A-62

10/II-70

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 4863

И.В. Амирханов, О. Лхагва, З.К. Смедарчина

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

МЕТОД УЧЕТА ТВЕРДОЙ СЕРДЦЕВИНЫ В ФОРМАЛИЗМЕ МНОГОКАНАЛЬНОЙ СВЯЗИ

1969

Р4 - 4863

И.В. Амирханов, О. Лхагва, З.К. Смедарчина

МЕТОД УЧЕТА ТВЕРДОЙ СЕРДЦЕВИНЫ В ФОРМАЛИЗМЕ МНОГОКАНАЛЬНОЙ СВЯЗИ

Направлено в ЯФ

Введение

Для объяснения поведения s-фазовых сдвигов нуклон-нуклонного рассеяния при больших энергиях (≈ 300 Мэв), свойств насыщения ядерных сил и т.д. приходится вводить в потенциале взаимодействия так называемую твердую сердцевину (бесконечный кор). Многочисленные исследования /1/, проведенные в последнее время, показали, что поведение потенциала на малых расстояниях существенно влияет на свойства малонуклонных систем. Согласно работам /1/, отталкивающие силы дают заметный вклад в энергию основного состояния, в электромагнитный форм-формфактор, в дублетную длину nd-рассеяния и т.д. Но расчёты с твердой сердцевиной сталкиваются с большими трудностями, которые возникают при решении уравнения Шредингера методами математической физики.

Прямые методы математической физики позволяют сводить задачу трех и более тел к решению системы обыкновенных дифференциальных /2,3/, алгебраических и интегральных уравнений /4/. Это достигается путем разложения волновой функции системы Ψ по собственным функциям Φ_n вспомогательной задачи. Полученные уравнения могут быть решены численно на современных электронно-вычислительных машинах (ЭВМ). Но для этого сначала надо вычислить коэффициенты

$$W_{nm} = \int d\rho \, \Phi_n V \Phi_m , \qquad (1)$$

смешивающие одно уравнение с другим. Если потенциал взаимодействия V имеет твердую сердцевину (см. рис. 1), то интеграл (1) расходится, и тем самым переход от уравнения Шредингера к системе уравнений теряет смсыл

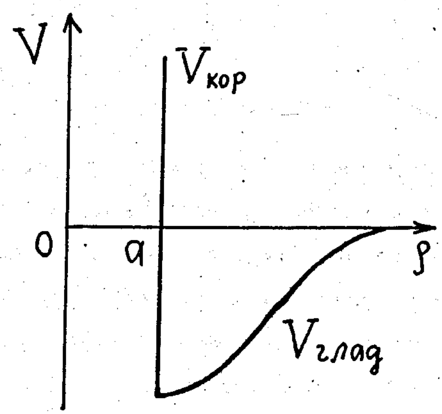

Рис. 1

Потенциал взаимодействия состоит из двух частей $V = V_{кор} + V_{глад}$, где $V_{кор}$ – твердая сердцевина и $V_{глад}$ – гладкая часть потенциала.

В работе[5] развит удобный способ решения системы дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений. Несколько измененный и усовершенствованных вариант этого метода позволяет преодолеть вышеупомянутую трудность. В первом разделе рассматриваются методы сильной связи каналов[2,6], а во втором – метод гармонических функций[3].

Предлагаемый метод может быть использован как для задач рассеяния, так и для задач на связанные состояния и для потенциалов, имеющих особенность в нуле.

1. Учёт твердой сердцевины в методе сильной связи каналов

С трудностями по учёту твердого кора мы сталкиваемся уже в задаче трех тел. Поэтому для простоты все рассуждения будем проводить для этого случая. Обобщение на случай с числом тел более трех делается аналогичным способом.

Будем использовать координаты Якоби (R_i, ρ_{jk}). Тогда уравнение Шредингера для системы трех частиц, взаимодействующих между собой парными потенциалами, после исключения центра инерции можно представить в следующем виде:

$$[T_{\vec{R}_i} + h_{jk} + v_i - E]\Psi = 0, \quad i \neq j \neq k = 1,2,3, \tag{2}$$

где

$$h_{jk} = [T_{\vec{\rho}_{jk}} + V_{jk}], \quad j \neq k = 1,2,3 \quad - \tag{3}$$

– двухчастичный гамильтониан и

$$v_i = (V_{ij} + V_{ik}), \quad i \neq j \neq k = 1,2,3. \tag{4}$$

Решения уравнения для задачи двух тел

$$h_{jk}\,\phi_{n_i} = \epsilon_{n_i}\,\phi_{n_i}, \quad i \neq j \neq k = 1,2,3 \tag{5}$$

будем считать известными.

Нам необходимо решить уравнение (2) с определенными граничными условиями, сформулированными ниже.

а) Начнем с простого частного случая, когда потенциал взаимодействия двух частиц (для определенности первой и второй) есть бесконечная яма, т.е. уравнение (5) имеет только дискретный спектр, и третья частица падает на эту "сложную" систему. Третья частица взаимодействует с первыми двумя частицами с потенциалами $V_{13} = V_{13}^{кор} + V_{13}^{глад}$ и $V_{23} = V_{23}^{кор} + V_{23}^{глад}$, которые имеют соответственно бесконечную сердцевину при $\rho_{13} \le a_{13}$ и $\rho_{23} \le a_{23}$ (см. рис. 1), и гладкая часть потенциала удовлетворяет условию:

$$\int\limits_{a_{ij}}^{\infty} d\rho_{ij}\, |V_{ij}(\rho_{ij})|^2 < \infty, \quad i \ne j = 1,2,3. \tag{6}$$

Так как "сложная" частица в процессе рассеяния может только возбуждаться, то уравнение Шредингера нужно решать со следующими граничными условиями:

$$\Psi \xrightarrow[R_3 \to \infty]{} \sum_{L_3 M_3}^{\infty} \sum_{n_3=1}^{\infty} \frac{1}{R_3} \phi_{n_3}(\vec\rho_{12})[\delta_{n_3\beta} f_{L_3}(k_{n_3} R_3) + F_{n_3 L_3 M_3} h_{L_3}(k_{n_3} R_3)] Y_{L_3 M_3}\left(\frac{\vec R_3}{R_3}\right),$$

$$\Psi \xrightarrow[R_3 \to 0]{} 0, \tag{7}$$

где

$$F_{n_3 L_3 M_3} = -\frac{1}{k_{n_3}} \int d\vec R_3\, d\vec\rho_{12}\, Y^*_{L_3 M_3} \phi^*_{n_3} f_{L_3} V_3 \Psi \quad - \tag{8}$$

амплитуды рассеяния в каждом канале, f_{L_3} и h_{L_3} связаны [7] с функциями Бесселя следующим образом:

$$f_{L_3} = k_{n_3} R_3 j_{L_3}(k_{n_3}, R_3) = (\tfrac{1}{2}\pi k_{n_3}, R_3)^{1/2} J_{L_3+\frac{1}{2}}(k_{n_3}; R_3),$$

$$g_{L_3} = -k_{n_3} R_3 n_{L_3}(k_{n_3} R_3) = (-1)^{L_3} (\tfrac{1}{2}\pi k_{n_3} R_3)^{1/2} J_{-(L_3+\frac{1}{2})}(k_{n_3}, R_3),$$

$$h_{L_3} = g_{L_3} + i f_{L_3},$$

и

$$k_{n_3} = \sqrt{\frac{M_3}{\hbar^2}(E-\epsilon_{n_3})}, \quad M_3 = \frac{(m_2+m_1)\, m_3}{m_1+m_2+m_3}.$$

Заметим, что когда потенциал имеет бесконечную сердцевину, то волновая функция должна удовлетворять дополнительным граничным условиям

$$V_{23}\Psi = 0, \text{ при } \quad 0 \le \rho_{23} < a_{23}, \tag{9}$$

$$V_{13}\Psi = 0, \text{ при } \quad 0 \le \rho_{13} < a_{13}.$$

Чтобы легко было удовлетворить граничным условиям (7), решение удобно искать в виде следующего разложения:

$$\Psi = \sum_{L_3 M_3} \sum_{n_3} \frac{\chi_{n_3}^{L_3 M_3}(R_3)}{R_3} \phi_{n_3}(\vec{\rho}_{12}) Y_{L_3 M_3}\left(\frac{\vec{R}_3}{R_3}\right). \tag{10}$$

Подставляя (10) в (2) и умножая слева на $\phi^*_{n_3}$ и $Y^*_{L_3 M_3}$, получаем бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений на неизвестные коэффициенты $\chi_{n_3}^{L_3 M_3}$

$$\left[\frac{d^2}{dR_3^2} + k_{n_3}^2 - \frac{L_3(L_3+1)}{R_3^2}\right] \chi_{n_3}^{L_3 M_3}(R_3) = \sum_{n'_3 L'_3 M'_3} W_{n_3 L_3 M_3; n'_3 L'_3 M'_3}\, \chi_{n'_3}^{L'_3 M'_3}, \tag{11}$$

где

$$W_{n_3 L_3 M_3; n'_3 L'_3 M'_3}(R_3) = \int d\Omega_{\vec{R}_3}\, d\vec{\rho}_{12}\, Y^*_{L_3 M_3} \phi^*_{n_3} V_3 Y_{L'_3 M'_3} \phi_{n'_3}. \tag{12}$$

Теперь нам необходимо устранить сингулярности в (12), связанные с учётом отталкивающей сердцевины в потенциале взаимодействия

($V_{кор.}$) . Для этого перепишем правую часть уравнения (11) в следующем виде:

$$J^{L_3 M_3}_{n_3}(R_3) = \int d\Omega_{\vec{R}_3}\, d\vec{\rho}_{12}\, Y^*_{L_3 M_3}\, \phi^*_{n_3}\, (V_{13}+V_{23})\, \Psi \qquad (13)$$

и воспользуемся свойством квадратичной интегрируемости функций

$$I_1(\vec{R}_3, \vec{\rho}_{13}) = V_{13}(\rho_{13})\Psi(\vec{R}_3, \vec{\rho}_{12}) = V_{13}(\rho_{13})\,\Psi(\vec{R}_3, (a_1\vec{R}_3 + b_1\,\vec{\rho}_{13}))$$

и

$$I_2(\vec{R}_3, \vec{\rho}_{23}) = V_{23}(\rho_{23})\Psi(\vec{R}_3, \vec{\rho}_{12}) = V_{23}(\rho_{23})\Psi(\vec{R}_3, (a_2\vec{R}_3 + b_2\vec{\rho}_{23}))$$

соответственно по переменной $\vec{\rho}_{13}$ и $\vec{\rho}_{23}$ (в чем нетрудно убедиться, используя условия (6) и (9)), где постоянные a_1, b_1, a_2 и b_2 можно найти, используя связь между координатами Якоби $((R_i, \rho_{jk})$, $i \neq j \neq k = 1,2,3)$.

Поэтому для I_1 и I_2 справедливы следующие разложения:

$$I_1(\vec{R}_3, \vec{\rho}_{13}) = \sum_{\ell_{13} m_{13} i} Q_{\ell_{13} m_{13} i}(\vec{R}_3)\,\Phi_i(\rho_{13})\,Y_{\ell_{13} m_{13}}\left(\frac{\vec{\rho}_{13}}{\rho_{13}}\right),$$
$$I_2(\vec{R}_3, \vec{\rho}_{23}) = \sum_{\ell_{23} m_{23} j} Q_{\ell_{23} m_{23} j}(\vec{R}_3)\,\Phi_j(\rho_{23})\,Y_{\ell_{23} m_{23}}\left(\frac{\vec{\rho}_{23}}{\rho_{23}}\right), \qquad (14)$$

где

$$Q_{\ell_{13} m_{13} i}(\vec{R}_3) = \int d\vec{\rho}_{13}\, Y^*_{\ell_{13} m_{13}}\, \Phi^*_i\, I_1(\vec{R}_3, \vec{\rho}_{13}),$$
$$Q_{\ell_{23} m_{23} j}(\vec{R}_3) = \int d\vec{\rho}_{23}\, Y^*_{\ell_{23} m_{23}}\, \Phi^*_j\, I_2(\vec{R}_3, \vec{\rho}_{23}), \qquad (15)$$

$\Phi_{i(j)}$ – полный набор известных функций. Заметим, что в качестве полного набора $\Phi_i(\rho_{13})$ и $\Phi_j(\rho_{23})$ необходимо брать функции, ортонормированные соответственно в области от $\rho_{13}=a_{13}$ до ∞ и от $\rho_{23}=a_{23}$ до ∞, что обеспечивает выполнение граничных условий (9).

Используя (14) и (15), перепишем (13) в следующем виде:

$$J_{n_3}^{L_3M_3}(R_3)=\int d\Omega_{\vec{R}_3}\, d\vec{\rho}_{12}\, Y^*_{L_3M_3}\phi^* \Big[\sum_{\ell_{13}m_{13}i} Y_{\ell_{13}m_{13}}\Phi_i \int d\vec{\rho}_{13} Y^*_{\ell_{13}m_{13}}\Phi^*_i V_{13}^{\text{глад}}\Psi + \tag{16}$$

$$+\sum_{\ell_{23}m_{23}j} Y_{\ell_{23}m_{23}}\Phi_j \int d\vec{\rho}_{23} Y^*_{\ell_{23}m_{23}}\Phi^*_j V_{23}^{\text{глад}}\Psi\Big].$$

Здесь под знаком интеграла остается только гладкая часть потенциалов и тем самым снимаются трудности бесконечной сердцевины. Подставляя (10) в (16) и (16) в (11), мы получим систему интегро-дифференциальных уравнений. Теперь приведем способ решения таких уравнений.

Так как $J_{n_3}^{L_3M_3}$ – квадратично интегрируемая функция по R_3 (это обеспечивается тем, что $\phi_{n_3}(\rho_{12})$, $\Phi_i(\rho_{13})$ и $\Phi_j(\rho_{23})$ стремятся к нулю соответственно при $\rho_{12}\to\infty$, $\rho_{13}\to\infty$ и $\rho_{23}\to\infty$), то справедливо следующее разложение

$$J_{n_3}^{L_3M_3}(R_3)=\sum_{\alpha} A_{\alpha}^{n_3L_3M_3}\,\Phi_{\alpha}(R_3), \tag{17}$$

где

$$A_{\alpha}^{n_3L_3M_3}=\int dR_3\,\Phi^*_{\alpha}\, J_{n_3}^{L_3M_3}(R_3). \tag{18}$$

Если переписать систему (11) в интегральной форме

$$\chi_{n_3}^{L_3 M_3}(R_3) = \delta_{n_3 \beta} f_{L_3}(k_{n_3}, R_3) + \int d R_3' \, G^{(+)}(R_3; R_3') \, J_{n_3}^{L_3 M_3}(R_3'), \qquad (19)$$

где

$$G^{(+)}(R_3; R_3') = \begin{cases} -\dfrac{1}{k_{n_3}} f_{L_3}(k_{n_3}; R_3') \, h_{L_3}(k_{n_3}; R_3) & \text{при} \quad R_3 > R_3', \\ -\dfrac{1}{k_{n_3}} f_{L_3}(k_{n_3}; R_3) \, h_{L_3}(k_{n_3}; R_3') & \text{при} \quad R_3' > R_3 \end{cases}$$

функция Грина, то, используя разложение (17), решение системы (11) и амплитуду рассеяния (8) получим в виде:

$$\chi_{n_3}^{L_3 M_3} = \delta_{n_3 \beta} f_{L_3} + \sum_{\alpha} A_{\alpha}^{n_3 L_3 M_3} \, \tilde{\tilde{\chi}}_{\alpha}^{n_3 L_3},$$

$$F_{n_3 L_3 M_3} = \sum_{\alpha} A_{\alpha}^{n_3 L_3 M_3} \, \tilde{\tilde{F}}_{\alpha}^{n_3 L_3}, \qquad (20)$$

где

$$\tilde{\tilde{\chi}}_{\alpha}^{n_3 L_3} = \int d R_3' \, G^{(+)}(R_3; R_3') \, \Phi_{\alpha}(R_3'),$$

$$\tilde{\tilde{F}}_{\alpha}^{n_3 L_3} = -\frac{1}{k_{n_3}} \int d R_3 \, f_{L_3} \, \Phi_{\alpha}(R_3) \quad - \qquad (21)$$

известные функции.

Таким образом, мы получили решение уравнения (2) с граничными условиями (7) и (9), позволяющие выразить амплитуды рассеяния (8) через неизвестные константы $A_{a}^{n_3 L_3 M_3}$. Система алгебраических уравнений на эти коэффициенты получается путем подстановки (16) и (20) в (18). Полученную бесконечную систему можно решать методом редукции (заменой бесконечной системы конечной). Кооректность такой процедуры была рассмотрена в работе [5].

б) Теперь рассмотрим общий случай трехчастичного рассеяния, когда открыты все каналы.

$$
\begin{aligned}
3+(2+1) &\to 1+(2+3) \quad \mathrm{I} \\
&\to 2+(1+3) \quad \mathrm{II} \\
&\to 3+(1+2) \quad \mathrm{III} \\
&\to 1+2+3 \quad \mathrm{IV}.
\end{aligned}
\tag{22}
$$

Здесь скобки объединяют частицы, образующие связанную систему (сложная частица). Заметим, что входным каналом может быть любой из каналов в правой части, в зависимости от граничных условий задачи. Кроме того, сложные частицы могут иметь возбужденные состояния, поэтому каждый из каналов (I , II , III) имеет подканалы неупругого рассеяния.

В этом случае кроме трудностей из-за твердой сердцевины возникает ряд трудностей, связанных с описаниями каналов перераспределения и канала развала. Модификация метода сильной связи каналов (устраняющая эти трудности) была развита в работе [6]. Поэтому здесь мы вкратце изложим идею этого метода и основное внимание уделим устранению трудностей твердой сердцевины в потенциале двухчастичного взаимодействия.

Пусть потенциалы V_{ij} таковы, что каждая пара частиц может образовать лишь конечное число связанных состояний a_k с квантовыми числами n_k, где $n_k = 1, 2, \ldots, a_k$, $i \neq k \neq j = 1, 2, 3$ (в n_k включены все квантовые числа, характеризующие систему двух тел). Кроме того каждый потенциал $V_{ij}(i \neq j = 1, 2, 3)$ имеет соответственно бесконечную сердцевину при $\rho_{ij} \leq a_{ij}(i \neq j = 1,2,3)$. В этом случае трудности кора возникают уже в задаче двух тел (при решении уравнения (5)). Эта трудность преодолена в работе Бракнера[8].

Нам необходимо решить уравнение (2) с граничными условиями, соответствующими реакции (22), т.е.

$$\Psi \xrightarrow[R_i \to \infty]{} \sum_{L_i M_i} \sum_{n_i = 1}^{a_i} \frac{1}{R_i} Y_{L_i M_i} \phi_{n_i}(\vec{\rho}_{jk}) [\delta_{n_i \beta} f_{L_i} + F_{L_i M_i n_i} h_{L_i}], i = 1, 2, 3. \quad (23)$$

$$\Psi \xrightarrow[R_3 \to \infty]{} \sum_{L_3 M_3} \sum_{\ell_{12} m_{12}} \frac{1}{R_3 \rho_{12}} Y_{L_3 M_3} Y_{\ell_{12} m_{12}} [\int d\epsilon F^{L_3 M_3 \ell_{12} m_{12}}(\epsilon) h_{L_3}(R_3) h_{\ell_{12}}(\rho_{12})] \quad (24)$$

$$\Psi \xrightarrow[R_i \to 0]{} 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (25)$$

и

$$V_{ij} \Psi = 0, \qquad \text{при } 0 \leq \rho_{ij} < a_{ij},$$

где $F_{L_i M_i n_i}$ – амплитуда рассеяния прямого канала и канала с перераспределением частиц и $F^{L_3 M_3 \ell_{12} m_{12}}(\epsilon)$ – амплитуда рассеяния канала развала (тройных столкновений).

Решение будем искать в следующем виде:

$$\Psi = \sum_{i=1}^{3} \sum_{n_i = 1}^{a_i} \chi_{n_i}(\vec{R}_i) \phi_{n_i}(\vec{\rho}_{jk}) + X(\vec{R}_3, \vec{\rho}_{12}). \quad (26)$$

Отметим, что выражение (26) не является разложением Ψ по полному набору. Это лишь удобное представление волновой функции, которое позволяет легко удовлетворить граничным условиям задачи. Граничные условия (23) в каналах (I, II, III) будем налагать соответственно на функции $\chi_{n_i}(\vec{R}_i)$, а граничные условия (24) в канале IV – на функцию $X(R_3, \vec{\rho}_{12})$. Заметим, что для канала IV в общем случае все наборы координат $(\vec{R}_i, \vec{\rho}_{jk})$ эквивалентны.

Подставляя (26) в (2), умножая слева на функции $\phi^*_{n_i}$ и $Y^*_{L_i M_i}$, интегрируя по соответствующим переменным, получим систему зацепленных интегро-дифференциальных уравнений на неизвестные функции χ_{n_i} и X.

$$T_{n_i L_i}\,\chi_{n_i}^{L_i M_i} = J_{n_i}^{L_i M_i},$$

$$T_{k_1 k_2 L_3 \ell_{12}}\,\psi_{k_1 k_2 L_3 \ell_{12}} = J^{L_3 M_3 \ell_{12} m_{12}}, \tag{27}$$

где

$$T_{n_i L_i} = \left[\frac{d^2}{dR_i^2} + k^2_{n_i} - \frac{L_i(L_i+1)}{R_i^2}\right],$$

$$T_{k_1 k_2 L_3 \ell_{12}} = \left[\frac{\hbar^2}{2M_3}\left(\frac{d^2}{dR_3^2}+k_1^2\right) - \frac{L_3(L_3+1)}{R_3^2} + \frac{\hbar^2}{2\mu_{12}}\left(\frac{d^2}{d\rho_{12}^2}+k_2^2\right) - \frac{\ell_{12}(\ell_{12}+1)}{\rho_{12}^2}\right]$$

и

$$J_{n_i}^{L_i M_i}(R_i) = -\int d\Omega_{\vec{R}_i}\, d\vec{\rho}\; _{L_i M_i}\phi_{n_i}(\vec{\rho}_{jk})\Big\{\sum_{p=1}^{3}\frac{M_i}{\hbar^2}\,V_p\sum_{n_p=1}^{\alpha_p}\chi_{n_p}\phi_{n_p} - \sum_{n_j=1}^{\alpha_j}\phi_{n_j}\frac{M_i}{M_j}T_{n_j L_j} - \sum_{n_k=1}^{\alpha_k}\phi_{n_k}\frac{M_i}{M_k}T_{n_j L_j} + \frac{M_i}{\hbar^2}\left[T_{k_1 k_1 L_3 \ell_{12}} - U_{123}\right]X\Big\},\quad \begin{matrix} n_i = 1,2,\ldots\alpha_i \\ i \neq k \neq j \end{matrix}$$

$$J^{L_3M_3\ell_{12}m_{12}} = v_{123}X + \sum_{i=1}^{3} \sum_{n_i=1}^{a_i} \phi_{n_i} \frac{M_i}{\hbar^2} [T_{n_iL_i} - v_i] \chi_{n_i}^{L_iM_i}, \tag{28}$$

$$v_{123} = (V_{12} + V_{13} + V_{23}).$$

Поступая так же,как и выше (см. (16)), мы можем устранить трудности бесконечной сердцевины в выражениях (28). Затем, аналогично используя разложение

$$J_{n_i}^{L_iM_i}(R_i) = \sum_{\beta_i} A_{\beta_i}^{n_iL_iM_i} \Phi_{\beta_i}(R_i), \quad i = 1,2,3. \tag{29}$$

$$J^{L_3M_3\ell_{12}m_{12}}(R_3, \rho_{12}) = \sum_{\chi\nu} A_{\gamma\nu}^{L_3M_3\ell_{12}m_{12}} \Phi_\gamma(R_3)\Phi_\nu(\rho_{12}),$$

можем получить решение системы (27) и амплитуды рассеяния в виде

$$\chi_{n_i}^{L_iM_i}(R_i) = \delta_{n_i\beta} f_{L_iM_i} + \sum_{\beta_i} A_{\beta_i}^{n_iL_iM_i} \tilde{\tilde{\chi}}_{\beta_i}^{L_in_i} \tag{30}$$

$$\psi_{k_1k_2L_3\ell_{12}} = \sum_{\gamma\nu} A_{\gamma\nu}^{L_3M_3\ell_1m_{12}} \psi_{\gamma\nu}^{L_3\ell_{12}}$$

$$F_{L_iM_in_i} = \sum_{\beta_i} A_{\beta_i}^{n_iL_iM_i} \tilde{\tilde{F}}_{\beta_i}^{L_in_i}, \tag{31}$$

$$F^{L_3M_3\ell_{12}m_{12}}(\epsilon) = \sum_{\gamma\nu} A_{\gamma\nu}^{L_3M_3\ell_{12}m_{12}} F_{\gamma\nu}^{L_3\ell_{12}}(\epsilon),$$

где

$$\tilde{\tilde{\chi}}^{L_i n_i}_{\beta_i} = \int dR_i' \; G^{(+)}(R_i; R_i')\, \Phi_{\beta_i}(R_i'), \; i=1,2,3,$$

$$\psi^{L_3 \ell_{12}}_{\gamma\nu} = \int dR' d\rho_{12}' \; G^{(+)}(R_3, \rho_{12}; R_3' \rho_{12}')\, \Phi_\gamma(R_1')\, \Phi_\nu(\rho_{12}'), \qquad (32)$$

$$\tilde{\tilde{F}}^{L_i n_i}_{\beta_i} = -\frac{1}{k_{n_i}} \int dR_i \, f_{L_i}\, \Phi_\alpha(R_i), \; i=1,2,3,$$

$$\tilde{\tilde{F}}^{L_3 \ell_{12}}_{\gamma\nu} = \frac{1}{k_1 k_2} \int dR_1 d\rho_{12} f_L(R_1) f_{\ell_{12}}(\rho_{12}) \Phi_\gamma(R_3)\, \Phi_\nu(\rho_{12}), \qquad (33)$$

известные функции и

$$G^{(+)}(R_3 \rho_{12}; R_3' \rho_{12}') = -\frac{1}{2\pi i} \int d\epsilon \, G^{(+)}_{E-\epsilon}(R_3; R_3')\, G^{(+)}_\epsilon(\rho_{12}; \rho_{12}') \qquad (34)$$

функция Грина[9].

Используя полученные решения (30), разложение (29) и выражение (28), можно получить алгебраические уравнения на неизвестные коэффициенты разложения $A^{n_1 L_1 M_1}_{\beta_1}$ и $A^{L_3 M_3 \ell_{12} m_{12}}_{\gamma\nu}$.

2. Метод гармонических функций

Остановимся еще на одном способе решения задачи многих тел, учитывающем более последовательно тождественность частиц. В этом подходе[3] используются полная система функций (гармонические полиномы), которая максимальным образом учитывает симметрию задачи.

В последнее время этими методами был сделан ряд расчётов /10/ свойств системы трех и четырех тел.

В этом случае решение уравнения Шредингера (2) пишется в виде:

$$\Psi = \sum_{K\nu} \frac{\chi_{K\nu}(\rho)}{\rho^2} u_{K\nu}(\Omega_5). \tag{35}$$

На коэффициенты разложения $\chi_{K\nu}$ получается следующая система уравнений:

$$\left[\frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho} - \frac{(K+2)^2}{\rho^2} + \kappa^2\right]\chi_{K\nu}(\rho) = \sum_{K'\nu'} W_{K\nu K'\nu'}\chi_{K'\nu'}, \tag{36}$$

где

$$W_{K\nu K'\nu'}(\rho) = -\frac{2m}{\hbar^2}\int d\Omega_6 u^*_{K\nu}(V_{12}+V_{13}+V_{23})u_{K'\nu'} \tag{37}$$

и $u_{K\nu}(\Omega)$ – полная система угловых функций.

Когда в потенциале взаимодействия V_{ij} $(i\neq j=1,2,3)$ имеется твердая сердцевина, интегралы (37) расходятся и непосредственно уравнение (36) нельзя решить. Поэтому правую часть (36) перепишем в следующем виде:

$$J_{K\nu}(\rho) = -\frac{2m}{\hbar^2}\int d\Omega_6 u^*_{K\nu}(V_{12}+V_{13}+V_{23})\Psi =$$

$$= -\frac{2m}{\hbar^2}\int d\Omega_6 u^*_{K\nu}\Big[\sum_{\ell_{12}m_{12}i} Y_{\ell_{12}m_{12}}\Phi_i(\rho_{12})\int d\vec{\rho}_{12} Y^*_{\ell_{12}m_{12}}\Phi^*_i(\rho_{12})V_{12}^{\text{глад}}\Psi +$$

$$+\sum_{\ell_{13}m_{13}j} Y_{\ell_{13}m_{13}} \Phi_j(\rho_{13}) \int d\vec{\rho}_{13}\, Y^*_{\ell_{13}m_{13}} \Phi^*_j(\rho_{13}) V_{13}^{\text{глад}} \Psi +$$

$$+\sum_{\ell_{23}m_{23}k} Y_{\ell_{23}m_{23}} \Phi_k(\rho_{23}) \int d\vec{\rho}_{23}\, Y^*_{\ell_{23}m_{23}} \Phi^*_k(\rho_{23}) V_{23}^{\text{глад}} \Psi] . \qquad (38)$$

Теперь, используя разложение

$$J_{\kappa\nu}(\rho) = \sum_a A_a^{\kappa\nu} \Phi_a(\rho), \qquad (39)$$

можем перейти от системы уравнений (36) к системе алгебраических уравнений на неизвестные коэффициенты разложения $A_a^{\kappa\nu}$ и получить волновую функцию и амплитуду рассеяния через эти коэффициенты так же, как в предыдущем разделе.

В заключение авторы благодарят Б.Н.Захарьева, А.И.Титова, Ю.И.Фенина, В.Л.Шмонина за полезные дискуссии, связанные с темой данной работы.

Литература

1. А.Г.Ситенко, В.Ф.Харченко. Препринт ИТФ, АН УССР, 69-11, Киев, (1968). R.D. Amado. Phys.Rev., 141, 902 (1966); F.Tabakin. Phys.Rev., 137, B75 (1965).

2. Feshbach H. Ann. of Phys., 5, 357 (1958); 19, 287 (1962).

3. Ю.А.Симонов. ЯФ 3, 630 (1966). А.М.Бадалян, Ю.А.Симонов. ЯФ 3, 1032 (1966).

4. U. Fano. Phys.Rev., 124, 1866 (1961).
C. Bloch, Лекции XXXVI курса школы
Энрико Ферми, Варенна, 1965.
5. И.В.Амирханов, В.С.Гурьянов. Препринт Р4-3741, Дубна, 1968. Phys.Letters 28A, N.5, 246 (1968). И.В.Амирханов, М.А.Касымжанов. Препринт ОИЯИ, Р4-4335, Дубна, 1969 г.
6. И.В.Амирханов, З.К.Смедарчина, Е.Х. Христова. Препринт ОИЯИ Р4-4804, Дубна, 1969.
7. T. Sasakawa. Suppl. of the Prog.Theor.Phys., N.27, 1963.
8. К.Бракнер. Теория ядерной материи изд-во "Мир", Москва, 1964.
9. А.И.Базь, Я.Б.Зельдович, А.М.Переломов. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. Изд-во "Наука", Москва, 1966.
10. А.М.Бадалян, Е.С.Гальперин, В.Н.Ляховицкий, В.В. Пустовалов, Ю.А.Симонов, Е.Л.Сурков. ЯФ 6, 473, 1967. А.М.Бадалян, Е.С.Гальперин, В.Н.Ляховицкий. ЯФ, 8, 313 (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел
17 декабря 1969 года.