ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 4923

Т.Г. Ефименко, Б.Н. Захарьев, О. Лхагва

ВАРИАЦИОННАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ О РЕАКЦИЯХ С ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ЧАСТИЦ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1970

P4 - 4923

Т.Г. Ефименко, Б.Н. Захарьев, О. Лхагва

ВАРИАЦИОННАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ О РЕАКЦИЯХ С ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ЧАСТИЦ

Направлено в "Известия АН СССР" сер. физ.

В в е д е н и е

В теории рассеяния существуют различные вариационные методы, позволяющие вычислять физические величины устойчивым (относительно допускаемых погрешностей) образом. Имеется два вариационных принципа, на которых преимущественно базируются эти методы.

В первом из них используется дифференциальная форма уравнения Шредингера (Коон[1]). Второй основывается на интегральном уравнении Липпмана-Швингера (Швингер[2]).

В данной работе обсуждается применение принципа Коона для описания реакций с перераспределением частиц, а также процессов с участием нескольких (≥ 3) свободных фрагментов до или после реакции (например, типа $A + B \to a + b + c$).

Вариационный принцип Коона успешно применялся для расчёта рассеяния без изменения состава сталкивающихся комплексов в целом ряде работ (см.[3,4]).

Можно обобщить этот подход на реакции с перераспределением частиц. После завершения работы нам стали известны результаты, полученные в данной области другими авторами[5,6,7]. Однако предлагаемый здесь метод представляется более удобным для практических применений.

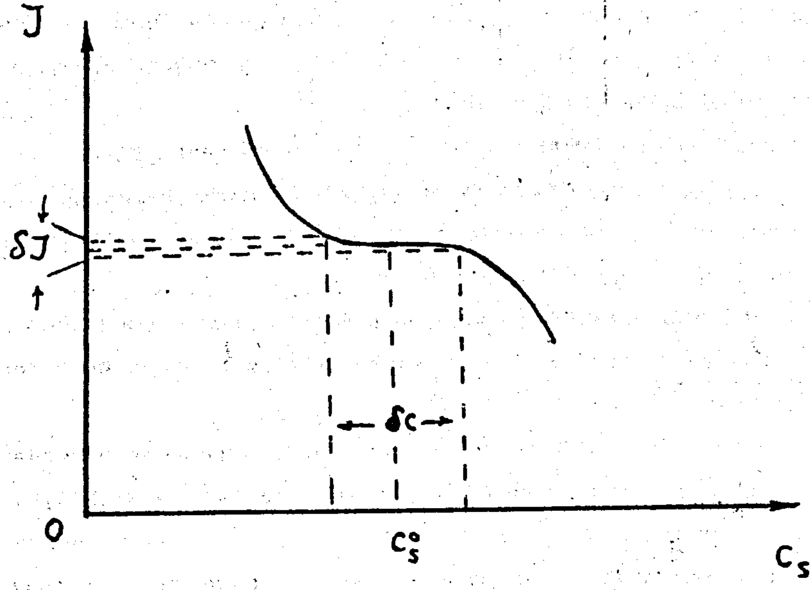
Стационарные функционалы для амплитуд рассеяния

В вариационных принципах для искомых физических величин строятся функционалы (J), обладающие важным свойством стационарности относительно вариаций пробных функций ($\delta J = 0$).

Для наглядности можно проиллюстрировать это свойство следующим идеализированым примером.

Пусть пробные функции, входящие в J , зависят от бесконечного числа параметров C_i , которые при определенных значениях (C_i^0) делают J точно равным искомой величине.

Зафиксируем эти значения для всех параметров, кроме одного C_s, тогда зависимость $J(C_s)$ характеризуется тем, что в точке C_s^0 производная $\frac{\partial J}{\partial C_s} = 0$ (см. рис.), т.е. вблизи C_s^0 функционал J слабо чувствителен к изменениям C_s .



В методе Коона функционалы для амплитуд рассеяния f имеют общий вид [3]:

$$J_a = f_a - \frac{k_a}{4\pi} \int \Psi_2^{(a)} (H-E)\, \Psi_1 \, d\tau \, . \qquad (1)$$

Здесь Ψ_1 – волновая функция, соответствующая исследуемой реакции, k_α – волновое число в канале α. Выбор $\Psi_2^{(\alpha)}$ зависит от того, для какой конкретной амплитуды (f_α) ищем стационарное значение.

Вспомогательная функция Ψ_2 удовлетворяет тому же уравнению Шредингера, что и Ψ_1, только со специальными (α) граничными условиями. Именно: в Ψ_2 падающая волна имеется лишь в том канале (α), по которому в Ψ_1 расходится волна с интересующей нас амплитудой f_α [x]. Строится столько же функционалов J_α, сколько нам нужно вычислить амплитуд f_α.

Реакции с перераспределением частиц

Доказательство стационарности функционалов J в данном случае можно провести аналогично тому, как это делается в задачах без перераспределения [3]. Нужно только помнить, что каналы с разным составом частиц на асимптотике не перекрываются, и поэтому дополнительные интегралы ("недиагональные" по составу частиц) исчезают.

В работе [8] был предложен метод описания (в рамках формализма сильной многоканальной связи) реакций с изменением состава частиц. Покажем, как модифицировать метод [8], чтобы вычисляемые амплитуды обладали свойством стационарности. Пробные функции отыскиваются в виде [8]

$$\Psi_{1(2)} = X_{1(2)} + \Phi_{1(2)}, \tag{2}$$

[x] Если вычисляется парциальная амплитуда f^{α}_{lm}, то в Ψ_2^{α} падает только соответствующая (lm) сферическая волна. Для расчёта $f(\theta,\phi)$ Ψ_2 выбирается с падающей плоской волной в канале (α) по направлению θ, ϕ. Напомним, что в Ψ_1 плоская волна распространяется вдоль оси z.

где функция Φ, известная с точностью парциальных амплитуд $f_{n\ell m}$ ($\Phi = \sum f_{n\ell m}\,\phi_{n\ell m}$), описывает асимптотическое поведение Ψ в определенных каналах. В Φ может также входить не зависящий от f член, соответствующий падающей волне Φ_0.

Отличие метода, основанного на вариационном принципе, от метода /8/ заключается, во-первых, в том, что иначе строятся алгебраические уравнения для f. В качестве вариационных параметров C_i в (2) рассматриваются коэффициенты разложения X, которые могут быть функциями координат, а также амплитуды f. Во-вторых, вычисляется поправка к f, согласно формуле (1).

Благодаря тому, что параметры Ψ_1 ищем из условия $\int \delta \Psi_2 (H-E)\Psi_1 dz = 0$ (это равносильно системе уравнений $\delta J/\delta C_i = 0$), отличный от нуля вклад в поправку к f будет иметь место в случае, если Ψ_2 содержит выделенное явно, независимое от параметров C_i слагаемое – падающую волну Φ_0:

$$f_a = f_a - \frac{k_a}{4\pi}\int \Phi_0 (H-E)\Psi_1 d\tau . \qquad (3)$$

Поправка к f исчезает, если падающая волна входит в X_2 (в этом случае в каналах, асимптотика которых выделена в Φ_2, есть только уходящие волны).

Реакции, в которых в начале или в конце процесса число свободных частиц больше двух

До сих пор мы ограничивались рассмотрением процессов типа $A + B \to C + D$, когда частицы до и после реакции группируются в два фрагмента – полная энергия E системы недостаточна для развала на большее число (фрагментов) частиц. В этом случае при расстояниях между фрагментами, больших радиуса их взаимодействия, энергия E делилась дискретным образом между типами движения: внутренним (финитным) движением частиц в фрагментах и относительным движением фрагментов. Благодаря этому волновая функция имела асимптотическую форму суммы по конечному числу открытых каналов. Мы пользовались этим при разложении Ψ по дискретному базису. Выше порога деления на три фрагмента полная энергия может уже непрерывным образом распределяться по различным типам движения. Аналогично тому, как в задаче двух тел задание конечного числа парциальных амплитуд определяет непрерывное угловое распределение, так и в случае большего числа фрагментов (N) парциальные (по квантовым числам "глобального" момента[8,9]) амплитуды определяют наряду с угловым и энергетическое распределение.

Для свободного движения многих частиц "глобальный" момент является сохраняющейся величиной. Поэтому удобно представлять в виде разложения по собственным угловым (гиперсферическим) функциям Y_K (Ω_{2N-4}) этого момента ту часть волновой функции, которая имеет асимптотику, соответствующую развалу системы на несколько фрагментов. Например, в случае трех частиц ищем волновую функцию в виде:

$$\Psi_{1(2)} = \sum_K X_{1(2)K}(\rho)\, Y_K(\Omega_5) + \Phi_{1(2)}, \qquad (4)$$

где ρ, Ω_5 – 6 координат, характеризующих внутреннее движение системы 3-х частиц, а Φ, как и в (2), соответствует асимптотике двухчастичных каналов. Под K в (4) понимается набор квантовых чисел.

В таком разложении по K – гармоникам следует оставлять лишь члены с $K \le K_{max}$, где K_{max} определяется максимальной угловой (Ω_5) скоростью изменения Ψ. Это аналогично тому, как в случае с обычными сферическими гармониками $Y_{\ell m}$ нужно учитывать конечное число ℓ, если область взаимодействия ограничена.

Стационарные функционалы для амплитуд рассеиния строятся по формуле (1). Пусть нас интересует парциальная амплитуда f_K, соответствующая переходу в состояние Ψ_{K_α} с тремя свободными частицами с определенным энергетическим и угловым распределением (отвечающим набору квантовых чисел K_α)[x/]:

$$\Psi_{K_\alpha} \underset{\rho\to\infty}{\approx} f_{K_\alpha} \frac{e^{ik\rho}}{\rho^{5/2}} Y_K(\Omega_5). \tag{5}$$

Тогда Ψ_2 следует выбрать с таким граничным условием: падающая волна $Y_{K_\alpha}(\Omega_5)\, e^{-iK\rho}/\rho^{5/2}$ имеется только в парциальном канале K_α. С помощью f_k парциальное сечение определяется по формуле /10,11/

$$\sigma_K = \frac{k}{\pi k_0} \cdot |f_K|^2. \tag{6}$$

В заключение выражаем благодарность И.В.Амирханову, В.П.Жигунову, А.И.Титову за полезное обсуждение вопросов, связанных с темой данной работы.

---

x/ В канале развала асимптотика Ψ имеет вид

$$\underset{R_1\, r\to\infty}{\approx} \frac{1}{rR} \int_0^{\sqrt{2E}} k_r dk_r\, e^{i(k_r r + k_R R)} f(k_r, k_R, \Omega_r, \Omega_R) \text{(в координатах Якоби)}$$

$$\underset{\rho\to\infty}{\approx} \frac{k^{1/2}}{\rho^{5/2}} e^{ik\rho} f(\Omega_5) = \sum_K f_K Y_K(\Omega_5) \frac{e^{ik\rho}}{\rho^{5/2}} \text{(в координатах } \rho,\ \Omega_5).$$

Литература

1. W. Kohn. Phys.Rev., 74, 1763 (1948).
2. J. Schwinger. Phys.Rev., 72, 742 (1947).
3. Ю.Н.Демков. Вариационные принципы в теории столкновений. Физматгиз, Москва, 1958.
4. C. Schwartz. Phys.Rev., 124, 1468 (1961).
5. T. Omura, B. Imanishi, M. Ichimura and M. Kawai. Prog. Theor. Phys., 41, 391 (1969).
6. J. Nuttall. Phys.Rev.Lett., 19, 473 (1967).
7. M.R.H.Rudge and M.J.Seaton. Proc.Roy.Soc., 283, 262 (1965).
8. Т.Г.Ефименко, В.П.Жигунов, Б.Н.Захарьев. Ann.Phys., (N.Y.)47,275 (1968).
9. В.В.Пустовалов, Я.А.Смородинский. ЯФ, 10, 1287 (1969).
10. M.Delves. Nucl.Phys., 20, 275 (1960); 29, 268, 326 (1962).
11. M.R.H. Rudge. Rev.Mod.Phys., 40, 4564 (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел

9 февраля 1970 года.