E}_{\nu K} = U + E_{\nu K}, \tag{19}$$

$$E_{\nu K} = \sqrt{\Delta^2 + (\epsilon_{\nu K} - \lambda)^2}. \tag{20}$$

Соотношения между u, v и Δ получим из условия $H_{20} = 0$ (либо вариационным методом):

$$2u_s v_s = \frac{\Delta}{E_s}, \quad u_s^2 - v_s^2 = \frac{\epsilon_s - \lambda}{E_s}. \tag{21}$$

Из (16) получим уравнение для щели:

$$\frac{2}{G} = \sum_s \frac{1}{E_s}. \tag{22}$$

В этом решении пренебрегается фактически зависимостью щели Δ от спина I, которая в четно-четных ядрах приводит к поправочному члену в энергии, пропорциональному $I^2(I+1)^2$. Однако в нечетных ядрах зависимость Δ от I существенно ослабляется взаимодействием Кориолиса /42/. В дальнейшем мы приведем обоснование этого приближения. Таким образом, энергетический спектр системы определяется выражением [38]

$$\mathcal{E}(I) = U + \sum_{\nu K} (C^{I}_{\nu K})^2 E_{\nu K} + \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} g(I), \tag{23}$$

где

$$g(I) = I(I+1) - \sum_{\nu K} (C^{I}_{\nu K})^2 K^2 + + (-1)^{I+1/2} (I+1/2) a(I). \tag{24}$$

Здесь введено обобщенное определение параметра развязывания:

$$(-1)^{I+1/2} (I+1/2) a(I) = \left(\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}\right)^{-1} < IM | H_{cor} | IM >. \tag{25}$$

Используя волновые функции (18), получим для матричных элементов типа $<\chi_{\nu K} | j_- | \chi_{\nu' K'}>$ выражение

$$<\chi_{\nu K} | j_- | \chi_{\nu' K'}> = M_{\nu K, \nu' K'} \, j_{\nu K, \nu' K'} , \tag{26}$$

где

$$M_{\nu K, \nu' K'} = u_{\nu K} u_{\nu' K'} + v_{\nu K} v_{\nu' K'} ,$$

а $j_{\nu K, \nu' K'}$ – одночастичные матричные элементы оператора $\hat{j}_-$.

Момент инерции $\mathcal{J}$ можно либо вычислить, используя крэнкинг-модель, либо параметризовать с целью упрощения решения задачи, что и делалось нами. Кроме того, щель Δ тоже рассматривалась как параметр, величина которого не обязательно должна совпадать со значением в соседнем четно-четном ядре. Это различие может возникнуть из-за эффекта блокировки в нечетном ядре и взаимодействия Кориолиса.

Можно ожидать, что в области редкоземельных ядер наиболее сильные эффекты взаимодействия Кориолиса будут иметь место в тех ядрах, в которых проявляются уровни сферической подоболочки $i_{13/2}$, т.е. в ядрах с числом нейтронов $N = 89-97$. К настоящему времени наиболее сильные аномалии во вращательных спектрах обнаружены именно в ядрах этой области.

В расчетах нами использовалась одночастичная схема уровней в потенциале Саксона-Вудса [45], учитывалось смешивание состояний подоболочки $i_{13/2}$ с $K = 1/2 - 9/2$. Кроме того, учитывалось $\Delta N = 2$ – взаимодействие пар состояний $\{1/2^+[400], 1/2^+[660]\}$ и $\{3/2^+[402], 3/2^+[651]\}$, обнаруженное в изотопах эрбия в прямых реакциях [46].

Наиболее характерной чертой получаемых вращательных полос является расщепление их на группы уровней с $I - 1/2 = 2n$ и $I - 1/2 = 2n+1$ (n – целые числа), которые энергетически сдвинуты друг относительно друга. Типичная картина сдвига показана на рис. 5 для ядра ^{161}Er. Возникновение сдвига в основном обязано присутствию состояния $1/2^+[660]$, имеющего большое значение одночастичного параметра развязывания ($a = 6{,}22$ в используемой схеме). Из-за сдвига отдельные ветви вращательной полосы могут заселяться в реакциях независимо, а гамма-переходы между ними могут оказаться либо запрещенными из-за большой разности спинов, либо слабыми.

Смешивание состояний оказывается исключительно сильным, практически для большинства уровней ни одна компонента волновой функции по величине не превышает 50% нормы. Вклады компонент $5/2^+[642]$ и $1/2^+[660]$ для вращательных полос в ^{161}Er и ^{163}Er показаны на рис. 6,7. Там же приведены и графики значений $a(I)$ для различных состояний. Характерно различие знаков $a(I)$ для расщеп-

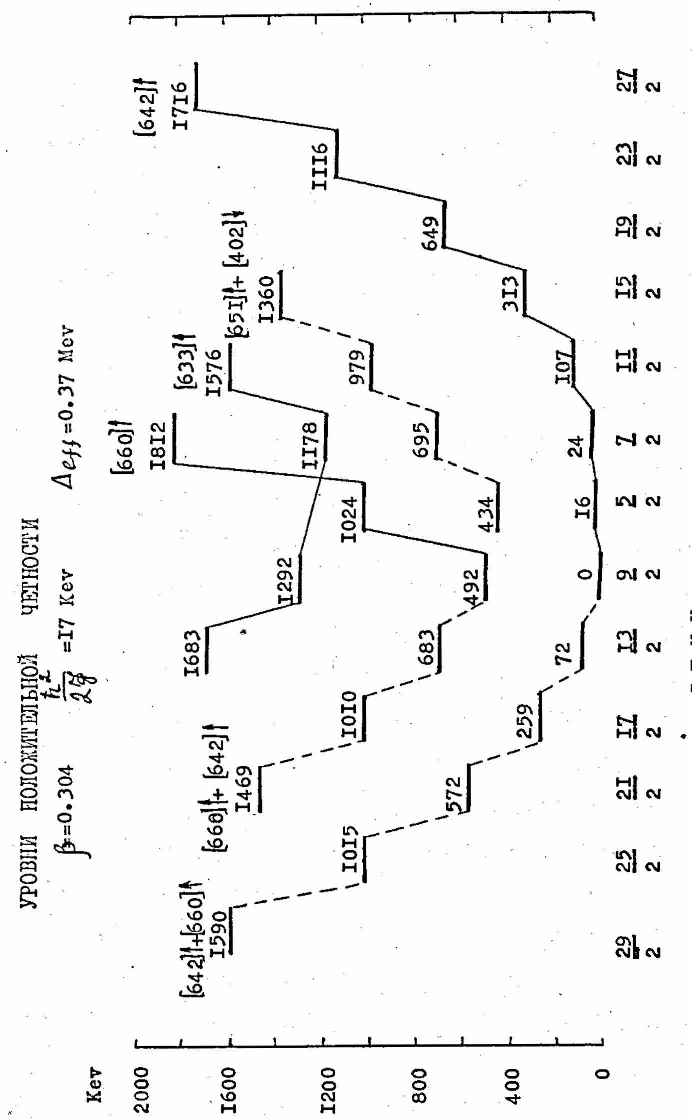

Рис.5. Смешивание и расщепление вращательных полос на уровнях положительной четности в ядре ^{161}Er . Расчеты проведены с учетом смешивания семи уровней (см. текст) с использованием параметров, указанных на рисунке. Указаны также основные компоненты, дающие более 50% вклада в волновые функции состояний. Сильно смешанные состояния соединены пунктирными линиями.

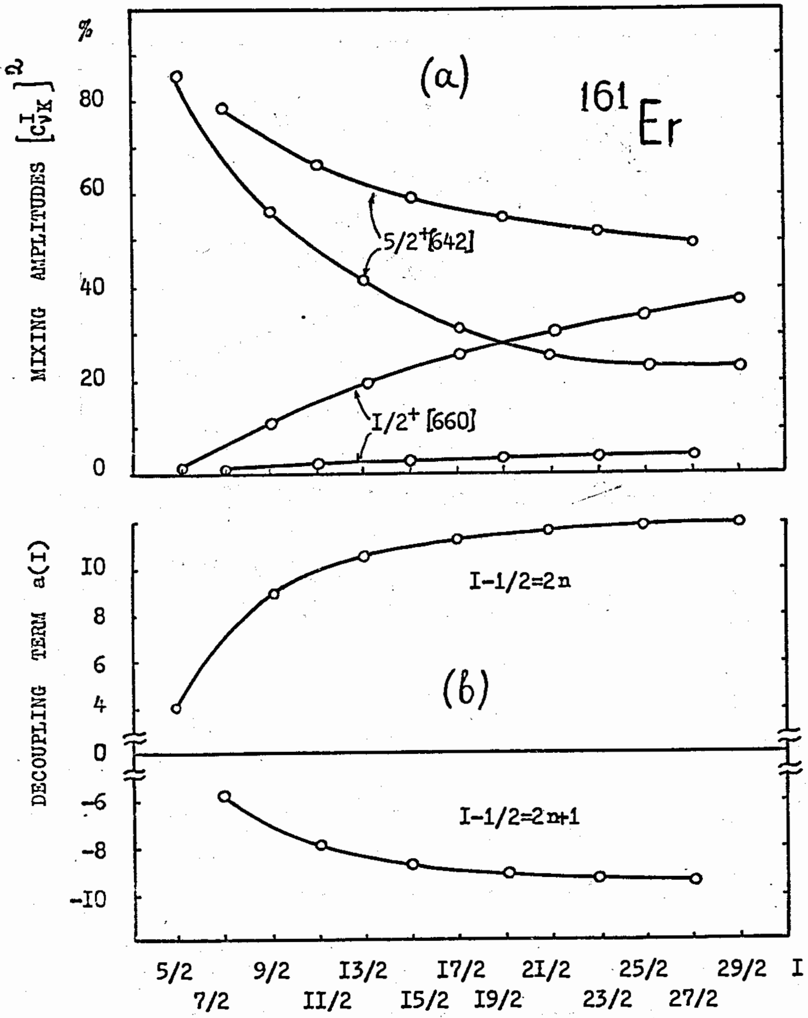

Рис.6. Вклады состояний $5/2^+[642]$ и $1/2^+[660]$ в волновые функции (вверху) и значения "параметра" развязывания a(I) (внизу) для групп состояний в ^{161}Er . Учтено смешивание семи уровней. Параметры, использованные в расчетах: $\hbar^2/2\mathcal{J}$ = 17 кэв, Δ_{eff} = 0,37 Мэв.

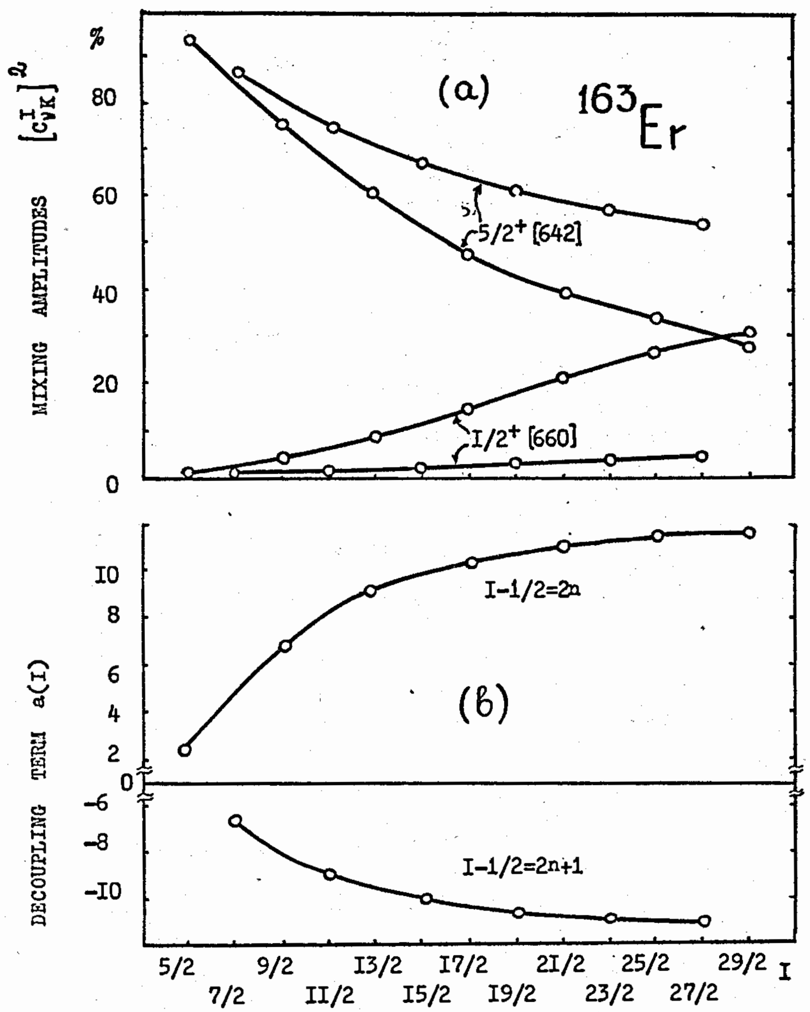

Рис.7. То же, что и на рис. 6, для ядра ^{163}Er . В расчетах использованы параметры: $\hbar^2/2\mathcal{J}$ = 15 кэв, Δ_{eff} = 0,23 Мэв.

ленных подгрупп. Отметим, что если $a(I)$ слабо зависит от спина, то каждая подгруппа может быть описана классической формулой типа (4) при использовании больших значений параметра развязывания ($a \approx \pm 10$).

Перейдем к анализу зависимости результатов от параметров (Δ, $\hbar^2/2\mathcal{J}$, деформации β и числа смешиваемых уровней). Отметим, что если смешиваются только два или три уровня, то все результаты сильно зависят от параметров схемы. С увеличением числа взаимодействующих уровней эта зависимость резко ослабляется. Практически нет необходимости учитывать взаимодействие более чем семи уровней. Результаты при этом слабо меняются при небольших изменениях β и значения вращательного параметра $\hbar^2/2\mathcal{J}$. Наиболее важным результатом расчетов является то, что если использовать значение Δ_0 для соседнего четно-четного ядра, то никакими изменениями $\hbar^2/2\mathcal{J}$ и β невозможно добиться согласия расчетов с экспериментом. Типичная зависимость от Δ показана на рис. 8. При больших значениях Δ вращательная полоса оказывается слишком сжатой внизу. Согласие с экспериментом можно получить ценой сильной перенормировки (в 2-2,5 раза) величины щели. Результаты расчетов спектров ядер ^{161}Er и ^{163}Er /39/ приведены на рис. 9 и 10. Отметим, что использованные в расчетах значения $\hbar^2/2\mathcal{J}$ практически совпадают с извлекаемыми из вращательных полос на основных состояниях соседних четно-четных ядер ^{162}Er и ^{164}Er ($\hbar^2/2\mathcal{J}$ = 17 и 15,2 кэв соответственно /29/).

Возникает вопрос о реальности такой сильной перенормировки. Для выяснения роли различных эффектов в уменьшении щели получим уравнение для щели, зависящей от спина, минимизацией энергии $\mathcal{E}(I)$ по Δ для каждого значения спина. Сохраняя инвариантными соотношения (20) и (21), а также учитывая условие самосогласования (16), получим из требования $\frac{\partial \mathcal{E}(I)}{\partial \Delta} = 0$ уравнение для щели в виде

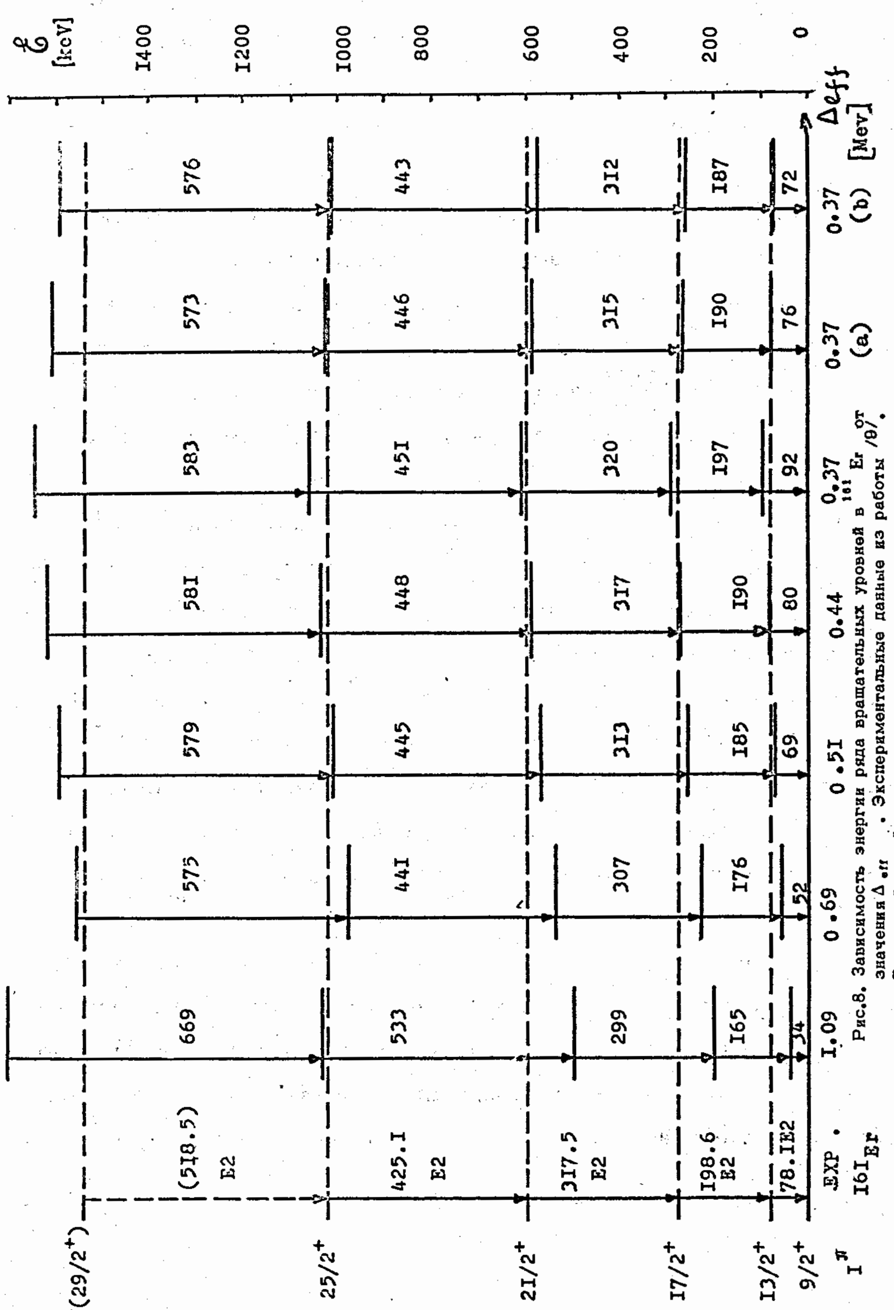

Рис.8. Зависимость энергии ряда вращательных уровней в ^{161}Er от значения Δ_{eff}. Экспериментальные данные из работы /8/. Во второй-пятой колонках показаны результаты расчетов со смешиванием пяти уровней ($K = 1/2 - 5/2$). Последние две колонки показывают эффекты от добавления к ним одного уровня $7/2^+[633]$ (а) и двух уровней ($7/2^+[633]$ и $9/2^+[624]$) (в). Расчеты проведены при $\hbar^2/2\mathcal{J} = 17$ кэв.

$$\frac{2}{G} = \sum_s \frac{1}{E_s(I)} - \sum_{\nu K} (C^I_{\nu K})^2 \frac{1}{E_{\nu K}} - \hbar^2 \frac{\partial}{\partial \Delta^2} \left[\frac{g(I)}{\mathcal{J}(I)} \right]. \quad (27)$$

Второй член в правой части (27) обусловлен эффектом блокировки, взаимодействие Кориолиса дает поправку $-\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} \frac{1}{\Delta} \frac{\partial g(I)}{\partial \Delta}$, а взаимодействие между вращением и спариванием – поправку $\frac{\hbar^2 g(I)}{\mathcal{J}^2} \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \Delta^2}$, хорошо известную в четно-четных ядрах /22,23/. Взаимодействие между вращением и спариванием можно учитывать по теории возмущения. Для этого предположим, что нам известно решение Δ_c приближенного уравнения

$$\frac{2}{G} = \sum_s \frac{1}{E_s(\Delta_c)} - \sum_{\nu K} (C^I_{\nu K})^2 \frac{1}{E_{\nu K}(\Delta_c)} - \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} \frac{1}{\Delta_c} \frac{\partial g(I)}{\partial \Delta}\Big|_{\Delta=\Delta_c}. \quad (28)$$

Тогда, решая уравнение (27) в первом порядке по $g(I)$, получим выражение для щели $\Delta(I)$:

$$\Delta(I) = \Delta_c \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\hbar^2 g(I)}{S(\Delta_c)\, \mathcal{J}^2} \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \Delta}\Big|_{\Delta=\Delta_c} \right], \quad (29)$$

где

$$S(\Delta_c) \equiv \sum_s \frac{\Delta_c^3}{E_s(\Delta_c)^3} - \sum_{\nu K} (C^I_{\nu K})^2 \frac{\Delta_c^3}{E_{\nu K}(\Delta_c)^3},$$

и для энергии:

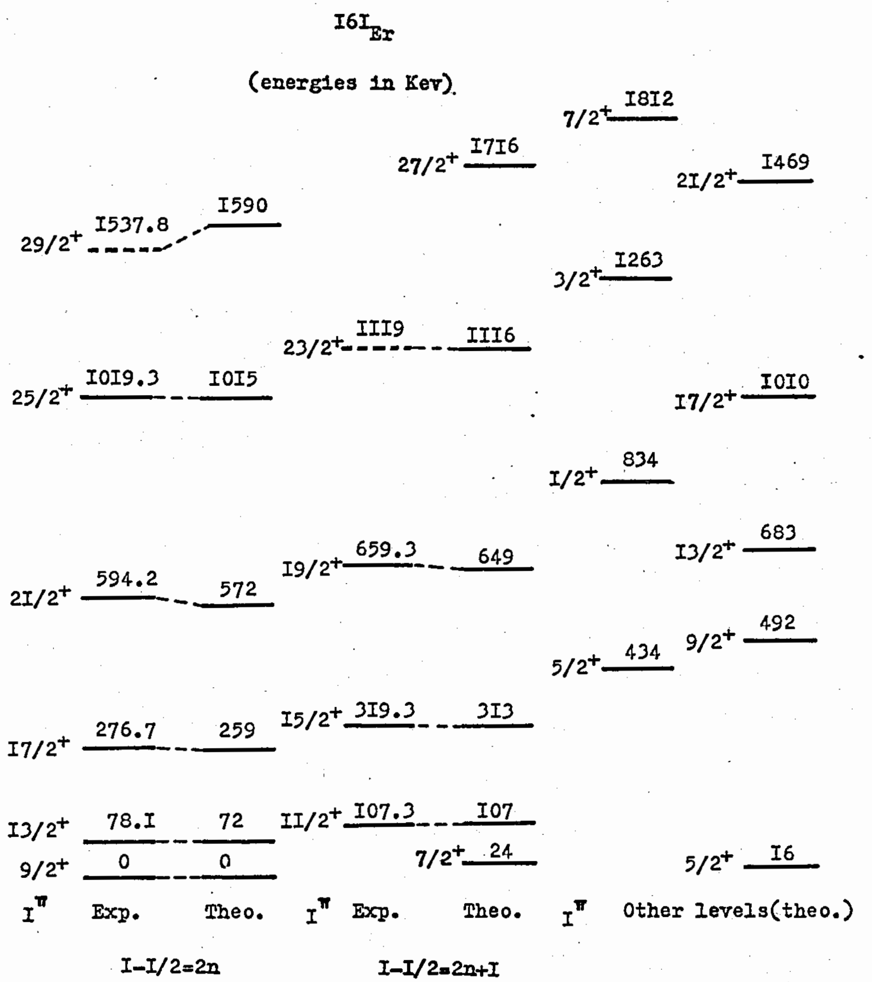

Рис.9. Сравнение теоретических расчетов в ^{161}Er, выполненных при $\hbar^2/2\mathcal{J}$ = 17 кэв и Δ_{eff} = 0,37 Мэв, с экспериментальными данными /9/. Учтено смешивание семи уровней. В последних двух колонках приведен ряд предсказанных теорией низколежащих уровней, имеющих большие компоненты состояний $1/2^+[660]$ и $5/2^+[642]$.

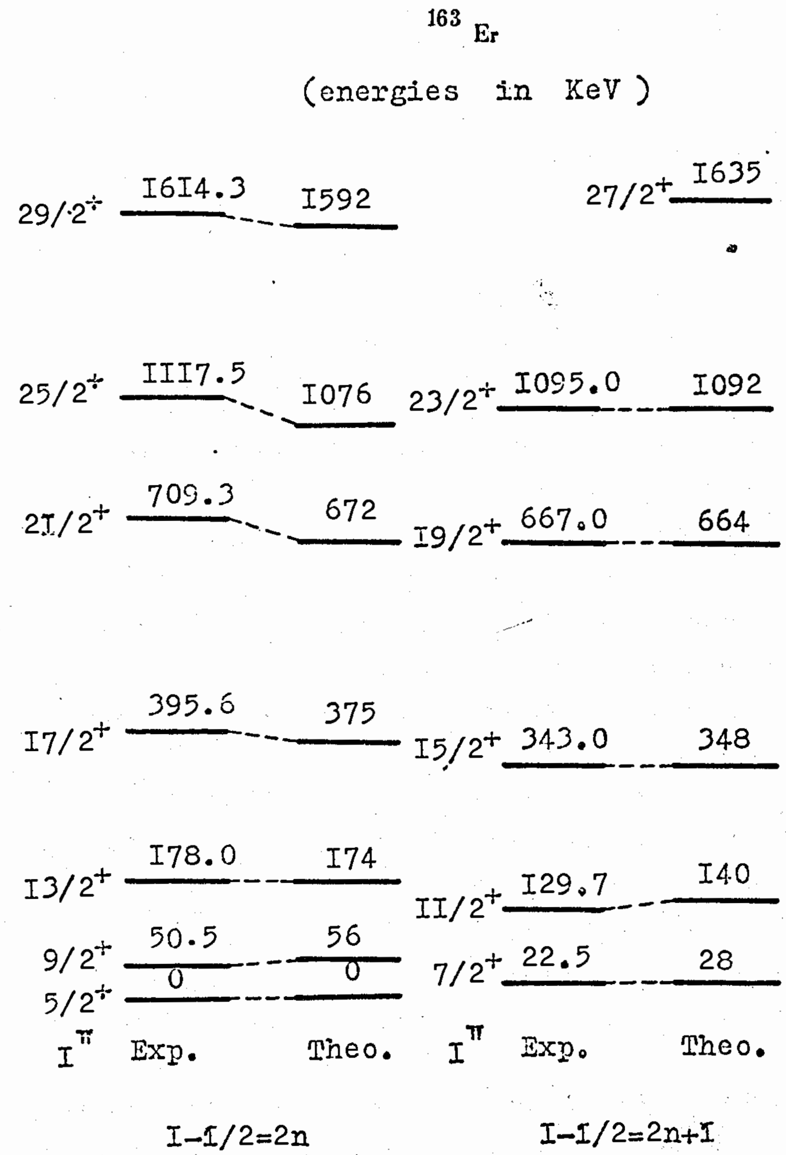

Рис.10. Сравнение теоретических расчетов для ^{163}Er, выполненных при $\hbar^2/2\mathcal{J}$ = 15 кэв и Δ_{eff} = 0,23 Мэв, с экспериментальными данными /9/.

$$\mathcal{E}(I) = U(\Delta_c) + \sum_{\nu K} (C^{I}_{\nu K})^2 E_{\nu K}(\Delta_c) +$$

$$+ \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} g(I) + B_c g^2(I) + \ldots, \tag{30}$$

где

$$B_c \equiv - \frac{\Delta_c}{8S(\Delta_c)} \left[\frac{\hbar^2}{\mathcal{J}^2} \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \Delta} \Big|_{\Delta=\Delta_c} \right]^2.$$

Таким образом, вращательный спектр в нечетном ядре может сильно отклоняться от последовательности, описываемой формулой типа (3). Рис.11 иллюстрирует различие между $I(I+1)$ и $g(I)$ в изотопах эрбия. Заметим, что в тех случаях, когда $g(I) < 0$, взаимодействие между вращением и спариванием, как следует из формулы (29), будет приводить к увеличению щели (по сравнению с Δ_c), а не к уменьшению, как в четно-четных ядрах. Вообще поправка в Δ от этого взаимодействия в нечетных ядрах будет значительной лишь при очень высоких значениях спина.

Таким образом, значительного уменьшения щели можно ожидать только из-за эффектов блокировки и взаимодействия Кориолиса. Ввиду зависимости Δ_c от спина (через амплитуды $C^{I}_{\nu K}$ и $g(I)$) может меняться и энергия $U(\Delta_c)$. Это изменение не учитывалось нами в расчетах, а эффективно сводилось к изменению $E_{\nu K}$. Возможно, что при учете изменения $U(\Delta_c)$ не потребуется сильной перенормировки Δ.

Дополнительные эффекты могут возникнуть при учете центробежного взаимодействия H_j частиц на смешиваемых уровнях. Это взаимодействие приведет к трехквазичастичным примесям во внутренних волновых функциях (18), а следовательно, к перенормировке матричных

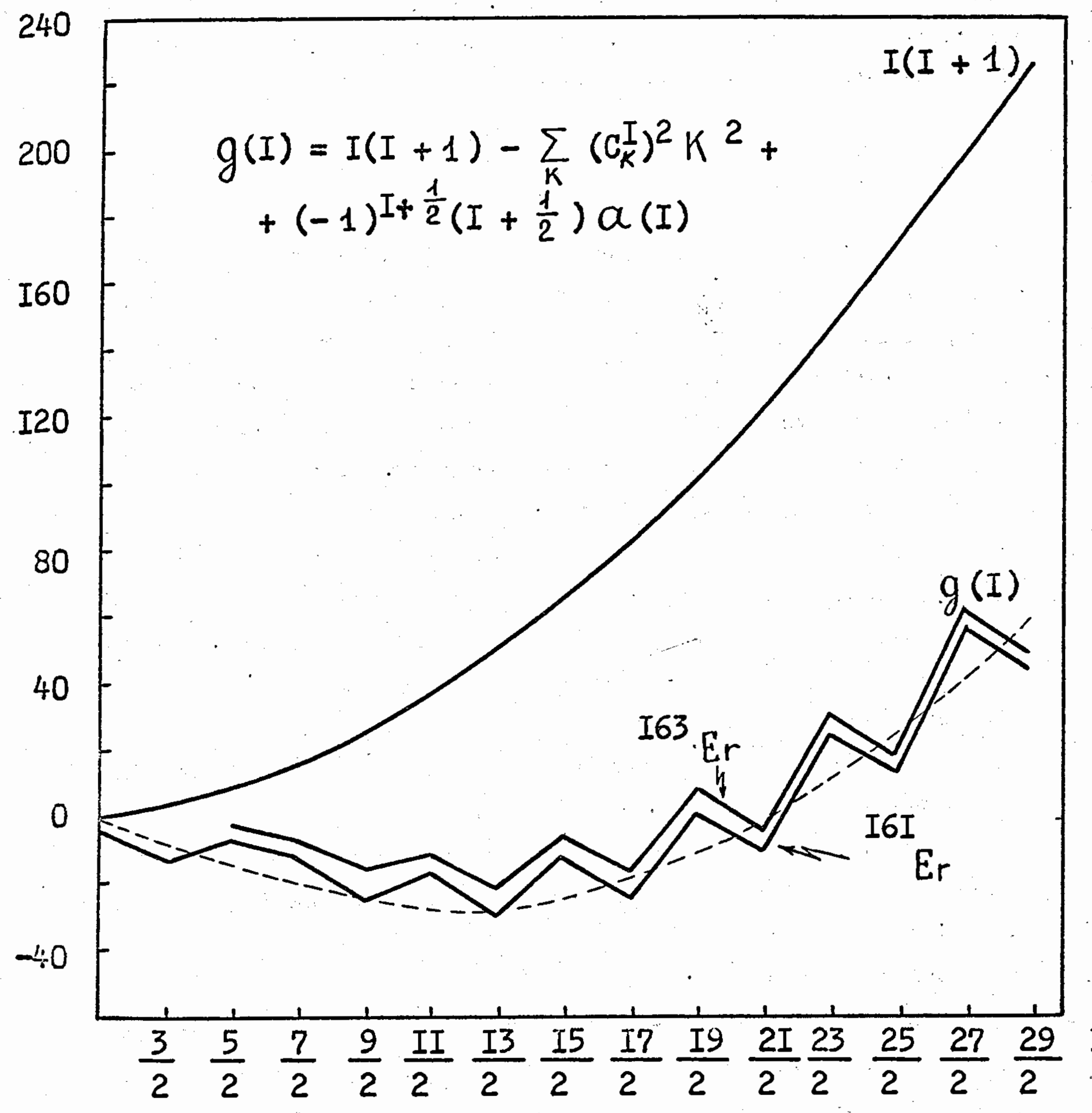

Рис.11. Сравнительное поведение функций $g(I)$ и $I(I+1)$ в ядрах ^{161}Er и ^{163}Er. Значения $g(I)$ соответствуют уровням, показанным на рис. 9 и 10. Пунктирная кривая показывает усредненное поведение $g(I)$, имеющей минимум при $I = 13/2$.

элементов взаимодействия Кориолиса. Используя формализм, развитый в работах [47], можно грубо эффект перенормировки свести к фактору R_j при $\langle IM|H_{cor}|IM\rangle$, имеющему вид:

$$R_j = \frac{1-\mathcal{J}_c/\mathcal{J}}{1+\mathcal{J}_c/\mathcal{J}}, \qquad (31)$$

где $\mathcal{J}_c$ – вклад взаимодействующих уровней в момент инерции ядра. Учет этого фактора можно заменить уменьшением вращательного параметра, входящего в указанный матричный элемент, что и делалось, например, в работе Хьорса и др. [9]. Выбираемый ими параметр $\hbar^2/2\mathcal{J}$ при H_{cor} соответствует $R_j \approx 0{,}75$. Уменьшение Δ в наших расчетах в значительной степени эквивалентно перенормировке матричных элементов H_{cor} при смешивании частично-дырочных состояний.

В последние годы было проведено много исследований, посвященных микроскопическому описанию параметров феноменологических формул для вращательных энергий. Параметр A обычно связывают с эффективным моментом инерции $\mathcal{J}\,(A=\hbar^2/2\mathcal{J})$, величина которого вычисляется в крэнкинг-модели или модификациях, учитывающих парные корреляции (см., например, [43,44]). Детальные численные расчеты были проведены недавно Приором и др. [48]. Микроскопические расчеты параметра неадиабатичности B на основе модели ядра с парными и квадрупольными взаимодействиями проводились как в четно-четных [18-20,22-24], так и в нечетных ядрах [42]. В большинстве из упомянутых работ взаимодействие внутреннего и вращательного движений учитывалось по теории возмущений разложением в ряд по $I(I+1)$. Для получения хорошего согласия вычисленных значений параметров B с экспериментальными (в тех случаях, когда ряд (6) быстро сходится), как правило, необходимо учитывать зависимость Δ от частоты вращения, эффекты растяжения ядра при вращении, зависимость химпотенциала от частоты вращения и т.д. Отметим характерную особенность: в четно-четных ядрах параметр B всегда отрицательный (это приводит к сжатию вращательной полосы), в нечетных ядрах знак у B различный для различных вращательных полос. Такое различие обусловлено взаимодействием нечетной частицы с вращательным движением. Эффекты этого взаимодействия наиболее заметны, когда нечетная частица занимает уровень, принадлежащий сферической подоболочке с большим j. Так, для всех вращательных полос на одночастичных уровнях из подоболочки $i_{13/2}$ экспериментальные значения $B>0$ [42].

4. Заключение

В работе дан краткий обзор ряда современных феноменологических и полумикроскопических (т.е. использующих философию крэнкинг-модели) подходов к описанию вращательного движения в нечетных атомных ядрах. Нам кажется, что проводящиеся в настоящее время эксперименты по обнаружению "длинных" вращательных полос в ядерных реакциях требуют создания неадиабатической модели, учитывающей в равной степени взаимодействие одночастичного, вращательного и колебательного движений.

Авторы выражают благодарность З. Бохнацки за многочисленные обсуждения вопросов, затронутых в работе.

Литература

1. D.J.Thouless. Nucl.Phys., 21, 225 (1960);
D.J.Thouless and J.G.Valatin. Nucl.Phys., 31, 211 (1962).
2. A.Klein and A.K.Kerman. Phys.Rev., 138, B1323 (1965);
A.Klein, L.Celenza, A.K.Kerman. Phys.Rev., 140, B245 (1965).

3. T.Marumori, M.Yamamura et al. Suppl.Prog.Theor.Phys., Extra Number, 1968, p.179.
4. С.Т.Беляев, В.Г.Зелевинский. Препринт 298, ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1969.
5. И.Н.Михайлов, Е.Наджаков. Сообщение ОИЯИ, Р4-4293, Дубна,1969.
6. E.R.Marshalek and J.Weneser. Annals of Physics, 53, 569 (1969).
7. F.S.Stephens, M.D.Holtz, R.M.Diamond, J.O.Newton. Nucl.Phys., A115, 129 (1968).
8. F.S.Stephens. Proceed.Int.Conf.Prop.Nucl., States, Montreal, Canada, 1969 ed. by M.Harvey. Les Presses de L'Université de Montreal. 1969, p.127.
9. K.A.Hagemann, S.A.Hjorth, H.Ryde and H.Ohlsson. Phys.Lett., 28B, 661 (1969);
S.A.Hjorth, H.Ryde et al. Preprints (to be published).
10. G.Winter, L.Funke, K.Hohmuth et al. Contributions, Int.Conf. Prop. Nucl. States, Montreal, Canada, 1969.
11. A.Bohr. Rotational States of Atomic Nuclei. Copenhagen, 1954. (Перевод в ПСФ, 1, 1956).
12. A.K.Kerman. Nuclear Reactions, v.1, ed. by P.M.Endt and M.Demeur, North-Holl. Publ.Co., 1959.
(Перевод в сб. "Ядерные реакции", т. 1., Атомиздат, М., 1962, стр. 411).
13. S.A.Moszkowski. Proc.Int.Conf. Nuclear Spin Parity Assignments, Gatlinburgh, 1965, ed. by N.B.Gove and R.L.Robinson (Acad. Press), p.429;
P.S.Sood.Can. J.Phys., 46, 1419, (1968) and Contributions, Int. Conf.Properties of Nuclear States, Montreal, Canada, 1969, p.12.

14. S.M.Harris. Phys.Rev., 138, B509 (1965).
15. A.S.Davydov and A.A.Chaban.Nucl.Phys., 20, 499 (1960).
16. A.Faessler, W.Greiner and R.K.Sheline. Nucl.Phys., 70, 33 (1965).
17. А.С.Давыдов. Возбужденные состояния атомных ядер. Атомиздат, М., 1967.
18. I.M.Pavlichenkov. Nucl.Phys., 55, 225 (1964).
19. E.R.Marshalek. Phys.Rev., 139, B770 (1965).
20. T.Udagawa and R.K.Sheline. Phys.Rev., 147, 671 (1966).
21. B.R.Mottelson and J.G.Valatin. Phys.Rev.Lett., 5, 511 (1960).
22. M.Sano and M.Wakai. Nucl.Phys., 67, 481 (1965); A97, 298 (1967).
23. K.Y.Chan and J.G.Valatin. Nucl.Phys., 82, 222 (1966).
24. J.Krumlinde. Nucl.Phys., A121, 306 (1968).
25. A.K.Kerman. Mat.Fys.Medd.Dan.Vid.Selsk., 30, No.15 (1956).
26. О.Бор, Б.Моттельсон. Атомная энергия, 14, 41 (1963).
27. A.Borh and B.R.Mottelson. Nuclear Structure. Part II, ch.4 (to be published).
28. Б.С.Джелепов. Структура сложных ядер. Атомиздат, М., 1966, стр. 189.
29. R.M.Diamond, B.Elbek and F.S.Stephens. Nucl.Phys., 43, 560 (1963).
30. J.O.Newton.Nucl.Phys., A108, 353 (1968).
31. S.A.Hjorth, H.Ryde, B.Skanberg.Ark.Fys., 38, 537 (1968).

32. M.E. Bunker and C.W. Reich. Phys. Lett., 25B, 396 (1967);
J. Borggreen, G. Løvhøiden, J.C. Waddington. Nucl. Phys., A131, 241 (1969);
K.A. Hagemann, G. Løvhøiden et al. (to be published).
33. R.T. Brockmeier, S. Wahlborn et al. Nucl. Phys., 63, 102 (1965).
34. В. Бондаренко, Ю. Тамберг. Известия АН Латв. ССР, сер. физ. и тех. наук, №6, 11 (1969).
35. C.W. Reich and M.E. Bunker. Nuclear Structure. Dubna Symposium 1968. IAEA, Vienna, 1968, p. 119.
36. В.С. Погосян, Р.А. Сардарян. Изв. АН Арм. ССР, сер. физ., 1, 289 (1966).
37. М.И. Черней, В.Д. Овсянников. ЯФ, 10, 262 (1969).
38. М.И. Черней, Н.И. Пятов. Препринт, Е4-4523, Дубна, 1969.
39. М.И. Базнат, Н.И. Пятов, М.И. Черней. Phys. Lett., 31B, 192 (1970).
40. V.G. Soloviev. Nuclear Structure, Dubna Symposium 1968. IAEA, Vienna, 1968, p. 101.
41. Н.Н. Боголюбов, В.В. Толмачев, Д.В. Ширков. Новый метод в теории сверхпроводимости. Изд. АН СССР, М., 1958.
42. I. Hamamoto and T. Udagawa. Nucl. Phys., A126, 241 (1969).
43. А.Б. Мигдал. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. Изд. "Наука", М., 1965.
44. S.T. Belyaev. Selected Topics in Nuclear Theory, ed. by F. Janouch. IAEA, Vienna, 1963, p. 291.
45. Ф.А. Гареев, С.П. Иванова, Б.Н. Калинкин. Изв. АН СССР, сер. физ., 32, 1690 (1968).
46. R.K. Sheline, M.J. Bennet et al. Phys. Lett., 26B, 14 (1967).

47. А.А. Кулиев, Н.И. Пятов. ЯФ, 9, 313 (1969).
48. O. Prior, F. Boehm and S.G. Nilsson. Nucl. Phys., A110, 257 (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел
5 марта 1970 года.